

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Регистрационный номер средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, ректор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Артюхина М.С.** – доктор педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, физики и информатики Арзамасского филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (Арзамас, Россия);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, профессор департамента информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Заславская О.Ю.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор департамента информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Игнатушина И.В.** – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, декан физико-математического факультета Оренбургского государственного педагогического университета (Оренбург, Россия);
- Карапетян В.С.** – доктор психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии развития и педагогической психологии Армянского государственного педагогического университета им. Х. Абовяна (Ереван, Армения);

- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, помощник генерального директора ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова» Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия);
- Райхельгауз Л.Б.** – доктор педагогических наук, профессор кафедры математического анализа, теории и методики обучения математике физико-математического факультета Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор Государственного университета просвещения, Академии реализации государственной политики и профессионального развития работников образования Министерства просвещения Российской Федерации (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Тарасова О.В.** – доктор педагогических наук, профессор, директор института педагогики и психологии Орловского государственного университета имени И.С. Тургенева (Орёл, Россия);
- Шабанова М.В.** – доктор педагогических наук, профессор, заместитель начальника отдела методического обеспечения процедур оценки качества общего образования ГАОУ ДПО города Москвы «Московский центр качества образования» (Москва, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики, физики и методики обучения Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Registration number: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S. V.	Editor-in-chief , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S. N.	Deputy Editor-in-Chief , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A. E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
Artyukhina M. S.	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics, and Computer Science at the Arzamas Branch of the National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Arzamas, Russia);
Borovskikh A. V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Grinshkun V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Professor of the Department of Education Informatization, Institute of Digital Education, Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Zaslavskaya O. Yu.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Education Informatization, Institute of Digital Education, Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Ignatushina I. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Physics and Mathematics, Orenburg State Pedagogical University (Orenburg, Russia);
Karapetyan V. S.	Doctor of Psychology, Professor, Professor of the Department of Developmental and Educational Psychology of Armenian State Pedagogical University Kh. Abovyan (Yerevan, Armenia);

- Karakozov S. D.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
- Orlov V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
- Razinkina E. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Assistant General Director of the Almazov National Medical Research Centre (St. Petersburg, Russia);
- Raichelgauz L. B.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Ryzhova N. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professorat at the State University of Education, Academy of State Policy Implementation and Professional Development of Education Workers of the Ministry of Education of the Russian Federation (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Smirnov E. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Tarasova O. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Pedagogy and Psychology, Oryol State University named after I.S. Turgenev (Oryol, Russia);
- Shabanova M. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Deputy Head of the Department of Methodological Support for General Education Quality Assessment Procedures at the Moscow Center for Education Quality (Moscow, Russia);
- Melnikov R. A.** Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Богун В. В. ПРИМЕНЕНИЕ РЕКУРСИВНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАВНОБЕДРЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ НА ПЛОСКОСТИ.....	8
Ветошкина Е. С., Леонова Ж. К., Хэкало С. П. ЗАДАЧИ С «НЕОЖИДАННЫМ ОТВЕТОМ» И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ.	23
Дятлов В. Н., Малова И. Е. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ШКОЛЬНОГО КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ.....	31
Фомина Т. П., Касторных А. С. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОЕКТЫ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ	42

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Артюхина М. С., Напалков С. В., Шкрябко Н. А. УЧЕБНЫЕ КЕЙСЫ КАК ЭЛЕМЕНТ КОНТЕКСТНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	51
Базилевский М. П. РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКТА ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ У СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО УНИВЕРСИТЕТА.....	60
Вишняков В. А., Зыкова Т. В., Носков М. В. КОМПЛЕКСНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕЙ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ УНИВЕРСИТЕТА	73
Лебо И. Г., Лебо А. И., Розанова С. А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТАХ КАК ВАЖНЕЙШИЙ МЕТОД ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРОВ	79

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Макарова А. О. ЦИФРОВАЯ СОЦИАЛИЗАЦИЯ ЛИЧНОСТИ: К МЕТОДОЛОГИЧЕСКИМ ОСНОВАНИЯМ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССА.....	96
Тихонова Е. В. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ ПЕДАГОГОВ К ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	105

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Bogun V. V. APPLICATION OF A RECURSIVE APPROACH TO THE STUDY OF ISOSCELES TRIANGLES ON THE PLANE	8
Vetoshkina E. S., Leonova Zh. K., Khekalo S. P. THE PROBLEMS WITH "UNEXPECTED ANSWER" AND THEIR APPLICATION IN PROCESS FORMATION OF FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY OF SCHOOLCHILDREN	23
Dyatlov V. N., Malova I. E. EDUCATIONAL POTENTIAL OF THE SCHOOL COURSE IN PLANE METRICS.....	31
Fomina T. P., Kastornykh A. S. MATHEMATICAL PROJECTS AS A MEANS OF DEVELOPING STUDENTS' MOTIVATION TO STUDY MATHEMATICS.....	42

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Artyukhina M. S., Napalkov S. V., Shkrjabko N. A. EDUCATIONAL CASES AS AN ELEMENT OF CONTEXTUAL MATHEMATICS EDUCATION.....	51
Bazilevskiy M. P. DEVELOPMENT OF A SET OF PROFESSIONALLY ORIENTED MATHEMATICAL MODELING TASKS TO INCREASE MOTIVATION FOR STUDYING MATHEMATICS AMONG STUDENTS OF ENGINEERING SPECIALTIES AT A RAILWAY UNIVERSITY.....	60
Vishnyakov V. A., Zyкова T. V., Noskov M. V. COMPREHENSIVE STATISTICAL ANALYSIS FOR ASSESSING THE USE OF INTERNET OF THINGS NETWORKS IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF THE UNIVERSITY	73
Lebo I. G., Lebo A. I., Rozanova S. A. THE MATHEMATICAL MODELING OF THE PHYSICAL PROCESSES AS THE IMPORTANT METHOD OF FUNDAMENTAL EDUCATION OF THE TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS PERFORMED OF THE SCIENTIFIC PROJECTS	79

METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF VOCATIONAL EDUCATION IN THE ERA OF DIGITAL TRANSFORMATION

Makarova A. O. DIGITAL SOCIALIZATION OF PERSONALITY: TOWARDS THE METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF THE STUDY OF THE PROCESS.....	96
Tikhonova E. V. INFORMATION RESOURCES AS A TOOL FOR FORMING TEACHERS' READINESS FOR INNOVATIVE ACTIVITIES.....	105

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-8-22

УДК
372.851

ПРИМЕНЕНИЕ РЕКУРСИВНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАВНОБЕДРЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ НА ПЛОСКОСТИ

Богун Виталий Викторович
к.п.н., доцент
vvvital@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный
педагогический университет
им. К.Д. Ушинского

Аннотация. Рекурсивный подход является методом, благодаря которому достаточно большое количество объектов живой и неживой природы структурно рассматривается через призму многократного или бесконечного внедрения самих в себя согласно определённым закономерностям. С точки зрения алгебраических структур рекурсивный метод применяется в рамках рассмотрения формирования степеней золотого числа или чисел Фибоначчи, тогда как в рамках геометрии на плоскости самым наглядным применением рекурсивного подхода являются различные виды фракталов, которые могут отражать структуры различных объектов окружающей действительности. В статье приводятся как общепризнанные аспекты реализации рекурсивного подхода с точки зрения алгебры, так и авторское применение рассматриваемого подхода через призму исследования последовательностей равнобедренных треугольников, имеющих единый линейный элемент, через призму равенства угловых элементов, представленных в виде углов при вершинах, образованных пересечением боковых сторон и основания, исходного треугольника и угла при вершине, образованного пересечением боковых сторон, получаемого в результате итерации нового треугольника. Показывается использование сформулированной автором геометрической интерпретации рекурсивного подхода применительно к исследованию свойств золотого треугольника. Золотая пропорция может всесторонне исследоваться обучающимися как уникальный математический объект в процессе изучения математики.

Ключевые слова: обучение математике, рекурсивный подход, золотое число, последовательность Фибоначчи, последовательность равнобедренных треугольников, золотой треугольник

Введение

Рекурсивный подход является одним из основных методов, согласно которому структурно формируется большое количество алгебраических и геометрических объектов, и заключается в рассмотрении исследуемого объекта с точки зрения реализации так называемого самоподобия в рамках применения соответствующих вычислительных алгоритмов, то есть объект является рекурсивным, если его определение включает само себя и при каждой новой итерации или шаге алгоритма мы получаем выход на подобный ему

объект (Свейгарт, 2023). Данный подход широко используется не только с точки зрения математики, но и информатики, во многом благодаря которой мы можем получать различные по сложности и удивительные по своей красоте геометрические структуры, называемые фракталами, образуемые в результате визуального представления рекурсивных алгоритмов (Иванов, 2025; Гашков, 2025). Отличительной особенностью рекурсии является получение новых значений исследуемых расчётных параметров рассматриваемого процесса или явления на основании имеющихся одного или нескольких предыдущих значений данных параметров согласно заранее определённому вычислительному алгоритму, например, в процессе использования численных методов решения задач (Богун, 2010; Лапчик, 2004). Необходимо отметить взаимосвязь между рекурсивным и итерационным подходами, поскольку в большинстве случаев рекурсивный подход можно реализовать с применением определённого количества циклически повторяющихся итераций с точки зрения нахождения значения необходимого рассматриваемого расчётного параметра.

Рекурсивный подход для степеней золотого числа

Золотая пропорция, рассматриваемая в качестве математического объекта, является одной из наглядных геометрических интерпретаций применения рекурсивного подхода, поскольку в данном случае при выполнении каждой из итераций мы получаем новый отрезок путём деления имеющегося в рамках предыдущей итерации отрезка в золотой пропорции таким образом, что два отрезка, получаемых в рамках двух последовательных итераций, в сумме составляют отрезок, имеющийся до начала реализации данных итераций.

Иными словами, согласно рисунку 1, изначально в рамках реализации двух первых итераций мы делим имеющийся отрезок C на два неравных отрезка A и B таким образом, что, во-первых, мы должны иметь одинаковое значение коэффициента пропорциональности с точки зрения реализации их последовательного итерационного деления, а, во-вторых, как это видно из начала формулировки, данные отрезки должны составлять единый начальный отрезок (Васютинский, 2006; Ковалев, 2016; Пидоу, 1979):

$$\frac{C}{A} = \frac{A}{B} = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033989.$$

Действительно, пусть имеем следующее соотношение: $\frac{C}{A} = \frac{A}{B} = X$.

Так как $A + B = C$ и, следовательно, $\frac{A}{A} + \frac{B}{A} = \frac{C}{A}$, то получим квадратное уравнение:

$$1 + \frac{1}{X} = X \Rightarrow X^2 - X - 1 = 0.$$

Получаем значение коэффициента пропорциональности в виде золотого числа:

$$X = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033989.$$

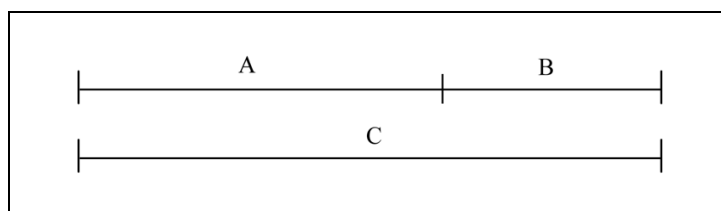


Рис. 1. Геометрическая интерпретация золотой пропорции

Получаем частный случай применения рекурсивного подхода на локальном уровне, в рамках равенства возведённого в квадрат золотого числа сумме золотых чисел, возведённых в первую и нулевую степень соответственно: $\varphi^2 = \varphi^1 + \varphi^0$ или $\varphi^2 = \varphi + 1$.

В целом, рекурсивный подход для золотого числа заключается в равенстве возведённого в определённую степень данного числа сумме золотых чисел, взятых в двух предыдущих степенях: $\varphi^N = \varphi^{N-1} + \varphi^{N-2}$ (Богун, 2010).

Очевидно, что представленное равенство аналогично выражению $\varphi^{N-2} \cdot \varphi^2 = \varphi^{N-2} \cdot \varphi + \varphi^{N-2}$, что в итоге приводит к истинному для золотого числа выражению $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Следствием данного утверждения является тот факт, что если каждый член геометрической прогрессии $X_N (X_1 \neq 0, q \neq 0)$ равен сумме двух предыдущих, то её знаменатель q равен золотому числу или φ .

Действительно, если $X_{N+2} = X_{N+1} \cdot q = X_N \cdot q^2$ и $X_{N+2} = X_{N+1} + X_N$, то $X_N \cdot q^2 = X_N \cdot q + X_N$ и $q^2 = q + 1$, что полностью отвечает свойству золотого числа, поскольку $\varphi^2 = \varphi + 1$, то есть $q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi$.

Автором установлено, что золотое число является значением неизвестного параметра, отражающего равенство значения определителя квадратной матрицы второго порядка, элементы главной диагонали которой одновременно являются данным параметром, а элементы побочной диагонали одновременно равны единице, значению данного параметра.

Действительно, если имеем исходное выражение вида $\begin{vmatrix} X & 1 \\ 1 & X \end{vmatrix} = X$, то тогда получим квадратное уравнение $X \cdot X - 1 \cdot 1 = X$ или $X^2 - X - 1 = 0$.

Как было показано выше, единственно возможным положительным значением неизвестного данного уравнения является золотое число: $X = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033989$.

Таким образом, значение определителя квадратной матрицы второго порядка, элементы главной диагонали которой одновременно равны золотому числу, а элементы побочной диагонали одновременно равны единице, равно золотому числу: $\begin{vmatrix} \varphi & 1 \\ 1 & \varphi \end{vmatrix} = \varphi$.

Золотое число с точки зрения реализации рекурсивного подхода является пределом числовой последовательности вида $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$.

Действительно, если предел данной последовательности равен A , то имеем:

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

При возведении в квадрат обеих частей выражения, получим:

$$A^2 = \left(\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}} \right)^2 = 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}} = 1 + A.$$

В итоге приходим к уравнению $A^2 = 1 + A$ или $A^2 - A - 1 = 0$.

Как было показано выше, положительным действительным решением данного уравнения является золотое число: $A = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Аналогично золотое число в рамках применения рекурсивного подхода является пределом числовой последовательности вида $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$.

Действительно, если предел данной последовательности равен B , то имеем:

$$B = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \text{ или } B = 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}\right)} = 1 + \frac{1}{B}.$$

Получим уравнение $B = 1 + \frac{1}{B}$ или $B^2 - B - 1 = 0$.

По аналогии с примером выше положительным действительным решением данного уравнения является золотое число: $B = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Рекурсивный подход для последовательности Фибоначчи

Последовательность Фибоначчи: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Рекурсивный подход для последовательности Фибоначчи состоит в получении значения очередного члена через сумму двух предыдущих чисел: $F_N = F_{N-1} + F_{N-2}$, где F_N , F_{N-1} и F_{N-2} – члены последовательности Фибоначчи.

В соответствие с обозначенной закономерностью получаем следующую цепочку числовых выражений: $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 2 = 5$ и так далее.

Интересным является тот факт, что отношение значений соседних членов данной последовательности, начиная с больших номеров (при $N \rightarrow \infty$), приближается к золотому числу, то есть φ :

$$\frac{F_N}{F_{N-1}} \approx \frac{F_{N-1}}{F_{N-2}} \approx \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033989.$$

Докажем данное утверждение.

Действительно:

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_N}{F_{N-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{N-1} + F_{N-2}}{F_{N-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{F_{N-2}}{F_{N-1}}\right) = 1 + \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{N-1}}{F_{N-2}}} = 1 + \frac{1}{C}.$$

Получаем уравнение $C = 1 + \frac{1}{C}$ или $C^2 - C - 1 = 0$.

Тогда в качестве положительного действительного решения данного уравнения является золотое число:

$$C = \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Сформулируем общее правило для степеней золотого числа и чисел последовательности Фибоначчи:

1. Формула для геометрической прогрессии золотых чисел: $\varphi^N = \varphi^{N-1} + \varphi^{N-2}$, где «N», «N-1» и «N-2» – натуральные показатели степеней для золотого числа φ .

2. Формула для последовательности чисел Фибоначчи: $F_N = F_{N-1} + F_{N-2}$, где F_N , F_{N-1} и F_{N-2} – элементы последовательности Фибоначчи.

Выражение степеней золотых чисел с применением последовательности Фибоначчи:
 $\varphi^N = F_{N-1} + F_N \cdot \varphi$.

Покажем доказательство данного утверждения.

$$\varphi^1 = \varphi^0 + \varphi^{-1} = 0 + 1 \cdot \varphi = F_0 + F_1 \cdot \varphi,$$

$$\varphi^2 = \varphi^1 + \varphi^0 = \varphi + 1 = 1 + 1 \cdot \varphi = F_1 + F_2 \cdot \varphi,$$

$$\varphi^3 = \varphi^2 + \varphi^1 = (F_1 + F_2 \cdot \varphi) + (F_0 + F_1 \cdot \varphi) = (F_0 + F_1) + (F_1 + F_2) \cdot \varphi = F_2 + F_3 \cdot \varphi,$$

$$\begin{aligned} \varphi^N &= \varphi^{N-1} + \varphi^{N-2} = (F_{N-2} + F_{N-1} \cdot \varphi) + (F_{N-3} + F_{N-2} \cdot \varphi) = \\ &= (F_{N-2} + F_{N-3}) + (F_{N-2} + F_{N-1}) \cdot \varphi = F_{N-1} + F_N \cdot \varphi. \end{aligned}$$

Рекурсивный подход для взаимосвязанных равнобедренных треугольников

Рассмотрим применение рекурсивного подхода с точки зрения реализации геометрической интерпретации в рамках исследования равнобедренных треугольников через призму построения последовательности из данных геометрических фигур на плоскости, имеющих единый линейный элемент, через призму равенства угловых элементов, представленных в виде углов при вершинах, образованных пересечением боковых сторон и основания, исходного треугольника и угла при вершине, образованного пересечением боковых сторон, получаемого в результате итерации нового треугольника.

Автором в рамках монографии (Богун, 2013) доказано, что если рассмотреть два равнобедренных треугольника $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ с углами при основаниях $\angle B_1 A_1 C_1 = \angle B_1 C_1 A_1 = \alpha_1$ и $\angle B_2 A_2 C_2 = \angle B_2 C_2 A_2 = \alpha_2$, а также углами между боковыми сторонами $\angle A_1 B_1 C_1 = \beta_1$ и $\angle A_2 B_2 C_2 = \beta_2$, с учётом равенства углов при основаниях первого треугольника углу между боковыми сторонами второго треугольника, то есть $\angle B_1 A_1 C_1 = \angle B_1 C_1 A_1 = \alpha_1 = \angle A_2 B_2 C_2 = \beta_2$, можно получить две геометрические интерпретации рекурсивного подхода с точки зрения рассмотрения единого линейного элемента данных равнобедренных треугольников.

Первая теорема показывает реализацию геометрической интерпретации рекурсивного подхода применительно к исследованию равнобедренных треугольников, рассматриваемых через призму обозначенного выше равенства угловых элементов, имеющих единую основную высоту, заключается в совпадении центров вписанной и описанной окружностей соответственно для данных треугольников, что наглядным образом отражено на рис. 2.

Доказательство теоремы основывается на том, что согласно предварительным выкладкам автора, между линейными элементами рассматриваемых равнобедренных треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ существуют пропорциональные зависимости:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{R_2}{(h-r)_1} = \frac{(h-R)_2}{r_1} = \frac{(D-h)_2}{(h-d)_1}.$$

Так как согласно условию теоремы $\frac{h_2}{h_1} = 1$ или $h_1 = h_2$, то получим:

$$\frac{R_2}{(h-r)_1} = \frac{h_2}{h_1} = 1 \Rightarrow R_2 = (h-r)_1 \Rightarrow h_1 = r_1 + R_2$$

$$\frac{(h-R)_2}{r_1} = \frac{h_2}{h_1} = 1 \Rightarrow (h-R)_2 = r_1 \Rightarrow h_2 = r_1 + R_2$$

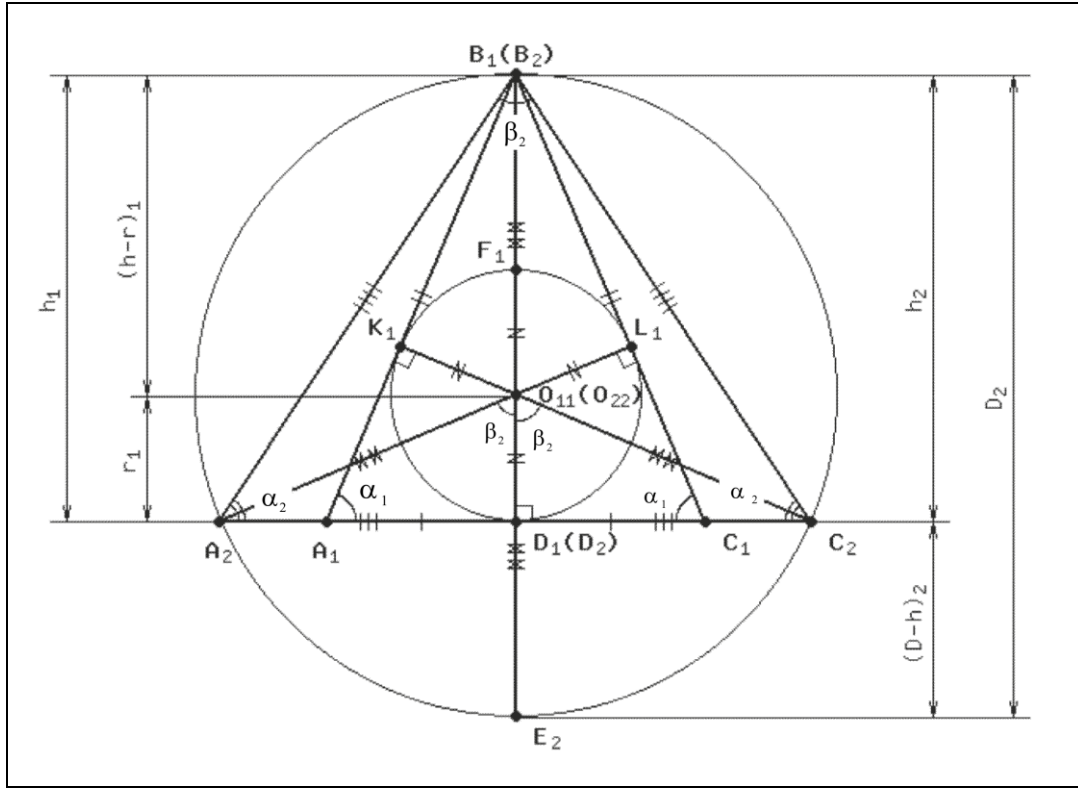


Рис. 2. Геометрическая интерпретация первой теоремы

Поскольку основные высоты треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ совпадают, то есть совпадают точки $B_1 = B_2$ и $D_1 = D_2$, а также равны величины линейных элементов $B_1 D_1 = B_2 D_2$ ($h_1 = h_2$), которые равны сумме радиусов вписанной в треугольник $\Delta A_1 B_1 C_1$ окружности ($D_1 O_{11} = r_1$) и описанной вокруг треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$ окружности ($B_2 O_{22} = R_2$) или $B_1 D_1 = B_2 D_2 = D_1 O_{11} + B_2 O_{22}$ ($h_1 = h_2 = r_1 + R_2$), то центр вписанной в треугольник $\Delta A_1 B_1 C_1$ окружности (O_{11}) и центр описанной вокруг треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$ окружности (O_{22}) совпадают ($O_{11} = O_{22}$).

Вторая теорема показывает реализацию геометрической интерпретации рекурсивного подхода применительно к исследованию равнобедренных треугольников, рассматриваемых через призму обозначенного выше равенства угловых элементов, имеющих единое основание, заключается в прохождении описанной окружности исходного треугольника через центр описанной окружности нового треугольника и в прохождении описанной окружности нового треугольника через центр вписанной окружности исходного треугольника, что наглядным образом отражено на рис. 3.

Доказательство теоремы основывается на том, что согласно предварительным доказательствам автора, между линейными элементами рассматриваемых равнобедренных треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ существуют пропорциональные зависимости:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(h-R)_2}{(D-h)_1} = \frac{(D-h)_2}{r_1}.$$

Так как согласно условию теоремы $\frac{a_2}{a_1} = 1$ или $a_1 = a_2$, то получим:

$$\frac{(h-R)_2}{(D-h)_1} = \frac{a_2}{a_1} = 1 \Rightarrow (h-R)_2 = (D-h)_1 \Rightarrow D_1 = h_1 + (h-R)_2.$$

$$\frac{(D-h)_2}{r_1} = \frac{a_2}{a_1} = 1 \Rightarrow (D-h)_2 = r_1 \Rightarrow D_2 = h_2 + r_1.$$

Поскольку основания треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ совпадают, то есть верно равенство $A_1 D_1 = C_1 D_1 = A_2 D_2 = C_2 D_2$ ($a_1 = a_2$) и совпадают точки $A_1 = A_2$, $C_1 = C_2$ и $D_1 = D_2$, а диаметр описанной вокруг треугольника $\Delta A_1 B_1 C_1$ окружности ($B_1 E_1 = D_1$) определяется как сумма его основной высоты ($B_1 D_1 = h_1$) и разности между основной высотой и радиусом описанной окружности ($D_2 O_{22} = (h-R)_2$) треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$, то есть выполняется равенство $B_1 E_1 = B_1 D_1 + D_2 O_{22}$ ($D_1 = h_1 + (h-R)_2$), то точка пересечения описанной окружности с основной высотой (E_1) треугольника $\Delta A_1 B_1 C_1$ совпадает с центром описанной вокруг треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$ окружности (O_{22}), то есть выполняется равенство $E_1 = O_{22}$.

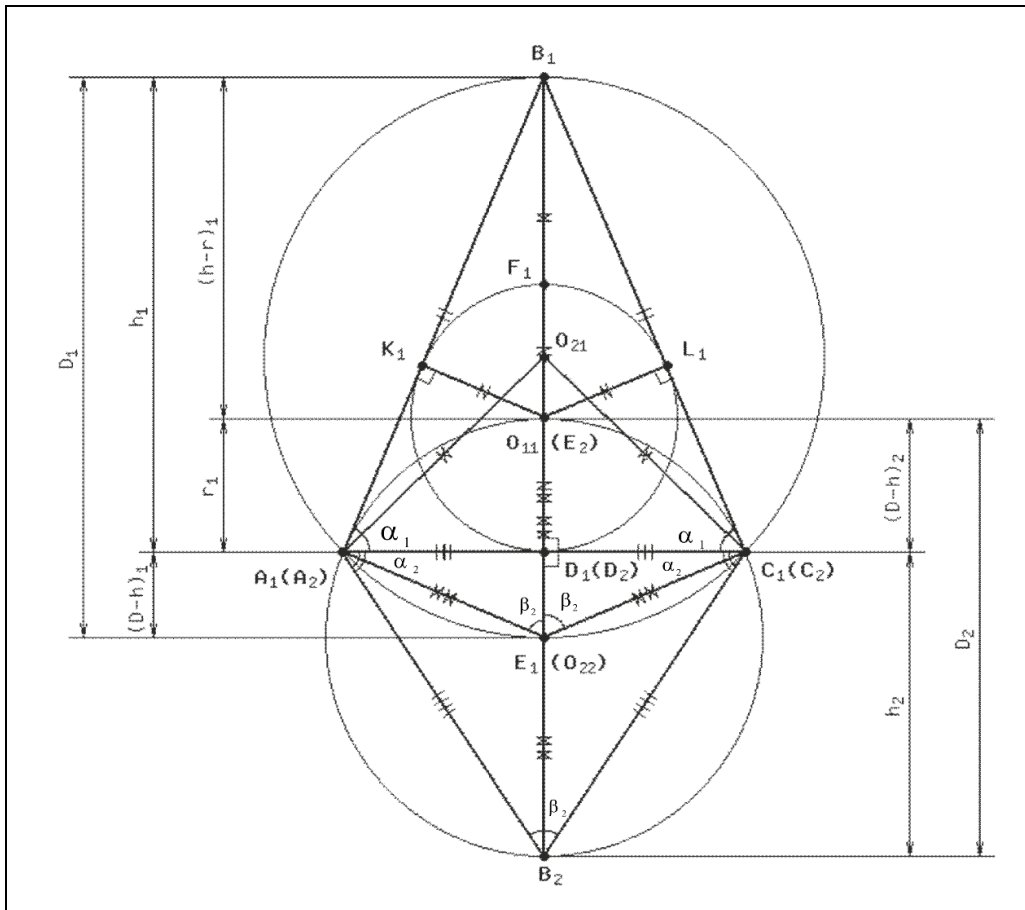


Рис. 3. Геометрическая интерпретация второй теоремы

Поскольку основания треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ совпадают, то есть верно равенство $A_1 D_1 = C_1 D_1 = A_2 D_2 = C_2 D_2$ ($a_1 = a_2$) и совпадают точки $A_1 = A_2$, $C_1 = C_2$ и

$D_1 = D_2$, а диаметр описанной вокруг треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$ окружности ($B_2 E_2 = D_2$) определяется как сумма его основной высоты ($B_2 D_2 = h_2$) и радиуса вписанной в треугольник $\Delta A_1 B_1 C_1$ окружности ($D_1 O_{11} = r_1$), то есть выполняется равенство $B_2 E_2 = B_2 D_2 + D_1 O_{11}$ ($D_2 = h_2 + r_1$), то точка пересечения описанной окружности с основной высотой (E_2) треугольника $\Delta A_2 B_2 C_2$ совпадает с центром вписанной в треугольник $\Delta A_1 B_1 C_1$ окружности (O_{11}), то есть верно равенство $E_2 = O_{11}$.

Интеграция рекурсивного подхода для алгебраических и геометрических структур

Покажем применение рекурсивного подхода в рамках интеграции алгебраических и геометрических структур с точки зрения адаптации золотых чисел к исследованию формируемой последовательности взаимосвязанных равнобедренных треугольников на плоскости с учётом как равенства углов при основании треугольника, имеющегося до выполнения итерации, углу между боковыми сторонами получаемого в результате итерации треугольника, так и наличия у данных двух треугольников общего линейного элемента.

Рассмотрим «золотой» треугольник, который по своей сути является равнобедренным треугольником, у которого отношение боковой стороны к половине основания определяется через золотое число, что отражено на рис. 4.

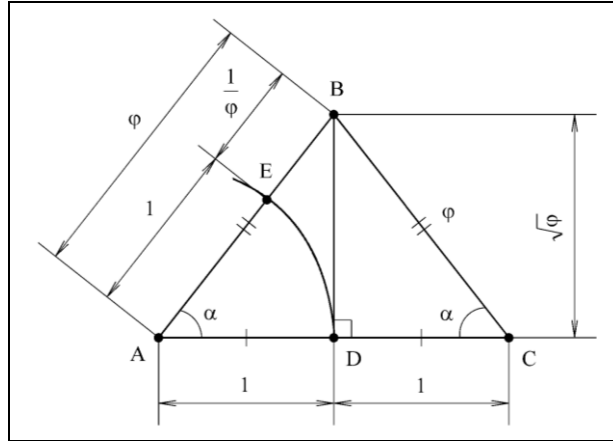


Рис. 4. Золотой треугольник

Автором в рамках указанной выше монографии для золотого треугольника показаны следующие две версии получения непосредственно золотой пропорции с точки зрения отношения линейных элементов.

Во-первых, для золотого треугольника золотая пропорция выражается через отношение линейных компонентов, получаемых в результате деления основной высоты центром вписанной окружности, что наглядным образом продемонстрировано на рис. 5.

Согласно указанным ранее обозначениям, получаем следующее равенство, отражающее сформулированную пропорциональную зависимость:

$$\frac{h}{h-r} = \frac{h-r}{r}.$$

Автором предварительно доказаны следующие отношения между линейными элементами с применением тригонометрических функций от равных углов при основании тре-

угольника: $\frac{h}{h-r} = 1 + \cos \alpha$ и $\frac{h-r}{r} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Тогда для соблюдения равенства с точки зрения отношений линейных элементов треугольника имеем следующее тригонометрическое уравнение: $1 + \cos \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$.

При решении получаемого тригонометрического уравнения $\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$ имеем положительный действительный корень уравнения $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{\varphi}$, что характерно только для исследуемого золотого треугольника.

Таким образом, для золотого треугольника верна цепочка равенств:

$$\frac{h}{h-r} = \frac{h-r}{r} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\cos \alpha} = \varphi.$$

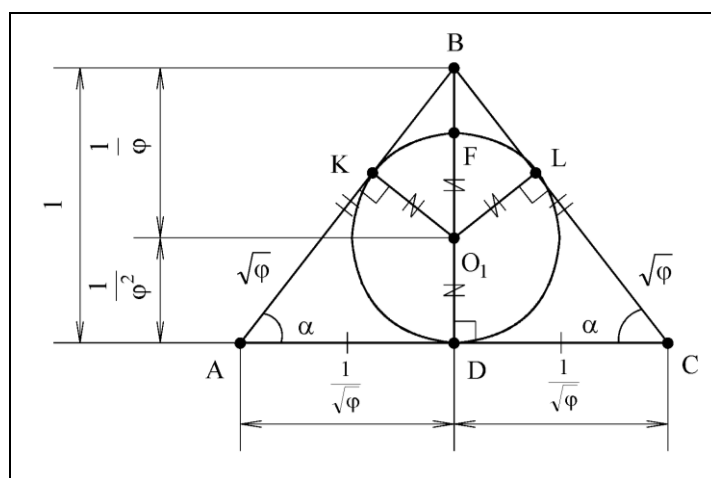


Рис. 5. Деление основной высоты золотого треугольника в золотой пропорции

Во-вторых, для золотого треугольника золотая пропорция выражается через отношения линейных компонентов, получаемых в результате деления диаметра описанной окружности центром основания, что наглядным образом продемонстрировано на рис. 6.

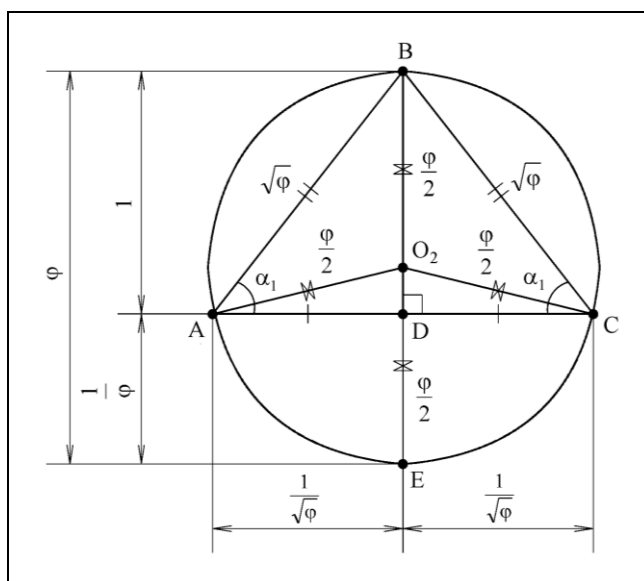


Рис. 6. Деление диаметра описанной окружности золотого треугольника в золотой пропорции

Согласно указанным ранее обозначениям, получаем следующее равенство, отражающее сформулированную пропорциональную зависимость:

$$\frac{D}{h} = \frac{h}{D-h}.$$

Автором предварительно доказаны следующие отношения между линейными элементами с применением тригонометрических функций от равных углов при основании треугольника: $\frac{D}{h} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha}$ и $\frac{h}{D-h} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$.

Тогда для соблюдения равенства с точки зрения отношений линейных элементов треугольника получаем следующее тригонометрическое уравнение: $\cos^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2$.

Получим уравнение $\cos^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2$, которое приводится к уравнению вида $\cos^4 \alpha - 3\cos^2 \alpha + 1 = 0$.

При решении обозначенного уравнения получим необходимый действительный корень уравнения: $\cos^2 \alpha = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 1 - \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\varphi^2}$, откуда имеем

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{1}{\varphi}, \text{ что характерно только для золотого треугольника.}$$

Таким образом, для золотого треугольника верна цепочка равенств:

$$\frac{D}{h} = \frac{h}{D-h} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\cos \alpha} = \varphi.$$

С точки зрения золотого треугольника первая теорема, показывающая реализацию геометрической интерпретации рекурсивного подхода применительно к исследованию равнобедренных треугольников, рассматриваемых через призму равенства обозначенных в теореме характерных углов треугольников, имеющих единую основную высоту, заключается, как было указано выше, в совпадении центров вписанной и описанной окружностей соответственно для данных треугольников, а также, в рамках представления золотого треугольника в качестве исходного равнобедренного треугольника, в выражении золотой пропорции через отношение линейных компонентов, получаемых в результате деления вершинами при основании нового треугольника половин основания исходного треугольника, что наглядным образом продемонстрировано на рис. 7.

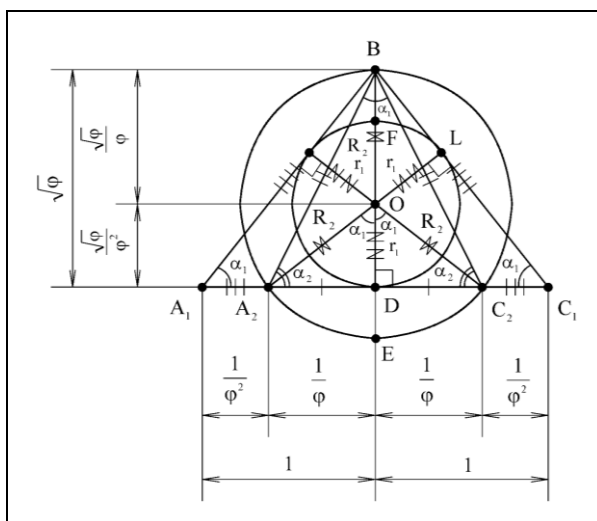


Рис. 7. Применение первой теоремы к золотому треугольнику

С точки зрения золотого треугольника вторая теорема, показывающая реализацию геометрической интерпретации рекурсивного подхода применительно к исследованию равнобедренных треугольников, рассматриваемых через призму равенства обозначенных в теореме характерных углов треугольников, имеющих единое основание, заключается, как было указано выше, в прохождении описанной окружности исходного треугольника через центр описанной окружности нового треугольника и в прохождении описанной окружности нового треугольника через центр вписанной окружности исходного треугольника, а также, в рамках представления золотого треугольника в качестве исходного равнобедренного треугольника, в выражении золотой пропорции через отношение линейных компонентов, получаемых в результате деления, во-первых, общей половины основания совокупности основных высот треугольников, во-вторых, центра описанной окружности нового треугольника его основной высоты, и, в-третьих, общей половины основания совокупности радиуса вписанной окружности исходного треугольника и радиуса описанной окружности нового треугольника, что наглядным образом представлено на рис. 8.

Для доказательства первого случая получаем следующее равенство, отражающее сформулированную пропорциональную зависимость:

$$\frac{h_2 + h_1}{h_2} = \frac{h_2}{h_1}.$$

Автором в рамках проведения исследования второй теоремы предварительно были доказаны следующие отношения:

$$\frac{h_2 + h_1}{h_2} = \frac{1}{\cos \alpha_1} \text{ и } \frac{h_2}{h_1} = \frac{\cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1}.$$

При решении получаемого тригонометрического уравнения $1 - \cos \alpha_1 = \cos^2 \alpha_1$ или $\cos^2 \alpha_1 + \cos \alpha_1 - 1 = 0$, имеем подходящее адекватное значение корня уравнения $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{1}{\varphi}$, что свойственно только золотому треугольнику.

Таким образом, для первого случая применение второй теоремы для рассматриваемых равнобедренных треугольников с точки зрения золотого треугольника приводит к получению следующей цепочки равенств:

$$\frac{h_2 + h_1}{h_2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{\cos \alpha_1} = \varphi.$$

Для доказательства второго случая получаем уже другое равенство, отражающее сформулированную пропорциональную зависимость:

$$\frac{h_2}{R_2} = \frac{R_2}{(h - R)_2}.$$

Автором в рамках проведения исследования второй теоремы предварительно по аналогии с первым случаем также были доказаны следующие отношения между линейными элементами треугольников:

$$\frac{h_2}{R_2} = 2 \sin^2 \alpha_2 = 1 + \cos \alpha_1 \text{ и } \frac{R_2}{(h - R)_2} = \frac{1}{\cos \alpha_1}.$$

Тогда получаем следующее тригонометрическое уравнение:

$$1 + \cos \alpha_1 = \frac{1}{\cos \alpha_1} \text{ или } \cos^2 \alpha_1 + \cos \alpha_1 - 1 = 0.$$

При решении тригонометрического уравнения получаем подходящее адекватное значение корня уравнения $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{\varphi}$, что аналогично свойственно только золотому треугольнику.

