

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

**CONTINUUM**

**МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.**  
**ОБРАЗОВАНИЕ**

Выпуск №4(36) / Елец, 2024

**Учредитель и издатель:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Регистрационный номер средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, ректор ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик IHEAS, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Карапетян В.С.** – доктор психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии развития и педагогической психологии Армянского государственного педагогического университета им. Х. Абовяна (Ереван, Армения);

- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, помощник генерального директора ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова» Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории математического общего образования и информатизации Института стратегии развития образования Российской академии образования (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики, физики и методики обучения Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

## THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

**The founder and the publisher:** Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Registration number: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

## THE EDITORIAL BOARD

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Shcherbatykh S. V.</b> | <b>Editor-in-chief</b> , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);                                                                                                                                                                 |
| <b>Dvoryatkina S. N.</b>  | <b>Deputy Editor-in-Chief</b> , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);                                                                                                                           |
| <b>Abylkasymova A. E.</b> | Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan); |
| <b>Borovskikh A. V.</b>   | Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);                                                                                                                                            |
| <b>Buldakova N. V.</b>    | Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Grinshkun V. V.</b>    | Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);                                                                                                                                     |
| <b>