Таким образом, для второго случая применение второй теоремы для рассматриваемых равнобедренных треугольников с точки зрения золотого треугольника приводит к получению следующей цепочки равенств:

$$\frac{h_2}{R_2} = \frac{R_2}{(h-R)_2} = \frac{1}{\cos \alpha_1} = \varphi.$$

Для доказательства третьего случая получаем равенство, отражающее соответствующую сформулированную пропорциональную зависимость:

$$\frac{r_1 + R_2}{R_2} = \frac{R_2}{r_1}.$$

Перепишем данное равенство в следующем виде:

$$\frac{r_1}{R_2} + 1 = \frac{R_2}{r_1} \quad \text{или} \quad \frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a_1}{R_2} + 1 = \frac{a_1}{r_1} \cdot \frac{R_2}{a_1}.$$

Поскольку по условию второй теоремы равнобедренные треугольники имеют общее основание, получаем равенство:

$$\frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a_2}{R_2} + 1 = \frac{a_1}{r_1} \cdot \frac{R_2}{a_2}.$$

Автором предварительно выведены следующие равенства:

$$\frac{r_1}{a_1} = \frac{\sin \alpha_1}{1 + \cos \alpha_1} \quad \text{и} \quad \frac{a_2}{R_2} = \sin(2\alpha_2) = \sin \alpha_1.$$

$$\text{Тогда} \quad \frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a_2}{R_2} = \frac{\sin \alpha_1}{1 + \cos \alpha_1} \cdot \sin \alpha_1 = \frac{\sin^2 \alpha_1}{1 + \cos \alpha_1} = \frac{1 - \cos^2 \alpha_1}{1 + \cos \alpha_1} = 1 - \cos \alpha_1.$$

Имеем следующее тригонометрическое уравнение:

$$2 - \cos \alpha_1 = \frac{1}{1 - \cos \alpha_1} \quad \text{или} \quad (2 - \cos \alpha_1) \cdot (1 - \cos \alpha_1) = 1.$$

В итоге получаем тригонометрическое уравнение $\cos^2 \alpha_1 + 3 \cos \alpha_1 - 1 = 0$.

При решении обозначенного уравнения получим адекватный положительный действительный корень уравнения $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{\varphi}$, что опять же характерно только для золотого треугольника.

Таким образом, для второго случая применение второй теоремы для рассматриваемых равнобедренных треугольников с точки зрения золотого треугольника приводит к получению следующей цепочки равенств:

$$\frac{r_1 + R_2}{R_2} = \frac{R_2}{r_1} = \frac{1}{\cos \alpha_1} = \varphi.$$

Заключение

Таким образом, в исследовании показана реализация рекурсивных алгоритмов, широко применяемых в рамках математики и информатики, с точки зрения как алгебраических структур в виде степеней золотого числа и числе Фибоначчи, так и

геометрических структур в виде сочетаний равнобедренных треугольников на плоскости, для которых равные углы при основании одного треугольника равны углу между боковыми сторонами второго треугольника, при этом как на уровне алгебры, так и геометрии мы можем наблюдать фактически бесконечное преобразование чисел или равнобедренных треугольников соответственно согласно обозначенным закономерностям, что, по своей сути, является полным отражением рекурсивного подхода согласно его алгоритмической составляющей.

Также возможна интеграция алгебраических и геометрических структур через призму исследования золотого треугольника с точки зрения рассмотрения применения золотой пропорции к нахождению пропорциональных зависимостей между двумя равнобедренными треугольниками с равенством углов при основаниях одного треугольника углу между боковыми сторонами второго треугольника при условии, что первый треугольник является золотым треугольником.

Показано авторское применение рекурсивного подхода через призму исследования последовательностей равнобедренных треугольников, имеющих единый общий линейный элемент, с соблюдением равенства угловых элементов в ракурсе соответствия угла между боковыми сторонами нового треугольника, получаемого вследствие реализации очередной итерации, углу при основании имеющегося равнобедренного треугольника, при этом рассматриваются как общие случаи, так и частные случаи в рамках исследования золотого треугольника.

Список литературы

- Богун В.В., Смирнов Е.И. Лабораторный практикум по математике с графическим калькулятором: Учебное пособие. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2010.
- Богун В.В. Тригонометрический анализ равнобедренных треугольников с применением информационных технологий: монография. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2013.
- Васютинский Н.А. Золотая пропорция. СПб: Изд-во «ДИЛЯ», 2006.
- Гашков С.Б., Фролов А.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2025. (Высшее образование). Текст: электронный / Образовательная платформа Юрайт [сайт]. URL: <https://urait.ru/bcode/560607> (дата обращения: 10.07.2025).
- Иванов Б. Н. Дискретная математика и теория графов: учебник для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2025. (Высшее образование). Текст: электронный / Образовательная платформа Юрайт [сайт]. URL: <https://urait.ru/bcode/567929> (дата обращения: 10.07.2025).
- Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи: учебное пособие. М.: РИП-холдинг, 2016.
- Лапчик, М.П., Рагулина, М.И., Хеннер, Е.К. Численные методы: Учебное пособие для студ. вузов: учебное пособие. М.: Издательский центр «Академия», 2004.
- Пидоу Д. Геометрия и искусство. М.: Мир, 1979.
- Свейгарт Эл. Рекурсивная книга о рекурсии. СПб: Питер, 2023.

APPLICATION OF A RECURSIVE APPROACH TO THE STUDY OF ISOSCELES TRIANGLES ON THE PLANE

Bogun V. V.
Ph.D (Pedagogy), Associate Professor
vvvital@mail.ru
Yaroslavl

Yaroslavl State Pedagogical University named
after K.D. Ushinsky

Abstract. The recursive approach is a method by which a sufficiently large number of objects of animate and inanimate nature are structurally considered through the prism

of multiple or infinite self-embedding according to certain patterns. From the point of view of algebraic structures, the recursive method is applied within the framework of considering the formation of powers of the golden number or Fibonacci numbers, whereas within the framework of plane geometry, the most obvious application of the recursive approach is various types of fractals that can reflect the structures of various objects of the surrounding reality. This article presents both generally accepted aspects of the implementation of the recursive approach from the point of view of algebra, and the author's application of the approach under consideration through the prism of studying sequences of isosceles triangles that have a single linear element, through the prism of equality of angular elements presented in the form of angles at the vertices formed by the intersection of the sides and the base of the original triangle and the angle at the vertex formed by the intersection of the sides obtained as a result of the iteration of the new triangle. The use of the geometric interpretation of the recursive approach formulated by the author is shown in relation to the study of the properties of the golden triangle. The golden ratio can be comprehensively studied by students as a unique mathematical object during the process of studying mathematics.

Keywords: teaching mathematics, recursive approach, golden number, Fibonacci sequence, sequence of isosceles triangles, golden triangle.

References

- Bogun, V. V., Smirnov, E. I. (2010). *Laboratornyj praktikum po matematike s graficheskim kal'kulyatorom: Uchebnoe posobie*. Yaroslavl': Izd-vo «Kancler». (In Russ.)
- Bogun, V. V. (2013). *Trigonometricheskij analiz ravnobedrennyh treugol'nikov s primeneniem informacionnyh tekhnologij: monografiya*. Yaroslavl': Izd-vo «Kancler». (In Russ.)
- Gashkov, S. B., Frolov, A. B. (2025). *Diskretnaya matematika: uchebnik i praktikum dlya vuzov*. 4-e izd., pererab. i dop. Moskow: Izdatel'stvo Yurajt, (Vysshee obrazovanie). Tekst: elektronnyj / Obrazovatel'naya platforma Yurajt [sajt]. URL: <https://urait.ru/bcode/560607> (data obrashcheniya: 10.07.2025). (In Russ.)
- Ivanov, B. N. (2025). *Diskretnaya matematika i teoriya grafov: uchebnik dlya vuzov*. Moskow: Izdatel'stvo Yurajt, (Vysshee obrazovanie). Tekst: elektronnyj / Obrazovatel'naya platforma Yurajt [sajt]. URL: <https://urait.ru/bcode/567929> (data obrashcheniya: 10.07.2025). (In Russ.)
- Kovalev, F. V. (2016). *Zolotoe sechenie v zhivopisi: uchebnoe posobie*. Moskow: RIP-holding. (In Russ.)
- Lapchik, M. P., Ragulina, M. I., Henner, E. K. (2004). *Chislennyye metody: Ucheb. posobie dlya stud. vuzov: ucheb. posobie*. Moscow: Izdatel'skij centr «Akademiya». (In Russ.)
- Pidou, D. (1979). *Geometriya i iskusstvo*. Moscow: Mir. (In Russ.)
- Svejgart, El. (2023). *Rekursivnaya kniga o rekursii*. SPb: Piter. (In Russ.)
- Vasyutinskij, N. A. (2006). *Zolotaya proporcija*. SPb: Izd-vo «DILYa». (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 17.07.2025
Принята к публикации 19.08.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-23-30

УДК
372.851**ЗАДАЧИ С «НЕОЖИДАННЫМ ОТВЕТОМ»
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ
ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ****Ветошкина Елена Сергеевна**к.п.н., доцент
elena.vetoshkina@mail.ru
г. Коломна**Леонова Жанна Константиновна**д.э.н., профессор
zh_leonova@mail.ru
г. Коломна**Хэкало Сергей Павлович**д.ф.-м.н., профессор
khekalo@mail.ru
г. КоломнаГосударственный социально-
гуманитарный университетГосударственный социально-
гуманитарный университетГосударственный социально-
гуманитарный университет

Аннотация. Современная цифровая трансформация общества и следующая за ней реструктуризация содержания образования диктуют новые задачи организации учебного процесса. Одной из таких глобальных задач выступает проблема зарождения и взросления функциональной грамотности школьников, в частности, математической. В настоящее время однозначного подхода к описанию технологий формирования компетенций функциональной математической грамотности (ФМГ) нет. Естественным, как нам видится, представляется простой и давно проверенный способ Дьёрдь Пойа «Если хотите научиться решать задачи, то решайте их!». В этой связи в настоящей заметке предлагается поразмышлять над следующими вопросами: что такое задача с «неожиданным ответом», как такие задачи возникают, какова их необходимость в формировании ФМГ? Приводятся и обсуждаются пять подобных теоретических и практических задач с различной «генетикой в рождении неожиданности» в ответе. Изучение и решение этих задач несомненно положительно влияет на динамику формирования ФМГ школьников и на совершенствование кругозора учителей математики.

Ключевые слова: математическая грамотность, функциональная математическая грамотность, задачи с неожиданным ответом.

Благодарности: Авторы благодарны учителям и школьникам, давшим критические замечания на материал, публикуемый в этой заметке.

«Ошибки составляют не менее важную часть математики, чем доказательства»

В.И. Арнольд, акад. РАН, из книги «Что такое математика?»

Введение

Уже более двадцати лет Институтом стратегии развития образования (ныне Институт содержания и методов обучения) Российской академии образования реализуется весьма

значимый и необходимый для учителей и учащихся проект «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся». Стоит отметить, что его цель не только в мониторинге, но и в учебно-методической помощи всем тем, кто решился узнать о функциональной грамотности и, в частности, о функциональной математической грамотности (Сайт ИСМО Минпроса РФ, 2025).

Подхватив идеи сотрудников Института стратегии развития образования, многие методисты ввели в практику преподавания школьного курса математики задачи с практическим содержанием, а что более важно – элементы научно-проектной деятельности, позволяющие учащемуся не только показать свои математические способности и их применение, но и стать творцом новых задач и новых идей. Это значимое для развития детей творчество породило ряд задач, на первый взгляд, тривиальных и непримечательных. Однако, на самом деле, их тривиальность только кажущаяся!

Приведём примеры таких заданий в целях знакомства читателей с задачами с «неожиданным ответом» и обсуждения необходимости изучения школьниками таких примеров.

Результаты

Для начала дадим определения (Миклашевич, 2021).

Определение 1. *Математическая грамотность школьника – система его знаний, умений, навыков и универсальных учебных действий в области математики.*

Определение 2. *Функциональная математическая грамотность школьника – его умение использовать математическую грамотность и личный жизненный опыт для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности.*

Если учитель принимает оба эти определения как руководство к действию, то вся его работа со школьниками должна постоянно сопровождаться методической парадигмой: «изучили теорию → отработали на тренажёре → показали жизненное применение → сами применили в жизни». А реальная жизнь, как известно, полна неожиданностей и сюрпризов. Например, Анна Элеонора Рузвельт пишет: «Опыт учит нас, что случается всегда неожиданное!» Исходя из этого, дадим ещё одно определение.

Определение 3. *Будем называть задачу «задачей с неожиданным ответом», если при её формулировке автор, по-видимому, рассчитывал получить ответ (решение), который (которое) на самом деле оказался (оказалось) другим (принципиально другим).*

Искушённый читатель, конечно, подвергнет критике это определение – что за «по-видимому»?!

Поясним. К такой задаче автором приведён либо правильный ответ с потенциально неправильным решением, либо ошибочный ответ (и дело не в невнимательности), либо приведено подмножество верных ответов, не совпадающее с множеством верных ответов.

Исходя из нашей практики, отметим, что такие задачи просто необходимы для учащихся: можно развивать их креативное мышление, предположив, что имел в виду автор, составляя эти задачи (Хэкало, 2020, 73-75); направить учащегося на применение глобальных компетенций, сообщив ему, что эта задача – задача с неожиданным ответом (Хэкало, 2020, 48-51); развивать у детей задатки ФМГ, организовав всего лишь на примере одной такой задачи целый научно-исследовательский проект (Колесова, 2023).

Перейдём к рассмотрению примеров.

Пример 1. Запишите три следующих числа последовательности: 3; 6; 11; 18; 27; ...; ...; Ответ (из пособия на сайте): 38; 51; 66.

Почему эта задача подпадает под Определение 3? Тут есть ряд причин: теоретическая – конечную подпоследовательность продолжить однозначно нельзя (но детям долго надо объяснять теорию, да и зачем это нужно?!); практическая, более интересная, – давайте «наполним» эту или аналогичную задачу жизнью. Пусть, например, температура воздуха в первые пять дней марта составляла 1°C, 2°C, 3°C, 4°C и 5°C. Какая температура воздуха будет в следующие три дня марта? Ответ. Любая (допустимая)! Могли ударить морозы или наступить оттепель! (Хэкало, 2020, 73-75).

Итак, это теоретическая задача с неожиданным ответом (приведён только один верный ответ из всего бесконечного множества правильных ответов), польза которой несомненна. Задачу можно перенести в жизненную плоскость, применив навыки ФМГ и организовав проект: теоретический – «Что такое последовательность, и как она задаётся?» или практический – «Последовательности в статистических наблюдениях».

Пример 2. В классе 26 учащихся, среди них два друга – Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Решение. Пусть один из друзей находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе окажутся 12 человек из 25 оставшихся одноклассников. Вероятность того, что второй друг окажется среди этих 12 человек, равна $p = 12/25 = 0,48$.

Ответ: $p = 0,48$.

Итак, это практическая задача с неожиданным ответом. Приведён правильный ответ с потенциально неправильным решением. Для решения задачи использована формула классической вероятности и, судя по решению, не описана суть соответствующего случайного эксперимента (а в этом её практическое содержание). Неверно определено количество элементарных исходов поставленного эксперимента и количество благоприятных элементарных исходов. Польза указанной задачи также несомненна: во-первых, не все коллеги при решении задачи из области теории вероятностей вспоминают и/или оговаривают условия и результаты случайного эксперимента, а это надо делать обязательно; во-вторых, из этой одной задачи можно подготовить целый проект (Хэкало, 2020, 48-51).

Пример 3. (фактически известна как «задача Арнольда»). Найдите площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 м и высотой 6 м, опущенной на гипотенузу из вершины прямого угла.

Эта теоретическая задача с неожиданным ответом (конечно, автор её решает правильно, но большинство детей и множество учителей попадают на весёлую манящую приманку – «всё легко!»). Неожиданность ответа, по-видимому, продиктована отсутствием или слабым присутствием компетенций по ФМГ: алгебраическая часть математической грамотности и простая человеческая психология быстро срабатывают и дают путь неправильного решения:

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = 30 \text{ (м}^2\text{)}.$$

ФМГ, на основе анализа задачи, подсказывает – такого треугольника не существует.

Эта задача не менее полезна, чем остальные. Работа (Колесова, 2023) тому в подтверждение: школьник ходил на кружок, услышал про эту задачу и про несколько подобных, и у него с учителем появился интересный проект по ФМГ.

Пример 4 (Петерсон, 2022). Зачеркните лишний цветок среди изображённых на рисунке.

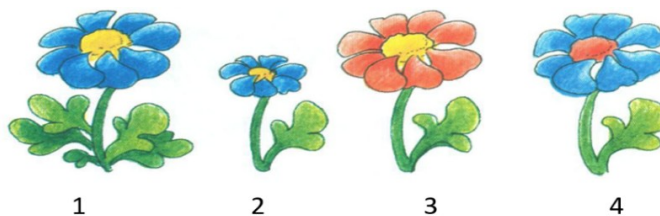


Рис. 1. Цветы-1

Это задача с практическим содержанием и, без сомнения, – с неожиданным ответом. Неожиданность в ответе продиктована неоднозначным пониманием слова «лишний» и, тем самым, неоднозначностью в выборе алгоритмического условия на «лишний» цветок. Но даже если ребенок (и/или взрослый) придёт к нескольким условиям, согласно которым определяется этот самый «лишний» цветок, то в конце «решения» его может ожидать интересный сюрприз – а какой ответ вообще правильный?!

Подробнее, если выбрано условие «высота стебля», то «лишним» является цветок №2:

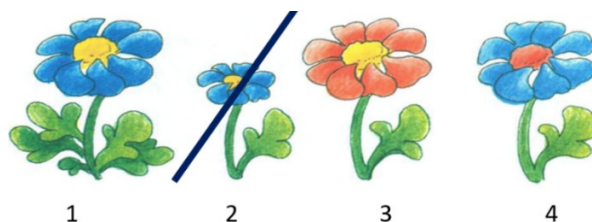


Рис. 2. Цветы-2

если выбрано условие «цвет лепестков», то «лишним» является цветок № 3:

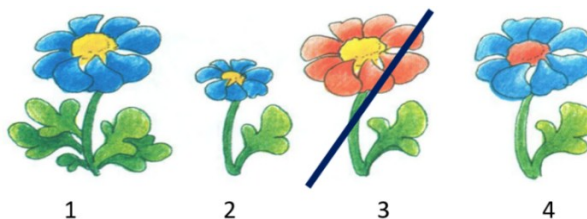


Рис. 3. Цветы-3

если выбрано условие «количество листьев», то «лишним» является цветок № 1:

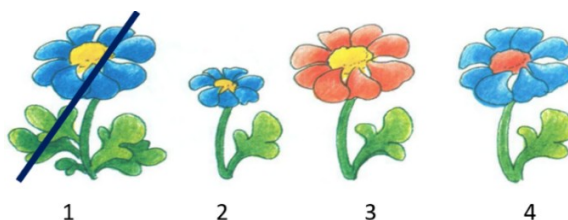


Рис. 4. Цветы-4

если выбрано условие «цвет сердцевин», то «лишним» является цветок № 4.

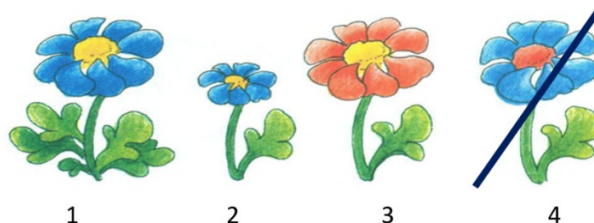


Рис. 5. Цветы-5

Итак, кажется правдоподобным дать ответ – «все цветы на рисунке – лишние».

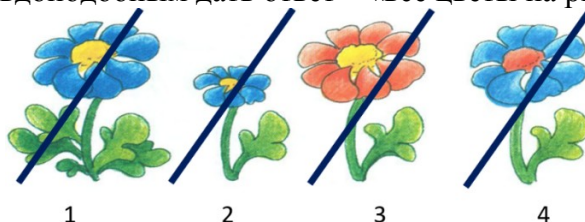


Рис. 6. Цветы-6

Однако в природе «лишних» не бывает, и можно дать вполне неожиданный ответ – нет нужды зачеркивать!

На наш взгляд, это очень красивая и нужная задача не только для дошколят (кому её адресовали авторы), но и для учителей математики основной школы. Выбор алгоритмов перебора, равновероятные условия выбора, неопределённость (неоднозначность) в выборе ответа с точки зрения функциональной грамотности и глобальных компетенций – всё это

можно отработать на одной задаче, развивая кругозор учащихся и их правильное понимание ответа на вопрос «Что такое математика?».

Пример 5 (Равичев, 1999). В 9 классе «А» действует мини-рынок компакт-дисков. Продавцами являются Маша, Саша, Даша и Паша. В таблице указано, сколько дисков готов продать каждый из них.

Таблица 1.
Предложение на рынке компакт-дисков

Продавец	Количество дисков, которое готов продать продавец (штук)	Цена, по которой продавец готов продавать свои диски (руб./диск)
Маша	1	20
Саша	2	40
Даша	3	60
Паша	5	100

Покупателями являются Коля, Оля, Толя и Поля. В следующей таблице указано, сколько дисков готов купить каждый из них.

Таблица 2.
Спрос на рынке компакт-дисков

Покупатель	Количество дисков, которое хочет купить покупатель (штук)	Цена, которую готов заплатить покупатель (руб./диск)
Коля	1	100
Оля	2	80
Толя	3	40
Поля	5	20

Постройте графики спроса и предложения компакт-дисков в классе, определите равновесную цену и равновесное количество.

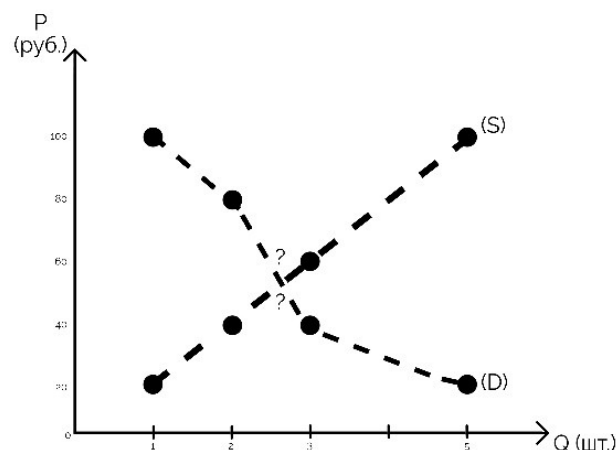


Рис. 7. Дискретная модель

Эту задачу тоже отнесём к группе задач с неожиданным ответом. Природа неожиданности может быть заключена в предположении о точечных графиках, как того «требуют» заданные таблицы, и в предчувствии не более чем одного ответа (если учащиеся знакомы с непрерывными функциями спроса и предложения и соответствующими законами спроса и предложения) на равновесные цену и количество компакт-дисков (рис. 7).

В результате, ложным ответом к задаче могут явиться указанные дискретные графики. Поэтому может показаться, что равновесие на таком мини-рынке отсутствует, поскольку

понятие полезности компакт-дисков требует их целостности (нельзя полезно купить 2,5 компакт-диска).

Такой подход к ответу явно обусловлен применением формальной математической грамотности (построение графика последовательности) к решению экономической модели без учёта реалий жизни. Однако применение функциональной математической грамотности подсказывает явление так называемого эффекта накопления для количества товара. Опишем этот эффект подробнее. Построение кривой предложения (S), согласно данным таблицы «Продавец», подчинено закону предложения. При цене $P < 20$ руб. продавцы диски не предлагают, $Q_S = 0$ шт.; при $20 \text{ руб.} \leq P < 40 \text{ руб.}$ продавцы готовы продать один диск, $Q_S = 1$ шт.; при $40 \text{ руб.} \leq P < 60 \text{ руб.}$ – $Q_S = 1 + 2 = 3$ шт. (ведь Маша, скорее всего, согласится продать свой единственный диск ещё дороже!); при $60 \text{ руб.} \leq P < 100 \text{ руб.}$ – $Q_S = 1 + 2 + 3 = 6$ шт.; при $P \geq 100 \text{ руб.}$ – $Q_S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 11$ шт.

Итак, имеем

$$Q_S = \begin{cases} 0, & P < 20 \text{ руб.}, \\ 1, & 20 \text{ руб.} \leq P < 40 \text{ руб.}, \\ 3, & 40 \text{ руб.} \leq P < 60 \text{ руб.}, \text{ (шт.)} \\ 6, & 60 \text{ руб.} \leq P < 100 \text{ руб.}, \\ 11, & P \geq 100 \text{ руб.} \end{cases}$$

На основе закона спроса, для кривой спроса (D), также имеем:

$$Q_D = \begin{cases} 5 + 3 + 2 + 1, & P \leq 20 \text{ руб.}, \\ 3 + 2 + 1, & 20 \text{ руб.} < P \leq 40 \text{ руб.}, \\ 2 + 1, & 40 \text{ руб.} < P \leq 80 \text{ руб.}, \\ 1, & 80 \text{ руб.} < P \leq 100 \text{ руб.}, \\ 0, & P > 100 \text{ руб.}; \end{cases} = \begin{cases} 11, & P \leq 20 \text{ руб.}, \\ 6, & 20 \text{ руб.} < P \leq 40 \text{ руб.}, \\ 3, & 40 \text{ руб.} < P \leq 80 \text{ руб.}, \text{ (шт.)} \\ 1, & 80 \text{ руб.} < P \leq 100 \text{ руб.}, \\ 0, & P > 100 \text{ руб.} \end{cases}$$

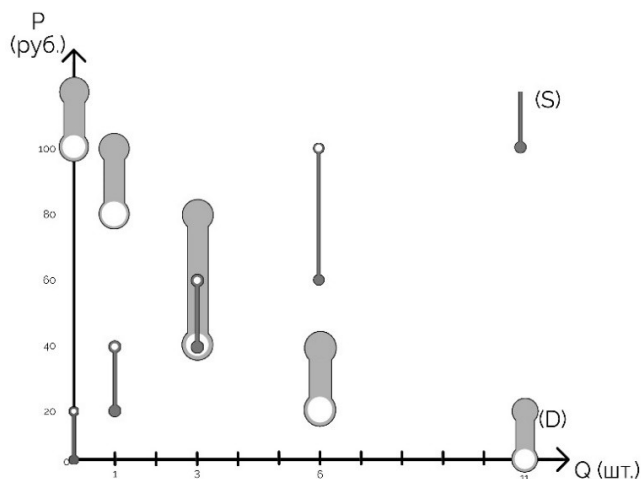


Рис. 8. Квази-непрерывная модель

Эффект накопления проявляет себя благодаря свойству «квази-непрерывности» цены (относительно неожиданному, но имеющему место в жизни). Итак, кривые спроса (D) и предложения (S) являются графиками соответственно невозрастающей и неубывающей функций количества Q от цены P (это важно для теоретической математики) и не являются графиками функций цены P от количества Q (что проявляется в практической экономике в силу свойства полезности товара) в силу многозначности.

В результате, верным ответом к задаче являются указанные графики, множество равновесных цен $P_E \in (40 \text{ руб.}; 60 \text{ руб.})$ и равновесное количество $Q_E = 3$ шт.

Указанный пример – полезная практическая задача с красивой математической моделью и ярко выраженным применением ФМГ для её решения. Разница в полученном

нами ответе на основе модельного решения с ответом, приведённым в пособии, – «Равновесная цена установится в диапазоне свыше 40 руб. до 60 руб. (включительно). Равновесное количество будет равно 3», – в правильном применении скобки. Ответ: Равновесная цена установится в диапазоне свыше 40 руб. и менее 60 руб. Равновесное количество будет равно 3.

Заключение

Приведённые примеры показывают, что задачи с «неожиданным ответом», при их правильной интерпретации и представлении учащимся, способны не только активно стимулировать познавательную деятельность детей, развивать их творческие способности, но и запускать скрытые в подсознании ребят механизмы самостоятельной научной работы. Таким образом, представленные задания гипотетически подтверждают необходимость их применения в практике организации проектно-исследовательской деятельности школьников с целью формирования и/или развития их компетенций в области ФМГ.

Список литературы

- Колесова Е.А., Колодяжный А.С., Хэкало С.П. Пять «орешков» для ученика: проекты, развивающие функциональную математическую грамотность // Научно-методические основы формирования функциональной грамотности: теория и практика современной школы, Коломна, 2023 г. Коломна: ГОУ ВО МО «ГСГУ», 2023. С. 46-51.
- Миклашевич Ю.И., Хэкало С.П. Задачи на развитие функциональной математической грамотности учащихся 5-7 классов: «Пастильная фабрика в Коломне» // Математика для школьников. 2021. № 1. С. 26-38.
- Петерсон Л.Г., Кочемасова Е.Е. Игралочка. Математика для детей 3-4 лет. ФГОС ДО. Часть 1. М.: Просвещение/Бином, 2022.
- Равичев С.А., Григорьев С.Э., Протасевич Т.А., Свахин А.С. Задачи по экономике с решениями. 8–11 классы. 2-е изд., перераб. и доп. М.: МЦЭБО, 1999.
- Хэкало С.П. Об одной псевдозадаче про последовательность // Математика в школе. 2020. № 2. С. 73-75.
- Хэкало С.П. Об одной аттестационной задаче по теории вероятностей // Математика в школе. 2020. № 3. С. 48-51.
- URL: <https://www.instrao.ru/> (дата обращения 12.08.2025).
- URL: <https://drive.google.com/file/d/1Yz7l6EFm1ituWp06gDiy8gt1siJh1QJ/view> (дата обращения 12.08.2025).
- URL: <https://ege.sdamgia.ru/problem?id=320192> (дата обращения 12.08.2025).
- URL: <https://old.mccme.ru/free-books/izdano/2004/VIA-taskbook.pdf> (дата обращения 12.08.2025).

THE PROBLEMS WITH "UNEXPECTED ANSWER" AND THEIR APPLICATION IN PROCESS FORMATION OF FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY OF SCHOOLCHILDREN

Vetoshkina E. S. Ph.D (Mathematics), Associate Professor elena.vetoshkina@mail.ru	Kolomna University
Leonova Zh. K. Dr. Sci. (Economics), Professor zh_leonova@mail.ru Kolomna	Kolomna University
Khekalo S. P. Dr. Sci. (Mathematics and Physics), Professor khekalo@mail.ru Kolomna	Kolomna University

Abstract. The modern digital transformation of society and the subsequent restructuring of the content of education new tasks for organizing the educational process is dictate. The problem of the origin and maturation of the functional literacy of schoolchildren, in particular, mathematical is one of these global tasks. Currently, there is no unambiguous approach to the description of technologies for the formation of competencies in functional mathematical literacy (FML). We see that György Poya's simple and long-proven way "If you want to learn how to solve problems, then solve them!" seems natural. In this regard, the present note proposes to reflect on the following questions: what is a task with an "unexpected answer," how such tasks arise, what is their need to form FML? Five similar theoretical and practical problems with different "genetics in the birth of surprise" in the answer are presented and discussed. The study and solution of these problems undoubtedly has a positive effect on the dynamics of the formation of schoolchildren FML and on the improvement of the horizons of mathematics teachers.

Keywords: mathematical literacy, functional mathematical literacy, problems with an unexpected answer

References

- Khekalo, S. P. (2020). Ob odnoj psevido zadache pro posledovatel'nost'. *Matematika v shkole*, 2, 73-75.
- Khekalo, S. P. (2020). Ob odnoj attestacionnoj zadache po teorii veroyatnostej. *Matematika v shkole*, 3, 48-51.
- Miklashevich, U. I., Khekalo, S. P. (2021). Zadachi na razvitie funkcional'noj matematicheskoy gramotnosti uchashikhsya 5-7 klassov: "Pastil'naya fabrika v Kolomne". *Matematika dlya shkol'nikov*, 1, 26-38.
- Kolesova, E. A., Kolodyazhnij, A. S., Khekalo, S. P. (2023). Pyat' "oreshkov" dlya uchenika: proekti, razvivaushie funkcional'nyu matematicheskuyu gramotnost' [Five "nuts" for the schoolchildren: projects that develop functional mathematical literacy]. *Nauchno-metodicheskie osnovy formirovaniya funkcional'noj matematicheskoy gramotnosti: teoriya i praktika sovremennoj shkoli* (pp. 46-51). Kolomna: GOU VO MO GSGU. (In Russ.).
- Peterson, L. G., Kochemasova, E. E. (2022). *Igralochka. Matematika dly detej 3-4 let*. GEF DO. Chast' 1. Moscow: Prosveschenie/Binom. (In Russ.).
- Ravichev, S. A., Grigoriev, S. E., Protasevich, T. A., Svakhin, A. S. (1999). *Zadachi po ekonomike s resheniyami. 8-11 klassi*. Moscow: MCEBO. (In Russ.).
- URL: <https://www.instrao.ru/> (last viewed 12.08.2025)
- URL: <https://drive.google.com/file/d/1Yz7l6EFm1ituUWp06gDiy8gt1siJh1QJ/view> (last viewed 12.08.2025).
- URL: <https://ege.sdangia.ru/problem?id=320192> (last viewed 12.08.2025).
- URL: <http://www.itmathrepetitor.ru/arnold-zadachi-dlia-detei/> (last viewed 12.08.2025).

Статья поступила в редакцию 30.07.2025
Принята к публикации 28.08.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-31-41

УДК
372.851**ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ШКОЛЬНОГО КУРСА
ПЛАНИМЕТРИИ****Дятлов Владимир Николаевич**

к.ф.-м.н., доцент

vndyatlov@yandex.ru

г. Новосибирск, г. Владикавказ

Малова Ирина Евгеньевна

д.п.н., профессор

mira44@yandex.ru

г. Брянск, г. Владикавказ

Новосибирский государственный университет,
Южный математический институт
Владикавказского научного центра РАН РФБрянский государственный университет
имени академика И.Г. Петровского,
Южный математический институт
Владикавказского научного центра РАН РФ

Аннотация. Вопрос «Ради чего учащимся стоит изучать тот или иной учебный предмет?» приводит к необходимости определения образовательного потенциала данного учебного предмета. В качестве цели использования образовательного потенциала учебного предмета будем считать формирование универсальных учебных действий и общекультурных компетенций. Проблема культуросоздающей функции математического образования является областью исследований в рамках гуманитаризации образования. *Научная новизна* исследования заключается в том, что в нём впервые раскрываются составляющие образовательного потенциала школьного курса планиметрии. Основным методом исследования был метод анализа: анализировались научно-методические источники, тексты учебника планиметрии, пособия для учителя с комментариями к учебнику, созданные В. Н. Дятловым, занятия с учителями. Кроме того, опирались на понятие принципа обучения, под которым понимаем вслед за М. Н. Скаткиным, нормативное положение, которое охватывает своим направляющим, регулирующим влиянием содержание, методы, дидактические средства обучения и не сводится ни к каким другим положениям, не заменяется ими. Таким принципом обучения является принцип научности, который, на наш взгляд, в отличие от взгляда Ю.К. Бабанского, относится не только к содержанию учебного предмета, но и к методике организации его освоения учащимися. Перспективы развития исследования связаны с раскрытием образовательного потенциала других разделов школьного курса математики.

Ключевые слова: образовательный потенциал учебного предмета, гуманитаризация математического образования, планиметрия, принцип научности

Введение

Одним из центральных вопросов при изучении геометрии является вопрос целесообразности: зачем изучать эти понятия, учиться доказывать теоремы, запоминать массу фактов, в жизни вряд ли потребующихся? Вопросы неспроста, обычно в качестве ответа на них говорят, что геометрия развивает логическое мышление, а также помогает в простых жизненных ситуациях. Насчет ситуаций спорить не будем, действительно помогает, но не очень большой объем геометрической информации и совсем немного несложных правил. Действительно ли предлагаемые в учебнике формулировки утверждений и особенно

их доказательства формируют логическую культуру или, напротив, отвращают от рассуждений за счет их излишнего формализма и искусственности? Действительно ли учебник геометрии формирует логическое мышление? Действительно ли учебник геометрии формирует универсальные учебные действия?

Не секрет, что изучение планиметрии и вообще геометрии в школе далеко не столь успешно, сколь могло бы быть. Размышление над вопросом, в чем причина такого явления, приводит к обращению внимания на несколько обстоятельств, одним из которых является воздействие учебников на образовательный процесс.

На *первом этапе* исследования проводился анализ школьного учебника планиметрии (Атанасян, 2020) с целью выявления его образовательного потенциала.

На *втором этапе* исследования для обсуждения связанных с учебником вопросов было принято решение провести в течение учебного года в рамках Владикавказского педагогического математического марафона цикл бесед, содержащих комментарии к наиболее распространенному учебнику планиметрии, и такой цикл состоялся. Было проведено обсуждение почти всего материала учебника, выявлены его положительные черты и обращено внимание на возможности повышения эффективности учебного процесса при изложении отдельных вопросов, для чего предлагались некоторые методические рекомендации. Площадка Владикавказского педагогического математического марафона была выбрана по той причине, что, во-первых, в ней принимают участие учителя из разных регионов, во-вторых, за время ее работы сформировался коллектив слушателей, способных и готовых к учету возникающих рекомендаций в своей работе. Позитивное отношение слушателей к комментариям учебного материала побудило В.Н. Дятлова обеспечить запись изложенного материала.

На *третьем этапе* строилось обобщение результатов в рамках научных и методических публикаций в виде статей и пособий, где изложены собственно комментарии, в данной статье рассматриваются вопросы образовательного характера, связанные с особенностями изложения материала в учебнике с точки зрения универсальности учебных действий и формирования общекультурных компетенций. Одним из периодов, оказывающих существенное влияние на изучение всего курса планиметрии, является седьмой класс, и на материале этого класса обсуждались проблемы образовательной составляющей при изучении геометрии в седьмом классе на конференции во Владикавказе в 2025 г. (Дятлов, Малова, 2025).

Гипотеза исследования заключалась в том, что если выделить методологические основы учебного предмета, разработать ориентировочные основы осуществления метапредметной деятельности при изучении планиметрии, учесть межпредметные и метапредметные связи содержания предмета и процесса его освоения, то полученные результаты могут оказать методическую помощь учителю в обучении планиметрии и помогут учащимся в понимании и усвоении учебного предмета, в формировании универсальных учебных действий и общекультурных компетенций.

Подтверждение гипотезы опирается на применение принципа научности, предусматривающего учёт математических основ планиметрии и психолого-педагогических основ обучения. Применение учителями выявленного образовательного потенциала в своей практике требует дальнейшего исследования.

Результаты

Введение образовательных стандартов школьного и вузовского образования требуют освоения обучающимися универсальных учебных действий и компетенций. Однако содержательная составляющая понятий «универсальные учебные действия», «компетенции» применительно к учебным предметам отсутствует. Такая ситуация вызвала необходимость исследования различными учёными понятия «образовательный потенциал».

Соединение смысловой составляющей понятий «потенциал» и «образование» рассматривается в научно-методических источниках с различных точек зрения: с позиций

каждого человека и населения в целом; с позиций процесса освоения учебного предмета; с позиций содержания учебного предмета.

Х.М. Хаджалова (Хаджалова, 2021) – доктор экономических наук – раскрывает понятие образовательного потенциала населения и методику его оценки.

В.Ш. Набиев (Набиев, 2015) делает вывод о том, что имеющиеся средства и возможности (потенциал) могут выступать условиями успешности образовательного процесса, и раскрывает три аспекта понятия «потенциал образовательного пространства»: нравственно-правовой (потенциал системы или образовательного учреждения); личностный аспект (потенциалы обучающихся и обучающихся); технологический аспект (потенциал процесса в значении качества его организации).

Г.С. Микаелян (Микаелян, 2015) раскрывает образовательный потенциал процесса обучения математике с позиций таких ценностей, как добро, любовь, справедливость, добродетель.

В.Б. Моисеев – преподаватель математических дисциплин и В.М. Федосеев – преподаватель технических дисциплин (Моисеев, Федосеев, 2014) рассматривают образовательный потенциал математических дисциплин в техническом вузе с позиций их роли в формировании инженерного стиля мышления, для которого характерны конкретность, предметность, образность, а также предлагают акцентировать внимание студентов на методы получения научных знаний.

В статье Е.В. Козловой (Козлова, 2017) раскрывается потенциал всех предметов начальной школы, при этом акцент делается на возможности этих предметов для формирования учебных действий. Применительно к математике отмечаются логические и алгоритмические познавательные действия, включая знаково-символические, а также действия по планированию – выстраиванию последовательности действий по решению задач.

Проблема культуросозидающей функции математического образования является областью исследований в рамках гуманитаризации образования.

Т.А. Иванова (Иванова, 1998) выделяет три подхода к выявлению гуманитарного знания в математике. *Первый подход* связан с понятием гуманитарной культуры, ядро которой составляют: культура мышления, культура чувств, культура языка и речи, культура общения и поведения, культура общественно-исторического сознания. *Второй подход* связан с методологическими знаниями. Методологические знания позволяют организовать поисковую деятельность учащихся, соответствующую этапам и логике научной деятельности, овладевать методами научного познания. *Третий подход* связан с обеспечением понимания и осмысления знаний учащимися, которые могут быть достигнуты в результате напряжённой интеллектуальной и эмоционально окрашенной деятельности обучающихся. Т.А. Иванова к гуманитарному потенциалу математики относит особую организацию работы с теоремами. Л.Г. Шестакова (Шестакова, 2015) выделяет характеристики наиболее распространенных затруднений школьников при работе с теоремой и предлагает приёмы по устранению и предупреждению этих затруднений, обозначает возможности процесса работы с теоремой для формирования универсальных учебных действий.

А.Х. Назиев (Назиев, 1999) обращает внимание на характеристику «гуманитарный» применительно к образованию. Он подчеркивает, что вплоть до конца 19-го века образовательные дисциплины разделялись на гуманитарные и остальные не по предмету изучения, а характеру воздействия на человека, и основным гуманитарным предметом считалась математика, ибо именно она эффективнее всего формирует способность к преобладанию разума в поведении человека. А.Х. Назиев пишет (Назиев, 1999, с. 35): «Гуманитарное образование – это процесс становления духовно культурной и, значит, свободной личности, то есть личности, способной руководствоваться разумом в своих убеждениях и помыслах. Главную роль в таком образовании играет математика».

Обратим внимание на статью В.А. Тестова (Тестов, 2015) о реализации развивающего потенциала математических задач для развития мышления учащихся, в которой выделены схемы математического мышления: логические, алгоритмические, комбинаторные, образно-геометрические.

Обобщая различные представления понятия образовательного потенциала учебного предмета, можно сказать, что они содержат три направления, которые можно назвать следующим образом: методологическое, ориентировочное, процессуальное, и имеют цель его раскрытия и использования – способствовать формированию предметных, метапредметных и личностных результатов обучения.

Методологические основы предмета дают возможность учащимся решать различные образовательные задачи этого предмета, ориентировочные основы предметной и метапредметной деятельности дают возможность достичь соответствующих результатов в этой деятельности, межпредметные и метапредметные связи содержания предмета и процесса его освоения дают возможность использовать приобретённый опыт в динамике развития содержания обучения и опыта его освоения.

Таким образом, под **образовательным потенциалом учебного предмета** будем понимать методологические основы учебного предмета, ориентировочные основы предметной и метапредметной деятельности, межпредметные и метапредметные связи содержания и процесса его освоения.

Выделим условия, которые рекомендуем соблюдать при использовании образовательного потенциала учебного предмета.

Условие 1. Обеспечить ведущую роль учащихся в рамках учебных диалогов. Это условие вытекает из положений личностно ориентированного обучения, сторонниками которого являются авторы статьи.

Условие 2. Демонстрировать общность подходов к взаимодействию с геометрическими объектами. Общность подходов позволяет формировать ориентировочные основы предметной и метапредметной деятельности, выделять межпредметные и метапредметные связи.

Условие 3. Обеспечить успешную самостоятельность деятельности учащихся.

Насчет привлечения учеников к изучению геометрии можно отметить, например, такое наблюдение. Деятельный интерес у учащихся может проявляться к тому материалу, в котором они могут либо самостоятельно, либо с небольшой поддержкой учителя совершать какие-то действия, создавать что-то новое, пусть примитивное, но свое. При этом практическая направленность может уступить первенство удовлетворению от создаваемых изделий, будут ли это материальные вещи или решенные геометрические задачи. Важно, чтобы была способность в их достижении, и тогда интерес может проявиться больший, чем от практических результатов (типа расчетов параметров автомобильных шин).

Раскроем образовательные составляющие курса планиметрии. Они связаны с ответами на ряд вопросов диалога с учащимися.

Вопрос 1. «Как устроены многие области знаний?».

При обсуждении этого вопроса предлагаем *методический приём* – использовать аналогию структуры геометрии и общих принципов устройства знаний.

Для формирования способности к созданию чего-то нового в рамках геометрии можно попробовать проводить аналогии, ассоциации с какими-то простыми обычными системами. Например, можно отмечать, что, как и во многих областях знаний, в геометрии выделяются первичные объекты, представляющие собой абстрактные понятия, можно сказать геометрические примитивы, это точки, прямые, лучи. Определить их внутри геометрии невозможно, поэтому они даются в описательном стиле и применительно к ним естественны вопросы: каковы их свойства и как они между собой взаимодействуют? После появления примитивов естественно создавать из них простейшие детали, к которым относятся отрезок и угол. Кстати, к простейшим можно отнести такие детали, равенство которых можно гарантировать по равенству их размеров – длины отрезка или величины угла. Затем

появляются более сложные конструкции и с ними естественно приходят новые свойства. На этом этапе уже можно развивать средства обращения с имеющимися деталями. В частности, для каждого вида деталей должен быть набор средств, позволяющих их использовать для решения каких-то задач. Эти средства суть утверждения о рассматриваемых деталях.

Таким образом, учащиеся получают представление о том, что в планиметрии выделяются первичные понятия (примитивы) и способы обращения с этими понятиями (инструменты), затем появляются новые понятия (детали) и их основные характеристики, затем рассматриваются новые понятия (конструкции) и их основные характеристики. При этом характеристики основных понятий и их взаимодействие отражены в аксиомах, а дополнительные характеристики новых понятий и их взаимодействие отражены в утверждениях.

При создании новых деталей естественно обращать внимание на их появление, то есть на текст, характеризующий определяемое понятие. Если новое понятие задается описанием его структуры (например, определение треугольника), то при его использовании или обнаружении надо проверять наличие всех характеризующих его обстоятельств. Если деталь определяется взаимным расположением относительно других деталей (например, медиана треугольника, биссектриса угла), то надо обращать внимание на расположение.

Вопрос 2. «Как догадаться, какие шаги рассуждения нужно сделать, чтобы прийти к нужному заключению?»

Большой образовательный потенциал содержится в доказательствах, а именно в их стиле. Предлагаемые в учебнике доказательства предназначены для того, чтобы убедить учащегося в справедливости сформулированных утверждений и несут научный статичный характер с отсутствующими деталями их естественного развития. Однако вряд ли есть суровая необходимость убеждать в справедливости теорем, они многократно доказаны и их справедливость сомнения не вызывает. Тогда зачем приводить доказательства? В таком стиле, возможно, незачем. Образовательный потенциал проявляется, если учащиеся принимают участие в создании формулировок теорем, в открытии идеи доказательства, в развитии идеи как внутри теоремы, так и при ее переносе на иные доказательства. В них должны просматриваться цель, признак ее достижения, обсуждаться признаки применимости тех или иных инструментов для возможного достижения цели, возможность проверки признаков достижения и т. п. Доказательства надо излагать в динамичном стиле, в частности, переходя от простых чертежей к более оснащенным на основе накапливающейся информации, использовать сравнительно часто встречающиеся цепочки рассуждений. При таких доказательствах есть шанс получить развитие, а не отторжение.

Предлагаем *методические приёмы*:

- Использование общих подходов к поиску доказательства (переформулирование требования; метод анализа; метод синтеза).
- Мотивация выбора шагов доказательства.
- Раскрытие способов доказательства (предполагается раскрытие таких характеристик: название способа, схема реализации, теоремы, в которых применяется).

Приведем примеры переформулирования требования.

При изучении первого признака параллелограмма (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм) переформулированию требования помогает вопрос «Какие факты надо доказать, чтобы четырехугольник был параллелограммом?».

При изучении признака параллельности прямых через равенство накрест лежащих углов переформулированию требования помогает вопрос «Какой признак параллельности прямых уже известен и используется при построении параллельных прямых с помощью чертежного треугольника?», который помогает сформулировать идею доказательства: если удастся доказать, что прямые a и b перпендикулярны какой-то третьей прямой, то они окажутся параллельными.

Приведём примеры мотивации шагов.

1. Выбор метода доказательства равенства фигур через равенство треугольников мотивирует вопрос: «Как доказывают равенство углов или отрезков?».

2. Выбор метода от противного мотивирует вопрос: «Каким методом обычно доказывают утверждения о взаимном расположении фигур?».

3. Выполнение дополнительного построения мотивирует вопрос: «Как поступают, когда данные расположены разрозненно?».

Приведем пример раскрытия способа доказательства.

Название «Найди фигуру, которая поможет доказать теорему».

Схема реализации раскрывается в ответах на вопросы диалога:

1. Какие фигуры образовались на чертеже?
2. Какими свойствами обладают известные фигуры?
3. Какой вывод можно сделать?

Теоремы, в которых применяется: свойство смежных углов, свойство вертикальных углов.

В курсе планиметрии 7 класса используются следующие *способы доказательства теорем*:

1. Метод от противного (теоремы о двух прямых, перпендикулярных третьей, о единственности перпендикуляра к прямой, о пересечении двух параллельных прямых третьей, о транзитивности параллельности).

2. Использование перегибания (теоремы о двух прямых, перпендикулярных третьей).

3. Метод полной индукции (третий признак равенства треугольников, первый признак параллельности прямых через секущую).

4. Использование наложения (первый и второй признаки равенства треугольников).

5. Сведение к определению или к доказанному ранее признаку (признаки параллельности прямых).

6. Использование угла-посредника (соотношения между сторонами и углами треугольника).

7. Доказательство существования через выстраивание цепочки построений (существование перпендикуляра к прямой).

8. Доказательство равенства фигур с использованием признаков равенства треугольников (свойства равнобедренного треугольника).

9. Использование приёма «Найди фигуру, которая поможет доказать теорему» (свойства смежных и вертикальных углов).

Знание способа доказательства теоремы помогает учащимся не только понять логику доказательства, но и самостоятельно доказать теорему.

Если в доказательстве встречается слово «очевидно», то его надо воспринимать как «нетрудно доказать». Рекомендуется учащимся попробовать доказать.

О методах доказательств в рамках геометрии седьмого класса можно отдельно порассуждать. Поскольку начальный материал имеет большую интуитивную составляющую, естественно при использовании его в доказательствах также обращаться к наглядным средствам. У любителей формализма такое обращение может вызывать недоумение, однако если целью доказательств считать формирование логической культуры, то можно считать, что предварительная договоренность об относительной строгости рассуждений компенсируется тщательностью ее использования. Имеется в виду, например, доказательство утверждения методом перегибания листа, явно нематематическим, однако эффективно и честно используемым. Если мы по возможности корректно и системно его применяем, то образовательная ценность имеет приоритет перед недостаточной формализованностью.

Характер доказательств должен соответствовать характеру используемых при этом определений. Например, при доказательствах некоторых признаков равенства треугольников путем наложения важно подчеркивать необходимость проверки всех, пусть даже не очень формальных, свойств, характеризующих такое равенство. Здесь образовательную ценность имеет выбор средств для доказательства, например, анализ ситуации, позволяющий

выбирать для доказательства соответствующий инструмент, а именно либо проверку определения, либо проверку условий уже доказанных утверждений.

Создание доказательств формирует внимательность, наблюдательность, способность среди имеющегося материала выбирать наиболее подходящий для достижения поставленной цели, и в этом их огромная образовательная ценность.

Вопрос 3. «Как применять изученное определение, изученную теорему?»

Представим *методические приёмы*.

Приём раскрытия действий по применению определений в обе стороны.

В теоремах о свойствах параллелограмма параллелограмм дан по условию, значит, можно сделать вывод, что в нем противоположные стороны попарно параллельны, опираясь на определение параллелограмма.

При доказательстве первого признака параллелограмма в окончательном выводе можно опираться только на определение параллелограмма. Значит, нужно доказать, что в четырёхугольнике противоположные стороны попарно параллельны.

Прием раскрытия назначения теорем-свойств и теорем-признаков.

Теоремы-свойства позволяют понять, как данное понятие использовать во взаимодействии с другими понятиями. Теоремы признаки помогают выяснить, как среди других понятий распознать интересное.

На этом этапе развития естественно обсудить разные типы утверждений, относящихся к деталям, а именно свойства (необходимые условия) и признаки (условия достаточные). Поскольку большая часть геометрии связана со свойствами и признаками, на них надо постоянно обращать внимание, и в этом, в частности, проявляется формирование логической культуры.

Использование шаблонов при описании применения теоремы.

Поскольку любая теорема имеет условия, при применении теоремы сначала нужно доказать, что эти условия выполняются. Когда доказательство состоялось, делается вывод, соответствующий заключению теоремы, и указывается ссылка на соответствующую теорему. Такой подход алгоритмизирует рассуждения, в силу чего помогает учащимся при самостоятельной работе. Пример шаблона показан на рис. 1.

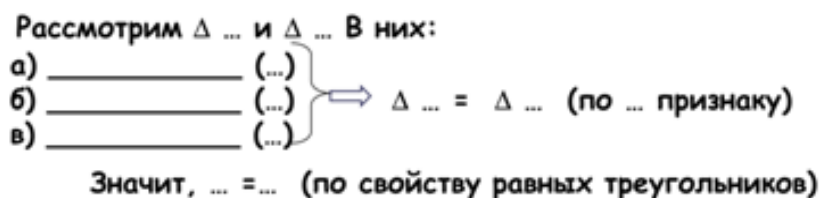


Рис. 1. Шаблон доказательства равенства фигур на основе равенства треугольников

Приём конструирования алгоритмов применения теоремы.

Учащимся задает вопрос: «Как доказать, что две прямые параллельны?», и при этом учитель изображает две параллельные прямые (рис. 2 а).

Учащиеся называют шаги доказательства параллельности прямых на основе доказанного признака через накрест лежащие углы, а учитель сопровождает их ответы дополнениями на рисунке:

1. Найти секущую (рис. 2 б).

2. Найти накрест лежащие углы (рис. 2 в) и убедиться в том, что накрест лежащие углы равны (рис. 2 г).

3. Сделать вывод о параллельности прямых.

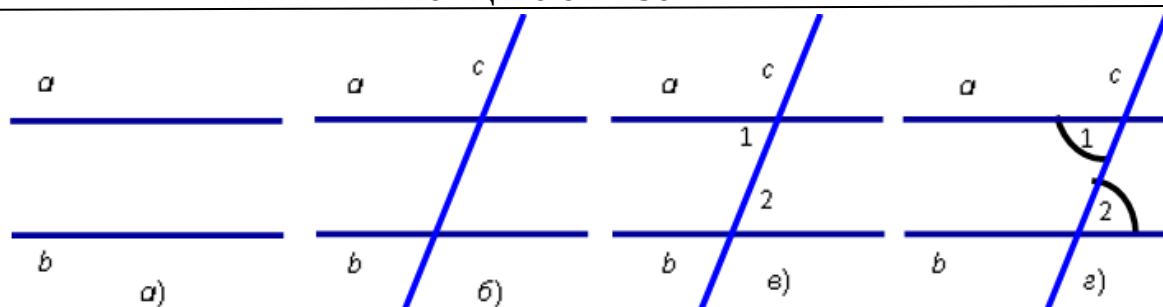


Рис. 2. Динамика составления алгоритма применения признака параллельности прямых

В качестве еще одной образовательной ценности учебника можно отметить материал, способствующий формированию алгоритмической культуры. Это относится не только к способам доказательства теорем, но и к применению теорем для определённых видов задач.

В учебнике довольно много внимания обращено задачам на построение. Однако в качестве мотивировки обращения к этому материалу была приведена не очень в современных условиях убедительная потребность выполнять простейшие геометрические манипуляции с использованием только циркуля и линейки без делений.

Разумеется, с практической точки зрения такие построения абсолютный анахронизм. Однако содержание задач на построение заключается в создании алгоритмов, обеспечивающих в заданных условиях требуемый результат, и в условиях необходимости поддержки алгоритмической культуры такие построения представляют собой большую ценность, ибо на простейшем материале позволяют формировать алгоритмы действий, а именно проследивать шаги, приводящие от данных к требуемому результату.

Заключение

Теоретическая значимость проведённого исследования заключается, во-первых, в раскрытии понятия «образовательный потенциал учебного предмета» через выделение трёх его составляющих; во-вторых, в выявлении образовательного потенциала в курсе планиметрии через анализ общих правил движения по предмету, а также возможностей учащихся в открытии новых знаний, в выделении ориентировочных основ применения теоретических знаний, в-третьих, в выделении трех условий использования образовательного потенциала учебного предмета.

Практическая значимость проведённого исследования заключается, во-первых, в создании методических рекомендаций по каждой составляющей образовательного потенциала школьного курса планиметрии, во-вторых, в описании последовательности экспериментальной методической работы, в-третьих, в создании ряда методических приёмов.

Список литературы

- Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 20-е изд. М.: Просвещение, 2020.
- Дятлов В.Н. Комментарии к учебнику планиметрии. 7 класс. Часть 1 // Математика. 2025. Февраль. С. 4–11.
- Дятлов В.Н. Комментарии к учебнику планиметрии. 7 класс. Часть 2 // Математика. 2025. Март. С. 32–40.
- Дятлов В.Н. Комментарии к учебнику планиметрии. 7 класс. Часть 3 // Математика. 2025. Апрель. С. 9–13.
- Дятлов В.Н. Комментарии к учебнику планиметрии. 7 класс. Часть 4 // Математика. 2025. Май. С. 44–52.
- Иванова Т.А. Гуманитаризация математического образования: Монография. Нижний Новгород: Изд-во НГПУ, 1998.

- Козлова Е.В. Потенциал учебных предметов в контексте формирования универсальных учебных действий младших школьников // Гаудеамус. 2018. №2 (36). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/potentsial-uchebnyh-predmetov-v-kontekste-formirovaniya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-mladshih-shkolnikov> (дата обращения: 13.06.2025).
- Микаелян Г.С. Моральные ценности и образовательный потенциал математики. Развивающий потенциал математического образования: школа – вуз: коллективная монография. Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». Соликамск: СГПИ, 2015. С. 5–28.
- Моисеев В.Б., Федосеев В.М. Педагогический потенциал математики в формировании инженерной культуры студента втуза // Общество: социология, психология, педагогика. 2014. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/pedagogicheskiy-potentsial-matematiki-v-formirovanii-inzhenernoy-kultury-studenta-vtuza> (дата обращения: 13.06.2025).
- Набиев В.Ш. Образовательный потенциал: дефиниции понятия, структура и значение в компетентностном подходе // Крымский научный вестник. 2015. №5-2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/obrazovatelnyy-potentsial-definititsii-ponyatiya-struktura-i-znachenie-v-kompetentnostnom-podhode> (дата обращения: 13.06.2025).
- Назиев А.Х. Гуманитарно ориентированное преподавание математики в общеобразовательной школе. Рязань: Рязанский областной институт развития образования, 1999.
- Тестов В.А. Использование потенциала математических задач для развития мышления учащихся. Развивающий потенциал математического образования: школа – вуз: коллективная монография. Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». Соликамск: СГПИ, 2015. С. 29–38.
- Хаджалова Х.М. Образовательный потенциал: понятие, содержание, методика оценки // УЭПС: управление, экономика, политика, социология. 2021. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/obrazovatelnyy-potentsial-ponyatie-soderzhanie-metodika-otsenki> (дата обращения: 13.06.2025).
- Шестакова Л.Г. Реализация развивающего потенциала теоремы (на материале школьного курса математики). Развивающий потенциал математического образования: школа – вуз: коллективная монография. Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». Соликамск: СГПИ, 2015. С. 39–56.

EDUCATIONAL POTENTIAL OF THE SCHOOL COURSE IN PLANE METRICS

Dyatlov V. N.
Ph.D (Mathematics),
associate professor
vndyatlov@yandex.ru
Novosibirsk, Vladikavkaz

Malova I. E.
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
mira44@yandex.ru
Bryansk, Vladikavkaz

Novosibirsk State University, Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences

Bryansk State Academician I. G. Petrovski University, Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences

Abstract. The question «Why should students study a particular subject?» leads to the need to determine the educational potential of that subject. We will consider the formation of universal educational actions and general cultural competencies as the goal of using the educational potential of a subject. The problem of the cultural-

creating function of mathematical education is a research area within the framework of the humanitarization of education. The scientific novelty of the study lies in the fact that it is the first to reveal the components of the educational potential of the school course of plane geometry. The main research method was analysis: scientific and methodological sources, texts of the plane geometry textbook, teacher's manuals with comments on the textbook created by V. N. Dyatlov, and classes with teachers were analyzed. In addition, we relied on the concept of the principle of teaching, which, following M. N. Skatkin, we understand as a normative position that encompasses the content, methods, and didactic tools of teaching and does not reduce to any other position or replace it. This principle of teaching is the principle of scientificity, which, in our opinion, differs from the view of Yu.K. Babansky in that it applies not only to the content of a subject, but also to the methodology of organizing the learning process.

Keywords: educational potential of a subject, humanitarization of mathematical education, planimetry, and the principle of scientificity

References

- Geometriya. 7–9 klassy: ucheb. dlya obshcheobrazovat. uchrezhdenii* / L.S. Atanasyan, V.F. Butuzov, S.B. Kadomtsev i dr. 20-e izd. M.: Prosveshchenie, 2020. (In Russ.).
- Dyatlov, V. N. (2025). Kommentarii k uchebniku planimetrii. 7 klass. Chast' 1. *Matematika*. Fevral'. 4-11. (In Russ.).
- Dyatlov, V. N. (2025). Kommentarii k uchebniku planimetrii. 7 klass. Chast' 2. *Matematika*. Mart. 32-40. (In Russ.).
- Dyatlov, V. N. (2025). Kommentarii k uchebniku planimetrii. 7 klass. Chast' 3. *Matematika*. April'. 9-13. (In Russ.).
- Dyatlov, V. N. (2025). Kommentarii k uchebniku planimetrii. 7 klass. Chast' 4. *Matematika*. Mai. 44-52. (In Russ.).
- Ivanova, T. A. (1998). *Gumanitarizatsiya matematicheskogo obrazovaniya*. Nizhnii Novgorod: Izd-vo NGPU. (In Russ.).
- Khadzhalova, K. M. (2021). Educational potential: concept, content, assessment methodology. UEHPS: upravlenie, ehkonomika, politika, sotsiologiya, 4. Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/obrazovatelnyy-potentsial-ponyatie-soderzhanie-metodika-otsenki>. (In Russ., abstract in Eng.).
- Kozlova, E. V. (2018). Potential of subjects in the context of formation of universal educational actions of younger school students. *Psychological-Pedagogical Journal «Gaudeamus»*, 2 (36). Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/potentsial-uchebnyh-predmetov-v-kontekste-formirovaniya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-mladshih-shkolnikov>. (In Russ., abstract in Eng.).
- Mikaelyan, G. S. (2015). Moral'nye tsennosti i obrazovatel'nyi potentsial matematiki. Retrieved from *Razvivayushchii potentsial matematicheskogo obrazovaniya: shkola – vuz Kollektivnaya monografiya. Solikamskii gosudarstvennyi pedagogicheskii institut (filial) FGBOU VPO «PGNIU». Solikamsk: SGPI, 5-28. (In Russ.).*
- Moiseyev, V. B., Fedoseyev, V. M. (2014). Educational potential of mathematics in formation of engineering culture of higher school students. *SOCIETY: Sociology, Psychology, Pedagogics*, 2. Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/pedagogicheskii-potentsial-matematiki-v-formirovanii-inzhenernoy-kultury-studenta-vtuza>. (In Russ., abstract in Eng.).
- Nabiev, V. (2015). Educational potential: concept definitions, its structure and significance in the context of competence approach. *Krymskii nauchnyi vestnik*, 5-2. Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/obrazovatelnyy-potentsial-definititsii-ponyatiya-struktura-i-znachenie-v-kompetentnostnom-podhode>. (In Russ., abstract in Eng.).

- Naziev, A. Kh. (1999). *Gumanitarno orientirovannoe prepodavanie matematiki v obshcheobrazovatel'noi shkole*. Ryazan', Ryazanskii oblastnoi institut razvitiya obrazovaniya. (In Russ.).
- Testov, V. A. (2015). Ispol'zovanie potentsiala matematicheskikh zadach dlya razvitiya myshleniya uchaschikhsya. Retrieved from Razvivayushchii potentsial matematicheskogo obrazovaniya: shkola – vuz. Kollektivnaya monografiya. Solikamskii gosudarstvennyi pedagogicheskii institut (filial) FGBOU VPO «PGNIU». Solikamsk: SGPI. 29-38. (In Russ.).
- Shestakova, L. G. (2015). Realizatsiya razvivayushchego potentsiala teoremy (na materiale shkol'nogo kursa matematiki). Retrieved from Razvivayushchii potentsial matematicheskogo obrazovaniya: shkola – vuz. Kollektivnaya monografiya. Solikamskii gosudarstvennyi pedagogicheskii institut (filial) FGBOU VPO «PGNIU». Solikamsk: SGPI. 39-56. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 22.08.2025

Принята к публикации 05.09.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-42-50

УДК
372.851

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОЕКТЫ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Фомина Татьяна Петровна

к.ф.-м.н., доцент
fomina_t_p@mail.ru
г. Липецк

Касторных Анастасия Сергеевна

nskastorntkhserg@mail.ru
г. Липецк

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный
педагогический университет имени
П.П. Семенова-Тян-Шанского»

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный
педагогический университет имени
П.П. Семенова-Тян-Шанского»

Аннотация. Современное школьное образование претерпевает значительные изменения. Объем знаний, который нужен сегодня человеку, всё больше, но в такой ситуации традиционные методы обучения делают упор лишь на механическом запоминании при решении типовых задач, как следствие у обучающихся может теряться мотивация к изучению предмета. Поэтому на первый план в образовании выходит задача повышения мотивации обучающихся к изучению математики. В силу этого необходимость развития математического образования объясняется потребностью в специалистах с высокой мотивацией и развитыми математическими способностями. Как следствие, необходимо решать данную проблему, для этого используются различные средства и инструменты. В настоящее время уделяется большое внимание проектной деятельности школьников, так как она развивает качества, которые как следствие необходимы человеку в будущем. В данной статье обсуждаются возможности математических проектов в развитии мотивации обучающихся, рассматриваются положительные и отрицательные стороны данного метода. Представляется разнообразная классификация математических проектов, так как такие проекты помогают обучающимся развивать свой творческий и умственный потенциал, повышать вовлеченность и любознательность. В результате анализа литературы была разработана тематика проектных работ для повышения учебной мотивации школьников к изучению математики. Предложены два проекта, выполненные школьниками. Диагностика работ продемонстрировала определенный рост уровня учебной мотивации к изучению математики и развитие определенных видов математических навыков. Кроме того, оценки учеников за проектную работу хорошо коррелируют с их общими оценками по математике.

Ключевые слова: проектная деятельность, проект, достоинства и недостатки, математика, мотивация, игры

Введение

В связи с обновлением федеральных образовательных стандартов, которые коснулись школьного математического образования, на передний план выходят такие задачи, как внедрение средств и методов, которые помогают обучающимся раскрывать свою личность, вырабатывать умения принимать решения (Кашицына, 2023). Профессиональный стандарт акцентирует внимание на том, что современный педагог должен создать условия, которые

будут способствовать воспитанию и развитию обучающихся, мотивировать их деятельность по освоению учебной дисциплины.

Формирование мотивации при обучении математике является важной составляющей, так как именно она помогает достигать поставленных целей и преодолевать трудности (Акимова, 2020).

Различными аспектами мотивации обучающихся к обучению занималось большое количество советских и российских учёных: Л.И. Божович, И.А. Зимняя, А.Н. Леонтьев, Л.М. Фридман и др. Так в работе Е.П. Акимовой можно увидеть, что «мотивация – это побуждение к активной деятельности личностей, коллективов, групп, связанное со стремлением удовлетворить определённые потребности» (Акимова, 2020). И.Ю. Новикова понятие мотивации трактует как «запускной механизм, который вызывает целенаправленную активность физиологического и психологического плана, управляющий поведением человека» (Новикова, 2021).

Обобщая, можно сказать, что мотивация – это совокупность факторов, которые побуждают человека к деятельности по средствам мотивов, потребностей, стимуляции поведения человека.

Важная составляющая мотивационной деятельности – это развитие (Акимова, 2020). Проблему формирования мотивации на уроках математики исследовали Г.М. Возняк, В.А. Гусев, И.В. Дробышева, М.А. Родионов и другие ученые и педагоги, акцентируя внимание на том, что необходимо использовать различные средства как отдельно, так и в комбинации. При этом выделяют следующие средства для ее развития:

- создание благоприятной среды (данное средство характеризуется созданием физического окружения, которое будет вдохновлять на работу);
- разнообразие форматов уроков (связано с тем, что монотонная работа утомляет, как следствие ученикам становится скучно учиться, тем самым пропадает мотивация к изучению предмета);
- подбор материала, который связан с реальной жизнью (акцентируется внимание на практической значимости);
- игровые моменты в процессе обучения;
- проектная деятельность (данное средство позволяет обучающимся работать над задачами, которые встречаются в реальной жизни и использовать математические методы для их решения);
- учет индивидуальных особенностей ученика (Дубынина, 2021).

Все они, несомненно, оказывают положительное влияние на развитие мотивации (Разумова, 2024).

В рамках нашего исследования остановимся на математических проектах.

Методология исследования

Проектная деятельность в обучении математике в настоящее время актуальна, поскольку она может представить процесс обучения более интересным и занимательным, способствуя при этом формированию устойчивой мотивации к учению. Проектная деятельность дает возможность школьникам применять теоретические знания на практике, развивая творческое мышление, исследовательские навыки и коммуникативные способности.

Другими словами, проектная деятельность является конструктивным инструментом, который способен не только повысить интерес к предмету, но и сформировать устойчивую мотивацию к учению. Проекты позволяют ученикам не просто пассивно усваивать информацию, но и активно участвовать в процессе обучения. Они становятся создателями и исследователями, решающими реальные проблемы.

Поэтому можно сказать, что метод проектов хорошо встраивается в современный деятельностный подход к обучению математике. Он заключается в стимулировании интереса обучающихся к определённым проблемам и через проектную деятельность предусматривает решение этих проблем.

Анализируя литературу по проектной деятельности и ее внедрению в учебный процесс (Н. Ю. Пахомова, Е.С. Полат, Сиденко, С.Т. Шацкий, И.Д. Чечель и др.), можно выделить ряд характеристик, присущих методу проектов: самостоятельность, решение проблемы, конкретный результат, установление причинно-следственных связей (Солощенко, 2024).

Проекты по математике обладают определенными целями, которые заключаются в расширении кругозора у обучающихся, развитии творческих способностей, включении в процесс саморазвития и самообразования, повышении уровня знаний (Дербуш, 2024).

Классификация математических проектов весьма разнообразна (Основы, 2021), основная:

1. Учебные. Они предусматривают самостоятельную учебную деятельность обучающегося по освоению и применению новой информации.

2. Социальные. Связаны со всеми сферами деятельности, выходящими за рамки учебных дисциплин.

3. Моделирующие. Заключаются в создании модели математических задач с помощью компьютерных программ или подручных материалов.

4. Головоломки. Они представляют собой работу над решением сложных математических задач, которые могут включать в себя нестандартные условия.

Исходя из практики внедрения математических проектов в процесс обучения, педагоги отмечают их достоинства:

1. Получение навыков командной работы, как следствие развития аналитического мышления, самостоятельности.

2. Школьники могут видеть результаты своей работы, в результате это приводит к повышению мотивации.

3. Межпредметная связь.

4. В процессе работы обучающиеся могут видеть способ практического применения знаний.

Помимо достоинств отмечаются и недостатки как для учителей, так и для самих школьников:

1. Трата большого количества времени на подготовку и выполнение работы.

2. Сложность оценивания проектов.

3. При коллективной проектной деятельности неравномерное распределение обязанностей.

4. Сложность в выборе темы, в силу их разнообразия (Коноплева, 2024).

Математические проекты имеют место быть на любом уровне образовательной ступени (Авакумова, 2020). Предлагаем некоторые темы проектных работ:

для 5 класса: королевство десятичных дробей; задачи на проценты в жизни человека; составление уравнений; головоломки;

для 6 класса: изучение температурной зависимости; геометрические фигуры в реальной жизни; покупки и бюджет; математические загадки;

для 7 класса: составление уравнений из опыта реальной жизни; изучение влияния пропорций в реальных жизненных ситуациях; создание математических игр; математическая грамотность;

для 8 класса: математические головоломки (ученику необходимо собрать сборник интересных математических задач и головоломок для одноклассников и провести конкурс на их лучшее решение); линейные уравнения в реальной жизни; провести исследование по вопросу интересов своих одноклассников, подвести итог и представить опрос с помощью диаграмм и графиков; математический детектив; семейный бюджет;

для 9 класса: исследование зависимости между ростом человека и размером его ноги (ученики могут собрать статистические данные, построить графики зависимости и сделать выводы); клумба у школы (ученики могут применять геометрические знания для расчета

площади клумбы, выбора растений и создания чертежа); геометрия в реальной жизни; лента Мёбиуса в нашей жизни.

Рассмотрим исследовательский проект ученика 7 класса на тему «Геометрия в реальной жизни».

Актуальность данной темы состоит в том, что при помощи геометрии мы можем организовать пространство от дизайна комнат до городского планирования, как следствие это позволяет эффективно использовать каждый квадратный метр. Также геометрия используется у нас во многих науках для того, чтобы описывать и объяснять сложные процессы.

Основная цель работы – исследование и демонстрация принципов и форм влияния на различные аспекты нашей жизни.

Цель проекта – анализ влияния геометрии на различные аспекты реальной жизни и решение реальных задач.

Объект исследования: Геометрические формы, которые проявляются в различных аспектах реальной жизни.

Предметом исследовательской работы служит взаимодействие геометрических принципов и форм с реальными объектами и явлениями в повседневной жизни.

Методы исследования:

1. Теоретические: изучение книг о геометрии и ее применении в реальной жизни; анализ исследований ученых.

2. Эмпирические: найти примеры различных геометрических фигур на основании реальных объектов и зданий; изучить возможность влияния формы на эстетичность; изготовить модель или сделать чертеж понравившегося объекта; представить результаты своего исследования в виде презентации или демонстрации модели.

3. Математические: систематизация собранной информации и анализ полученных результатов; подготовка выводов о значении геометрии в разных аспектах жизни.

Результатом исследования будет служить: понимание важности геометрии в повседневной жизни; сбор моделей, которые демонстрируют, как геометрические формы могут быть использованы для решения практических задач и для создания эстетически привлекательных объектов.

Другой проект по «Вероятности и статистике» – игра «Дорога к вероятности».

Актуальность данной темы заключается в вовлеченности в процесс обучения посредством игры и повышения мотивации за счет командных соревнований, либо индивидуального зачета.

Основная цель работы – разработка настольной игры, которая сможет развивать математические навыки и прививать любовь к математике через увлекательный игровой процесс.

Объект исследования – процесс обучения элементам теории вероятностей.

Предмет исследования – настольная игра по теории вероятностей.

Методы исследования:

1. Теоретические: изучение основных понятий по теории вероятностей; анализ существующих игр.

2. Эмпирические: найти примеры различных игр по теории вероятностей; изготовить модель или сделать чертеж понравившегося объекта; придумать правила и концепцию игры, которые будут использовать математические понятия; разработка игровых материалов (фишки, доски, карта маршрута); апробация игры в своем классе; обратная связь от одноклассников; представить результаты своего исследования в виде презентации или демонстрации модели.

3. Математические: систематизация собранной информации и анализ полученных результатов.

Результаты, которые следует ожидать от реализации математического проекта: изучение математики через увлекательный процесс создания игры; повышение интереса к математическим задачам и процессу их решений; развитие навыков командного мышления.

Составляющие игры:

Игровое поле, которое представляет собой разноцветную дорожку, с различными элементами (лесенки служат для перехода на следующий уровень или отход на несколько уровней назад) (рис. 1).

Карточки с заданием. Всего на поле присутствуют карточки четырех разных цветов, каждый из которых отвечает за определенный уровень сложности (рис. 2).

Фишки игроков. Перед проведением игры необходимо заранее предупредить игроков, чтобы они смогли придумать или создать свои уникальные фишки.

Игровые кубики являются универсальными для передвижения по полю.

Отдельно обсуждаются правила игры, которые также представляются в памятке:

– на всём протяжении игры необходимо бросать кубики и перемещать свои фишки по полю;

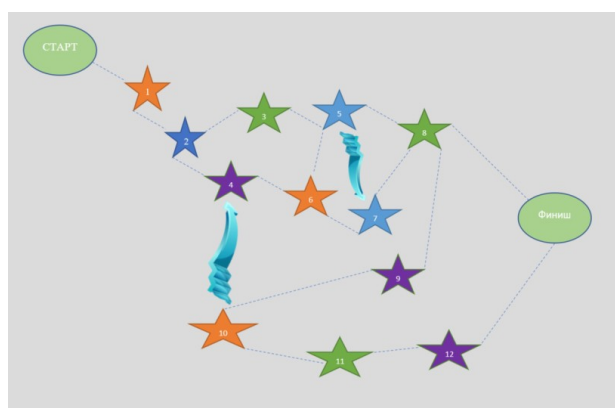


Рис. 1. Игровое поле

– в случае, когда игрок попадает на клетку с заданием определенного цвета, он из общей кучи карточек вытягивает ее и отвечает на вопрос;

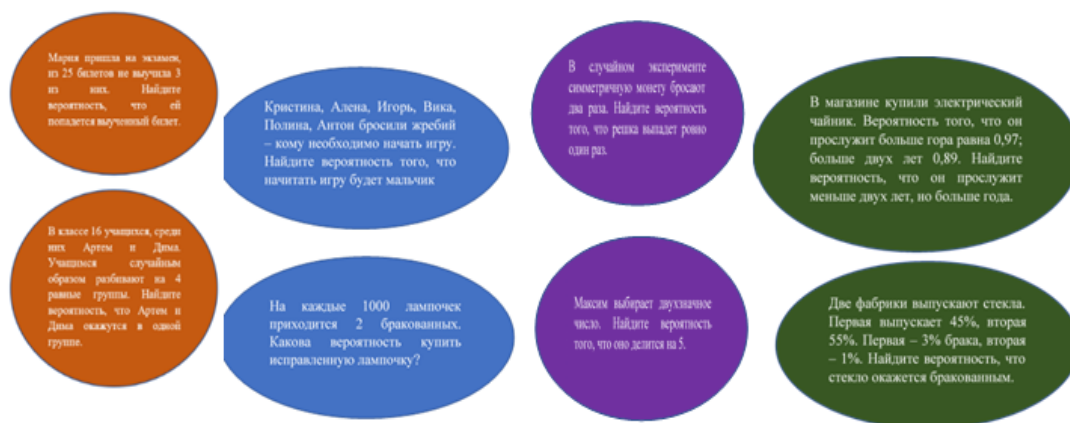


Рис. 2. Пример карточек с заданием

– если игрок дал правильный ответ, то он получает очки. В случае если ответ даст неверный, то очки не начисляются;

– некоторые клеточки на поле могут быть с «сюрпризами», например, пропуск хода, удвоение баллов за правильный ответ, пропуск хода;

– игра продолжается до достижения финальной точки. Побеждает игрок с наибольшим количеством очков.

Результатом данной игры является: во-первых, включение обучающихся в игровой процесс, как средство повышения мотивации к изучению дисциплины; во-вторых, повышение уровня всестороннего развития; в-третьих, обучающиеся учатся применять теоретические знания на практике и развивать собственные навыки и компетенции; в-четвертых, ученик, который создает данную игру развивает исследовательские и творческие навыки.

Для более лучшего представления о применении математических проектов проведено анкетирование школьников, результаты которого представлены в виде диаграмм 1 и 2. Вопросы первого и второго анкетирования были одинаковыми, чтобы увидеть разницу до и после применения проектов.

Вопросы анкетирования: 1. Увлекаетесь ли Вы математикой? 2. Используете ли Вы математику в повседневной жизни? 3. Нравится ли Вам изучать что-то новое в игровой форме? 4. Интересно ли Вам разрабатывать исследовательские проекты и применять их на уроках? 5. Нравится ли Вам участвовать в апробации математических проектов?

Положительно ответили на все вопросы при первом анкетировании лишь часть опрошенных учеников, а именно 3 из 15 опрошенных (рис. 3).

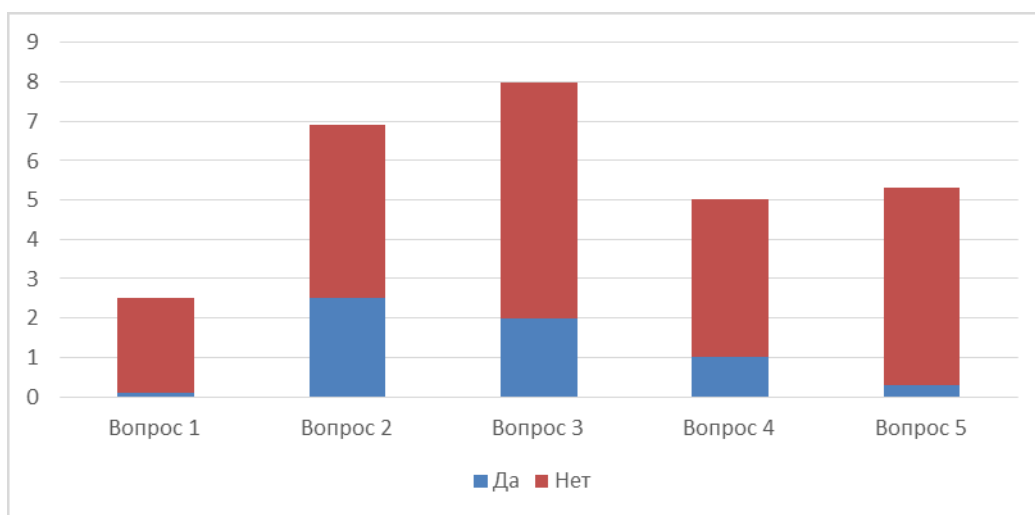


Рис. 3. Результаты первого анкетирования

Результаты второго анкетирования отражены на рис. 4:

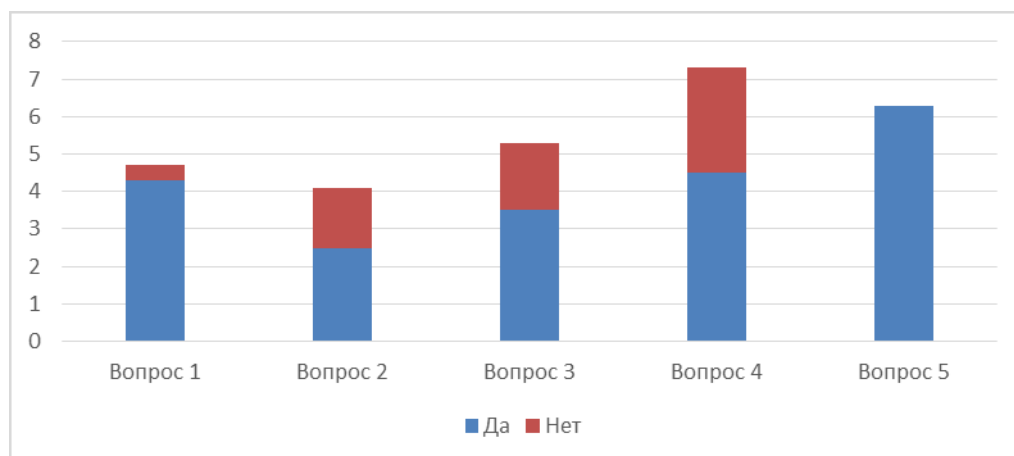


Рис. 4. Результаты второго анкетирования

На основании результатов можно сказать, что математические проекты повышают мотивацию у обучающихся, но не у всех сразу, а спустя определенный промежуток времени.

Выводы

Отметим, что математические проекты служат дополнением к классическим методам обучения. Здесь очень важно подбирать интересные и актуальные темы проектов, обеспечивать ученикам необходимую поддержку и создавать творческую атмосферу для работы.

Таким образом, математические проекты необходимы для углубленного понимания математической концепции, так как обучающиеся применяют теорию на практике, вместо того чтобы заучивать формулы и определения (Солощенко, 2024; Viro, 2020). В процессе выполнения проектов обучающиеся сталкиваются с проблемами, которые требуют анализа и принятия решения, что в конечном итоге развивает критическое мышление. Интерактивные и практические задания делают более увлекательным процесс обучения, что позволяет развивать мотивацию у обучающихся в полной мере и прививать любовь к предмету.

Список литературы

- Авакумова И.А., Ефимова Е.Ю. Некоторые вопросы организации проектной деятельности обучающихся в процессе обучения математике // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве: сборник статей IV Всероссийской научно-практической конференции / Курский государственный университет; Отв. ред.: В.Н. Фрундин. Курск, 2020. С. 490–493.
- Акимов Е.П. О формировании мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе при обучении математике // Вестник магистратуры. 2020. № 5-2(104). С. 88–91.
- Дербуш М.В. О роли метода проектов при формировании личностных результатов обучающихся по математике // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе. Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции. Омск, 2024. С. 18–22.
- Дубынина Т.В. Развитие познавательного интереса к математике во внеурочной деятельности // Интерактивная наука. 2021. № 8(63). С. 18-20. DOI: 10.21661/r-554940
- Кашицына Ю.Н., Васильева М.В. Реализация требований ФГОС ООО при изучении математики // Стандарты и мониторинг в образовании. 2023. № 5. С. 27–33. DOI: 10.12737/1998-1740-2023-11-5-27-33
- Коноплева И.В., Знаенко Н.С., Миронова Л.В. Математические проекты как инструмент развития личностных качеств и мотивации к обучению // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2024. № 4 (36). С. 65–79. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-65-79.
- Новикова И.Ю. Роль мотивации в обучении математике // Современные подходы к обучению математике: сборник научно-методических трудов / Под ред. Э.Р. Дроздовой. Комсомольск-на-Амуре: АмГПУ, 2021. С. 41–44.
- Основы проектной деятельности: методические указания / сост.: А.И. Блесман, К.Н. Полещенко, Н.А. Семенюк, А.А. Теплоухов. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021.
- Разумова О.В., Садыкова Е.Р., Хакимова З.Д. Индивидуальный проект по математике в основной школе // Информация и образование: границы коммуникаций. 2024. № 16 (24). С. 277–279.
- Солощенко М.Ю., Иванова А.Е. Методические приемы по организации метода проектов в обучении математике учащихся 6 классов // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2024. № 5-4 (92). С. 218–221.

Viro E., Joutsenlahti J. Learning mathematics by project work in secondary school. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education. 2020. No 8(1). P. 107–132. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.8.1.1372>

MATHEMATICAL PROJECTS AS A MEANS OF DEVELOPING STUDENTS' MOTIVATION TO STUDY MATHEMATICS

Fomina T. P.
Ph.D., Associate Professor
fomina_t_p@mail.ru
Lipetsk

Lipetsk State Pedagogical University named
after P.P. Semenov-Tyan-Shansky

Kastornykh A. S.
nskastorntkhserg@mail.ru
Lipetsk

Lipetsk State Pedagogical University named
after P.P. Semenov-Tyan-Shansky

Abstract. Modern school education is undergoing significant changes. The amount of knowledge that a person needs today is increasing, but in such a situation, traditional teaching methods focus only on rote memorization when solving typical tasks, as a result, students may lose motivation to study the subject. Therefore, the task of increasing students' motivation to study mathematics comes to the fore in education. Because of this, the need to develop mathematical education is explained by the need for highly motivated specialists with advanced mathematical abilities. As a result, it is necessary to solve these problem, and various tools and tools are used for this purpose. Currently, much attention is being paid to the project activities of schoolchildren, as it develops qualities that, as a result, are necessary for a person in the future. This article discusses the possibilities of mathematical projects in developing students' motivation, examines the positive and negative sides of this method. There is a diverse classification of mathematical projects, as such projects help students develop their creative and intellectual potential, increase engagement and curiosity. As a result of the literature analysis, the subject of project work was developed to increase the educational motivation of schoolchildren to study mathematics. Two projects have been proposed, carried out by schoolchildren. The work diagnostics demonstrated a certain increase in the level of academic motivation to study mathematics and the development of certain types of mathematical skills. In addition, students' grades for project work correlate well with their overall math scores.

Keywords: project activities, project, advantages and disadvantages, mathematics, motivation, games

References

- Avakumova, I. A., Efimova, E. Yu. (2020). Nekotorye voprosy organizatsii proektnoi deyatel'nosti obuchayushchikhsya v protsesse obucheniya matematike [Some Issues of Organizing Students' Project Activities in the Process of Teaching Mathematics]. *Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskim i tekhnicheskim distsiplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve: sbornik statei IV Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. Otv. red.: V.N. Frundin* (pp. 490-493). Kursk: Kurskii gosudarstvennyi universitet. (In Russ.).

- Akimova, E. P. (2020). On the Formation of Motivation for Educational and Cognitive Activities in Students at a General Education School in Mathematics Teaching. *Bulletin of the Magistrate*, 5-2(104), 88-91. (In Russ., abstract in Eng.)
- Derbush, M. V. (2024). O roli metoda proektov pri formirovanii lichnostnykh rezul'tatov obuchayushchikhsya po matematike [On the Role of the Project Method in Forming Personal Results of Students in Mathematics]. *Innovatsionnye podkhody k obucheniyu matematike v shkole i vuze. Materialy IV Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii.* (pp. 18-20-22). Omsk. (In Russ.).
- Dubynina, T. V. (2021). Development of cognitive interest in mathematics in extracurricular activities. *Interactive science*, 8(63), 18-20. DOI: 10.21661/r-554940 (In Russ., abstract in Eng.)
- Kashitsyna, Yu. N., Vasilyeva, M. V. (2023). Implementation of the requirements of the Federal State Educational Standard in the study of mathematics. *Standards and monitoring in education*, 5, 27-33. DOI: 10.12737/1998-1740-2023-11-5-27-33 (In Russ., abstract in Eng.)
- Konopleva, I. V., Znaenko, N. S., Mironova, L. V. (2024). Mathematical Projects as a Tool for Developing Personal Qualities and Motivation for Learning. *Continuum. Math. Computer Science. Education*, 4 (36), 65-79. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-65-79. (In Russ., abstract in Eng.)
- Novikova, I. Yu. (2021). The Role of Motivation in Teaching Mathematics. *Sovremennye podkhody k obucheniyu matematike: sbornik nauchno-metodicheskikh trudov / Pod red. E.R. Drozdovoi.* Komsomol'sk-na-Amure: AmPGU, 41-44. (In Russ.).
- Osnovy proektnoi deyatel'nosti: metodicheskie ukazaniya (2021). Sost.: A.I. Blesman, K.N. Poleshenko, N.A. Semenyuk, A.A. Teploukhov. Omsk: Izd-vo OmGTU. (In Russ.).
- Razumova, O. V., Sadykova, E. R., Khakimova, Z. D. (2024). Individual Project in Mathematics at Secondary School. *Information and Education: Boundaries of Communications*, 16 (24), 277-279. (In Russ., abstract in Eng.)
- Soloshchenko, M. Yu., Ivanova, A. E. (2024). Methodological Approaches to Organizing the Project Method in Teaching Mathematics to 6th Grade Students. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, 5-4 (92), 218-221. (In Russ., abstract in Eng.)
- Viro, E., Joutsenlahti, J. (2020). Learning mathematics by project work in secondary school. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 8(1), 107-132. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.8.1.1372>

Статья поступила в редакцию 25.06.2025
Принята к публикации 28.08.2025

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-51-59

УДК
378.147

УЧЕБНЫЕ КЕЙСЫ КАК ЭЛЕМЕНТ КОНТЕКСТНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Артюхина Мария Сергеевнад.п.н., доцент
marimari07@mail.ru
г. Арзамас**Напалков Сергей Васильевич**к.п.н., доцент
nsv-52@mail.ru
г. Арзамас**Шкрябко Никита Андреевич**преподаватель
shkryabko.nik@mail.ru
г. АрмавирНациональный исследовательский
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. ЛобачевскогоНациональный исследовательский
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. ЛобачевскогоАрмавирский государственный
педагогический университет

Аннотация. Контекстное обучение в математике, интегрируя теорию с реальными ситуациями, развивает критическое мышление и практические навыки, необходимые для успешной адаптации в современном обществе. Контекстное обучение демонстрирует высокую эффективность, однако теоретико-методическое обоснование интеграции учебных кейсов в преподавание математики остается недостаточно разработанным. Это препятствует полноценному использованию кейсов для углубленного усвоения материала, повышения мотивации обучающихся и применения математических знаний при решении практических и профессиональных задач. В связи с этим, целью исследования является разработка и теоретическое обоснование методики применения учебных кейсов в контекстном обучении математике, обеспечивающей формирование у обучающихся опыта решения практических задач средствами математики. Для достижения поставленной цели использовались следующие методы: теоретический анализ (изучение и систематизация научной литературы по контекстному обучению и кейс-методу), моделирование, педагогическое проектирование и экспертная оценка. Работа с учебным кейсом включает три этапа: погружение в проблему с представлением кейса, формулированием вопроса и обсуждением; организацию решения с формализацией задачи, выбором математического аппарата и планированием вычислений; и анализ результатов с оценкой решений, выявлением ошибок, поиском альтернативных методов и рефлексией о профессиональной значимости. Представлен учебный кейс "Интернет-зависимость", который демонстрирует применение статистических методов к социально значимым проблемам. Этапы работы: сбор данных о времени в интернете и успеваемости,

статистическая обработка с использованием корреляционного анализа, и анализ результатов, включающий поиск альтернативных решений и оценку значимости математики. Разработка учебного кейса требует тщательного описания реалистичной ситуации, чтобы создать основу для математического моделирования и чёткой постановки проблемы, требующей математического решения, что при междисциплинарном подходе способствует формированию у обучающихся понимания прикладной ценности математики и развитию профессионального мышления. Групповая работа над учебными кейсами по математике, при условии активной роли педагога в качестве фасилитатора и модератора, является эффективным подходом к обучению на непрофильных направлениях (гуманитарный, социальный и пр.), позволяющим создать поддерживающую среду, повысить мотивацию и улучшить понимание материала.

Ключевые слова: математическое образование, учебный кейс, контекстное обучение

Введение

Контекстное обучение способствует интеграции учебной деятельности с практическими аспектами, что соответствует современным тенденциям в образовании. Данное обучение основано на принципах динамического моделирования, позволяющего учитывать как предметные, так и социальные компоненты деятельности, что способствует развитию у обучающихся навыков критического мышления, адаптивности и самостоятельности. Применение контекстного обучения обеспечивает более глубокое усвоение знаний через активное взаимодействие с реальными ситуациями и социальными сценариями, что повышает эффективность образовательного процесса и способствует формированию компетенций, востребованных в современном обществе. В контекстном обучении содержательное ядро образовательного процесса формируется на основе проблемных ситуаций, которые моделируют сложность и противоречивость реальных условий профессиональной деятельности или жизненных ситуаций. Совокупность проблемных ситуаций обеспечивает динамическое развитие содержания образования, опирающееся на сценарии моделируемой практической деятельности, что способствует формированию у обучающихся системного и междисциплинарного понимания. Структурирование содержания с учётом контекста включает интеграцию семиотических, имитационных и социальных моделей обучения, что позволяет учитывать когнитивные, коммуникативные и социальные аспекты образовательного процесса. Такой подход способствует развитию компетенций, ориентированных на решение сложных задач в условиях неопределённости и противоречий, что соответствует современным требованиям к профессиональной подготовке и развитию критического мышления.

Математическое образование, в современном понимании, выходит за рамки узкоспециализированной подготовки в области математической науки. Его ключевой целью является формирование интеллектуального потенциала личности и развитие когнитивных способностей, необходимых для эффективной адаптации и полноценного функционирования индивида в условиях динамично развивающегося социума. Это включает в себя развитие логического, аналитического и критического мышления, а также способности к абстрагированию и моделированию сложных систем. Применение контекстного обучения в математическом образовании, в отличие от традиционных методов, акцентирует внимание на связи теоретических знаний с реальными жизненными ситуациями и профессиональными задачами, поэтому способствует более глубокому усвоению материала, повышает мотивацию обучающихся и формирует устойчивые навыки применения математических знаний в практической деятельности.

Несмотря на признанную эффективность контекстного обучения, теоретические и методические основы интеграции учебных кейсов в процесс обучения математике разработаны недостаточно, что ограничивает возможности использования данного подхода для углубленного усвоения учебного материала и повышения мотивации обучающихся к изучению математики посредством применения математических знаний для решения практико-ориентированных и профессиональных задач.

Целью исследования является разработка и теоретическое обоснование методики применения учебных кейсов в контекстном обучении математике, обеспечивающей формирование у обучающихся опыта решения практических задач средствами математики.

Обзор литературы

А.А. Вербицкий (Вербицкий, 1991), основоположник теории контекстного обучения, концептуализировал данный подход как образовательную парадигму, в которой посредством интеграции дидактических форм, методов и средств осуществляется моделирование предметного и социального контекста будущей профессиональной деятельности специалиста. При этом процесс обучения трансформируется, приобретая характеристики личностно-ориентированной активности, направленной на формирование необходимых предметно-профессиональных и социально-личностных качеств, востребованных в будущей профессиональной деятельности. Контекст, в данном случае, выступает в качестве смыслообразующего фактора, обеспечивающего высокий уровень личностной вовлеченности обучающегося в процесс познания и овладения профессиональными компетенциями.

Результаты исследований в области теоретического обоснования контекстного обучения математике, представленные в работах В.А. Далингера (Далингер, 2017), О.М. Растопчиной (Растопчина, 2020), и анализ практического опыта внедрения контекстных технологий в математическое образование на разных этапах в исследованиях А.Н. Картежниковой (Картежникова, 2005), И.В. Кoryтова, Г.С. Кoryтовой, Х.С. Цухарова (Цухарова, 2021), Е.В. Колбиной (Колбина, 2015), С.В. Вершининой (Вершинина, 2020), М.В. Дербуш (Дербуш, 2024), Л.Ю. Нестерова (Нестерова, 2024) показали, что контекстное обучение является эффективным инструментом для повышения качества математического образования (Артюхин, 2019).

Гарвардская школа бизнеса, являясь основоположником кейс-метода, внесла существенный вклад в его популяризацию и внедрение в практику подготовки студентов (Angelo, 2002; Barnes, 1994; Herreid, 2007). Результаты зарубежных исследований (Brickman, 2008; Nager, 2004; Mayo, 2004) позволяют утверждать, что данный метод является одним из самых эффективных способов развития у студентов навыков, необходимых для решения профессиональных задач.

Результаты

Семиотический анализ содержания обучения математике предполагает сосредоточение на формировании у обучающихся способности к работе с математическим текстом и знаковыми системами как ключевыми компонентами математического мышления. Методологической основой является развитие речевых компетенций, позволяющих эффективно использовать математические символы и формулы при решении задач и конструировании математических моделей. В частности, при изучении геометрии обучающиеся должны понимать, что геометрические фигуры (например, треугольники, окружности) являются не просто набором точек и линий, а символами, несущими определённую информацию о пространственных отношениях и свойствах. Необходимо уметь переводить геометрические утверждения на язык алгебры и наоборот. Существенным элементом данного подхода выступает активизация смыслопоисковой деятельности, направленной на достижение глубокого понимания математических понятий, выявление их взаимосвязей и извлечение значимой информации из математических текстов.

Имитационный компонент контекстного обучения математике выходит за пределы формальных математических знаний. Содержание ориентировано на создание реалистичных сценариев, где математика становится инструментом решения реальных профессиональных

проблем и практических задач. Тем самым происходят ценностно-мотивационные изменения в отношении математического образования, особенно на непрофильных направлениях подготовки. Примером может являться изучение производной как в школе, так и в вузе для решения экономических задач (производительность труда, предельные издержки, предельная выручка и пр.) Социальный компонент контекстного обучения математике реализуется через личностно-значимый контекст использования математического инструментария. Так, текстовые задания на вычисление сложных процентов (проценты по вкладу с капитализацией), формируют финансовую грамотность обучающихся, необходимую в современном мире кредитования и страхования.

В рамках контекстного обучения одним из эффективных дидактических средств выступает учебный кейс. В контексте математического образования учебный кейс представляет собой дидактически структурированный комплекс учебно-методических материалов, систематизированных с целью достижения заранее определённых педагогических целей при освоении конкретной дидактической единицы. С методологической позиции, центральным компонентом учебного кейса является ситуационная задача (case-study), которая служит инструментом моделирования типичных проблемных ситуаций, характерных для профессиональной деятельности обучающихся, которые позволяют интегрировать теоретические знания с практическим опытом, способствуют развитию компетенций, необходимых для успешной профессиональной деятельности, а также обеспечивают междисциплинарный подход к обучению. Использование ситуационных задач способствует формированию у обучающихся системного мышления, умения анализировать сложные ситуации и применять полученные знания в реальных условиях или в профессиональной практике. Данный тип задач способствует, во-первых, конкретизации математического знания через его соотнесение с реальным практическим контекстом, и, во-вторых, формированию у обучающихся когнитивных механизмов, необходимых для эффективного переноса теоретических знаний в ситуации, имеющие профессиональную и практическую значимость. Такие ситуации важны для развития творческого мышления, преодоления жёстких математических представлений и формирования профессиональной рефлексии. Структура учебного кейса предусматривает интеграцию дополнительных компонентов, таких как справочные материалы, вариативные условия задачи, критерии оценки решений и метапредметные ориентиры. Совокупность этих элементов направлена на развитие аналитических, прогностических и исследовательских компетенций обучающихся, способствуя формированию системного и критического подхода к решению практических и профессиональных задач.

Разработка учебного кейса в виде ситуационной задачи требует тщательной разработки её содержательного аспекта. Исходное описание должно достоверно отражать условия практико-ориентированной ситуации или профессиональной среды обучающихся, создавая адекватную базу для последующего этапа математического моделирования. Постановка проблемы должна иметь чёткую структуру, обуславливающую необходимость привлечения математических методов для нахождения оптимального решения. Современные дидактические подходы демонстрируют высокую эффективность интеграции междисциплинарных знаний при решении ситуационных задач. Подобный подход способствует формированию у обучающихся целостного представления о прикладной ценности математики и стимулирует развитие комплексного, профессионально-ориентированного мышления.

Процесс работы с учебным кейсом по математике представляет собой последовательную систему взаимосвязанных этапов, каждый из которых имеет чёткие дидактические цели и организационные особенности.

Начальный этап (погружение в проблему) характеризуется созданием мотивационной основы для последующей познавательной деятельности. Преподаватель представляет кейс, который может быть распределён среди обучающихся как заранее, так и непосредственно в начале занятия. Оптимальное время для первичного ознакомления составляет 5-7 минут, что позволяет сохранить баланс между достаточным пониманием проблемы и поддержанием познавательной активности. Ключевым элементом данного этапа является инициирующий во-

прос педагога, направленный на выявление центральной проблемы кейса. Этот методический приём способствует активизации аналитического мышления студентов. Последующая дискуссия, в ходе которой участники задают уточняющие вопросы, позволяет сформировать целостное представление о проблемной ситуации. Все значимые аспекты и дополнительные данные фиксируются в визуальной форме (на доске или экране), создавая основу для дальнейшей коллективной работы.

Основной этап (организация решения) представляет собой содержательное ядро работы с кейсом (формализация практической задачи в математических терминах; чёткое определение известных параметров и искомых величин; выбор оптимального математического аппарата для решения; планирование последовательности вычислительных процедур; подбор соответствующих инструментальных средств (специализированного программного обеспечения, технических устройств или наглядных материалов). Особое внимание уделяется корректной математической постановке задачи, что обеспечивает содержательную основу для последующих вычислений.

Заключительный этап (анализ результатов) включает комплексную оценку проделанной работы (критический анализ полученных решений; выявление и классификация возможных ошибок; поиск альтернативных методов решения; сравнительный анализ различных подходов; оценка эффективности применённых математических методов; рефлексия профессиональной значимости полученных результатов). Этот этап имеет особую дидактическую ценность, так как позволяет закрепить не только предметные знания, но и развить метапредметные компетенции, включая критическое мышление и способность к профессиональной рефлексии.

Групповая работа над учебными кейсами по математике является оптимальной стратегией при обучении студентов непрофильных направлений (социальных, гуманитарных и др.). Данная форма организации учебной деятельности способствует созданию благоприятной, поддерживающей среды, минимизирующей тревожность, связанную с возможностью совершения ошибок. Более того, совместный поиск решений и чувство коллективной ответственности активизируют познавательную деятельность студентов и повышают их вовлечённость в учебный процесс. Педагог здесь выступает фасилитатором, создаёт и поддерживает продуктивную среду для обсуждения и выработки решения, за счёт организации (определения чётких правил работы в группе, предоставление необходимых ресурсов, согласование ролей и пр.), модерация процесса решения кейса (стимулирование дискуссии, управление временем, разрешение конфликтов, организация обсуждения результатов и подведение итогов).

Рассмотрим особенности работы с учебным кейсом «Интернет-зависимость» в контексте изучения курса «Статистика» с целью демонстрации возможностей практического применения статистических методов для анализа социально значимых проблем.

Начальный этап (погружение в проблему). Алгоритм разработки учебного кейса включает в себя следующую последовательность этапов:

- 1) формирование вводного описания, воспроизводящего специфику профессиональных контекстов или практико-ориентированной ситуации;
- 2) структурирование заключительной формулировки задания, стимулирующей применение математического инструментария;
- 3) интеграция элементов междисциплинарности;
- 4) предоставление вводного описания должно включать необходимые исходные данные для построения математической модели и соответствовать формируемым профессиональным компетенциям.

Пример учебного кейса: Интернет-зависимость, признаваемая в профессиональном психиатрическом сообществе, представляет собой серьёзную проблему, особенно для подростков. Злоупотребление интернетом негативно сказывается на физическом и психическом здоровье, а также социальной адаптации и академической успеваемости. Ключевые признаки: эйфория от использования, потеря контроля над временем, пренебрежение социальными контактами, дисфория вне сети, лживость и снижение успеваемости. Существует ли взаимо-

связь между временем, проведенным в интернете вне учебной деятельности, и успеваемостью обучающихся вашей учебной группы в последнем семестре (учебном году)?

Основной этап (организация решения). Алгоритм организации совместной деятельности обучающихся при работе с учебным кейсом включает в себя следующую последовательность этапов:

1) сбор данных с определением метода сбора данных о времени, проведенном в интернете (возможно применение специализированных приложений для компьютера и телефона автоматически определяющее время, проведенное в Интернете), а также сбор и представление данных об успеваемости;

2) статистическая обработка, включающая выбор и обоснование применимости коэффициента корреляции, разработку алгоритма применения выбранного коэффициента и выполнение вычислений;

3) анализ результатов корреляционного анализа.

Заключительный этап (анализ результатов). Анализ и рефлексия совместной деятельности включает в себя следующую последовательность этапов:

1) определение альтернативных подходов или других методов решения;

2) выявление значимости математики в решении данной профессионально-ориентированной задачи;

3) после получения результатов (как правило, выявляющих среднюю или сильную взаимосвязь), необходимо интерпретировать полученные данные и выявить причины наблюдаемых закономерностей;

4) разработать возможные стратегии для решения выявленной проблемы.

Апробация предложенного кейса была проведена в рамках учебной дисциплины «Методы математической статистики в психологии и педагогике» бакалавров психолого-педагогического образования Арзамасского филиала ННГУ. Студенты самостоятельно подбирали тестовый материал, собирали и обрабатывали числовые данные. В ходе «Мозгового штурма» для определения статистического метода решения кейса обучающимися был выбран метод ранговой корреляции Спирмена, который показал наличие обратной связи средней силы между временем, проведенным в интернете вне учебной деятельности, и успеваемостью в предыдущем семестре. Подводя итоги, обучающиеся отметили, что выявленная связь не является причинно-следственной и требует для своего подтверждения дополнительного анализа и данных. Вместе с тем студенты пришли к важному социальному выводу о существовании в группе проблемы интернет-зависимости, требующей решения. Студенты успешно применили полученные знания для анализа данных, выявления корреляционной связи и формулировки обоснованных выводов, демонстрируя готовность к профессиональной деятельности.

Заключение

Учебные кейсы в математическом образовании как элемент контекстного обучения интегрирует теорию с практикой, развивая у обучающихся не только предметные навыки, но и критическое мышление, умение решать реальные проблемы. Они фокусируются на моделировании профессиональных и жизненных ситуаций, стимулируя познавательную активность и личную заинтересованность обучающихся, позволяя формировать междисциплинарные знания и навыки, важные для успешного взаимодействия в современной жизни, при этом существенно повышать качество математического образования.

Список литературы

- Артюхина М.С., Батаева Я.Д. Методика организации контекстного подхода в обучении математике в профессионально-ориентированной среде педагогического университета // Мир науки. Педагогика и психология. 2019. Т. 7. № 4. <https://mir-nauki.com/PDF/43PDMN419.pdf>
- Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход: метод. пособие. М.: Высшая школа, 1991.

- Вершинина С.В., Перевалова М.Н. О применении контекстного подхода к изучению математических понятий в средней школе // Современное педагогическое образование. 2020. № 3. С. 141–143.
- Далингер В.А., Янушик О.В. Контекстные математические задачи и формирование ключевых компетенций // Высшее образование в России. 2017. № 3. С. 151–154.
- Дербуш М.В. Контекстные задачи как средство формирования личностных результатов обучающихся при обучении математике (уровень основного общего образования) // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2024. Т. 13. № 2. С. 15–20. DOI: 10.24412/2225-8264-2024-2-757.
- Картежникова А.Н. Контекстный подход к обучению математике как средство развития профессионально значимых качеств будущих экономистов-менеджеров: дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2005.
- Колбина Е.В. Особенности обучения математике студентов технических вузов в условиях компетентностного и контекстного подходов // Теория и практика общественного развития. 2015. № 11. С. 273–277.
- Нестерова Л. Ю. Использование элементов контекстного обучения при подготовке будущих учителей математики // Высшее образование сегодня. 2024. № 2. С. 71–75. DOI: 10.18137/RNU.HET.24.02.P.071.
- Растопчина О.М. Контекстный подход к формированию прогностической компетенции при обучении высшей математике студентов естественно-научного направления: дис. ... канд. пед. наук. М., 2020.
- Цухарова Х. С. Проектирование контекстного содержания курса математики в техническом профиле школы и вуза // Проблемы современного педагогического образования. 2021. № 71-4. С. 313–316.
- Angelo T., Boehrer J. Case learning: How does it work? Why is it effective? [Electronic resource]. Case Method Website: How to Teach with Cases. Santa Barbara: University of California, 2002. URL: <http://www.soc.ucsb.edu/projects/casemethod/teaching.html>
- Barnes L.B., Christensen C.R., Hansen A.J. Teaching and the case method: Text, cases, and readings. Cambridge: Harvard Business School Press. 1994.
- Brickman P., Glynn S., Graybeal G. Introducing students to case studies // Journal of College Science Teaching. 2008. Vol. 37, №3. P. 12–16.
- Herreid C.F. Start with a Story: The Case Study Method of Teaching College Science. Arlington, VA: NSTA. 2007.
- Hager L.D. A symphony for your brain: A psychological research methods case // Journal of College Science Teaching. 2004. Vol. 33, № 7. P. 8–11.
- Mayo J. Using case-based instruction to bridge the gap between theory and practice in psychology of adjustment // Journal of Constructivist Psychology. 2004. Vol. 17, № 2. P. 137–146.

EDUCATIONAL CASES AS AN ELEMENT OF CONTEXTUAL MATHEMATICS EDUCATION

Artyukhina M. S.
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
marimari07@mail.ru
Arzamas

Napalkov S. V.
Ph.D, associate professor
nsv-52@mail.ru
Arzamas

Shkrjabko N. A.
shkrjabko.nik@mail.ru
Armavir

National Research Lobachevsky State
University of Nizhni Novgorod

National Research Lobachevsky State
University of Nizhni Novgorod

Armavir State Pedagogical University

Abstract. Contextual learning in mathematics, integrating theory with real situations, develops critical thinking and practical skills necessary for successful adaptation in modern society. Contextual learning demonstrates high efficiency, however, the theoretical and methodological substantiation of the integration of case studies into the teaching of mathematics remains insufficiently developed. This hinders the full use of cases for in-depth assimilation of the material, increasing the motivation of students and the application of mathematical knowledge in solving practical and professional problems. In this regard, the aim of the study is to develop and theoretically substantiate the methodology for using case studies in contextual teaching of mathematics, ensuring the formation of students' experience in solving practical problems by means of mathematics. To achieve this goal, the following methods were used: theoretical analysis (study and systematization of scientific literature on contextual learning and the case method), modeling, pedagogical design and expert assessment. Working with a case study includes three stages: immersion in the problem with the presentation of the case, formulation of the question and discussion; organization of the solution with formalization of the problem, selection of mathematical apparatus and calculation planning; and analysis of the results with evaluation of the solutions, detection of errors, search for alternative methods and reflection on professional significance. The educational case "Internet addiction" is presented, which demonstrates the application of statistical methods to socially significant problems. Stages of work: collection of data on time on the Internet and academic performance, statistical processing using correlation analysis, and analysis of the results, including the search for alternative solutions and assessment of the significance of mathematics. Development of the educational case requires a thorough description of a realistic situation in order to create a basis for mathematical modeling, and a clear statement of the problem requiring a mathematical solution, which, with an interdisciplinary approach, contributes to the formation of an understanding of the applied value of mathematics in students and the development of professional thinking. Group work on educational cases in mathematics, provided that the teacher plays an active role as a facilitator and moderator, is an effective approach to teaching in non-core areas (humanities, social sciences, etc.), allowing to create a supportive environment, increase motivation and improve understanding of the material.

Keywords: mathematical education, case study, contextual learning

References

- Artyukhina, M. S., Bataeva, Ya. D. (2019). Technique of the organization of contextual approach in training in mathematics in the professional focused environment of the pedagogical university *World of Science. Pedagogy and psychology*, 7, 4. <https://mir-nauki.com/PDF/43PDMN419.pdf> (In Russ., abstract in Eng.).
- Angelo, T., Boehrer, J. (2002). Case learning: How does it work? Why is it effective? [Electronic resource]. *Case Method Website: How to Teach with Cases*. Santa Barbara: University of California, URL: <http://www.soc.ucsb.edu/projects/casemethod/teaching.html>
- Barnes, L. B., Christensen, C. R., Hansen, A. J. (1994). *Teaching and the case method: Text, cases, and readings*. Cambridge: Harvard Business School Press.
- Brickman, P., Glynn, S., Graybeal, G. (2008). Introducing students to case studies. *Journal of College Science Teaching*, 37(3), 12-16.
- Derbush, M. V. (2024). Contextual tasks as a means of shaping students' personal results when teaching mathematics (level of basic general education). *Herald of Siberian Institute of*

- Business and Information Technologies*. 13. 2. DOI: 10.24412/2225-8264-2024-2-757 (In Russ., abstract in Eng.)
- Herreid, C. F. (2007). *Start with a Story: The Case Study Method of Teaching College Science*. Arlington, VA: NSTA.
- Hager, L. D. (2004). A symphony for your brain: A psychological research methods case. *Journal of College Science Teaching*, 339(7), 8-11.
- Kartezhnikova, A. N. (2005). Kontekstnyj podhod k obucheniju matematike kak sredstvo razvitija professional'no znachimyh kachestv budushhih jekonomistov-menedzherov [PhD Dissertation]. Omsk. (In Russ.)
- Kolbina, E. V. (2015). Particularities of teaching mathematics to technical higher school students in the context of competence and contextual approaches. *Theory and practice of social development*, 11 (In Russ., abstract in Eng.)
- Nesterova, L. Yu. (2024). The use of contextual learning elements in the preparation of future mathematics teachers. *Higher Education Today*, 2. DOI: 10.18137/RNU.HET.24.02.P.071. (In Russ., abstract in Eng.)
- Mayo, J. (2004). Using case-based instruction to bridge the gap between theory and practice in psychology of adjustment. *Journal of Constructivist Psychology*, 17(2), 137-146.
- Rastopchina, O. M. (2020). Kontekstnyj podhod k formirovaniju prognosticheskoy kompetencii pri obuchenii vysshej matematike studentov estestvenno-nauchnogo napravlenija [PhD Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Tsukharova, Kh. S. (2021). Design of context content of mathematics course in technical profile of school and university. *Problems of modern pedagogical education*, 71-4 (In Russ., abstract in Eng.)
- Verbickij, A. A. (1991). *Aktivnoe obuchenie v vysshej shkole: kontekstnyj podhod: metod. posobie*. Moscow: Vysshaja shkola (In Russ.).
- Vershinina, S. V., Perevalova, M. N. (2020). On the application of a contextual approach to the study of mathematical concepts in high-school. *Modern Pedagogical Education*, 3. (In Russ., abstract in Eng.)
- Yanuschik, O. V., Dalinger, V. A. (2017). Context Mathematical Problems in the Formation of Core Competences of Engineering Students. *Higher Education in Russia*, 3 (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию 18.07.2025
Принята к публикации 05.09.2025

УДК
378.147

**РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКТА ПРОФЕССИОНАЛЬНО
ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К
ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ У СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

Базилевский Михаил Павлович
к.т.н., доцент
mik2178@yandex.ru
г. Иркутск

Иркутский государственный университет
путей сообщения

Аннотация. Статья посвящена решению проблемы низкой мотивации к изучению математики у студентов в железнодорожном университете. Для этого предлагается использовать междисциплинарный подход к обучению будущих инженеров, заинтересовывать их конкретными примерами применения математического аппарата при решении профессионально ориентированных задач. Возникает необходимость, связанная с формированием соответствующего комплекта задач. Такие задачи, во-первых, должны предусматривать междисциплинарность, для чего может быть применена методология математического моделирования. Во-вторых, желательно, чтобы комплект содержал хотя бы одну задачу по всем основным разделам дисциплины «Математика» для каждой специальности. В-третьих, эти задачи должны обладать невысоким уровнем сложности. Цель статьи состоит в разработке теоретически обоснованного комплекта профессионально-ориентированных задач, направленного на повышение мотивации и формирование прикладных математических компетенций у студентов инженерных специальностей железнодорожного вуза. Включенные в комплект задачи иллюстрируют важность при изучении математики таких разделов, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». Для специальности «Подвижной состав железных дорог» рассмотрена задача о расчёте перераспределения нагрузок между осями локомотива в режиме тяги, для специальности «Эксплуатация железных дорог» – задача о восстановлении плана грузовых перевозок. Для специальности «Системы обеспечения движения поездов» рассмотрена задача о расчёте линейной электрической цепи постоянного тока, для специальности «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» – задача о расчёте перемещений в узлах двухступенчатого стержня методом конечных элементов. Во всех задачах роль математической модели играет небольшая система линейных алгебраических уравнений, решение которой можно легко найти вручную. Обоснована важность решения каждой задачи в будущей инженерной деятельности. Применение методологии математического моделирования в каждой задаче позволило обосновать связь дисциплины «Математика» с другими дисциплинами.

Ключевые слова: инженерное образование, математика, математическое моделирование, система линейных алгебраических уравнений, междисциплинарный подход, мотивация, профессионально-ориентированная задача

Введение

В настоящее время в России особое внимание уделяется вопросу организации системы инженерного образования, что обусловлено появлением большого числа разного рода технологических решений в современном мире. «Для овладения новыми технологиями и внедрением их в общество для эффективного использования необходимо увеличение количества профессиональных нестандартно мыслящих специалистов инженерной отрасли» (Чупахина, Деревя, 2021, 12). Дисциплина «Математика» является фундаментальной в инженерном образовании и играет ключевую, если не определяющую, роль в подготовке будущих инженеров, в частности, инженеров путей сообщения. Её изучение необходимо для развития аналитического мышления, решения сложных технических задач и моделирования реальных процессов.

В современных условиях существует множество проблем преподавания математики в инженерных высших учебных заведениях. Данная статья посвящена *проблеме* мотивации обучающихся к учебной деятельности. В работе В.Ю. Белашова отмечается, что почти повсеместно сложилась такая практика организации учебного процесса, при которой математика практически всегда изучается как «чистая математика», зачастую плохо соотносимая с реальными задачами инженерной практики, что необходимо в создании заинтересованности и мотивации обучающихся. В.Ю. Белашов констатирует, что «преподавать математику надо всемерно заинтересовывая обучающихся конкретными примерами применения математического аппарата к решению практических задач, относящихся к их будущей специальности», с чем нельзя не согласиться. «Поэтому преподаватель математики должен сам быть в необходимой степени компетентен в предметной области, к которой относится направление подготовки тех, кого он обучает. С другой стороны, при изучении специальных дисциплин преподаватели, ведущие эти занятия, должны обладать необходимыми компетенциями в области математического аппарата, используемого ими в соответствующих выкладках» (Белашов, 2016, 2).

Не обходит стороной проблема мотивации студентов и Иркутский государственный университет путей сообщения (ИрГУПС), в котором обучаются будущие инженеры по специальностям 23.05.03 «Подвижной состав железных дорог» (ПСЖ), 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог» (ЭЖД), 23.05.05 «Системы обеспечения движения поездов» (СОД) и 23.05.06 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» (СЖД). Одна из причин низкой мотивации – изолированность дисциплин в мышлении студентов. Например, делая замечания касаясь орфографических ошибок в работах студентов, автору нередко приходилось слышать возмущение «у нас же математика, а не русский язык». Тем самым, многие студенты воспринимают каждую дисциплину как отдельный «мир», не связанный с другими. А это существенно снижает эффективность обучения.

Для решения этих проблем может быть применён междисциплинарный подход к обучению будущих инженеров математике. Суть этого подхода состоит в том, чтобы изучать математические методы не изолированно, а в контексте их применения в других научных и практических областях. Средством реализации междисциплинарного подхода служит математическое моделирование. Так, например, в статье (Моисеева, Полякова, 2022) анализируется значимость междисциплинарного подхода к современной подготовке будущих инженеров и обосновывается интеграция дисциплин «Информатика» и «Математика» посредством информационно-математического моделирования. В работе (Мателенок, Вакульчик, 2022) для реализации междисциплинарной интеграции в обучении математике на технических специальностях предложен способ объединения отдельных дисциплин в интегрированный модуль «Моделирование» с использованием учебно-методического комплекса нового поколения. В статье (Собашко, Катержина, Бабенко, 2019) для повышения мотивации и выделения взаимосвязей с другими дисциплинами студентам естественно-научных направлений предлагается разработать свой собственный задачник. В

работе (Богатова, 2019) для повышения мотивации студентов, обучающихся на технических направлениях, предлагается использовать математические модели из экономики.

Студенты инженерных специальностей ИрГУПС изучают дисциплину «Математика» на первом и втором курсах и дисциплину «Математическое моделирование систем и процессов» – на третьем курсе. К третьему курсу у большинства студентов уже есть понимание важности математики в их будущей профессиональной деятельности. Но на первом курсе дела обстоят иначе. Первый семестр традиционно начинается с изучения разделов «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». В процессе поиска определителей, вычисления обратных матриц, решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) у нетерпеливых студентов возникает совершенно справедливый вопрос «а зачем нам это нужно в нашей профессии?». И от ответа преподавателя на этот вопрос существенным образом зависит будущая мотивация студентов к изучению математики. Поэтому при чтении лекций по математическим методам полезно включать в их план разбор конкретных профессионально ориентированных задач (Забавская, 2019). Причём учитывать не просто железнодорожную специфику, но и конкретную специальность студентов. Это позволит пробудить интерес к изучению математики и позитивно повлияет на развитие междисциплинарного мышления будущих инженеров.

Цель данной работы состоит в разработке теоретически обоснованного комплекта профессионально-ориентированных задач, направленного на повышение мотивации и формирование прикладных математических компетенций у студентов инженерных специальностей железнодорожного вуза.

Задачи в этом комплекте должны удовлетворять следующим требованиям. Во-первых, они должны предусматривать междисциплинарность, для чего можно воспользоваться методологией математического моделирования. Во-вторых, представленные в комплекте задачи должны обосновывать целесообразность изучения всех основных разделов дисциплины «Математика» для каждой специальности. В-третьих, эти задачи должны иметь невысокий уровень сложности. На данный момент в комплект вошли задачи, иллюстрирующие важность изучения таких разделов математики, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений».

Методология исследования

Для каждой инженерной специальности (ПСЖ, ЭЖД, СОД и СЖД) разработать или найти, с обязательным указанием источника, профильную задачу математического моделирования. Причем математическая модель должна представлять собой легко решаемую вручную систему линейных алгебраических уравнений. Используя методологию математического моделирования, кратко описать процесс построения математической модели. Обосновать значимость рассмотренных задач в инженерной практике по каждой специальности. Доказать связь дисциплины «Математика» с другими общеобразовательными и специальными дисциплинами.

Результаты

Задача для специальности ПСЖ (о расчёте перераспределения нагрузок между осями локомотива в режиме тяги)

Задача взята из учебного пособия «Применение пакета MATHCAD при расчёте механической части локомотивов», предназначенного для студентов специальности «Электрический транспорт (железнодорожный транспорт)» (Волков, Матва, Рубан, Уразильдеев, 2000).

Условие задачи. Имеется локомотив с осевой формулой 2о-2о (типа ВЛ80). Определить значения нагрузок Y_1 и Y_2 от кузова на тележки, а также значения нагрузок P_1 , P_2 , P_3 и P_4 от колесных пар на рельсы в режиме тяги. Известно, что масса кузова $M = 51,6$ тонн, масса тележки $m = 20,1$ тонна, половина базы подвешивания кузова $a_k = 5$ метров, половина базы тележки $a_t = 1,5$ метров, высота оси автосцепки от уровня головок рельсов $H = 1,2$ метра, высота от уровня головок рельсов до уровня передачи силы тяги в шкворневом устройстве $h = 0,6$ метра, сила тяги $F_k = 80$ кН, ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

Краткое решение задачи.

Осевая формула 2o-2o означает, что кузов опирается на две двухосные тележки, не сцепленные между собой. На рис. 1 рассмотрена расчетная схема сил, действующих на локомотив в вертикальной продольной плоскости.

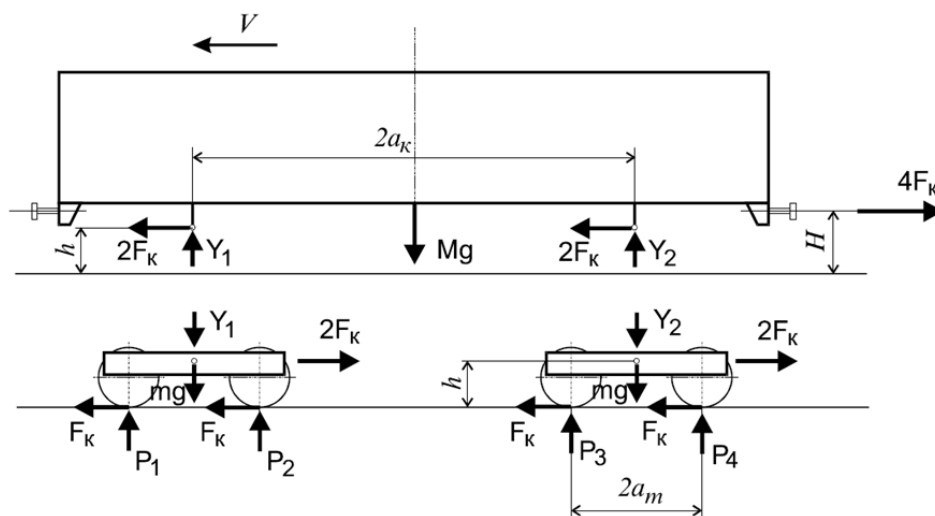


Рис. 1. Расчётная схема сил

Рис. 1 взят из книги (Волков, Матва, Рубан, Уразгильдеев, 2000).

В книге «Конструкция тягового подвижного состава и тяга поездов» (Фролов, Ветлугина, Козаков, 2016) объясняется, что «источником механической энергии для создания силы тяги на локомотиве являются тяговые электродвигатели (ТЭД), которые располагаются на тележках локомотива и, будучи подключенными к источнику электроэнергии, создают на валах своих якорей вращающие моменты. Последние через зубчатые передачи образуют на колесных парах вращающие моменты». В результате образуется сила тяги двигателя F_k , действующая на каждую колесную пару на уровне головок рельсов. Как отмечено в книге «Теория и конструкция локомотивов» (Михальченко, Кашников, Коссов, Симонов, 2006), реакция кузова $2F_k$ действует на шкворень в противоположную сторону. Сила тяги локомотива приложена к автосцепке на высоте H и равна сопротивлению движения состава $4F_k$.

В режиме тяги локомотив находится в состоянии механического равновесия, поэтому выполняется условие равенства нулю суммы всех сил и условие равенства нулю суммы моментов действующих сил. Например, для кузова первое условие имеет вид

$$\vec{Y}_1 + \vec{Y}_2 + M \cdot \vec{g} = 0,$$

а второе условие

$$\vec{Y}_1 \cdot \vec{a}_k + \vec{Y}_2 \cdot \vec{a}_k + 4 \cdot \vec{F}_k \cdot (H - h) = 0.$$

Спроецировав векторы на ось Oy , перепишем первое уравнение в скалярной форме:

$$Y_1 + Y_2 - M \cdot g = 0.$$

Выбрав точкой опоры середину базы тележки на уровне шкворня и направление против часовой стрелки, перепишем второе уравнение в скалярной форме:

$$-Y_1 \cdot a_k + Y_2 \cdot a_k - 4 \cdot F_k \cdot (H - h) = 0.$$

Записав аналогичные условия для двух тележек, получим математическую модель задачи в виде следующей СЛАУ:

$$\begin{cases} Y_1 + Y_2 - M \cdot g = 0, \\ -Y_1 \cdot a_k + Y_2 \cdot a_k - 4 \cdot F_k \cdot (H - h) = 0, \\ P_1 + P_2 - Y_1 - m \cdot g = 0, \\ (-P_1 + P_2) \cdot a_T - 2 \cdot F_k \cdot h = 0, \\ P_3 + P_4 - Y_2 - m \cdot g = 0, \\ (-P_3 + P_4) \cdot a_T - 2 \cdot F_k \cdot h = 0. \end{cases}$$

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,5 & 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,5 & 1,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 506,196 \\ 192 \\ 197,181 \\ 96 \\ 197,181 \\ 96 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что решить эту систему довольно просто вручную, сначала определив из первых двух уравнений значения Y_1 и Y_2 , а потом с их помощью из оставшихся четырёх уравнений значения нагрузок P_1, P_2, P_3 и P_4 .

Ответ: $Y_1 = 233,9$ кН, $Y_2 = 272,3$ кН, $P_1 = 183,54$ кН, $P_2 = 247,54$ кН, $P_3 = 202,74$ кН, $P_4 = 266,74$ кН.

Значимость решенной задачи. Ответим на вопрос «зачем нужно определять нагрузки от колесных пар на рельсы в режиме тяги?».

Как отмечено в книге (Волков, Матва, Рубан, Уразгильдеев, 2000), в состоянии покоя статическая нагрузка P от любой колесной пары локомотива на рельсы составляет

$$P = g \cdot \frac{M+2m}{4}.$$

В нашем случае $P = 225,14$ кН.

В режиме тяги статические нагрузки перераспределяются – какие-то нагружаются, а какие-то разгружаются. В нашем случае максимально разгружена первая колесная пара передней тележки – с 225,14 кН до 183,54 кН. Для неё можно вычислить коэффициент сцепного веса:

$$\eta_{\text{н}} = \frac{P_1}{P} = \frac{183,54}{225,14} = 0,815.$$

В книге (Михальченко, Кашников, Коссов, Симонов, 2006) указано, что в требованиях ОАО РЖД к локомотивам коэффициент использования сцепного веса должен быть $\eta_{\text{н}} \geq 0,92$, иначе может возникнуть боксование (срыв сцепления колеса с рельсом). Последствия боксования – потеря силы тяги локомотива, повышенный износ бандажей колесных пар и пр. Поэтому расчёт нагрузки колесных пар локомотива на рельсы в режиме тяги – критически важная задача для обеспечения безопасной и эффективной эксплуатации железнодорожного транспорта.

Связь с другими дисциплинами. В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика», «Теоретическая механика», «Теория тяги поездов» и «Теория и конструкция локомотивов».

Задача для специальности ЭЖД (о восстановлении плана грузовых перевозок)

Существует множество задач, связанных с перевозкой грузов по железной дороге и решаемых с помощью СЛАУ. Например, в работе (Архипова, Евдокимова, Рудина, 2020) для студентов направления «Технология транспортных процессов» рассмотрена задача о расчёте

необходимого числа вагонов для перевозки четырёх видов продукции. Далее представлена разработанная лично автором задача.

Условие задачи. Имеется 2 угольных месторождения – «Северное» и «Восточное», и 2 металлургических завода – «Уральский металлургический комбинат» и «Сибирская сталелитейная компания». Запасы угля на «Северном» месторождении за некоторый промежуток времени составляют 930 тонн, на «Восточном» – 470 тонн. Потребности в угле для «Уральского металлургического комбината» составляют 650 тонн, для «Сибирской сталелитейной компании» – 750 тонн. Стоимости перевозки 1 тонны угля от «Северного» месторождения до «Уральского металлургического комбината» и до «Сибирской сталелитейной компании» составляют 2400 и 3500 рублей соответственно. А стоимости перевозки 1 тонны угля до этих металлургических заводов от «Восточного» месторождения – 3200 и 3100 рублей. Железнодорожная компания осуществила перевозку угля от месторождений к заводам, полностью удовлетворив их потребности, причём общая стоимость перевозок составила 4100200 рублей. Определить, как были спланированы грузовые перевозки угля от месторождений до металлургических заводов. Является ли этот план оптимальным?

Краткое решение задачи.

Пусть x_{11} – объёмы перевозок угля от «Северного» месторождения до «Уральского металлургического комбината», x_{12} – от «Северного» до «Сибирской сталелитейной компании», x_{21} – от «Восточного» до «Уральского металлургического комбината», x_{22} – от «Восточного» до «Сибирской сталелитейной компании».

Так как суммарные запасы месторождений равны суммарным потребностям металлургических заводов ($930 + 470 = 650 + 750$), и эти потребности были полностью удовлетворены, то справедливы следующие соотношения для объёмов перевозок:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 930, \\ x_{21} + x_{22} = 470, \\ x_{11} + x_{21} = 650, \\ x_{12} + x_{22} = 750. \end{cases}$$

Эта система совместна и имеет бесчисленное множество решений.

Общая стоимость грузовых перевозок

$$2400x_{11} + 3500x_{12} + 3200x_{21} + 3100x_{22} = 4100200.$$

Заменим любое уравнение в системе, например, первое, стоимостным равенством. Тогда получим математическую модель задачи в виде СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 2400 & 3500 & 3200 & 3100 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4100200 \\ 470 \\ 650 \\ 750 \end{pmatrix}.$$

В результате решения этой СЛАУ восстановим реализованный план Π_1 перевозок угля: $x_{11} = 564$ тонны, $x_{12} = 366$ тонн, $x_{21} = 86$ тонн, $x_{22} = 384$ тонны. В этом случае общая стоимость перевозок угля составила 4100200 рублей.

Возникает вопрос «существует ли другой план перевозок, требующий меньших финансовых затрат?». Для ответа на этот вопрос используем построенную математическую модель. Решим СЛАУ, снизив общую стоимость перевозок с 4100200 руб. до 4000000 руб. В результате сформируется следующий план Π_2 : $x_{11} = 647,5$ тонны, $x_{12} = 282,5$ тонны, $x_{21} = 2,5$ тонны, $x_{22} = 467,5$ тонны. Это говорит о том, что действующий план Π_1 не является оптимальным. При реализации плана Π_2 можно было сэкономить 100200 руб. Но его оптимальность также не доказана.

Снизим общую стоимость перевозок ещё на 100000 руб. (до 3900000 руб.). Решив СЛАУ, получим следующий план Π_3 : $x_{11} = 730,833$ тонны, $x_{12} = 199,167$ тонны, $x_{21} = -80,833$ тонны, $x_{22} = 550,833$ тонны. Как видно, такой план недостижим, поскольку объём перевозок от «Восточного» месторождения до «Уральского металлургического комбината» получился отрицательным.

Ответ: $x_{11} = 564$ тонны, $x_{12} = 366$ тонн, $x_{21} = 86$ тонн, $x_{22} = 384$ тонны, план перевозок не оптимален.

Значимость решенной задачи. Конечно же, рассмотренная задача больше подходит для реализации в учебном процессе. Студенты учатся по ней составлять и работать с математической моделью, усваивают понятие «оптимальный план перевозок». В практической же деятельности экспериментировать с моделью на оптимальность решения нет смысла, поскольку для этого существует специальный математический аппарат – линейное программирование (ЛП), который позволяет сразу найти оптимальное решение (Пашков, 2020). Для рассмотренной задачи оптимальный план: $x_{11} = 650$ тонн, $x_{12} = 280$ тонн, $x_{21} = 0$ тонн, $x_{22} = 470$ тонн. Стоимость его реализации составит 3997000 руб. Аппарат ЛП находит применение в управлении железнодорожным транспортом, оптимизации перевозок и ресурсов. Он позволяет ответить на вопросы «как распределить грузы между поездами так, чтобы минимизировать затраты или максимизировать прибыль», «как составить график движения поездов, чтобы минимизировать задержки и простои» и прочие. Например, в статье (Бочкарев, Нос, Гончаренко, 2024) рассмотрены динамические и стохастические задачи ЛП в логистике и управлении цепями поставок. Но для применения аппарата ЛП сначала нужно освоить технологию решения СЛАУ.

Связь с другими дисциплинами. В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Транспортная логистика», «Экономика», «Моделирование цепей поставок».

Задача для специальности СОД (о расчете линейной электрической цепи постоянного тока)

Задача взята из учебного пособия «Методы расчета линейных электрических цепей» (Осипов, Борисов, 2012).

Условие задачи. Найти все токи в ветвях электрической цепи, представленной на рис. 2. Известно, что ЭДС источников питания $E_1 = 36$ В, $E_2 = 12$ В, $E_3 = 9,6$ В, $E_4 = 38,4$ В, $E_5 = 6$ В, а сопротивления резисторов $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_6 = 5$ Ом.

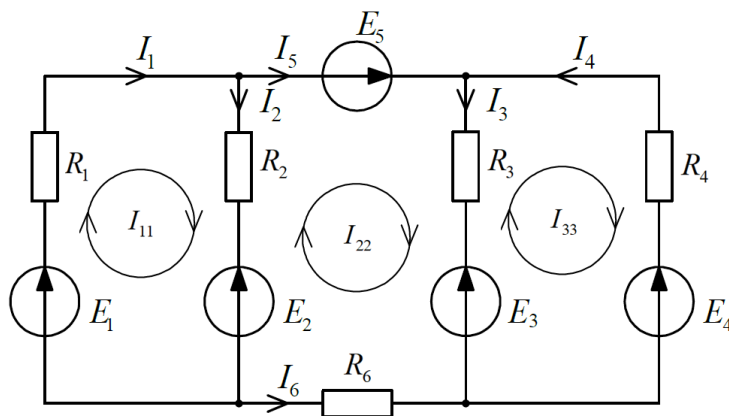


Рис. 2. Схема электрической цепи

Краткое решение задачи.

Решение этой задачи напрямую посредством применения законов Кирхгофа приведёт к составлению СЛАУ, содержащей 6 уравнений и 6 неизвестных. Поэтому воспользуемся

методом контурных токов, который предполагает решение этой задачи через СЛАУ меньшей размерности.

Схема цепи на рис. 2 имеет 3 независимых контура, в каждом из которых течёт свой контурный ток – I_{11} , I_{22} , I_{33} . Выберем направления обхода контуров по часовой стрелке. Для каждого из этих контуров составляется одно контурное уравнение, что приводит к математической модели разветвленной линейной цепи постоянного тока в виде СЛАУ:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 = E_1 - E_2, \\ I_{22}(R_2 + R_3 + R_6) - I_{11}R_2 - I_{33}R_3 = E_5 + E_2 - E_3, \\ I_{33}(R_3 + R_4) - I_{22}R_3 = E_3 - E_4. \end{cases}$$

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 16 & -8 & 0 \\ -8 & 19 & -6 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 8,4 \\ -28,8 \end{pmatrix}.$$

Решив эту СЛАУ, найдем контурные токи: $I_{11} = 1,75$ А, $I_{22} = 0,5$ А, $I_{33} = -2,15$ А.

Пусть I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 , I_6 – неизвестные токи в ветвях цепи. На рис. 2 их направления выбраны произвольным образом. Неизвестные токи в ветвях определяются как алгебраическая сумма контурных токов, протекающих в каждой ветви. Тогда $I_1 = 1,75$ А, $I_2 = I_{11} - I_{22} = 1,25$ А, $I_3 = I_{22} - I_{33} = 2,65$ А, $I_4 = 2,15$ А, $I_5 = 0,5$ А, $I_6 = -0,5$ А.

Ответ: $I_1 = 1,75$ А, $I_2 = 1,25$ А, $I_3 = 2,65$ А, $I_4 = 2,15$ А, $I_5 = 0,5$ А, $I_6 = -0,5$ А.

Значимость решенной задачи. Определять токи в электрической цепи необходимо по многим причинам. Во-первых, если ток превышает допустимую норму, то провода могут перегреться, что приведёт к повреждению изоляции или возгоранию. Во-вторых, многие компоненты цепи (резисторы, транзисторы, микросхемы) рассчитаны на определенный рабочий ток. Например, если в решенной задаче все резисторы рассчитаны на 2,5 А, то третий резистор, вероятнее всего, перегреется и сгорит, поскольку через него проходит ток 2,75 А. В-третьих, в мощных установках точный расчёт токов помогает снизить потери энергии и повысить КПД системы. Электрические локомотивы и электропоезда потребляют огромные токи, поэтому ошибки в расчётах могут привести к катастрофическим последствиям: от остановки движения до возгорания и поражения людей.

Связь с другими дисциплинами. В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика» и «Электротехника».

Задача для специальности СЖД (о расчёте перемещений в узлах двухступенчатого стержня)

Задача взята из учебно-методического пособия «Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики» (Шимановский, Путятю, 2008).

Условие задачи. Стержень, имеющий две ступени одинаковой длины $l = 40$ см с площадью поперечного сечения $A_1 = 12$ см² и $A_2 = 6$ см² (рис. 3), жёстко заделан с левого торца. К его правому концу приложена растягивающая сила $F = 30$ кН. Необходимо определить перемещения сечений, в которых располагаются узлы 1-3. Известно, что стержень изготовлен из стали с модулем продольной упругости (модулем Юнга) $E = 200$ ГПа.

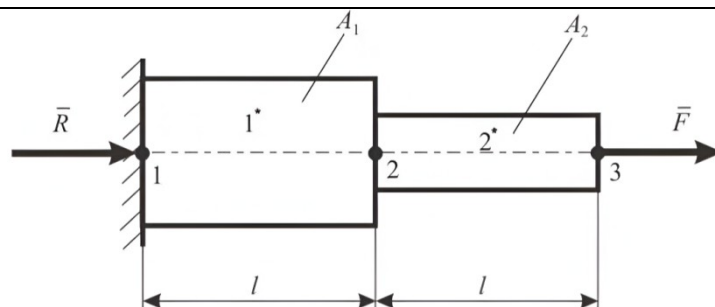


Рис. 3. Расчетная схема

Краткое решение задачи.

Обозначим неизвестные перемещения узлов u_1 , u_2 и u_3 .

Пусть к узлам 1 и 2 первого элемента стержня приложены силы $\vec{f}_1$ и $\vec{f}_2$, а к узлам 2 и 3 второго элемента – $\vec{f}_1^*$ и $\vec{f}_2^*$. Поскольку система на рис. 3 уравновешена (Каменев, 2019), то справедливы условия:

$$\begin{aligned}\vec{R} + \vec{f}_1 &= 0 \text{ для узла 1,} \\ \vec{f}_2 + \vec{f}_1^* &= 0 \text{ для узла 2,} \\ \vec{f}_2^* + \vec{F} &= 0 \text{ для узла 3.}\end{aligned}$$

где $\vec{R}$ – вектор силы реакции опоры (заделки).

Для того чтобы элемент находился в равновесии, силы, действующие в его узлах, должны быть равны по величине и противоположны по направлению (Каменев, 2019). Спроецируем все векторы в направлении вектора $\vec{F}$. Применяя закон Гука, получим математическую модель задачи в виде СЛАУ:

$$\begin{cases} R + \frac{EA_1}{l}(u_2 - u_1) = 0, \\ \frac{EA_1}{l}(u_1 - u_2) + \frac{EA_2}{l}(u_3 - u_2) = 0, \\ \frac{EA_2}{l}(u_2 - u_3) + F = 0. \end{cases}$$

Поскольку узел 1 расположен в месте заделки, то $u_1 = 0$. Поэтому неизвестными в этой системе считаются переменные R , u_2 и u_3 .

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 60 & 0 \\ 0 & 90 & -30 \\ 0 & -30 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Решение этой СЛАУ: $R = -30$ кН, $u_2 = 0,05$ мм, $u_3 = 0,15$ мм.

Ответ: $u_1 = 0$ мм, $u_2 = 0,05$ мм, $u_3 = 0,15$ мм.

Значимость решенной задачи. Расчёт перемещений узлов методом конечных элементов – это основа для принятия инженерных решений, обеспечивающих безопасность и долговечность строительных конструкций. С помощью перемещений вычисляют напряжения в элементах конструкции. В решенной задаче напряжение в первом элементе $\sigma_1 = E \frac{u_2 - u_1}{l} = 25$ МПа, во втором – $\sigma_2 = E \frac{u_3 - u_2}{l} = 50$ МПа. Известно, что для низкоуглеродистой стали максимальное напряжение, которое материал выдерживает при растягивающих нагрузках перед разрушением, составляет 200 – 400 МПа. Это означает, что рассмотренный стержень спокойно выдержит приложенную силу F . Таким образом, без

точного расчета перемещений невозможно предсказать, где возникнут критические напряжения, ведущие к разрушению, например, железнодорожного моста или транспортного тоннеля.

Связь с другими дисциплинами. В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика», «Прикладная механика» и «Сопротивление материалов».

Заключение

В статье рассмотрены профессионально ориентированные задачи из разработанного комплекта для четырёх инженерных специальностей ИрГУПС: ПСЖ, ЭЖД, СОД и СЖД. С использованием методологии математического моделирования обоснована высокая значимость этих задач в инженерной практике по каждой специальности. Также доказана связь дисциплины «Математика» с другими общеобразовательными и специальными дисциплинами. Построенная в каждой задаче математическая модель представляет собой СЛАУ, что иллюстрирует важность при изучении математики таких разделов, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». Применение рассмотренных задач в учебном процессе призвано повысить мотивацию студентов к изучению математики.

Резюмируя, хотелось бы отметить следующее.

1. Каждая из четырёх рассмотренных математических моделей представляет собой довольно простую систему, решение которой можно найти вручную, например, методом Гаусса. В будущем эти математические модели можно усложнять, меняя структуру исследуемых объектов. Для решения сформированных в результате СЛАУ с большим числом уравнений и неизвестных целесообразно использовать компьютерные программы, например, табличный процессор Excel. Таким образом, возникает связь дисциплины «Математика» с дисциплиной «Информатика».

2. Рассмотренные в статье задачи проиллюстрированы в текстовом формате. Как показывает практика, для многих студентов сложные математические преобразования и графики легче воспринимаются в динамике, чем в статичном тексте. Поэтому один из возможных путей дальнейшего развития этого исследования состоит в разработке с использованием представленных задач соответствующих видеоматериалов.

3. Оригинальность данного исследования в том, что в нём фактически один раздел математики «Системы линейных алгебраических уравнений» связан с несколькими специальностями, хотя обычно комплекты задач принято формировать наоборот, связывая специальность со всеми разделами. Подача учебных материалов в предложенном разрезе позволяет студентам ознакомиться не только со своей узкой специализацией, но и с профессией железнодорожника в целом.

4. Представленные в разработанном комплекте задачи в будущем могут быть скорректированы с учётом современных технологий, что необходимо для того, чтобы обучение оставалось актуальным и практико ориентированным. Для этого могут быть привлечены специалисты в соответствующих предметных областях.

Список литературы

- Архипова Н.А., Евдокимова Н.Н., Рудина Т.В. Применение профессионально направленных задач для студентов различных специальностей в процессе изучения математики // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Проблемы высшего образования. 2020. № 1. С. 26–29.
- Белашов В.Ю. Высшая математика в инженерной подготовке: перколяционная модель обучения // Вестник КГЭУ. 2016. Т. 2. С. 59–70. URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/105829>
- Богатова С.В. О мотивации студентов к изучению раздела математики «Линейная алгебра» // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2019. № 7. С. 50–54.

- Бочкарев А.А., Нос В.А., Гончаренко Е.А. Динамические и стохастические задачи линейного программирования в логистике и управлении цепями поставок // Экономика, предпринимательство и право. 2024. Т. 14. № 4. С. 1123–1148. DOI: 10.18334/epp.14.4.120730
- Волков И.В., Матва А.М., Рубан В.Г., Уразгильдеев Р.Х. Применение пакета MATHCAD при расчете механической части локомотивов. Ростов-на-Дону: РГУПС, 2000.
- Забавская А.В. Сборник профессионально ориентированных задач и упражнений по математике (и использованием электронно-образовательных ресурсов). Минск: БНТУ, 2019.
- Каменев С.В. Основы метода конечных элементов в инженерных приложениях. Оренбург: ОГУ, 2019.
- Мателенок А.П., Вакульчик В.С. Междисциплинарная интеграция как основа обучения математике студентов технических специальностей // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2022. № 206. С. 167–183. DOI: 10.33910/1992-6464-2022-206-167-183
- Михальченко Г.С., Кашников В.Н., Коссов В.С., Симонов В.А. Теория и конструкция локомотивов. М.: Маршрут, 2006.
- Моисеева Н.А., Полякова Т.А. Задачи информационно-математического моделирования как средство реализации междисциплинарной интеграции в преподавании математики и информатики в техническом вузе // Концепт. 2022. № 9. С. 52–64. DOI: 10.24412/2304-120X-2022-11063
- Осипов Ю.М., Борисов П.А. Методы расчета линейных электрических цепей. СПб: НИУ ИТМО, 2012.
- Пашков Н.Н. Транспортная логистика (линейное программирование). М.: Прометей, 2020.
- Собашко Ю.А., Катержина С.Ф., Бабенко А.С. Формирование межпредметных связей при изучении дисциплины «Линейная алгебра» // Актуальные технологии преподавания в высшей школе. 2019. С. 32–35.
- Фролов Н.О., Ветлугина О.И., Козаков Д.Ю. Конструкция тягового подвижного состава и тяга поездов. Екатеринбург: УрГУПС, 2016.
- Чупахина И.А., Деревя А.С. Становление инженерного образования в России в контексте современности // Профессиональная ориентация. 2021. № 1. С. 11–19.
- Шимановский А.О., Путятю А.А. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики. Гомель: БелГУТ, 2008.

**DEVELOPMENT OF A SET OF PROFESSIONALLY ORIENTED
MATHEMATICAL MODELING TASKS TO INCREASE MOTIVATION
FOR STUDYING MATHEMATICS AMONG STUDENTS OF
ENGINEERING SPECIALTIES AT A RAILWAY UNIVERSITY**

Bazilevskiy M. P.
Ph.D (Technical), associate professor
mik2178@yandex.ru
Irkutsk

Irkutsk State Transport University

Abstract. The article is devoted to solving the problem of low motivation to study mathematics among students at the railway university. To this end, it is proposed to use an interdisciplinary approach to teaching future engineers and interest them in specific examples of the use of mathematical apparatus in solving professionally oriented problems. It is necessary to form an appropriate set of such problems. These

problems, first, should be interdisciplinary, for which the methodology of mathematical modeling can be used. Secondly, the set should contain at least one task on all the main sections of the «Mathematics» discipline for each specialty. Finally, these tasks should have a low level of difficulty. The purpose of this article is to develop a theoretically grounded set of professionally oriented tasks aimed at increasing motivation and forming applied mathematical competencies among engineering students at a railway university. The problems included in the set illustrate the importance of such sections as «Matrices» and «Linear Algebra Systems» in studying mathematics. For the specialty «Railway Rolling Stock», the problem of calculating the redistribution of loads between locomotive axles in traction mode is considered. For specialty «Railway Operations», the problem is restoring the freight transportation plan, and for the specialty of «Train Traffic Systems» the problem is calculating a linear DC circuit. For «Construction of Railway, Bridges, and Transport Tunnels», the issue is calculating displacements in two-stage rods using the finite element method, while in all cases the mathematical model plays a role in the form of a small system of algebraic equations whose solutions can be found manually. All problems are important for future engineering activities. The application of the methodology of mathematical modeling to each problem made it possible to substantiate the connection between the discipline «Mathematics» and other disciplines.

Keywords: engineering education, mathematics, mathematical modeling, system of linear algebraic equations, interdisciplinary approach, motivation, professionally oriented task

References

- Arkhipova, N. A., Evdokimova, N. N., Rudina T. V. (2020). Primenenie professional'no napravlennykh zadach dlya studentov razlichnykh spetsial'nostey v protsesse izucheniya matematiki. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Problemy vysshego obrazovaniya*, (1), 26-29.
- Belashov, V. Yu. (2016). Vysshaya matematika v inzhenernoy podgotovke: perkolyatsionnaya model' obucheniya. *Vestnik KGEU*, 2, 59-70. URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/105829>
- Bochkarev, A. A., Nos, V. A., Goncharenko, E. A. (2024). Dynamic and stochastic linear programming tasks in logistics and supply chain management. *Journal of Economics, Entrepreneurship and Law*, 14(4), 1123-1148. DOI: 10.18334/epp.14.4.120730 (In Russ.)
- Bogatova, S. V. (2019). O motivatsii studentov k izucheniyu razдела matematiki «Lineynaya algebra». *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskoy vuzakh*, (7), 50-54.
- Chupakhina, I. A., Dereva, A. S. (2021). Stanovlenie inzhenernogo obrazovaniya v Rossii v kontekste sovremennosti. *Professional'naya orientatsiya*, (1), 11-19.
- Frolov, N. O., Vetlugina, O. I., Kozakov, D. Yu. (2016). *Konstruktsiya tyagovogo podvizhnogo sostava i tyaga poezdov*. Ekaterinburg: UrGUPS.
- Kamenev, S. V. (2019). *Osnovy metoda konechnykh elementov v inzhenernykh prilozheniyakh*. Orenburg: OGU. (In Russ.)
- Matelenok, A. P., Vakulchik, V. S. (2022). Interdisciplinary integration as a basis for teaching mathematics to engineering students. *Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences*, (206), 167-183. DOI: 10.33910/1992-6464-2022-206-167-183 (In Russ.)
- Mikhailchenko, G. S., Kashnikov, V. N., Kossov, V. S., Simonov, V. A. (2006). *Teoriya i konstruktsiya lokomotivov*. Moscow: Marshrut. (In Russ.)
- Moiseeva, N. A., Polyakova, T. A. (2022). Tasks of information and mathematical modeling as a means of interdisciplinary integration implementation in teaching mathematics and

computer science at an engineering university. *Scientific-methodological electronic journal «Concept»*, (9), 52-64. DOI: 10.24412/2304-120X2022-11063 (In Russ.)

Osipov, Yu. M., Borisov, P. A. (2012). *Metody rascheta lineynykh elektricheskikh tsepey*. SPb: NIU ITMO.

Pashkov, N. N. (2020). *Transportnaya logistika (lineynoe programmirovaniye)*. Moscow: Prometey.

Shimanovskiy, A. O., Putyato, A. A. (2008). *Primenenie metoda konechnykh elementov v reshenii zadach prikladnoy mekhaniki*. Gomel': BelGUT.

Sobashko, Yu. A., Katerzhina, S. F., Babenko, A. S. (2019). Formirovaniye mezhpredmetnykh svyazey pri izuchenii distsipliny «Lineynaya algebra». *Aktual'nye tekhnologii prepodavaniya v vysshey shkole*, 32-35.

Volkov, I. V., Matva, A. M., Ruban, V. G., Urazgil'deev, R. Kh. (2000). *Primenenie paketa MATHCAD pri raschete mekhanicheskoy chasti lokomotivov*. Rostov-na-Donu: RGUPS. (In Russ.).

Zabavskaya, A. V. (2019). *Sbornik professional'no orientirovannykh zadach i uprazhneniy po matematike (i ispol'zovaniem elektronno-obrazovatel'nykh resursov)*. Minsk: BNTU. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 05.05.2025

Принята к публикации 04.07.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-73-78

УДК
378.147**КОМПЛЕКСНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДЛЯ
ОЦЕНКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕЙ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ
В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ УНИВЕРСИТЕТА****Вишняков Владимир Анатольевич**
д.т.н., профессор
vish@bsuir.by
г. МинскБелорусский государственный
университет информатики и
радиоэлектроники**Зыкова Татьяна Викторовна**
к.ф.-м.н., доцент
zykovatv@mail.ru
г. Красноярск

Сибирский федеральный университет

Носков Михаил Валерианович
д.ф.-м.н., профессор
mvnoskov@yandex.ru
г. Красноярск

Сибирский федеральный университет

Аннотация. Предметом исследования являются оценки использования сетей интернет вещей (IoT) в учебном процессе университета. Цель статьи – анализ применения сетей IoT в организации и управлении учебным процессом университета с применением факторного, регрессионного и корреляционного анализов. Рассмотрены основные аспекты применения IoT сетей, их влияние на успеваемость студентов и эффективность образовательных программ. Использование IoT сетей в учебном процессе университета имеет значительный потенциал для повышения эффективности обучения. Ключевыми факторами успешного внедрения IoT являются техническая оснащенность университета, квалификация преподавателей и доступность готовых решений. Регрессионные модели подтвердили положительное влияние IoT сетей на успеваемость студентов и сокращение времени на административные задачи. Корреляционный анализ выявил умеренную положительную связь между использованием IoT и успеваемостью студентов и сильную положительную связь между IoT и экономией времени преподавателей.

Ключевые слова: сети интернет вещей, профессиональное образование, факторный, регрессионный, корреляционный анализ

Введение

Современная система образования сталкивается с проблемами, вызванными стремительным развитием ИТ-технологий. Это связано с увеличением объема образовательных данных, которые необходимо обрабатывать, анализировать и использовать в обучении. Образовательные учреждения генерируют огромные массивы данных: от академических успеваемости студентов до аналитики посещаемости, однако их эффективное использование остается ограниченным. Для эффективной обработки этих данных необходимо использования сетей Интернет вещей (Vishnyakov, 2023).

Технология Интернета вещей (IoT) активно внедряется в различные сферы жизни, включая образование (Заславская, 2017). В университетах IoT может использоваться для улучшения качества образовательного процесса, автоматизации управления ресурсами и повышения вовлеченности студентов. Однако для оценки эффективности внедрения IoT

необходимо применять современные методы анализа данных, такие как факторный, регрессионный и корреляционный анализы (Хацкевич, 2021). Эти методы позволяют выявить ключевые факторы, влияющие на успешность внедрения технологии, и оценить их взаимосвязи (Aleguani, 2018). Поэтому цель статьи – исследовать применение факторного, регрессионного и корреляционного анализов для оценки влияния IoT на образовательный процесс университета. Это достигается решением следующих задач: использование факторного анализа для выявления скрытых факторов, влияющих на эффективность использования IoT; регрессионного анализа – для определения степени влияния отдельных факторов на результативные показатели (успеваемость студентов, удовлетворенность образовательным процессом); корреляционного анализа – для оценки степени тесноты взаимосвязей между переменными, такими как уровень использования IoT и академические показатели.

Этапы и результаты проведения факторного анализа

Факторный анализ (Хацкевич, 2021; Айвазян, 2001) позволяет сократить количество переменных, выделяя основные факторы. Модель факторного анализа может быть представлена в виде:

$$X = AF + \varepsilon,$$

где X – вектор наблюдаемых переменных, A – матрица факторных нагрузок, F – вектор скрытых факторов, ε – вектор ошибок.

Факторный анализ выполнялся в следующей последовательности:

- определение цели исследования (выявление ключевых факторов, влияющих на использование IoT в управлении учебным процессом университета);
- сбор данных (проведение опросов среди преподавателей, студентов и администрации университета). Количественные данные о внедрении IoT-устройств (число подключенных устройств, частота использования, удовлетворенность пользователей);
- подготовка данных (очистка данных от пропусков и выбросов; стандартизация данных для обеспечения сопоставимости);
- выбор метода факторного анализа (использование метода главных компонент (PCA));
- определение числа факторов на основе критерия Кайзера (собственные значения > 1);
- извлечение факторов (применение вращения факторов (Varimax) для улучшения интерпретируемости). В данном исследовании были выбраны факторы: «техническая инфраструктура», «удовлетворенность пользователей», «эффективность управления»;
- оценка надежности (расчет коэффициента альфа Кронбаха для проверки внутренней согласованности факторов).

Результаты количественной оценки выбранных факторов представлены в таблице.

Таблица. Результаты количественной оценки факторного анализа

Фактор	Нагрузка переменных	Собственное значение
техническая инфраструктура	количество IoT-устройств (0,85), скорость сети (0,78), доступность ресурсов (0,72)	3,45
удовлетворенность пользователей	удовлетворенность студентов (0,88), удовлетворенность преподавателей (0,82), удобство использования (0,75)	2,98
эффективность управления	автоматизация процессов (0,79), снижение затрат (0,71), улучшение качества образования (0,68)	2,56

Этапы и результаты проведения регрессионного анализа

Регрессионный анализ (Хацкевич, 2021; Айвазян, 2001; Mircea, 2021) используется для оценки зависимости между переменными. Линейная регрессионная модель имеет вид:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon,$$

где Y – зависимая переменная (например, успеваемость), $X_1, X_2, \dots, X_n$ – независимые переменные (например, частота использования IoT), $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ – коэффициенты регрессии.

Шаги регрессионного анализа:

- определение цели исследования (оценка влияния использования IoT на эффективность учебного процесса в университете). Исследуется, как внедрение IoT влияет на успеваемость студентов или на время, затрачиваемое на административные задачи;

- сбор данных по показателям (успеваемость студентов (средний балл, количество сданных экзаменов), время, затрачиваемое на административные задачи (составление расписания, учет посещаемости), удовлетворенность преподавателей и студентов (опросы, анкетирование), количество подключенных устройств IoT (датчики, камеры, сенсоры));

- выбор структуры модели регрессии (в зависимости от характера данных можно выбрать парную или множественную линейную регрессию или нелинейные по независимым переменным другие виды регрессионных моделей). Парная линейная регрессия использована для оценки зависимости успеваемости студентов от количества подключенных устройств IoT;

- оценка параметров модели (используя метод наименьших квадратов, оцениваются параметры регрессионной модели). Оценивалось, насколько увеличение количества устройств IoT влияет на успеваемость студентов;

- проверка значимости модели (проводится проверка гипотез о значимости коэффициентов регрессии с использованием t-критерия Стьюдента и F-критерия Фишера-Снедекора). Также оценивается коэффициент детерминации R^2 , который показывает, насколько адекватно модель объясняет вариацию данных;

- интерпретация результатов (на основе полученных выборочных оценок коэффициентов регрессии делаются выводы о влиянии IoT на учебный процесс). Если коэффициент при переменной «количество устройств IoT» положительный и значимый, это может свидетельствовать о положительном влиянии IoT на успеваемость студентов.

Реализация количественной оценки:

1. Влияние IoT на успеваемость студентов. Регрессионная модель для данного случая имеет вид:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon,$$

где Y – средний балл студентов, X_1 – количество подключенных устройств IoT, β_0, β_1 – коэффициенты регрессии, ε – ошибка. При $\beta_1 = 0,5$ средний балл Y статистически значим. Это означает, что увеличение количества устройств IoT на 1 единицу приводит к увеличению среднего балла студентов на 0,5.

2. Влияние IoT на долю времени академического часа, затрачиваемого на административные задачи. Модель имеет вид:

$$K_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon,$$

где K_t – доля времени академического часа, затрачиваемого на административные задачи, X_1 – количество устройств IoT, X_2 – количество студентов, β_0, β_1 – коэффициенты регрессии. Равенство $\beta_1 = -0,2$ означает, что увеличение количества устройств IoT на 1 единицу сокращает долю времени академического часа, затрачиваемого на административные задачи, на 0,2.

Этапы и результаты проведения корреляционного анализа

Корреляционный анализ (Хацкевич, 2021; Айвазян, 2001; Шапкарина, 2020) применяется для количественной оценки тесноты и определения направления взаимосвязи между переменными. Шаги корреляционного анализа:

- определение переменных. Независимой переменной является интенсивность использования IoT (количество подключенных устройств, частота использования IoT-решений). Зависимыми переменными являются показатели эффективности учебного процесса (успеваемость студентов, удовлетворенность преподавателей, экономия времени на административные задачи);

- сбор данных. Данные могут быть собраны через опросы, статистические отчеты университета, данные с IoT-устройств (например, датчики посещаемости, умные доски);

- обработка данных (очистка данных от выбросов и пропусков, нормализация данных для обеспечения сопоставимости);

- расчет коэффициента корреляции (использование коэффициента корреляции Пирсона для оценки силы и направления связи между переменными). Применяется формула коэффициента корреляции Пирсона:

$$R = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}},$$

где x_i и y_i – значения переменных, $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – их средние значения выборок.

Интерпретация результатов. Значение коэффициента корреляции варьируется в интервале от -1 до 1 . Чем ближе к 1 , тем сильнее положительная связь, чем ближе к -1 , тем сильнее отрицательная связь.

Результаты количественной оценки.

1. Корреляция между использованием IoT и успеваемостью студентов. Данные: 100 студентов, использующих IoT-устройства для обучения. Коэффициент корреляции $R = 0,65$, что указывает на умеренную положительную связь.

2. Корреляция между IoT и экономией времени преподавателей. Данные: 50 преподавателей, использующих IoT для автоматизации отчетности. Коэффициент корреляции $R = 0,72$, что свидетельствует о тесной положительной связи.

Заключение

Результаты факторного анализа показали, что основными факторами, влияющими на образовательный процесс, являются: количество IoT-устройств, удовлетворенность и успеваемость обучающихся, эффективность управления. Это подтверждается результатами количественной оценки обозначенных факторов.

Регрессионный анализ позволил количественно оценить влияние использования сетей IoT на различные аспекты учебного процесса в университете. Увеличение количества устройств IoT на 1 единицу приводит к увеличению среднего балла студентов на 0,5 и сокращает время на административные задачи на 2 часа

Корреляционный анализ показал, что использование сетей интернета вещей в университете имеет положительное влияние на учебный процесс. Корреляция между использованием IoT и успеваемостью студентов (коэффициент корреляции $R = 0,65$) показывает умеренную положительную связь. Корреляция между IoT и экономией времени преподавателей (коэффициент корреляции $R = 0,72$) свидетельствует о сильной положительной связи.

Таким образом, данное исследование подтверждает влияние IoT на учебный процесс в университете, свидетельствует о необходимости разумного использования IoT, обозначает перед преподавательским составом новые методические задачи для повышения качества образовательного процесса.

Список литературы

- Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. В 2 томах. Т.1. Теория вероятностей и прикладная статистика: учебник для экономических специальностей вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
- Заславская О.Ю., Кириллов А.И. Новые возможности информатизации образования – «Интернет вещей» // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2017. 14(2). 140–147.
- Хацкевич Г.А., Русилко Т.В. Эконометрика. М.: РИВШ, 2021.
- Шапкарина Г.Г. Корреляционный анализ в системах управления. М.: МИСиС, 2020.
- Aleryani A. The Impact of IoT on the Higher Education. Saba Journal of Information Technology and Networking. 2018. 6(2). 38–48.
- Hair J.F., Black W.C., Babin B.J., Anderson R.E. Multivariate Data Analysis. London. Pearson Education, 2019.
- Mircea M., Stoica M., Ghilic-micu B. Investigating the Impact of the Internet of Things in Higher Education Environment. IEEE Access. 2021. 99:1-1.
- Montgomery D.C., Peck E.A., Vining G.G. Introduction to Linear Regression Analysis. Hoboken, Wiley, 2012.
- Vishnyakov V.A. Specialized IoT networks: models, structures, algorithms, software and hardware. Minsk: BGUIR, 2023.

**COMPREHENSIVE STATISTICAL ANALYSIS FOR ASSESSING
THE USE OF INTERNET OF THINGS NETWORKS IN THE
EDUCATIONAL PROCESS OF THE UNIVERSITY**

Vishnyakov V. A. Dr. Sci. (Technical), professor vish@bsuir.by Minsk	Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
Zykova T. V. Ph.D (Physics and Mathematics), Associate professor zykovatv@mail.ru Krasnoyarsk	Siberian Federal University
Noskov M. V. Dr. Sci. (Physics and Mathematics), professor mvnoskov@yandex.ru Krasnoyarsk	Siberian Federal University

Abstract. The subject of the research is the assessment of the use of Internet of Things (IoT) networks in the university educational process. The aim of the article is to analyze the application of IoT networks in the organization and management of the university's educational process using factor, regression, and correlation analyses. The main aspects of IoT network implementation, their impact on students' academic performance, and the effectiveness of educational programs are examined. The use of IoT networks in the university educational process has significant potential for increasing the efficiency of learning. The key factors for the successful implementation of IoT are the university's technical infrastructure, faculty qualifications, and the availability of ready-made solutions. Regression models confirmed the positive impact

of IoT networks on students' academic performance and the reduction of time spent on administrative tasks. Correlation analysis revealed a moderate positive relationship between the use of IoT and students' academic performance, as well as a strong positive relationship between IoT and time savings for faculty members.

Keywords: Internet of things networks, professional education, factor, regression, correlation, analysis

References

- Ajvazyan, S. A., Mhitaryan, V. S. (2001). *Prikladnaya statistika. Osnovy ekonometriki. V 2 t. T.1. Teoriya veroyatnostej i prikladnaya statistika: uchebnik dlya ekonomicheskikh special'nostej vuzov*. Moscow: YuNITI-DANA. (In Russ.)
- Aleryani, A. (2018). The Impact of IoT on the Higher Education. *Saba Journal of Information Technology and Networking*, 6(2), 38–48.
- Hackevich, G. A., Rusilko, T. V. (2021). *Ekonometrika*. Moscow: RIVSh. (In Russ.)
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E. (2019). *Multivariate Data Analysis*. London. Pearson Education.
- Mircea, M., Stoica, M., Ghilic-micu, B. (2021). Investigating the Impact of the Internet of Things in Higher Education Environment. *IEEE Access*, 99, 1-1.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., Vining, G. G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis*. Hoboken, Wiley.
- Shapkarina, G. G. (2020). *Korrelyacionnyj analiz v sistemah upravleniya*. Moscow: MISiS. (In Russ.)
- Vishnyakov, V. A. (2023). *Specialized IoT networks: models, structures, algorithms, software and hardware*. Minsk: BGUIR.
- Zaslavskaya, O. Yu., Kirillov, A. I. (2017). Novye vozmozhnosti informatizacii obrazovaniya – «Internet veshchej». *Vestnik Rossijskogo universiteta družby narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya»*, 14(2), 140-147. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 20.08.2025
Принята к публикации 05.09.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-79-95

УДК
378.147**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТАХ КАК ВАЖНЕЙШИЙ
МЕТОД ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРОВ****Лебо Иван Германович**
д. ф.- м. н., профессор,
старший научный сотрудник
lebo@mirea.ru
г. Москва**Лебо Александра Ивановна**
к.ф.-м.н., доцент
leboshka@yandex.ru
г. Москва**Розанова Светлана Алексеевна**
д. п. н., профессор; старший научный
сотрудник
srozanova@mail.ru
г. МоскваМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллектаМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллектаМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллекта

Аннотация. В статье проведён глубокий анализ проблемы фундаментальной подготовки студентов технических университетов. Он выявил актуальность этой проблемы на протяжении 20 и 21 веков и проиллюстрировал вклад государственных деятелей, Научно-методических советов по фундаментальным дисциплинам (НМС) при Министерствах науки и образования СССР и России, а также научно-педагогической общественности в ее решении на разных этапах развития страны. При этом показано, что независимо от реформ или обновления системы высшего образования всегда для инженерно-технических вузов остаётся в приоритете оптимальное сочетание его фундаментальности и профессионально-прикладной направленности. В результате проведённых исследований утверждается, что математическое моделирование физических процессов является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов в технических вузах. Приведено обоснование этого утверждения. Предложена методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов. Разработана блок – схема этой методики, и дано её описание. Методика реализована в процессе выполнения исследовательских проектов студентами МИРЭА. Конкретные примеры её реализации проведены в рамках выполнения программы Национального центра физики и математики «Газодинамика и физика взрыва», тема «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах». Ввиду универсальности предложенной методики, она может быть использована при выполнении научно-исследовательских работ с широким кругом прикладных и профессиональных задач как студентами технических университетов разных направлений и специальностей в настоящее дореформенное время, так и студентами различных образовательных ступеней и программ, предусмотренных новой реформой после ее начала в предполагаемых 2026-2027 годах.

Ключевые слова: фундаментальная подготовка инженеров, математическое моделирование, физические процессы, исследовательские проекты

Введение

Необходимость повышения качества фундаментальной подготовки студентов (математика, физика, информатика) была и остаётся актуальной задачей развития современной высшей технической школы в России. О важности сохранения фундаментальности математического образования в технических вузах заботились выдающиеся учёные, преподаватели математики, физики, информатики, государственные и общественные деятели и организации: академики В.А. Садовничий (Садовничий, 2002) и С.М. Никольский, член-корреспондент РАН Л.Д. Кудрявцев и другие. Реализацией этого важнейшего педагогического принципа в технических университетах занимались соответствующие министерства, НМС и в советское время, и в Российской Федерации: Минобрнауки России под руководством министра В.М. Филиппова, НМС при Минобрнауки России по математике (руководители: академик С.В. Емельянов и член-корреспондент РАН Л.Д. Кудрявцев), по физике (руководитель – академик Ж. И. Алфёров) и информатике (руководитель – академик Ю.И. Журавлев) (Розанова, 2023). На совместных заседаниях члены этих трёх советов отмечали *необходимость использования математического моделирования при решении учебных и научно-исследовательских задач как одного из важнейших методов, непосредственно влияющего на повышение качества не только фундаментальной, но и профессиональной подготовки студентов.*

Научно методический совет по математике разработал и издал Сборник универсальных программ по математике для бакалавров разных специальностей и направлений. Особое внимание было уделено инженерно-техническому направлению (Кудрявцев, 2009). В этом же году он был разослан Министерством науки и образования Российской Федерации всем техническим вузам. Важным было то, что в подготовленном, изданном и разосланном министерством всем техническим вузам сборнике программ по математике для технических вузов была «задана планка, ниже которой нельзя опускаться в учебном процессе по математике» (Кудрявцев, 2009), и по физике (Кожевников, 2012). А такие попытки в некоторых вузах были во времена работы советов и заметно усилились после их отмены в 2019 году.

По мнению авторов, целесообразно воспользоваться ретроспективным опытом и восстановить обратную связь между Министерством и научно-педагогической общественностью, естественно, с учётом современных реалий.

В Сборнике программ 2009 года были определены цель математического образования бакалавров и математические компетенции, которые должны быть сформированы у выпускника в результате обучения по соответствующей программе. Целью математического образования бакалавра является: воспитание достаточно высокой математической культуры; привитие навыков современных видов математического мышления; привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности. В результате изучения математических дисциплин бакалавр должен обладать следующими универсальными математическими компетенциями.

а) Общенаучными компетенциями (ОНК): способность использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания в области математики (ОНК-1); способность приобретать новые математические знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОНК-2); – владеть математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным, научным и этическим проблемам (ОНК-3); – владеть методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов (ОНК-4).

б) Инструментальными компетенциями (ИК): владеть развитыми учебными навыками и готовностью к продолжению образования; обладать способностью к

применению на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений; интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата (ИК-2); владеть умением применять аналитические и численные методы решения поставленных задач (с использованием готовых программных средств) (ИК-3).

в) Социально-личностными компетенциями (СЛК): обладать математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры (СЛК-1); владеть способами доказательств утверждений и теорем как основной составляющей когнитивной и коммуникативной функций (СЛК-2); обладать способностью к критике и самокритике, умением работать в команде, приверженностью к этическим ценностям, толерантностью к различным культурам (СЛК-3)».

В документе подробно описаны *предметно-социальные компетенции* (Кудрявцев, 2009). Все компетенции, описанные в данной работе, являются универсальными, так как были разработаны коллективами ведущих вузов страны и обсуждены широкой научной общественностью. При разработке *этих* программ авторы и редакторы постарались максимально сохранить «принцип оптимального сочетания фундаментальности с профессиональной направленностью математического образования, присущего российской высшей школе». После упразднения НМС объединённым министерством в 2019 году, вузы проводили обучение студентов по собственным программам и требованиям, что привело к некоторому снижению фундаментальности образования. Конечно, этому способствовали и объективные обстоятельства, в частности, начавшаяся пандемия. Но с 2022 года президент В.В. Путин вместе с Советом ректоров вузов *актуализировали* проблему фундаментальной подготовки студентов технических вузов. Фундаментальность образования в технических университетах – одно из основных национальных достояний России и будет в приоритете, как показывает история развития российского образования, при любых реформах и обновлениях высшего образования. Этот факт подтверждается ещё и тем, что в проекте новой реформы (обновления) высшего образования, обсуждаемого всеми уровнями российского общества, ключевым моментом является тезис доклада «Об основных изменениях в системе высшего образования» министра министерства науки и высшего образования Российской Федерации В.Н. Фалькова в Совете Федерации: «Высшее образование должно удерживать баланс между фундаментальностью и применимостью знаний в условиях меняющихся задач на рынке труда» (Фальков, 2024).

МИРЭА – Российский технологический университет (РТУ-МИРЭА) в настоящее время работает по разработанной им Программе фундаментальной подготовки студентов. В ней фактически конкретизированы и наполнены современным содержанием универсальные общенаучные и инструментальные компетенции, сформулированные выше, которыми должен обладать выпускник МИРЭА с учётом специфики университета без учёта социально-личностных и общекультурных компетенций. Но весь учебный процесс по математике построен так, что эти компетенции тоже формируются. В данном исследовании использованы компетенции, которые должны быть сформированы и развиты у выпускника в результате изучения предметов по учебному плану и выполнения исследовательских проектов, приведённые в программе МИРЭА. Поскольку в практической части данного исследования будут приведены задачи, выполненные выпускниками направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика с учётом специфики направленности подготовки «Математическое моделирование и математические вычисления» (ММиМВ), то были взяты за основу данного исследования следующие цели и компетенции из Программы МИРЭА для этого направления.

«Научно-исследовательская работа студентов (НИРС) имеет своей целью сформировать, закрепить и развить практические навыки и компетенции, предусмотренные данной рабочей программой по этому направлению»:

а) по каждой математической дисциплине. Далее приведено в качестве примера для одной дисциплины – математический анализ.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

01_03_02_ММиВМ_ИИИ_2025_plx_Математический анализ.

Компетенции дисциплины:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Карточки компетенций:

ОПК-1.2: Применяет знания фундаментальной математики для решения задач профессиональной деятельности;

Дескрипторы (знания, умения) расписываются подробно по каждой математической дисциплине;

б) по НИРС:

ОПК-4: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности;

ОПК-4.1: Понимает принципы работы современных информационных технологий;

Знать (ОПК-4.1-31) методы решения задач профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Уметь (ОПК-4.1-У1) решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Владеть (ОПК-4.1-В1) навыками решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Следует подчеркнуть, что приобретённые бакалавром знания и навыки по фундаментальным предметам являются интеллектуальной основой для освоения специализированных наук студентами на следующих этапах обучения (магистратура-аспирантура, либо специалитет-аспирантура).

Очевидно, что приведённые компетенции можно отнести к важнейшей части общенаучных и инструментальных компетенций, сформулированных в Сборнике программ, 2009, разработанном НМС по математике, и конкретизированных с учётом специфики МИРЭА. Следовательно, формирование этих компетенций направлено на *сохранение фундаментальной подготовки студентов технического университета*. Этот вывод, полученный в результате проведённого анализа, позволяет сформулировать проблему и цель исследования.

Проблема исследования: недостаточная эффективность формирования фундаментальных исследовательских компетенций у студентов технических университетов в процессе выполнения исследовательских проектов, связанная с дефицитом методов для перехода от абстрактных теоретических знаний к решению прикладных задач.

Цель исследования: разработать методику фундаментальной подготовки студентов технических университетов с помощью математического моделирования физических процессов.

Для достижения поставленной цели и решения проблемы проведены теоретические и практические исследования, результаты которых изложены ниже.

Методология исследования и подходы (методы)

Обсуждаемая методология представляет собой синтез двух подходов: математического моделирования и фундаментального образования в техническом университете. Суть методологии математического моделирования состоит «в замене исходного объекта его «образом» – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно – логических алгоритмов» (триада Самарского). Эта методология «познания, конструирования, проектирования сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента» (Самарский, 2001).

В основе методологии фундаментального математического образования в техническом университете лежит принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности математического образования и формирования математической культуры студентов (Кудрявцев, 2009), (Розанова, 2023, Розанова, 2015,

Розанова 2003). Поэтому возникает необходимость дополнить методологию компетентностным (или эквивалентным ему в свете предполагаемой реформы высшего образования) подходом. Так как в данной статье исследуется математическое моделирование физических процессов с привлечением информационно-коммуникационных технологий, то целесообразно использовать ещё и интегративный метод, объединяющий знания фундаментальных наук – математики, физики и информатики.

В статье используется также: традиционные и инновационные методы и технологии (Драгилева, 2021); деятельностный и синергетический подходы (Смирнов, 2017; Дворяткина, 2017); активное привлечение студентов к постановке вычислительных экспериментов, проведению расчетов и их обсуждению, сравнению результатов вычислительных и натурных экспериментов (Лебо, 2007).

Результаты исследования

3.1. Теоретические результаты исследования

3.1.1. Методика фундаментальной подготовки студентов с помощью математического моделирования физических процессов

Применение метода математического моделирования при решении конкретных учебных, тем более, прикладных и профессиональных задач, вызывает у студентов технических университетов большие затруднения. Самой большой трудностью оказывается перевод учебной, прикладной или профессиональной постановки задачи (объект исследования) на математический язык, то есть создание математической модели объекта. Положительный результат достигается при полном понимании студентом сути поставленной задачи и свободном владении математическими и физическими знаниями и методами, и компьютерными технологиями. В школе и в техническом университете на первом курсе обнаруживается недопонимание обучающимися текстовых учебных задач и неумение создавать математические модели для их решения. Но особенные трудности возникают, когда объектом исследования оказываются физические процессы. Эта ситуация объясняется тем, что большинство студентов усваивают лучше либо математику, либо физику, но свободное владение обоими предметами является редкостью. Информатика у студентов технического вуза вызывает больший интерес, чем математика и физика, и овладение этим предметом идёт гораздо лучше. Этот факт обусловлен тем, что у студентов технических вузов более развито алгоритмическое, чем, например, логическое, абстрактное математическое мышление. Поэтому с целью оказания помощи студенту в выполнении исследовательского проекта, связанного с математическим моделированием физических процессов, была разработана нами соответствующая методика и реализована в процессе выполнения исследовательских проектов в МИРЭА – Российском технологическом университете (РТУ-МИРЭА) (Лебо, 2024а). Эта методика была использована нами при разработке методики фундаментальной подготовки студентов с помощью математического моделирования физических процессов. При этом было учтено, что выпускник должен получить общее (базовое) высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности и сформированными определёнными умениями и навыками самостоятельно решать предложенную заказчиком производственную задачу.

Методика фундаментальной подготовки студентов технического вуза с помощью моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов состоит в следующем:

1. Повышение мотивации студента к выполнению научно-исследовательских проектов с использованием математических методов (Розанова, 2015).
2. Интегрирование и углубление знаний по математике, физике и информатике, необходимых для выполнения проекта (Лебо, 2024а).
3. Раскрытие «проблемных зон» по математике и физике, тормозящих понимание постановки задачи исследования и составление её адекватной математической модели. Проверка готовности студента к решению исследовательского проекта на более лёгких

учебных задачах с предварительной оценкой его компетентностей или их аналогов после реформы (Драгилева, 2021).

4. Постановка физической (или прикладной, или профессиональной) задачи исследования.

5. Составление её адекватной математической модели.

6. Разработка алгоритма и программы решения математической модели: усовершенствование известных или создание новых алгоритмов и программ.

7. Верификация и валидация разработанных численных программ.

8. Постановка и проведение вычислительных экспериментов и интерпретация с их помощью данных натурных экспериментов с оценкой базовых и НИР – компетенций или их эквивалента.

9. Научное объяснение полученных результатов.

10. Обоснование экономической эффективности предложений.

11. Итоговая оценка компетенций (или их эквивалента) студента при выполнении исследовательского проекта. В случае наличия ниже заданного уровня, переход к первым трём уровням.



Рис. 1. Блок-схема методики фундаментальной подготовки студентов РТУ с помощью ММФП при выполнении ими исследовательских проектов

На рис. 1 приведена блок – схема методики фундаментальной подготовки студентов ТУ с помощью математического моделирования физических процессов (ММФП) при выполнении ими исследовательского проекта.

Эта схема состоит из следующих важнейших блоков: подготовительного, вычислительного эксперимента (наитруднейшего, содержащего модель, алгоритмы и

программы, результативного, сравнение с данными натуральных экспериментов), и проверочного блока. Если итоговый результат проверки оказывается ниже заданного уровня, то студент переходит снова к подготовительному блоку. За простейший критерий оценки компетенций (или их эквивалента) студента можно взять долю его самостоятельности при решении задачи в каждом блоке схемы.

В подготовительный блок входят следующие составляющие:

- 1) актуализация метода математического моделирования с помощью элементов истории его возникновения;
- 2) интеграция знаний по математике, физике и информатике и раскрытие их «проблемных зон»;
- 3) актуализация математического аппарата для решения физических задач аналитическими методами и с помощью компьютерных вычислений;
- 4) проверка имеющихся компетенций (или их эквивалента) на учебных задачах и их развитие по составлению математических моделей простейших физических задач;
- 5) оценка понимания поставленных задач и подхода к составлению их моделей.

Далее переход к большому блоку вычислительного эксперимента (выделен сплошной красной линией), состоящему из пяти меньших блоков. При этом на каждом меньшем блоке добавляется проверка уровня сформированных компетенций (или их эквивалентов). Внутри вычислительного блока красным пунктиром выделена труднейшая часть решения задачи – переход от объекта исследования к его математической модели. Здесь по сравнению со схемой, приведённой на рис. 1 в статье (Лебо, 2024б), добавлен результативный блок, а после вычислительного эксперимента введён блок окончательной проверки сформированных компетенций (или их эквивалента).

С целью оказания помощи студентам в овладении методом математического моделирования разработано и принято в печать в издательстве РТУ-МИРЭА учебное пособие (Лебо И.Г., Лебо А.И., 2025а). Оно использовалось в подготовительном блоке методики при проведении практической части данного исследования и послужит ценным помощником студентам технических университетов при изучении ими метода математического моделирования, необходимого при выполнении исследовательских проектов и дипломных работ. Следует отметить главы об истории возникновения математического моделирования, вкладе российских учёных в развитие этой методологии, областях её применения и примеры решения практических задач, что, несомненно, будет способствовать не только формированию указанных выше компетенций, но и воспитанию у студентов математической культуры.

Проверка этих знаний и при необходимости их повтор указывает стрелка, входящая в подготовительный блок предложенной схемы при низкой итоговой оценке компетенций или их эквивалента.

На некоторых направлениях и специальностях обучения студентов РТУ-МИРЭА кафедрой высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) читаются курсы «Математическое моделирование», «Современные проблемы прикладной математики и информатики», «Численные методы уравнений математической физики» и другие, проводятся семинарские занятия и ведутся научно-исследовательские работы по подготовке и защите дипломных проектов по соответствующим направлениям.

Но есть целый ряд направлений и специальностей, на которых математическое моделирование не изучается студентами, а выполнение исследовательских проектов, как правило, требует от них владения этим методом. Возникает необходимость комплексного освоения основ современной физики, математики и информатики, которое может быть реализовано при выполнении студентами исследовательских проектов с помощью математического моделирования не только физических процессов по предлагаемой методике, но и других объектов, ввиду её универсальности. При этом необходимо в соответствующие блоки внести коррективы и, например, в результативном блоке вместо

физической интерпретации поставить профессиональную или соответствующую прикладную интерпретацию.

3.1.2. Обоснование математического моделирования физических процессов как важнейшего метода фундаментальной подготовки студентов технических университетов

Математическое моделирование в настоящее время является одним из основных методов познания объективного мира (наряду с теорией и экспериментом). Поэтому очевидна необходимость его использования при решении профессиональных или прикладных задач в промежуточных научно-исследовательских и дипломных работах. Эти работы всегда были и будут востребованы в учебном процессе технических вузов независимо от любых реформ высшего образования. Следовательно, и в настоящее время и в ближайшем будущем с увеличением объёмов информационных потоков и решением проблемы фундаментальной подготовки студентов технических вузов будет необходим метод математического моделирования. Математическое моделирование различных объектов, в том числе физических процессов, является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов технических вузов ещё и по следующим причинам. С его помощью осуществляется интеграция фундаментальных дисциплин между собой и с профессиональными дисциплинами (интегративный метод); формируются компетенции выпускника или их эквивалент, (компетентностный подход), причём эффективнее всего это достигается при выполнении исследовательских проектов. Это – универсальный метод решения не только задач физики, но и многих проблем естествознания, профессиональных задач из других областей.

3.2. Практические результаты исследования

3.2.1. Реализация методики

Осуществлена реализация этой методики при выполнении студентами РТУ-МИРЭА научно – исследовательских проектов. Далее приведены примеры исследовательских проектов, выполненных студентами-дипломниками РТУ-МИРЭА (Кривуценко, 2025, Лебо, 2025б). Исследования проводились в рамках программы Национального центра физики и математики «Газодинамика и физика взрыва», тема «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах».

3.2.1.1 «Моделирование развития неустойчивости Релея-Тейлора в сферическом слое из несжимаемой жидкости»

В монографии (Лебо, 2006) описана физико-математическая модель развития неустойчивости Рэлея-Тейлора (Taylor, 1950, Chandrasekhar, 1961) в сферическом слое конечной толщины, ускоренного внешними силами. Получены уравнения, описывающие развитие малых возмущений формы границ оболочки из несжимаемой жидкости, движущейся ускоренно. Была разработана программа и рассчитан рост этих возмущений. Программа тестировалась с помощью известного аналитического решения, полученного Рэлеем (Гамалий, 1980). Рассматривался разлёт оболочки конечной толщины под действием внутреннего давления. В процессе разлёта под действием давления газа внутри оболочки развиваются возмущения на внутренней границе $R_1(t)$, которые передаются на внешнюю границу $R_2(t)$, ($R_1(t)$, $R_2(t)$ – внутренний и внешний радиусы оболочки, t – время). Сформулирован критерий разрушения оболочки ($\frac{|D1_n + D2_n|}{R_2 - R_1} = 1$, где $D1_n(t)$, $D2_n(t)$ – амплитуды возмущений формы границ сферических гармоник с номером n), и получены зависимости пройденного пути оболочки до её разрушения при различных номерах сферических гармоник n .

3.2.1.2. Моделирование распространения ударной волны и ускорения лавсановых плёнок в цилиндрическом канале

С помощью разработанной ранее программы NUT (Лебо, 2006) в эйлеровых координатах, студентами РТУ-МИРЭА решались задачи об особенностях гиперзвуковых вихревых течений газов и распространения ударных волн в цилиндрических каналах с учётом отражения ударных волн от деформируемых стенок канала и огибания препятствий.

Численно были решены две задачи:

а) распространение гиперзвуковой ударной волны (УВ) в воздухе с начальным давлением $P_0 = 1$ атм (число Маха $M_x = V_{sw}/V_s \geq 10$, где V_{sw} , V_s – скорость фронта УВ и скорость звука в невозмущённом газе) внутри цилиндрического протяжённого канала, просверленного в полимерном твердотельном цилиндре, её преломление и формирование в газе вихрей. Расчётная область $(Z \times R) = 1 \times 0.25$ см², протяжённость канала 0.4 см, имеющего радиус 0.1 см. Плотность стенки цилиндра 1 г/см³;

б) распространение сильной УВ в таком же, как описанном выше канале, но закрытом тонкой плёнкой с начальной толщиной $d = 50$ мкм (Лебо, 2025б).

Начальные условия за фронтом ударной волны, которая падает сверху-вниз, задавались с помощью соотношений Гюгонио (Зельдович, 1966) для значений $M_x = 10$. На рис. 2а показано поле плотности в начальный момент, синий цвет – сжатый ударной волной воздух, темно-синий – плотность невозмущённого воздуха, жёлтый цвет – плотность стенок. На рис. 2б показано распределение плотности после прохождения УВ и отражения от нижней границы области. Видно, что на верхнем краю плотного цилиндра, после прохождения УВ формируется вихрь. На нижнем краю, после прохождения отражённой УВ также формируется вихрь. Стенки цилиндрического канала испытали сжатие

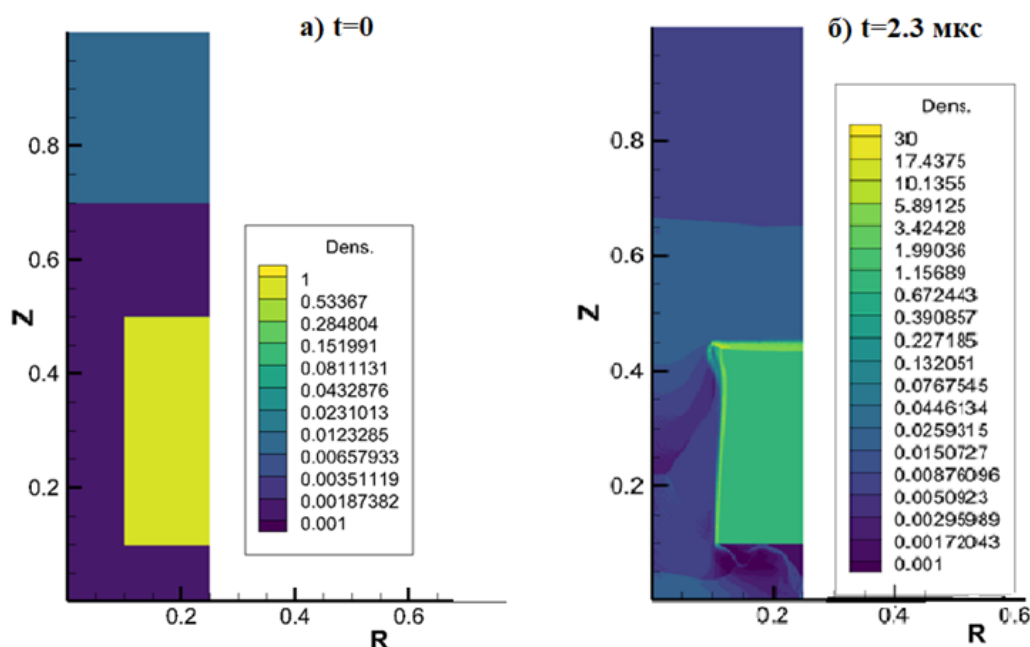


Рис. 2. Поля плотности воздуха (голубой цвет) и полимерного экрана с цилиндрическим каналом вдоль оси на моменты времени а) $t=0$ мкс, б) $t=3.2$ мкс.

На рис. 2 показано прохождение ударной волны (УВ) с числом Маха (M_x) = 10 через цилиндрический канал протяжённостью 0.4 см и радиусом 0.1 см.

На рис. 3 показано прохождение УВ через лавсановую плёнку с толщиной 50 мкм и её ускорение в цилиндрическом канале. Видно, как на кромке канала преломляется УВ, и, как и предыдущей задаче, формируется вихрь. Ударная волна ускоряет слой. Из-за развития неустойчивости Рихтмайера-Мешкова (Richtmayer, 1960, Мешков, 1969) плёнка разрушается. Скольжение плотного полимерного слоя вдоль стенки канала приводит к развитию также неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (Ландау, 1986). В результате, формируется плотный турбулентный слой, который толкает впереди себя УВ. К моменту $t = 3.2$ мкс этот слой достигает нижнего края канала, а УВ отражается от нижней границы области (рис. 3б).

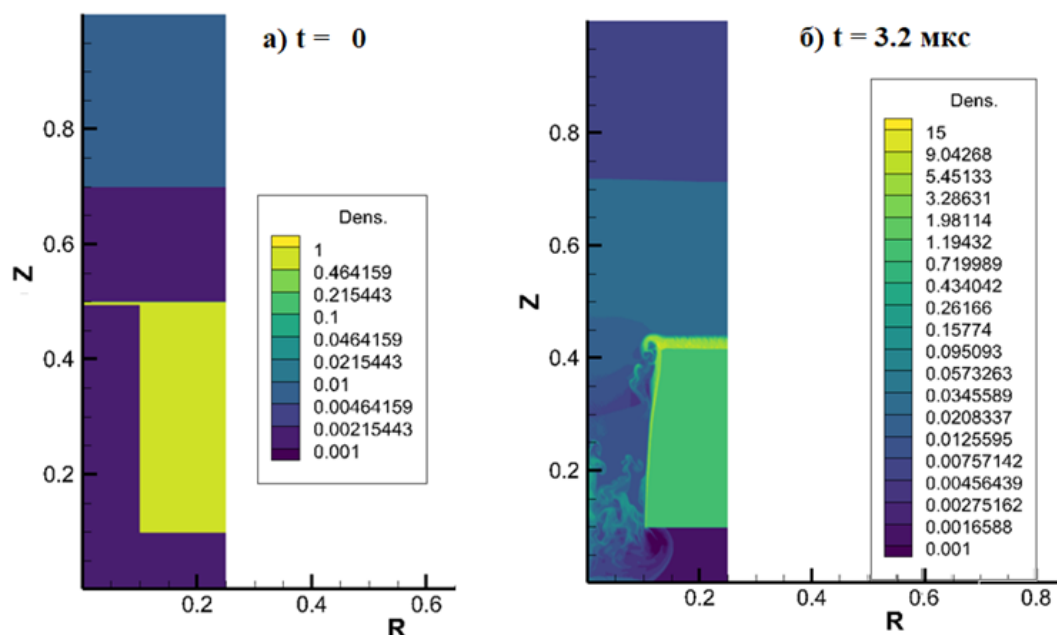


Рис. 3. Поля плотности в начальный момент $t = 0$ (а) и в момент выхода ускоренного слоя из цилиндрического канала ($t = 3.2$ мкс)

3.2.1.3. Моделирование ускорения тонких фольг и распространения сильных ударных волн лазерной ударной трубе

Наряду с определёнными преимуществами эйлерового подхода к моделированию гидродинамической неустойчивости, имеется и ряд трудностей, связанных с тем, что для расчёта динамики ускоренного слоя, формирования и распространения фронта ударной волны на расстояниях на порядки величины превосходящих начальную толщину слоя, требуется использовать разностные сетки с очень большим количеством узлов. Отметим, что при моделировании экспериментов с лазерной ударной трубой (Зворыкин, 2000, Зворыкин, 2005, Zvorykin, 2024) возникает подобная ситуация. Наиболее удобным, в этом случае, является лагранжевый подход. Разностная сетка «вморожена» в вещество, и контактные границы перемещаются вместе с сеткой.

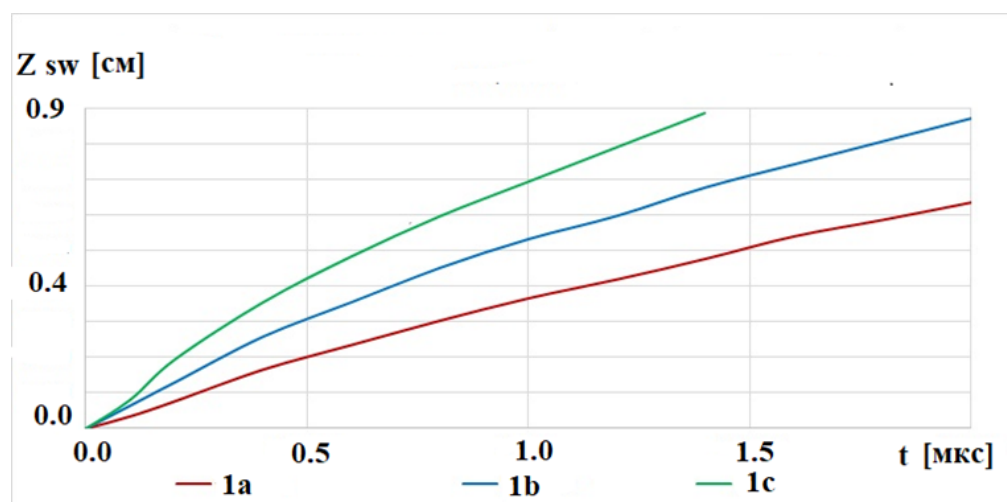


Рис. 4. Зависимости пройденного ударной волной расстояния $Z_{sw}(t)$ от времени для слоя с начальной толщиной $d_0 = 3$ мкм при различных значениях поглощённой энергии лазера $E_{las} = 5$ Дж (1a), 10 Дж (1b), 17.5 Дж (1c)

По двумерной лагранжевой программе «ATLANT_C» (Лебо, 2006) численно решена задача об ускорении тонких лавсановых фольг различной толщины ($d = 1.5, 3, 10$ мкм), помещённых в ячейку лазерной ударной трубы (ЛУТ) и облучённых мощным импульсом KrF-лазера (длина волны излучения $\lambda = 0.25$ мкм).

На рис. 4 показаны зависимости расстояний Z_{SW} от времени t , пройденных в воздухе УВ, которые генерировались с помощью лазерного импульса в ячейке ЛУТ при $d = 3$ мкм и различных значений поглощённой лазерной энергии.

Замечание. Наряду с неустойчивостью Рихтмайера-Мешкова в расчёте наблюдалось развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (Ландау, 1980), когда из-за разности скоростей вблизи границы «ускоренный слой-стенка» развиваются вихри.

Обсуждение результатов

Проведённый анализ фундаментальной подготовки студентов технических университетов показал актуальность этой проблемы и проиллюстрировал вклад государственных деятелей и научно-педагогической общественности в её решение на разных этапах развития России. Это позволило сформулировать проблему и цель данного исследования, а также найти способы её решения для достижения этой цели. В результате разработана методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов. Приведённые примеры выполнения исследовательских проектов студентами МИРЭА – Российского технологического университета иллюстрируют реализацию предложенной методики и роль математического моделирования в их фундаментальной и профессиональной подготовке. Теоретические и практические исследования, проведённые и изложенные в данной статье показали:

1) предложенная авторами методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов может быть использована в настоящее время и после вступления в силу новой реформы высшего образования для решения разнообразных профессиональных и прикладных задач в технических университетах в силу её *универсальности*;

2) с помощью этой методики получен ряд практических результатов: решена задача о развитии малых возмущений формы оболочки из несжимаемой жидкости, разлетающейся под действием давления внутреннего газа (часть 3.2.1.1), рассмотрена задача распространения ударной волны в цилиндрическом канале, её отражение и преломление на краю канала (часть 3.2.1.2), ускорения тонких фольг в лазерной ударной трубе (часть 3.2.1.3);

3) для выполнения этих исследований были использованы различные математические подходы – линеаризация уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости, и разложение возмущённых величин в ряды Фурье по функциям Лежандра, численное решение полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение оболочки и развитие трёхмерных малых возмущений её границ (часть 3.2.1.1), численное решение двумерных нелинейных уравнений газовой динамики в *эйлеровых* цилиндрических координатах (часть 3.2.1.2), численное решение двумерных нелинейных уравнений плазменной динамики в лагранжевых цилиндрических координатах (часть 3.2.1.3).

Каждый из перечисленных подходов позволяет решить круг физических и практических задач, связанных с проблемой развития гидродинамической неустойчивости и перехода в турбулентное состояние. Так, первый подход позволяет выполнить линейный анализ развития неустойчивости (для малых по амплитуде возмущений по сравнению с толщиной ускоренной оболочки из несжимаемой жидкости). Студент написал программу, провёл расчёты и оформил соответствующие графики.

Во втором подходе использование эйлеровых координат к решению двумерных уравнений газовой динамики позволяет изучать нелинейную и переходную стадии развития неустойчивости, моделировать формирование вихрей на изломе при прохождении УВ. Студент освоил комплекс программ «NUTCY», провёл сложные численные расчёты и их графическую обработку.

В третьем подходе с помощью лагранжевого кода «ATLANT_C» исследовалась динамика полёта тонких плёнок в ячейке лазерной ударной трубы. Студентом была освоена эта двумерная программа, проведены вычисления и графическая обработка результатов.

Следует отметить самостоятельность выполняемой работы студентов, когда речь шла о проведении расчётов и графической обработке результатов.

Исследования и полученные выше результаты носят фундаментальный характер (переход от эволюционной стадии развития неустойчивости к турбулентности) и позволяют сравнивать экспериментальные данные с результатами численных расчётов, а также проектировать новые эксперименты в этой области знаний.

Выводы

1. Обосновано, что математическое моделирование физических процессов является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов технических университетов при выполнении ими исследовательских проектов.

2. Описана методология данного исследования как синтез двух методологий: математического моделирования и фундаментального образования в техническом университете.

3. Предложена методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов. Приведены блок – схема этой методики и её описание.

4. Реализация этой методики в учебном процессе МИРЭА поможет формированию, закреплению и развитию практических навыков и компетенций не только по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (бакалавры) и 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» (магистранты) с учётом специализации направленности подготовки «Математическое моделирование и вычислительная математика», но и для других направлений и специальностей.

5. Показано, что эта методика универсальна и поэтому может быть использована при решении широкого круга профессиональных и прикладных задач. Она является необходимым элементом учебного процесса в технических университетах в настоящее время, а также будет чрезвычайно полезной после вступления в силу новой реформы (обновления) высшего образования.

6. Правильное сочетание использования вычислительного и натурного экспериментов помогают достичь поставленных целей и решать сложные физико-технические задачи. Например, создание с помощью мощного лазера импульса давления в конденсированной среде позволяет формировать сильные ударные волны и гиперзвуковые течения в окружающем газе, изучать обтекание препятствий сложной формы, развитие гидродинамической неустойчивости вблизи контактной границы двух сред, движущихся ускоренно. Такие задачи представляют интерес в исследованиях физических явлений при входе космических объектов в плотные слои атмосферы, в физике высоких концентраций энергии и инерциальном термоядерном синтезе – смотри раздел 3).

7. В рамках программы Национального центра физики и математики налажен обмен информацией и сотрудничество с ведущими научными организациями страны по теме «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах», что способствует и будет помогать в дальнейшем постановке новых реальных профессионально-прикладных задач.

8. Предложенная методика способствует развитию творческих способностей студентов и воспитанию их математической культуры. Это, в конечном итоге, приводит к повышению качества фундаментального образования в технических университетах.

Список литературы

- Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз.
- Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1982.
- Бюллетень Научно-методического совета по физике, №4. Составитель Кожевников Н.М. СПб: Издательство политехнического университета, 2012.
- Гамалий Е.Г., Розанов В.Б., Самарский А.А. и др. Гидродинамическая устойчивость сжатия сферических лазерных мишеней // ЖЭТФ. 1980. Т.79. № 2(8).
- Дворяткина С.Н., Дякина А.А., Розанова С.А. Синергия гуманитарного и математического знания как педагогическое условие решения междисциплинарных проблем // Интеграция образования. 2017. №1. С. 8–18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018.
- Драгилева И.П., Потепалова А.Ю., Розанова С.А. Необходимость использования потенциала раскрытия «проблемных зон» для улучшения качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации высшей школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. №4 (24). С. 109–125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124.
- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М: Наука, 1966.
- Зворыкин В.Д., Краснюк И.А., Лебо И.Г., Левченко А.О. Моделирование развития области турбулентного перемешивания при лазерном ускорении тонких фольг // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2005. №9. С. 34–41.
- Зворыкин В. Д, Лебо И.Г. Применение мощного КгF-лазера для исследования сверхзвуковых течений газа и развития гидродинамических неустойчивостей в слоистых средах // Квантовая электроника. 2000. № 30(6). С. 540–544.
- Кривуценко С.С., Лебо И.Г. Моделирование развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в сферическом слое из несжимаемой жидкости. 52 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. Сборник тезисов докладов. М: АО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН». 17-21 марта 2025. С. 181.
- Кудрявцев Л.Д., Розанова С.А., Ягола А.Г. и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН высшего профессионального образования 3-го поколения. М.: Издательство РУДН. 2009.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М: ФИЗМАТЛИТ, 1986.
- Лебо И.Г., Тишкин В.Ф. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза. М: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
- Лебо И.Г. Применение методов математического моделирования физических экспериментов в студенческих дипломных проектах // Физическое образование в вузах. 2007. Т. 13. № 3. С. 119–138.
- Лебо И.Г., Розанова С.А. Роль математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов. Международная конференция Математика в созвездии наук к юбилею ректора МГУ Виктора Антоновича Садовниченко. Тезисы докладов. М.: Издательство Московского университета. 1 – 2 апреля 2024. 2024. С. 499–500.

- Лебо И. Г., Лебо А. И., Розанова С. А. Методика математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2024. № 3 (35). С. 46–59.
- Лебо И.Г., Николаев М.А. Моделирование ускорения тонких фольг в цилиндрическом канале. 52 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. Сборник тезисов докладов. М: АО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН». 17-21 марта 2025. С. 179
- Лебо И.Г., Лебо А.И. (2025) Современные проблемы математического моделирования. Учебное пособие. М.: МИРЭА-Российский технологический университет, 2025.
- Мешков Е.Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. №5. С. 151.
- Розанова С.А., Карапетян В.С. О совместном Российско-Армянском проекте «Развитие мотивации к изучению математики в условиях реформирования образования: школы, вузы, общество». Труды международной научной конференции «Образование, наука, экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». Армения, Горис, 28 сентября – 2 октября 2015. С. 15–25.
- Розанова С. А., Ягола А.Г. Лев Дмитриевич Кудрявцев и Научно-методический совет по математике Минобрнауки России // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №1. С. 100–111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111.
- Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- Садовничий В.А. Образование, которое мы можем потерять. Сборник под общей редакцией ректора МГУ им. М. В. Ломоносова В.А. Садовничего. М.: МГУ, 2002.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Главная редакция физ.-мат. литературы. Наука, 1977.
- Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1992.
- Смирнов Е.И. Синергия исследования «проблемных зон» базового учебного элемента содержания математического образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. №5. С. 82–90.
- Фальков В. Об изменениях в системе высшего образования. Доклад в Совете Федерации 05.06.2024. Сайт Минобрнауки России.
- Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Dover Publications, Inc. New York. 1961. Chapter 10.
- Lebo I.G., Zvorykin V.D. “The study of turbulent mixing zone development in laser shocktube experiments”. Physica Scripta IOP Publishing, Phys. Ser T132, 2008.
- Richtmyer R.D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. Commun. Pure Appl. Math. 1960. V.13. P. 297.
- Taylor G.I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. Proceedings of Royal Society, 1950. V.A201. P.192.
- Zvorykin V.D., Veliev P.V., Rjzin I.A. Parkevich E.V., Smaznova K.T., Ustinovskii N.N., Shutov A.V. KrF laser-driven shock tube: Realization and first experiments. Fundamental Plasma Physics. 1, 2024. 100046

THE MATHEMATICAL MODELING OF THE PHYSICAL PROCESSES AS THE IMPORTANT METHOD OF FUNDAMENTAL EDUCATION OF THE TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS PERFORMED OF THE SCIENTIFIC PROJECTS

Lebo I. G. Dr.Sci., Professor, Senior Researcher lebo@mirea.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Lebo A. I. Ph.D., Associate Professor leboshka@yandex.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Rozanova S. A. Dr.Sci. (Pedagogy), Professor Senior Researcher srozanova@mail.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence

Abstract. The article provides an in-depth analysis of the problem of fundamental training of students at technical universities. He revealed the relevance of this problem throughout the 20th and 21st centuries and illustrated the contribution of statesmen, Scientific and Methodological Councils for Fundamental Disciplines (NMS) under the Ministries of Science and Education of the USSR and Russia, as well as the scientific and pedagogical community in solving it at different stages of the country's development. At the same time, it is shown that regardless of reforms or renewal of the higher education system, the optimal combination of its fundamentality and professional-applied orientation always remains a priority for *engineering and technical universities*. As a result of the research, it is argued that mathematical modeling of physical processes is the most important method of fundamental training of students in technical universities. This statement is justified. A method of fundamental training of students of a technical university using mathematical modeling of physical processes when they carry out research projects is proposed. A block diagram of this procedure was developed and its description was given. The methodology is implemented in the process of research projects by MIREA students. Specific examples of its implementation were carried out within the framework of the program of the National Center for Physics and Mathematics "Gas Dynamics and Explosion Physics," the topic "Study of physical processes in controlled thermonuclear fusion and in star systems". Due to the versatility of the proposed methodology, it can be used in research work, both by students of technical universities of different directions and specialties at the present pre-reform time, and by students of various educational levels and programs provided for by the new reform after its start in the proposed 2026-2027.

Keywords: fundamental training of engineers, mathematical modeling, physical processes, research projects

References

- Artsimovich, L. A. (1961). *Upravlyayemye termoyadernye reakcii*, Moscow: FIZMATGIZ. (In Russ.)
- Belotserkovsky, O. M., Davidov, Yu. M. (1982). *Metod krupnyh chastic v gazovoj dinamike*. Moscow: Nauka. FIZMATLIT. (In Russ.)
- Bulleten' Nauchno-metodicheskogo soveta po fizike, №4 (2012). Sostavitel' N.M. Kozhevnikov–Sankt-Peterburg: Izdatel'stvo politekhnicheskogo universiteta. (In Russ.)
- Chandrasekhar, S. (1961). *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications, Inc. New York. Chapter 10.
- Gamaly, E. G., Rozanov, V. B., Samarsky, A. A. et al. (1980). Gydrodinamicheskaya ustoychivost' szhatiya sfericheskikh misheney. *ZhETF*, v.79, 2(8), 459. (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Rozanova, S. A. (2017). Synergy of humanitarian and mathematical knowledge as a pedagogical condition for solving interdisciplinary problems. *Integration of Education*, 1, 8-18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dragileva, I. P., Potepalova, A. Yu. (2021). The need to use the potential of revealing “problem areas” to improve the quality of mathematical education in technical universities in the context of higher secondary schools. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 4 (24), 109-125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124. (In Russ., abstract in Eng.)
- Krivutsenko, S. S., Lebo, I. G. (2025). Modeling the development of Rayleigh-Taylor instability in a spherical layer of incompressible fluid. 52 International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion ICPAF-25. Book of abstracts. March 17-21, 181. Moscow: Science and Technology Centr «PLASMAIOFAN». (In Russ.)
- Kudryavtsev, L. D., Rozanova, S.A., Yagola, A.G. et al. (2009). Sbornik primernykh program matematicheskikh disciplin professional'nogo obrazovaniya 3-go pokoleniya. Moscow: Izdatel'stvo RUDN. (In Russ.)
- Landau, L. D., Lifshits, E. M. (1986). *Teoreticheskaya fizika*. Vol. VI. *Gidrodinamika*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Tishkin, V. F. (2006). *Issledovanie gidrodinamicheskoy neustojchivosti v zadachah lazernogo termoyadernogo sinteza*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Lebo, I. G. (2007). Primenenie metodov matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh fizicheskikh eksperimentov v studencheskikh diplomnykh proektakh. *Fizicheskoe obrazovanie v vuzah*, 13 (3), 119-138. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Rozanova, S. A. (2024a). Rol' matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh procesov pri vipolnenii issledovatel'skikh proektov studentami tekhnicheskikh universitetov. Mezhdunarodnaya konferenciya «Matematika v sozvezdii nauk. K jubileju rectora MGU Victora Antonovicha Sadovnichego. Tezisi dokladov. Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta. 1–2 April 2024, 499-500. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Lebo, A. I., Rozanova, S. A. (2024b). Methods of mathematical modeling of physical processes in the implementation of research projects by students of technical universities. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 3(35), 46-59. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-46-59. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebo, I. G., Nikolaev, M. A. (2025a). Simulation of thin film acceleration into cylindrical channel. 52 International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion ICPAF-25. Book of abstracts. March 17-21, 181. Moscow: Science and Technology Centr «PLASMAIOFAN». (In Russ.)
- Lebo, I. G., Lebo, A. I. (2025b). *Sovremennye problemi matematicheskogo modelirovaniya. Teaching guide*. Moscow: MIREA-Russian technological university. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Zvorykin, V. D. (2008). The study of turbulent mixing zone development in laser shock tube experiments. *Physica Scripta IOP Publishing, Phys. Ser. T*. 132.

- Meshkov, E. E. (1969). Neustoychivost' granici razdela dvuh gazov uskorjaemih udarnoj volnoj. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Mehanika zhidkosti i gaza*, 5, 151. (In Russ.)
- Richtmyer, R. D. (1960). Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. *Commun. Pure Appl. Math*, 13, 297.
- Rozanova, S. A., Karapetyan, V. S. (2015). O sovместnom Rossijsko-Armjanskom proekte «Razvitie motivacii k izucheniju matematiki v uslovijah obrazovaniya: shkoli, vuzy, obschestvo». Trudi mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Obrazovanie, nauka, ekonomika v VUZ-ah i shkolah. Integraciya v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo». Armeniya, Goris, 28 September – 2 October 2015, 15-25. (In Russ.)
- Rozanova, S. A., Yagola, A. G., (2023). Lev Dmitrievich Kudryavtsev i Nauchno-metodicheskiy sovet po matematike pri Minobrnauki Rossii. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 1, 100-111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111. (In Russ., abstract in Eng.)
- Rozanova, S. A. (2003). *Matematicheskaya kul'tura studentov tehnikeskikh universitetov*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Sadovnichiy, V. A. (2002). Obrazovanie, kotoroe my mozhtm poteryat'. Sbornik pod obshchej redakcii rectora MGU V.A. Sadovnichego (In Russ.).
- Samarsky, A. A. (1977). *Teoriya raznostnih skhem*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Mikhailov, A. P. (2001). *Matematicheskoe modelirovanie. Idei. Metodi. Primeri*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Popov, Yu. P. (1992). *Raznostnie skhemi gazovoj dinamiki*. Moscow: Nauka. (in Russ.)
- Smirnov, E. I. (2017). Synergy of researching “A problem zone” of a basic educational element of mathematical education content. *Yaroslavl' Pedagogical Bulletin*, 5, 82-90.
- Taylor, G. I. (1950). The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. *Proceedings of Royal Society*, V.A201, 192.
- Fal'kov, V. (2024). *Ob izmeneniyah v sisteme vishego obrazovaniya v Sovete Federacii Rossii*. 05.06.2024. Minobrnauki.gov.ru. (In Russ.)
- Zel'dovich, Y. B., Rayzer, Yu. P. (1966). *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*. New York: Academic Press.
- Zvorykin, V. D., Veliev, P. V., Rjzin, I. A., Parkevich, E. V., Smaznova, K. T., Ustinovskii, N. N., Shutov, A. V. (2024). KrF laser-driven shock tube: Realization and first experiments. *Fundamental Plasma Physics*. 1, 100046
- Zvorykin, V. D., Krasniuk, I. A., Lebo, I. G., Levchenko, A. O. (2005). Modelirovanie razvitiya oblasti turbulentnogo peremeshivaniya pri lazernom uskorenii tonkih fol'g. *Kratkie soobscheniya po Fizike FIAN*, 9, 34-41. (In Russ.)
- Zvorykin, V. D., Lebo, I. G. (2000). Primenenie moschnogo KrF-lazera dlya issledovaniya sver. *Kvantovaya Elektronika*, 30(6), 540-544. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию	01.09.2025
Принята к публикации	05.09.2025

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-96-104

УДК
37.035

**ЦИФРОВАЯ СОЦИАЛИЗАЦИЯ ЛИЧНОСТИ:
К МЕТОДОЛОГИЧЕСКИМ ОСНОВАНИЯМ ИЗУЧЕНИЯ
ПРОЦЕССА**

Макарова Александра Олеговна
преподаватель
schatten2014@mail.ru
г. Нижний Новгород

Нижегородский государственный
педагогический университет им. К. Минина
(Мининский университет)

Аннотация. Тема социализации личности – одна из классических тем в социально-гуманитарном знании, однако в свете цифровизации различных сторон жизнедеятельности общества возникает насущная потребность в пересмотре методологии анализа понятия «социализация личности». Тенденция к ревизии обусловлена наличием лакун в научных исследованиях, а также необходимостью определения вектора развития образования, в том числе и профессионального. Существующая методологическая размытость негативно сказывается на подготовке специалистов в области образования. Будущий педагог должен чётко себе представлять в качестве результатов обучения основополагающие качества и свойства личности, для формирования которой он создаёт условия в процессе обучения и воспитания. Однако отсутствие модели социализации личности в цифровую эпоху, а также размытость представлений о самом формате современной личности делают процесс социализации во многом стихийным и непредсказуемым. В статье предложено авторское видение причин отсутствия адекватной современности методологии изучения цифровой социализации. Анализ сложившейся ситуации приводит автора к артикуляции методологических требований к педагогической науке: формулировка кроссдисциплинарного подхода по данному вопросу, разработка кластера категорий с чётко фиксированным единообразным содержанием, конструирование исчерпывающей модели цифровой социализации.

Ключевые слова: цифровизация, цифровая социализация, личность, акторы, цифровое поколение, образовательный институт

Введение

Категория «личность» – одна из наиболее значимых и вместе с тем наиболее противоречивых категорий в предметном поле гуманитарных наук. Несмотря на то, что становление понятия уходит корнями в эпоху Возрождения, когда принцип антропоцентризма достиг максимальной актуализации, в гуманитаристике вплоть до сегодняшнего дня так и не выработано единого подхода к пониманию сущности личности.

В научной литературе под «личностью» чаще всего понимается социально-психологическое образование, которое формируется в результате вовлеченности индивида в социальное взаимодействие. Иными словами, личность – это человек, описываемый как элемент социальных отношений, основными каналами вхождения в социум при этом

трактуются активная деятельность и общение (Саморегуляция и прогнозирование..., 2013). Это понимание феномена «личность» было выработано в рамках социологического подхода. Есть и диаметрально противоположные ракурсы трактовки, согласно которым личность отнюдь не приобретенные характеристики. Так, к примеру, представители персоналистического подхода в философии (Лосский, 2000, 400-407) и гуманистической психологии полагают, правда, с различных оснований, что человек уже рождается личностью, а в процессе приобретения опыта только актуализирует заложенное в сознании. В педагогической науке в трактовке понятия акцент смещается на процессуальность и логику изменения личностных свойств в контексте образовательно-воспитательного процесса (Бим-Бад, 2002, 134).

Современная педагогическая наука требует уважительного отношения к каждому на любом этапе взросления, базируясь на постулате, что учителя и воспитатели скорее создают условия для раскрытия личностного потенциала, они модерируют и при необходимости корректируют процесс становления личности. Деятельность педагогов всегда двойственна: с одной стороны, они помогают личности состояться, а с другой – выполняют социальный заказ по подготовке индивида к успешному вхождению в социальные связи, т.е. «создают» личность в соответствии с определенным форматом, востребованным общественным сознанием в конкретную историческую эпоху.

Пик проблематизации темы становления личности приходится на первую половину XX столетия в связи с процессами модернизации и новыми требованиями социума в отношении индивида. Развитие теорий социализации привело к тому, что в середине века центральное место в данной проблематике заняла тема идентичности, подлинности, личностного бытия, при этом понятие «личность» так и не было приведено к единообразию в трактовке. А с последних десятилетий прошлого века начинается эра цифровизации, повлекшая изменения логики и механизмов взаимодействия человека и машины, приведшая к возникновению сетевых IT-сервисов и платформ коммуникации. Научно-технические и социальные трансформации усугубили нерешённую ситуацию с трактовкой понятия «личность», её типологизацией, а также описанием принципов и каналов формирования личностной идентичности. Всё это ещё больше затруднило деятельность педагогов, поскольку в их задачу входит не системный анализ социальных процессов для артикуляции основных трендов в вопросах становления личности, а разработка методического инструментария для работы с «аудиторией».

Современные отечественные исследователи активно включились в разработку темы становления личности в цифровом обществе. Здесь и работы, касающиеся трансформации личностного сознания под влиянием виртуализации социальных практик, например, исследования Ардашева Р.Г. (Ардашев, 2020, 2021). И анализ проблемы виртуальной идентичности в текстах Голубевой Н.А. (Голубева, 2020) и Полюшкевича О.А. (Полюшкевич, 2020, 2020). И массив работ из разных предметных областей, посвящённых процессам цифровой социализации детей и молодёжи в целом таких авторов, как Дудина О.В. (Дудина, 2021), Гревцева Г.Я. (Гревцева, 2022), Головчин М.А. (Головчин, 2022), Кузнецова Е.А. (Кузнецова, 2023), Ершова (Ершова, 2023) и др. И работы Собкина В.С. и Федотовой А.В. (Собкин, Федотова, 2019), содержащие анализ коммуникационных платформ как пространства социализации, Морозовой А. (Морозова, 2018) – представление различных типов пользователей социальных сетей. Стоит также упомянуть и пул авторов, изучающих влияние IT-технологий на логику взаимодействия агентов социализации в образовательном пространстве – Самерханова Э.К., Поначугин А.В. (Самерханова, Поначугин, 2016). Нельзя не отметить исследователей Г.У. Солдатову и А.Е. Войскунского, которые разработали концепцию «человека подключенного и достроенного» как нового антропологического феномена (Солдатова, Войскунский, 2017).

Таким образом, целью исследования является преодоление методологической размытости в изучении цифровой социализации личности путем конструирования модели цифровой социализации и инструментария ее анализа (категориального аппарата, подходов)

для совершенствования подготовки будущих педагогов и преодоления стихийности воспитательного процесса.

Методология исследования

Теоретико-методологическое основание исследования представляет совокупность общенаучных методов (анализ, синтез, аналогия, абстрагирование и т.д.), которые позволили обобщить накопленные в науке данные по теме, а также критически оценить наработки исследователей. В качестве методологической рамки анализа понятия «цифровой социализации» использовалась теория поколений, разработанная Н. Хоу и У. Штраусом (Howe, Strauss, 1991).

Результаты и обсуждение

Современность породила новый вид социокультурного пространства – виртуальное, и новый тип личности – цифровую личность, каналы социализации которые существенно отличны от тех, что описывались в классический период изучения темы. Все это, во-первых, потребовало ревизии содержания пула понятий по теме: личность, социализация, каналы и механизмы социализации, личностная идентификация и пр. И во-вторых, сложившаяся ситуация остро заявила проблему выработки инструментов по адаптации человека в реальных социальных практиках (в том числе и образовательных), разворачивающихся в цифровой среде либо трансформирующихся под её влиянием.

Современные реалии таковы, что социализация личности всё чаще выносится за пределы реального мира в мир виртуальный – в онлайн-среду, где индивид взаимодействует с широким кругом акторов (причём в качестве акторов вполне могут выступать и нечеловеческие объекты). В этой связи говорят о новом типе социализации – социализации цифровой, формирующей новый образ личности. Можно предположить, что он будет вырабатываться в контексте плоских структур и ослабленных социальных связей. Однако мы с трудом представляем в полной мере набор базовых характеристик этого грядущего типажа.

IT-технологии стали важнейшим агентом социализации, который начал активно конкурировать с семьей, школой, университетом – теми институтами, где в XX веке и протекали самые действенные процессы формирования человека. Ранее социальные интеракции преимущественно были личностными, живыми, но самое главное – они были человекомерными. Перемещение социализации в цифровую среду становится тем непредсказуемое, что в качестве визави у живого человека может оказываться даже не блогер, психолог или медийная персона, а программное обеспечение, фейк, искусственный интеллект и т.д. При этом необходимо понимать, что конструирование личностной идентичности осуществляется по той же самой логике, что в событии коммуникации человека с человеком: «я» конструирует себя либо по аналогии, либо в противовес «другому». К этому следует добавить радикальное увеличение скоростей в курсировании информационных потоков, а также угрозы неконтролируемых случайных или целенаправленных вирусных вбросов в Сети, создающих проблемы с самоопределением индивида.

В этой связи вопрос о формате личности в цифровом обществе становится фундаментальным антропологическим вопросом современности. В условиях размытости экзистенциальных границ между детством и взрослым миром усилия воспитателей и учителей, направленные на достижение определенного идеала адекватного взрослого, наталкиваются на противоречия эпохи. И важнейшей педагогической проблемой современности, на наш взгляд, является методологическая несостоятельность педагогической науки к вызовам цифровой эпохи. Действительно, идет активная разработка новых методик, в том числе обучения посредством цифровых и дистанционных технологий. Но проблема в том, что педагогическая наука на сегодняшний день не имеет ясного представления о том, какой тип личности она должна формировать для общества цифровой экономики. Надо отметить, что воссоздание модели социального развития и трендов личностного становления – это задача междисциплинарная, и педагогика здесь идет вслед за философией, психологией, социологией. Нельзя не согласиться с Г.У. Солдатовой, что при

рассмотрении заявленной проблемы начинать необходимо с выяснения степени состоятельности современной науки в решении вопросов цифровой социализации имеющимися инструментами, т.е. остро встает вопрос о релевантности использования для описания цифрового настоящего нормативных моделей, разработанных в прошлом веке (Солдатов, 2018).

Сетевой информационный поток обновляется так стремительно, что человек постоянно сталкивается с вызовами, проверяющими его сознание на сформированность таких свойств, как гибкость и адаптивность. В этой связи в общественном сознании артикулируется требование к науке: дать адекватные знания об эффектах, вызываемых ИТ-технологиями в сознании человека и жизнедеятельности общества. Эти знания должны стать основой разработки стратегий, обеспечивающих здоровую, позитивную социализацию индивида, в чём заинтересованы как государство, так и семья, и институт образования. Совместные усилия различных институтов призваны обеспечить комфортное и безболезненное вхождение в социальные связи молодого поколения. В этой связи тема цифровой социализации вполне может быть отнесена к темам стратегического развития современного общества.

Под цифровой социализацией принято понимать практики, в результате которых у индивида формируются цифровые навыки (знания, умения и навыки), интериоризирующиеся в идентичность (Helsper, Eynon, 2010). Иными словами, цифровая социализация – это процесс длиною в жизнь, варьирующийся в зависимости от конкретных социально-биологических параметров. Понятие цифровой социализации оказывается в тесной связке с такими дефинициями, как «цифровое поколение» и «цифровая идентичность». Понятие «цифровое поколение» («цифровые аборигены») введено в оборот американским ученым М. Прански в 2001 году для обозначения пользователей Сети как коренных «жителей» интернет-пространства. Таковых он отличает от «цифровых иммигрантов» – пользователей, которые рождены до цифровой эпохи. «Иммигранты», по его мнению, как ни старались бы соответствовать «аборигенам» в степени освоения Сети и технологиями в целом, достичь этого не в состоянии. Прански замечает, что их усилия скорее сводятся к попытке совмещения, наложения реального и виртуального миров. И если «цифровые аборигены» – это настоящее и задел на будущее, то «иммигранты» представляют собой пережиток прошлого социума, его историю (Prensky, 2001).

Попытка описания проблемы в ракурсе различий поколений уходит корнями в теорию, выдвинутую Н. Хоу и У. Штраусом в конце XX века. Согласно их «теории поколений», к цифровым поколениям следует отнести миллениалов – людей, рождённых в период с 1982 по 2000 гг., и поколение зуммеров – тех, кто родились после 2001 года (Helsper, Eynon, 2010). Учёный А. Кутруполос критикует М. Прански за попытку прямого соотношения поколений с приписываемыми им характеристиками с датой рождения. Он указывает, что современность обнаруживает слишком большое количество несоответствий, а это в свою очередь ставит вопрос о состоятельности концепции. А. Кутруполос предлагает относить индивида к определенному поколению не по хронологическим, а по поколенческим признакам: скорость поиска информации, способность к многозадачности и интерактивности, предпочтение в пользу визуального ряда перед классическим текстом, а также степень готовности к самосовершенствованию и выстраиванию разноплановой коммуникации (Koutropoulos, 2011).

В результате дискуссий под *цифровым поколением* стали понимать относительно самостоятельную социальную когорту, соотносимую с определенной возрастной группой, которая выросла в контексте «цифры», хорошо ориентируется в онлайн-пространстве и активно использует преимущества современных технологий. Казалось бы, говоря о цифровом поколении, мы подразумеваем молодёжь, однако социальные трансформации последних десятилетий существенно пересмотрели хронологические рамки молодого возраста, в результате к молодёжи сейчас относят людей от 18 до 39 лет. Очевидно, что эта группа чрезвычайно неоднородна, как по механизмам вхождения в социальные практики, так

и уровню овладения IT-технологиями. Помимо этого, к цифровому поколению относят и представителей иных возрастных групп, имеющих указанные признаки. В результате возникает путаница, как в формальном, так и в содержательном ракурсах употребления терминов, имеющих предикат «цифровой». Данные обстоятельства требуют доработки понятия «цифровое поколение» (и связанных с ним терминов), а также детализации описания типологии самого феномена.

Современное молодое поколение фактически самостоятельно осваивает социальное пространство, моделируя новые социальные практики, видоизменяя стиль и образ жизни, создавая новые, гибридные форматы реальности, в результате чего возникают своеобразные типы идентичности и формы проявления индивидуальности, получившие название «цифровых».

Посредством цифровых технологий, а также персонализации и геймификации видоизменяются ключевые смыслы личностного моделирования: в социальных сетях каждый индивид способен сконструировать оригинальный цифровой образ себя, далеко не всегда коррелирующий с реальным возрастом, полом, профессией и прочим. По выражению исследователя Папачарисси, сетевая коммуникация интегрирует в автономные идентичности индивидуальности цифровые, создавая причудливые ассамбляжи образов себя (Papacharissi, 2010). В ситуации виртуальной реальности, которая зачастую становится гипер-, псевдо-, квазиреальностью, вопрос о подлинности личностного основания (а именно такое содержание в своё время имело понятие «идентичность» – равенство, тождество, подлинность) вообще может быть вынесен за скобки, что для поколений X и Y не мыслимо.

Ещё 10-15 лет назад мы были уверены, что цифровая культура, как и цифровая идентичность, дополняет реальные практики, сейчас приходит осознание, что цифровой мир сам способен преобразовывать традиционные формы социальности и индивидуального сознания. Сетевая жизнь моделирует новую реальность в соответствии со своими правилами и нормами. Создаётся ситуация переходного момента – ситуация, порождающая *цифровых маргиналов* – поколения людей (вне зависимости от возраста), не вписывающихся ни в рамки аналогового мира, ни в пространство до конца не сформированного мира цифрового.

В этой связи нельзя не затронуть и проблему «цифрового разрыва» между поколениями. Следствием такого разрыва является снижение роли и авторитета старших поколений для молодёжи, что минимизирует возможности для поколений X и Y проявлять себя в качестве экспертов по эффективному и безопасному использованию информативно-коммуникативных технологий. Это в свою очередь также способствует возрастанию объёмов маргинализации, причём как цифровой, так и социальной.

Итак, в условиях «цифровой социализации», где Сеть создаёт условия для развития личности, образовательные и семейные институты теряют свою значимость, если общество не будет сознательно работать на реабилитацию этих институтов. А если к тому же расширять зону обучения с применением цифровых и дистанционных технологий, то и семейное взаимодействие в процессе «цифровой социализации» всё больше начинает сводиться к общению в мессенджерах. Данные тенденции чрезвычайно ослабляют социальные связи и делают социальную коммуникацию неустойчивой. Всё это приводит к негативным последствиям «цифровой социализации» личности: постоянное пребывание в ирреальном мире и сокращение личных «живых» контактов, снижение когнитивной нагрузки и клиповость мышления, повышенный уровень стресса и тревожности, гаджетозависимость, манипулирования сознанием, рост негативных и деструктивных проявлений...

Стремительное движение в направлении построения общества цифровой экономики началось несколько десятилетий назад, и наравне со множеством негативного информационно-коммуникативные технологии привнесли в жизнь общества неоспоримые преимущества, поэтому «дернуть стоп-кран» в локомотиве истории для остановки цифровизации не получится, в том числе и в сфере образования. Мы понимаем, что реалии жизни требуют адекватного научного осмысления и моделирования процессов для проективного управления.

К сожалению, большинство тезисов, формулируемых в последнее время по теме, носят преимущественно оценочный характер и протоколируют уже описанные негативные последствия использования IT-технологий вне рамок цифровой гигиены. Оценочный подход затрудняет сущностную работу по аккумуляции знаний по предмету. Многие научные наработки в традиции мысли способны выполнять рамочные функции, но требуют сегодня корректировки с учётом реалий. К примеру, классические концепции личности исходили из того, что процесс социализации длился всю жизнь, и каждый этап вхождения в социальные связи детально описывался и по протеканию процессов, и по роли акторов, задействованных на каждом этапе. Как обстоит дело с «цифровой социализацией», пока непонятно. Очевидно, что это нелинейный процесс, и у разных поколений он, по всей вероятности, должен протекать различно. Конкретизировать проблемы помогут эмпирические исследования и время, необходимое для проведения в первую очередь лонгитюдных исследований. В этом отношении необходима концентрация усилий представителей различных областей знания, что предполагает системный подход к исследованию проблем становления личности в контексте глобальных социально-исторических трансформационных процессов.

Однако начинать, по нашему мнению, необходимо с формирования кластера категорий, охватывающего весь спектр проблемы «цифровая социализация», что в итоге должно помочь провести демаркационные линии между явлениями цифровой среды и реальными практиками. Поскольку проблема является в этом случае уже трансдисциплинарной по своей сути, её решение требует взаимодействия представителей различных областей научного знания и не только из области гуманитаристики и обществоведения.

Следующим после этапа формирования/уточнения категориального аппарата, должен стать этап разработки модели цифровой социализации. Созданный кластер позволит сформировать модель процесса вхождения, адаптации и функционирования личности в цифровой среде. Конструирование подобной модели имеет огромное значение для образовательных учреждений профессиональной подготовки. Например, профессиональная подготовка педагогических кадров в области методологии и методики продолжает оставаться преимущественно «аналоговой». Будущих педагогов учат пользоваться интерактивными досками, создавать презентации, работать по ВКС, но понимают ли студенты педагогических колледжей и вузов, а какой тип личности они должны формировать, какие качества и свойства развивать, чтобы их выпускники потом успешно функционировали в обществе цифровой экономики?

Выводы

Чётко разработанная методология позволит преподавателям и руководителям образовательных учреждений системно увидеть и понять процесс, скорректировать формально и содержательно учебно-воспитательные практики. И что самое важное новая методология позволит реконструировать уровень профессионального образования, целью которого является подготовка кадров для работы с людьми. Мы сознательно уходим от фокусирования на молодёжи, поскольку если цифровая социализация протекает на протяжении всей жизни, значит, сейчас архиважно готовить цифрового специалиста (цифровой педагог, цифровой андрагог, цифровой куратор и т.д.), который понимает и прогнозирует логику реакций человеческого сознания на различного рода воздействия в цифровом пространстве в принципе вне зависимости от таких характеристик, как возраст, пол и др.

Список литературы

Ардашев Р.Г. Метаморфозы сознания: образы идентичности в виртуальном пространстве // Социальная реальность виртуального пространства. Материалы II Международной научно-практической конференции, Иркутск, 21 сентября 2020 г. Под общей редакцией О.А. Полюшкевич, Г.В. Дружинина. Иркутск: ИГУ, 2020. С. 25–28.

- Ардашев Р.Г. Трансформация сознания молодежи в эпоху виртуальности // *Alma Mater* (Вестник высшей школы). 2021. №5. С. 31–34.
- Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б.М. Бим-Бад; редкол.: М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова и др. М.: Большая рос. энцикл., 2002.
- Голубева Н.А. Особенности цифровой идентичности подростков и молодежи в современном технологическом обществе // *Вестник РГГУ. Серия «Психология. Педагогика. Образование»*. 2020. №1. С. 130–150.
- Головчин М.А. Проявления цифровой социализации в молодежной среде: на данных пилотного опроса старшеклассников // *Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз*. 2022. Т. 15. № 5. С. 237–256. DOI: 10.15838/esc.2022.5.83.13
- Гревцева Г.Я. Цифровая социализация личности в образовательной среде // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Образование. Педагогические науки*. 2022. №1. С. 40–49.
- Дудина О.В. К вопросу о структуре цифровой социализации в контексте современного образования // *Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева*. 2021. №3 (112). С. 161–166.
- Ершова Р.В. Цифровая социализация личности в эпоху глобальных перемен // *Прикладная психология на службе развивающейся личности*. Коломна: Государственный социально-гуманитарный университет. 2019. С. 49–54.
- Кузнецова Е.А. Цифровая социализация молодежи // *Социология*. 2023. №2. С. 59–66.
- Лосский В. Н. Богословское понятие человеческой личности // *Богословие и богословие*. М.: Изд-во Свято-Владим. Братства, 2000.
- Морозова А. Типология пользователей социальной сети // *Мультимедийная журналистика* / под ред. В.П. Воробьева. Минск: Издательский центр БГУ. 2018. С. 225–229.
- Полюшкевич О.А. Иррациональные основы формирования социальной идентичности под влиянием виртуальности // *Социология*. 2020. №5. С. 163–176.
- Полюшкевич О.А. Виртуальная составляющая социальной идентичности // *Социальная реальность виртуального пространства. Материалы Международной научно-практической конференции*, Иркутск, 21 сентября 2020 г. Под общей редакцией О.А. Полюшкевич, Г.В. Дружинина. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2020. С. 10–25.
- Саморегуляция и прогнозирование социального поведения личности: Диспозиционная концепция. М.: ЦСПиМ, 2013.
- Собкин В.С., Федотова А.В. Сеть как пространство социализации современного подростка // *Консультативная психология и психотерапия*. 2019. Т. 27. №3. С. 119–137. DOI: 10/17759/cpp.2019270308.
- Солдатова Г.У. Цифровая социализация в культурно-исторической парадигме: изменяющийся ребенок в изменяющемся мире // *Социальная психология и общество*. 2018. Том 9. № 3. С. 71–80. DOI: 10.17759/sps.2018090308.
- Солдатова Г.У., Войскунский А.Е. Социально-когнитивная концепция цифровой социализации: новая экосистема и социальная эволюция психики // *Психология. Журнал Высшей школы экономики*, 2021. Т. 18. № 3. С. 431–450. DOI: 10.17323/1813-8918-2021-3-431-450.
- Helsper E. and Eynon R. Digital natives: where is the evidence? *British Educational Research Journal*, 36: 3. 2010. Pp. 503–520.
- Howe N., Strauss W. *Generations: The History of America's Future, 1584 to 2069*. New York: William Morrow & Company. 1991.
- Koutropoulos A. Digital natives: Ten years after. *Journal of Online Teaching and Learning*, 2011. Vol. 7(4). URL: http://jolt.merlot.org/vol7no4/Koutropoulos_1211.htm.
- Papacharissi Z. *A Networked Self: Identity, Community, and Culture on Social Network Sites*. 2010.
- Prensky M. *Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. On the Horizon*. 2001/Vol.9 No.5. Pp.1–6. URL: <http://doi.org/10.1108/10748120110424816>

Samerkhanova, E., Krupoderova, E., Krupoderova, K., Bahtiyarova, L. & Ponachugin, A., Networking of lecturers and students in the information learning environment of higher school by means of cloud computing 2016, в: International Journal of Environmental and Science Education. 11, 10. Pp. 3551-3559.

DIGITAL SOCIALIZATION OF PERSONALITY: TOWARDS THE METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF THE STUDY OF THE PROCESS

Makarova A. O.

Assistant

schatten2014@mail.ru

Nizhny Novgorod

Nizhny Novgorod State Pedagogical University
named after K. Minin (Minin University)

Abstract. The topic of personality socialization is one of the classic topics in social and humanitarian knowledge, however, in the light of the digitalization of various aspects of society, there is an urgent need to revise the methodology for analyzing the concept of "personality socialization". The tendency to revision is due to the presence of gaps in scientific research, as well as the need to determine the vector of development of education, including professional education. The existing methodological ambiguity negatively affects the training of specialists in the field of education. The future teacher should clearly understand as learning outcomes the fundamental qualities and properties of the personality, for the formation of which he creates conditions in the process of learning and upbringing. However, the lack of a model of personality socialization in the digital age, as well as the blurred ideas about the very format of modern personality, make the process of socialization largely spontaneous and unpredictable. The article offers the author's vision of the reasons for the lack of an adequate modern methodology for studying digital socialization. The analysis of the current situation leads the author to formulate methodological requirements for pedagogical science: the formulation of a cross-disciplinary approach to this issue, the development of a cluster of categories with a clearly defined uniform content, the construction of an exhaustive model of digital socialization.

Keywords: digitalization, digital socialization, personality, factors, digital generation, institute of education

References

- Ardashev, R. G. (2020). Metamorfozy soznaniya: obrazy identichnosti v virtual'nom prostranstve [Metamorphoses of consciousness: images of identity in virtual space]. *Social'naya real'nost' virtual'nogo prostranstva. materialy II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Irkutsk, 21 sentyabrya 2020 g. Pod obshchej redakciej O. A. Polyushkevich, G. V. Druzhinina.* (pp. 25-28). Irkutsk: Izd-vo IGU. (In Russ.).
- Ardashev, R. G. (2021). Transformation of youth consciousness in the era of virtuality. *Alma Mater (Bulletin of Higher School)*, 5, 31-34. (In Russ, abstract in Eng.).
- Golubeva, N. A. (2020). Features of the digital identity of adolescents and youth in modern technological society. *Bulletin of the Russian State University of Economics. The series "Psychology. Pedagogy. Education"*, 1, 130-150. (In Russ, abstract in Eng.).

- Golovchin, M. A. (2022). Manifestations of digital socialization among young people: based on data from a pilot survey of high school students. *Economic and social changes: facts, trends, forecast*, 15(5), 237-256. DOI: 10.15838/esc.2022.5.83.13 (In Russ, abstract in Eng.).
- Grevtseva, G. Ya. (2022). Digital socialization of personality in the educational environment. *Bulletin of SUSU. Series: Education. Pedagogical sciences*, 1, 40-49. (In Russ, abstract in Eng.).
- Dudina, O. V. (2021). On the structure of digital socialization in the context of modern education. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev ChSPU*, 3(112), 161-166. (In Russ, abstract in Eng.).
- Helsper, E. and Eynon, R. (2010). Digital natives: where is the evidence? *British Educational Research Journal*, 36:3, 503-520.
- Howe, N., Strauss, W. (1991). *Generations: The History of America's Future, 1584 to 2069*. New York: William Morrow & Company.
- Koutropoulos, A. (2011). Digital natives: Ten years after. *Journal of Online Teaching and Learning*, 7(4). URL: http://jolt.merlot.org/vol7no4/Koutropoulos_1211.htm.
- Kuznetsova, E. A. (2023). Digital socialization of youth. *Sociology*, 2, 59-66. (In Russ, abstract in Eng.).
- Losskij, V. N. (2000). *Bogoslovskoe ponyatie chelovecheskoj lichnosti. Bogoslovie i bogovidenie*. Moscow: Izd-vo Svyato-Vladim. Bratstva. (In Russ).
- Morozova, A. (2018). Typology of social network users. *Multimedia journalism*. Edited by V.P. Vorobyov. Minsk: Publishing Center of BSU, 225-229. (In Russ, abstract in Eng.).
- Papacharissi, Z. A Networked Self: Identity, Community, and Culture on Social Network Sites. 2010. 337p.
- Pedagogicheskij enciklopedicheskij slovar' (2002). Gl. red. B.M. Bim-Bad; redkol.: M.M. Bezrukih, V.A. Bolotov, L.S. Glebova i dr. Moscow: Bol'shaya ros. encikl. (In Russ.).
- Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. *On the Horizon*, 9(5), 1-6. URL: <http://doi.org/10.1108/10748120110424816>
- Polyushkevich, O. A. (2020). Irrational foundations of the formation of social identity under the influence of virtuality. *Sociology*, 5, 163-176. (In Russ, abstract in Eng.).
- Polyushkevich, O., A. (2020). Virtual'naya sostavlyayushchaya social'noj identichnosti [The virtual component of social identity]. *Social'naya real'nost' virtual'nogo prostranstva*. Pod obshchej redakciej O.A. Polyushkevich, G.V. Druzhinina. (pp. 10-25). Irkutsk: Izd-vo IGU. (In Russ).
- Samoregulyaciya i prognozirovanie social'nogo povedeniya lichnosti: Dispozicionnaya koncepciya. (2013) [Self-regulation and forecasting of social behavior of a personality: A dispositional concept] Moscow: CSPiM. (In Russ).
- Sobkin, V. S., Fedotova, A.V. (2019). The network as a space of socialization of a modern teenager. *Counseling psychology and psychotherapy*, 27(3), 119-137. DOI:10.17759/cpp.2019270308. (In Russ, abstract in Eng.).
- Soldatova, G. U. (2018). Digital socialization in the cultural and historical paradigm: a changing child in a changing world. *Social Psychology and Society*, 9(3), 71-80. DOI: 10.17759/sps.2018090308. (In Russ, abstract in Eng.).
- Soldatova, G. U., Voiskunsky, A. E. (2021). Socio-cognitive concept of digital socialization: a new ecosystem and social evolution of the psyche. *Journal of the Higher School of Economics*, 18(3), 431-450. DOI: 10.17323/1813-8918-2021-3-431-450. (In Russ, abstract in Eng.).
- Samerkhanova, E., Krupoderova, E., Krupoderova, K., Bahtiyarova, L. & Ponachugin, A. (2016). Networking of lecturers and students in the information learning environment of higher school by means of cloud computing. *International Journal of Environmental and Science Education*, 11(10), 3551-3559.
- Yershova, R. V. (2019). Digital socialization of personality in the era of global change. *Applied psychology in the service of a developing personality. Kolomna: State University of Social Sciences and Humanities*, 49-54. (In Russ, abstract in Eng.).

Статья поступила в редакцию 09.04.2025

Принята к публикации 04.07.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-105-114

УДК
378.147**ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ КАК ИНСТРУМЕНТ
ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ ПЕДАГОГОВ К
ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ****Тихонова Елена Викторовна**
аспирант
elena.cwetzam@yandex.ru
г. БарнаулФГБОУ ВО «Алтайский государственный
педагогический университет»

Аннотация. Предметом данного исследования является формирование готовности педагогов к инновационной деятельности при помощи информационных ресурсов. Актуальность данной темы обусловлена тем, что, несмотря на все внедряемые нововведения в сфере образования, не все педагоги на сегодняшний день готовы к инновационной деятельности. Нами было проведено анкетирование среди педагогов, с целью получения данных о готовности к инновационной трансформации. Мы выяснили, что больше всего респондентов к инновациям относят «цифровизацию» и «технологизацию». Для внедрения данных инноваций актуальным является применение информационных ресурсов. Далее мы провели анализ исследований, с таких ракурсов как, цифровизация, интеграция, неопределенность и технологизация. Затем проведён анализ, обзор информационных ресурсов, способствующих формированию готовности педагогов к инновационной деятельности.

Ключевые слова: профессиональное образование, информационные ресурсы, цифровизация, готовность педагога к инновационной деятельности.

Введение

В современном мире в последние несколько лет в сфере образования реализуются масштабные реформы. С целью удовлетворения запросов общества, система образования направляет свои ориентиры в сторону современных педагогических технологий. В 2022 году Министерством просвещения Российской Федерации были разработаны, утверждены и внедрены федеральные рабочие программы по предметам, чтобы учащиеся получали знания, востребованные в сегодняшнем динамичном высокотехнологичном мире.

При проектировании и разработке Федерального государственного образовательного стандарта 2021 года были учтены потребности и запросы общества, а также участников образовательного процесса, предоставлены значительно расширенные возможности применения более современных средств и методов передачи знаний. С этой целью в стандарт были введены некоторые основные положения, связанные с инновационным подходом. В частности, это:

- *Вариативность* – возможность внедрять программы профильного изучения предметов по выбору.

- *Применение электронных средств обучения и дистанционных технологий* - право образовательных учреждений общего образования использовать новейшие, современные педагогические технологии.

- *Распределение обучающихся на подгруппы* – с учётом успеваемости, образовательных потребностей и интересов, целей.

- Информационно-образовательная среда – обеспечение доступа к информационно-образовательной среде каждому ученику и законному представителю (Приказ Минпросвещения России, 2021).

Для внедрения в учебный процесс данных нововведений в полном объеме, с целью повышения эффективности образовательного процесса и повышения качества знаний, современные педагоги должны быть готовы, мотивированы для применения инноваций.

Для того, чтобы выяснить, готовы ли педагоги для профессиональных преобразований, нами было проведено анкетирование. В проводимом нами исследовании принимали участие 125 учителей школ Бийского района Алтайского края. Им предлагалось ответить на шесть вопросов анкеты:

1. Как Вы понимаете термин «инновация»?

2. Как Вы считаете, есть ли отличия внедряемых новшеств сегодняшнего дня от инновационных подходов, применяемых в начале 21-го века? В чем они заключаются?

3. С какими инновационными новшествами Вы знакомы и какие из них используете в работе?

4. Какие сложности у Вас возникают в процессе реализации различного рода инноваций в образовании?

5. Какие из представленных аспектов образования Вы относите к нововведениям: цифровизация, технологизация, интеграция, неопределенность.

6. Какие из них вызывают у Вас наибольшие затруднения?

Обобщая полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

1) около половины опрошенных, ответивших на вопрос «Как Вы понимаете термин «инновация», ответили, что это не только нововведение, но и внедрение в практику инновационных процессов и методов обучения;

2) чуть более трети опрошиваемых (36% - самый высокий процент) ответили на второй вопрос, что отличия в инновациях в образовании сегодняшнего дня заключаются в использовании в учебном процессе информационных технологий;

3) практически каждый опрошиваемый педагог, на вопрос «с какими инновационными новшествами Вы знакомы?», включили в свой перечень следующие инновации: информационные технологии, цифровизация, искусственный интеллект, интерактивные уроки, т.е. применение цифровых ресурсов;

4) у 28% педагогов трудности в применении инновационных технологий возникают в связи с отсутствием технического оснащения в школе, часть учителей ответили, что трудностей совсем не возникает, в каких-то школах отсутствует заинтересованность в применении инноваций педагогами со стороны администрации, а соответственно отсутствует информирование педагогов о новейших течениях в сфере образования;

5) 80% и 78% опрошиваемых ответили, что к инновациям относят «цифровизацию» и «технологизацию»;

6) 42% педагогов испытывают затруднения при использовании таких инноваций, как «интеграция» и «технологизация», «неопределенность», менее всего (8%) учителей испытывают трудности при применении «цифровизации».

Таким образом, практическая значимость проведенного анкетирования заключается в том, что мы выяснили, что еще не все учителя в полной мере понимают смысл педагогической инноватики. Тем не менее они осознают, что инновации начала 21-го века и дня сегодняшнего претерпели изменения. Самые значительные заключаются в том, что информационные технологии сегодня имеют большое значение. Трудности в применении связаны в основном с дефицитом оснащения образовательных учреждений, с отсутствием мотивации со стороны руководителей и заместителей руководителей образовательных организаций, то есть при отсутствии данных проблем, инновационный подход в образовательном процессе использовался бы чаще.

Мы считаем, что информирование педагогических коллективов о современных тенденциях развития психолого-педагогической науки, создание и поддержка

информационных ресурсов, содержащих научно-методическое и дидактическое обеспечение педагогических инноваций, будут содействовать распространению и внедрению инноваций в процесс обучения.

Обзор литературы

Изначально нужно отметить, что в педагогике существует множество научного материала, посвященного исследованию главных характеристик инноваций в педагогической деятельности. Его можно отнести к теоретическим основам и сущности педагогических инноваций (Загвязинский, 2015; Лапин, 2025); механизма инновационного процесса и готовности педагога к реализации перемен (Кларин, 2014; Подымова, Сластенин, 2020); систематизации новшеств (Ксензова, 2025).

Инновационные процессы в образовании невозможно представить без технологизации, интеграции, неопределенности и цифровизации. В.В. Гузеев утверждает, что технологизация применяется для реализации алгоритмов деятельности и извлечения запланированного показателя. Данным исследователем выдвигается предположение, что повышение интереса к технологизации, а значит и к инновациям в педагогической сфере, обосновано достижением цели инновационного развития (Гузеев, 2001). Исходя из этого, прогресс в применении инновационных технологий выступает признаком трансформации качества педагогической деятельности (Кларин, 2014), системой управления инновационной деятельностью (Щедровицкий, 2025), средством реализации осознанного и результативного процесса (П.Г. Щедровицкий) и разработки образовательных программ. А.И. Утаев в своей статье, также ассоциирует инновационную готовность педагога с технологизацией образования. Он отмечает, что «слово «технология» является на сегодняшний день одним из самых распространенных». Он ассоциирует данный термин с современными педагогическими технологиями, нано-технологиями. Автор резюмирует, что в этих условиях «применение этих технологий сопровождается радикальными изменениями в педагогических методах и приемах, организации труда преподавателей и учащихся, экономических механизмах, в сфере образования и даже в теории и методологии современного образования. Компьютерные технологии не только помогают организовать учебный процесс с использованием игровых методов, но и получить обратную связь. Средства мультимедиа позволяют педагогу обеспечить наилучшую по сравнению с другими техническими средствами обучения реализацию принципа наглядности, в большей степени способствуют укреплению знаний и умений на практических занятиях» (Утаев, 2021).

Для внедрения инноваций необходима интеграция. (Безруков, 1994; Чапаев, 2019) Выделяют «педагогическую интеграцию», некоторые авторы используют термин «междисциплинарная интеграция» (Десненко 2018, Семенова 2011). В работах отечественных и зарубежных ученых достаточно подробно выражена специфика интеграции в образовании: интеграция в образовании объединяется с межпредметными связями, межпредметным подходом, интегративным подходом. Интеграция просматривается как методологический принцип осуществления образования.

С появлением новейших технологий, методов и средств, конечный результат образовательного процесса все труднее спланировать и достичь поставленных целей. Г.М. Коджаспирова утверждает, что «современное образование приобретает всеобщий характер, что делает его более неопределенным. Принцип неопределенности может быть применен практически ко всем составляющим компонентам образования: неопределенность образа обучающегося, воспитанника, меняющегося от поколения к поколению; неопределенность цели (самоопределяющаяся личность, самоорганизующийся и саморазвивающийся коллектив и т.п.), неопределенность содержания, неопределенность информационного воздействия на субъектов образовательного взаимодействия, неопределенность педагогического общения, неопределенность педагогического оценивания и педагогических конфликтов, неопределенность результативности современных образовательных технологий и т.д.» (Коджаспирова, 2021). При таких обстоятельствах, в

условиях постоянных инновационных процессов, цифровизации, неопределённость в образовании усиливается.

Конюшенко С.М. в своем исследовании, считает, что «на сегодняшний день сложилась противоречивая ситуация в вопросе формирования инновационной готовности педагогов – с одной стороны, постепенное наращивание оснащённости школ компьютерами вызывает у педагогов желание использовать их в своей профессиональной деятельности (в первую очередь, с целью эффективной организации учебно-воспитательного процесса), а с другой – отсутствие умений по использованию информационных технологий не позволяет педагогам реализовать информационные ресурсы. В то время, как имеется достаточная база исследований ученых в области информатизации, информационных технологий, компьютеризации, инновационных процессов в образовании и др.». В виду этого, автор утверждает, что «информатизация образования создает хорошие предпосылки для широкого внедрения в педагогическую практику новых методических разработок, направленных на интенсификацию учебного процесса, реализацию в нем инновационных идей. Наилучшие результаты при этом удастся получить в тех образовательных учреждениях, где применяется комплексный подход к проблеме информатизации, а сам процесс распространяется на все стадии подготовки и реализации педагогического процесса» (Конюшенко, 2005).

Вместе с тем Колыхматов В.И. указывает, что «развитие и распространение интернет-технологий, модернизация инфраструктуры и повышение технологичности образовательного процесса обеспечивают повышение качества реализации образовательных программ и освоение актуальных знаний, умений и новых цифровых навыков, необходимых для современной жизни в цифровом обществе». Между тем, «педагоги, не умеющие работать с новыми цифровыми технологиями, не владеющие новым содержанием образования, методиками обучения, современными подходами к оцениванию, будут не в состоянии обеспечить внедрение предлагаемых инноваций, реализацию прорывных направлений национального проекта «Образование» (Колыхматов, 2020).

Результаты и их обсуждение

Информационные образовательные ресурсы (ИОР) – это совокупность технических и программных продуктов, систем телекоммуникации и методических пособий, позволяющих применять информационные технологии в учебной деятельности. ИОР содержат научно-методическое обоснование, обеспечивают методическое и дидактическое оснащение процесса обучения.

В качестве иллюстрации ИОР могут выступать приведённые примеры А.Б. Звоненко, исследователь к ним относит: «сайты (сайты-визитки, персональные страницы, сайты интернет-изданий, разнообразные информационные порталы: библиотеки, коллекции аудиокниг и видеокурсов; корпоративные сайты, сайты онлайн-сервисов, социальных сетей и пр.), отдельные страницы сайтов, разнообразные электронные файлы, веб-чаты, ресурсы с графикой, аудио- и видеофайлами, автоматизированные базы данных, размещенные на электронных носителях информации (смартфоне, компьютере, ноутбуке, планшете, внешних накопителях)» (Звоненко, 2024).

Несомненно, что, говоря об ИОР, нужно отметить и проникновение искусственного интеллекта (ИИ) в сферу образования. «Искусственный интеллект на сегодняшний день активно используется, начиная от ведения и проверки экзаменов, заканчивая автоматизированным подбором материалов для обучающихся, испытывающих трудности усвоения тех или иных тем, с целью его сознательного вхождения в тему, повышения уровня знаний, во время данного процесса ИИ анализирует успеваемость и продуктивность обучающегося, корректирует план его обучения» (Гущин, 2021, Сябитова 2023).

Искусственный интеллект будет способствовать формированию инновационной готовности педагогов и позволит ему:

- перейти от простой передачи знаний к роли наставника, иметь качественную обратную связь и оказывать индивидуальную поддержку обучающимся;

- проектировать индивидуальные маршруты обучения, используя аналитику ИИ, обеспечивая гибкость в подаче материала для детей с разными способностями;
- научить уместно пользоваться результатами работы ИИ, критически относиться к полученной информации, проверять факты и осознанно применять полученные данные (Баслык, 2025).

ИИ-инструменты «открыли перед педагогами новые возможности для совершенствования своей профессиональной деятельности, помогая, например, в создании новых учебных заданий на основе текстовых, аудио- и видеоматериалов, в поиске эффективных средств и форм организации самостоятельной работы студентов, в автоматизации рутинных процессов и задач» (Попов, 2025). Вместе с тем В.Ю. Грушевская предлагает объединить практику работы с нейронными сетями с развитием креативности, т.к. автор рассматривает критическое мышление и креативность как универсальные когнитивные компетенции, в то же время, автор утверждает, что «в рамках курсов повышения квалификации, направленных на овладение соответствующими компьютерными технологиями, развитию креативности уделяется недостаточно внимания» (Грушевская, 2025).

Из всех существующих на сегодняшний день информационных ресурсов, образовательные платформы являются наиболее оптимальным средством овладения педагогами инновационными инструментами обучения, т.к.:

- позволяют визуализировать информацию;
- способствуют самостоятельной подготовке обучающихся к проверочным, контрольным работам и экзаменам;
- предоставляют возможность построить индивидуальные траектории для каждого ученика;
- дают учащимся перспективу построения своего образовательного маршрута, создания собственного проекта;
- развивают коммуникационные навыки, например, при помощи современных средств коммуникации «Сферум» есть возможность проводить видеоконференции и консультации.

В результате всех приведенных преимуществ, очевидно, что образовательные платформы, способствуют формированию инновационной готовности педагогов, в том числе они позволяют повысить качество образования за счет выработки таких черт у обучающихся, как самостоятельность, ответственность, организованность и умение объективно оценивать свои возможности.

*Таблица 1.
Сравнительная таблица информатизации образования*

Объект информатизации	Информатизация образования до 2021 года	Информатизация образования в 2022-2024 гг.
Контингент (обучающиеся, преподаватели)	Сетевой город «Образование». Региональная система	«Моя школа». Федеральная система
Средства коммуникации (ВКС, чаты)	Zoom, WhatsApp, Telegram и т.д. (запрещено для образования)	«Сферум» (для образования) Федеральная система
Цифровой образовательный контент	Я-класс, Фоксфорд - платный контент. РЭШ Федеральная система	«Иннополис». Бесплатный верифицированный контент. Федеральная система
Дополнительное образование	«Навигатор». Региональная система	«Навигатор». Федеральная система

Наиболее актуальны следующие информационные образовательные ресурсы:

- «Российская электронная школа» (РЭШ) <https://resh.edu.ru>
- «Я класс» <https://www.yaklass.ru>
- «Учи.ру» <https://uchi.ru>
- медиатека издательства «Просвещение» <https://media.prosv.ru>
- «Фоксфорд» <https://foxford.ru>
- онлайн сервис «Мои достижения» <https://myskills.ru>
- «Образовариум» <https://obr.nd.ru>
- ФГИС «Моя школа» <https://myschool.edu.ru>

Выше приведена сравнительная таблица, как информатизация образования, на примере образовательных платформ, трансформировалась за последние несколько лет.

Из информации, приведенной в таблице, следует, что на первых этапах информатизации образования, цифровые информационные платформы, применяемые в образовании, относящиеся к инновационному направлению, были разработаны международными организациями, либо имели региональное значение, а также использовались на платной основе. Исключение составляет «Российская электронная школа», созданная в 2016 году при поддержке Министерства просвещения России. К 2024 году в учебный процесс широкомасштабно внедрились образовательные платформы, созданные отечественными изобретателями, все информационные ресурсы являются федеральными системами.

Самым распространенным информационным ресурсом является платформа ФГИС «Моя школа». Данный портал помогает учителям во внедрении инновационных технологий – одним кликом можно получить доступ к расписанию, домашнему заданию, оценкам, журналу и т.п., для учителя существует возможность совместной работы с обучающимся в режиме онлайн.

Данные преобразования невозможны без закрепления их на законодательном уровне. В 2021 году были внесены изменения в Федеральный закон «Об образовании в РФ», они направлены на введение технологических инноваций в образовании (№472-ФЗ, 2021). Этот закон ориентирует на совершенствование в применении информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), в том числе интерактивных методов обучения. Тем самым происходит интеграция, она рассматривается как способ внедрения ИКТ в учебный процесс (Клепикова, 2014).

Очевидно, что «среди ключевых мероприятий, разработанных с учётом глобальных трендов цифровизации образования, способствующих информатизации образования», выступают «следующие:

- разработка и внедрение нового образовательного контента, цифровых учебно-методических комплексов (программ, материалов, инструментов оценки сформированности ключевых компетенций);
- геймификация образования (развитие и внедрение обучающих компьютерных игр и цифровых симуляторов (тренажеров, виртуальных лабораторий) на основе современных технологий визуализации и решений дополненной реальности);
- развитие дистанционного образования, дающего возможность расширить спектр и качество открытых онлайн-курсов педагогов достигших наилучших результатов по разным областям учебного плана общего образования, в том числе демонстрировать свой инновационный педагогический опыт;
- развитие новых социальных сетей в образовании, данное новшество позволяет динамично делиться информацией, формировать новые взаимоотношения участникам образовательного процесса, оперативно осваивать навыки цифрового общения» (Колыхматов, 2020, 24);
- применение искусственного интеллекта с целью сбора и анализа больших массивов разрозненных данных с дальнейшим извлечением из этого общей картины ситуации, прогноза развития данной ситуации, исходя из начальной точки.

Проведенный анализ способствует, таким образом, сделать следующие выводы – динамично развивающиеся темпы распространения цифровизации опережают формирование навыков и умений педагогов в вопросе применения средств цифровой среды в педагогических коллективах. Именно поэтому проблема применения информационных ресурсов становится актуальной, их использование способствует развитию инновационных навыков современного учителя. Для решения данной задачи внедрены и активно используются наиболее информативные ресурсы для педагогов:

- «Цифровая Грамотность.рф»;
- «Цифровой диктант»;
- «Дистанционное обучение на Учи.ру»;
- Благотворительный фонд Сбербанка «Вклад в будущее»;
- Фонд развития «Интернет».

Заключение

Таким образом, для обеспечения профессионального педагогического обучения в вопросе формирования готовности педагогов к инновационной деятельности, «возникает потребность создания информационной образовательной среды, направленной на моделирование профессиональной деятельности учителя. Можно выделить следующие цели функционирования такой среды:

- формирование и развитие познавательной деятельности образовательного процесса;
- формирование профессионального и педагогического стиля педагога в контексте профессиональной компетентности;
- формирование готовности к самообразованию будущих педагогов;
- формирование готовности педагогов к использованию информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в своей профессиональной деятельности» (Дири, 2017).

Список литературы

- Баслык Е.В. Искусственный интеллект в современном образовании URL: <https://apni.ru/article/12661-iskusstvennyj-intellekt-v-sovremennom-obrazovanii> (дата обращения: 18.07.2025).
- Безрукова В.С. Интеграционные процессы в педагогической теории и практике. Екатеринбург: [б. и.], 1994.
- Грушевская В.Ю. Развитие креативности через визуализацию идей в нейросетях. // Информатика и образование. 2025. 40(3). С. 41–49. URL: <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2025-40-3-41-49> (дата обращения: 13.08.2025).
- Гузеев В.В. Теория и практика интегральной образовательной технологии. М.: Народное образование, 2001.
- Гущин А.В., Ваганова О.И., Филатова О.Н. Особенности реализации информационной стратегии высшей образовательной организации // Известия Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота. 2021. № 3 (57). С. 47–51.
- Десненко С.И. Междисциплинарная интеграция в образовании: монография. Чита: ЗабГУ, 2018.
- Дири М.И. Инновационная деятельность педагога в процессе его профессионального становления // Самарский научный вестник. 2017. Т. 6. № 2 (19). С. 221–226.
- Загвязинский В.И. Наступит ли эпоха возрождения?.. Стратегия инновационного развития российского образования: монография. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Логос, 2015.
- Звоненко А.Б. Роль информационных образовательных ресурсов в процессе реализации учебно-познавательной деятельности обучающимся как условия его саморазвития // Мир науки. Педагогика и психология. 2024. Т. 12. № 4. URL: <https://mir-nauki.com/PDF/47PDMN424.pdf> (дата обращения: 04.06.2025).
- Карачаровский В.В., Лапин Н.И. Теория и практика инноватики: учебник для вузов. 2-е изд. М.: Издательство Юрайт, 2025.

- Кларин М.В. Инновационное образование: концептуальные вызовы для дидактики // Отечественная и зарубежная педагогика. 2014. № 4(19). С. 54–62.
- Клепиков В.Н. Интеграционные процессы в современном образовании // Школьные технологии. 2014. № 5. С. 3–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/integratsionnye-protsessy-v-sovremennom-obrazovanii/viewer> (дата обращения: 04.06.2025).
- Коджаспирова Г.М. Фактор неопределенности в процессе подготовки учителя // Человеческий капитал. 2021. №1(145). С. 131–140. DOI: 10.25629/НС.2021.01.13. URL: <https://disk.yandex.ru/i/GCfqmkAzihhkkgg> (дата обращения: 21.06.2025).
- Колыхматов В.И. Профессиональное развитие педагога в условиях цифровизации образования: учеб.-метод. пособие. СПб: ГАОУ ДПО «ЛОИРО», 2020.
- Конюшенко С.М. Формирование информационной культуры педагога в системе непрерывного профессионального образования: автореферат дис. ... к-та пед. наук: 13.00.08/Конюшенко Светлана Михайловна. Ярославль, 2005.
- Ксензова Г.Ю. Инновационные процессы в образовании. Реформа системы общего образования: учебник для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2025.
- Паспорт федерального проекта «Цифровая образовательная среда» по Национальному проекту «Образование» от 07.12.2018г. URL: <https://edu-fm.spb.ru/files/iiMBxQ4cNH1BCsaWn2WqDgFinWeU3rVYpmO6sd33.pdf> (дата обращения: 21.06.2025).
- Педагогическое наследие В.А. Сластенина: проблемы воспитания, личностного и профессионального развития. М.: МПГУ, 2020.
- Попов Е.Б. Обучение юридическому английскому языку как иностранному: новые возможности и вызовы в условиях распространения цифровых инструментов с использованием искусственного интеллекта // Информатика и образование. 2025. 40(3). С. 15–25. URL: <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2025-40-3-15-25> (дата обращения: 13.08.2025).
- Приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 №287 (ред. от 22.01.2024 г.) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: https://shkolapeschanskaya-r45.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/158/2104/MP_FGOS_OOO_ot_31.05.2021_287.pdf (дата обращения: 05.06.2025).
- Семенова Г.М. Формирование исследовательской компетентности будущих радиофизиков в обучении математике на основе междисциплинарной интеграции: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Ярославль, 2011.
- Сябитова К.С., Филатова О.Н. Искусственный интеллект в системе профессионального образования // Профессиональное самоопределение молодежи инновационного региона: проблемы и перспективы. Красноярск. Челябинск. Нижний Новгород. Москва. 2023. С. 132–134.
- Федеральный закон от 30.12.2021г. №472-ФЗ «О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/47479> (дата обращения: 15.06.2025).
- Федеральный закон от 30.12.2021 №472-ФЗ "О внесении изменений в Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 №273-ФЗ. URL: <https://www.zakonrf.info/doc-37107335/> (дата обращения: 15.06.2025).
- Чапаев Н.К. Педагогическая интеграция: методология, теория, технология: монография. 3-е изд., доп. и перераб. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2019.
- Щедровицкий Г.П. Организация, руководство, управление, 2009. URL: <https://www.8-926-145-87-01.ru/wp-content/uploads/2014/08/ОРУ> (дата обращения: 11.06.2025).
- Утаев А.И. Формирование технологического образования в современной общеобразовательной школе // Педагогическое образование и наука. 2021. № 6. С. 107-111.

INFORMATION RESOURCES AS A TOOL FOR FORMING TEACHERS' READINESS FOR INNOVATIVE ACTIVITIES

Tikhonova E. V.

1st year postgraduate student

elena.cwetzam@yandex.ru

Barnaul

Altai State Pedagogical University

Abstract. The subject of this study is the formation of teachers' readiness for innovative activities using information resources. The relevance of this topic is due to the fact that, despite all the innovations being implemented in the field of education, not all teachers are currently ready for innovative activities. We conducted a survey among teachers to obtain data on their readiness for innovative transformation. We found that the majority of respondents consider "digitalization" and "technologization" to be innovations. The use of information resources is relevant for the implementation of these innovations. Next, we conducted an analysis of research from the perspectives of digitalization, integration, uncertainty, and technologization. We then analyzed and reviewed information resources that contribute to the development of teachers' readiness for innovative activities.

Keywords: professional education, information resources, digitalization, teacher readiness for innovative activities

References

- Baslyk, E. V. (2025). Artificial intelligence in modern education URL: <https://apni.ru/article/12661-iskusstvennyj-intellekt-v-sovremennom-obrazovanii> (date of request: 07/18/2025).
- Bezrukova, V. S. (1994). *Integracionnye processy v pedagogicheskoy teorii i praktike*. Ekaterinburg. (In Russ).
- Chapaev, N. K. (2019). *Pedagogicheskaya integraciya: metodologiya, teoriya, tekhnologiya: monografiya*. 3-e izd., dop. i pererab. Ekaterinburg: Izd-vo Ros. gos. prof.-ped. un-ta. (In Russ).
- Desnenko, S. I. (2018). *Mezhdisciplinarnaya integraciya v obrazovanii: monografiya*. Chita: ZabGU. (In Russ.).
- Diri, M. I. (2017). Educator's innovative activity in the course of professional training. *Samarskiy Nauchnyy Vestnik*, Vol. 6, 2(19), 221-226. (In Russ., abstract in Eng.).
- Federal'nyj zakon ot 30.12.2021g. №472-FZ «O vnesenii izmenenij v Federal'nyj zakon «Ob obrazovanii v Rossijskoj Federacii». URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/47479> (accessed: 15.06.2025).
- Federal'nyj zakon ot 30.12.2021g. №472-FZ "O vnesenii izmenenij v Federal'nyj zakon "Ob obrazovanii v Rossijskoj Federacii" ot 29.12.2012 №273-FZ. URL: <https://www.zakonrf.info/doc-37107335/> (accessed: on June 15, 2025).
- Grushevskaya, V. Yu. (2025). Development of Creativity through Visualization of Ideas in Neural Networks. *Informatics and Education*, 40(3), 41-49. URL: <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2025-40-3-41-49> (accessed: 13.08.2025).
- Guzeev, V. V. (2001). *Teoriya i praktika integral'noj obrazovatel'noj tekhnologii*. Moscow: Narodnoye Obrazovaniye. (In Russ).
- Gushchin, A. V., Vaganova, O. I., Filatova, O. N. (2021). Features of the Information Strategy Implementation of a Higher Educational Institution. *Izvestiya of the Baltic State Academy of Fishing Fleet*, 3 (57), 47-51. (In Russ).

- Karacharovsky, V. V., Lapin, N. I. (2025). *Teoriya i praktika innovatiki: uchebnik dlya vuzov*. 2-e izd. Moscow: Yurayt Publishing House. (In Russ.).
- Klarin, M. V. (2014). Innovative Education: Conceptual Challenges for Didactics. *Domestic and Foreign Pedagogy*, 4(19), 54-62. (In Russ., abstract in Eng.).
- Klepikov, V. N. (2014). Integracionnye processy v sovremennom obrazovanii. *Shkol'nye tekhnologii*, 5, 3-14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/integratsionnye-protsessy-v-sovremennom-obrazovanii/viewer> (accessed: on 04.06.2025). (In Russ.).
- Kodjaspirova, G. M. (2021). The Uncertainty Factor in Teacher Training. *Human Capital*, 1(145), 131-140. DOI: 10.25629/HC.2021.01.13 URL: <https://disk.yandex.ru/i/GCfqmkAzihhkkgg> (accessed: 21.06.2025). (In Russ., abstract in Eng.).
- Kolykhmatov, V. I. (2020). *Professional'noe razvitie pedagoga v usloviyah cifrovizatsii obrazovaniya: ucheb-metod. posobie*. St. Petersburg: LOIRO. (In Russ.).
- Konyushenko, S. M. (2005). Formirovanie informacionnoj kul'tury pedagoga v sisteme nepreryvnogo professional'nogo obrazovaniya [Candidate Thesis]. Yaroslavl. (In Russ.).
- Ksenzova, G. Yu. (2025). *Innovacionnye processy v obrazovanii. Reforma sistemy obshchego obrazovaniya: uchebnik dlya vuzov*. Moscow: Yurait Publishing House. (In Russ.).
- Pasport federal'nogo proekta «Cifrovaya obrazovatel'naya sreda» po Nacional'nomu proektu «Obrazovanie» ot 07.12.2018 g. URL: <https://edu-frn.spb.ru/files/iiMBxQ4cNH1BCsaWn2WqDgFinWeU3rVYpmO6sd33.pdf> (accessed: 21.06.2025).
- Pedagogicheskoe nasledie V.A. Slastenina*. (2020). Moscow: MPGU. (In Russ.).
- Popov, E. B. (2025). Teaching Legal English as a Foreign Language: New Opportunities and Challenges in the Context of the Spread of Digital Tools Using Artificial Intelligence. *Informatics and Education*, 40(3), 15-25. URL: <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2025-40-3-15-25> (accessed: 13.08.2025).
- Prikaz Minprosveshcheniya Rossii ot 31.05.2021 №287 (red. ot 22.01.2024 g.) «Ob utverzhdenii federal'nogo gosudarstvennogo obrazovatel'nogo standarta osnovnogo obshchego obrazovaniya». URL: https://shkolapeschanskaya-r45.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/158/2104/MP_FGOS_OOO_ot_31.05.2021_287.pdf (accessed: 05.06.2025).
- Semenova, G. M. (2011). Formirovanie issledovatel'skoj kompetentnosti budushchih radiofizikov v obuchenii matematike na osnove mezhdisciplinarnoj integracii. [Candidate Thesis].
- Shchedrovitsky G.P. (2009). Organizaciya, rukovodstvo, upravlenie. URL: <https://www.8-926-145-87-01.ru/wp-content/uploads/2014/08/ORU> (accessed: 11.06.2025). (In Russ.). Yaroslavl. (In Russ.).
- Syabitova, K. S., Filatova, O. N. (2023). Artificial Intelligence in the System of Vocational Education. *Professional Self-Determination of Young People in an Innovative Region: Problems and Prospects*. Krasnoyarsk. Chelyabinsk. Nizhny Novgorod. Moscow, 132-134. (In Russ.).
- Utaev A.Y. (2021). Formation of Technological Education in a Modern General Education School. *Pedagogicheskoe obrazovanie i nauka*, 6, 107-111. (In Russ., abstract in Eng.).
- Zagvyazinsky, V. I. (2015). *Nastupit li epoha vrozozhdeniya?... Strategiya innovacionnogo razvitiya rossijskogo obrazovaniya: monografiya*. 2-e izd., pererab. i.dop. Moscow: Logos. (In Russ.).
- Zvonenko, A. B. (2024). The role of information educational resources in the implementation of educational and cognitive activities for students as conditions for their self-development. *World of science. Pedagogy and Psychology*, 12(4). URL: <https://mir-nauki.com/PDF/47PDMN424.pdf> (accessed: on June 4, 2025). (In Russ., abstract in Eng.).

Статья поступила в редакцию 30.06.2025
Принята к публикации 15.08.2025

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №3(39) / 2025

Корректор – С.Е. Гридчина
Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – Р.А. Мельников
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 17.09.2025
Дата выхода в свет 18.09.2025

Бумага формат А-4 (57,5 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 62
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1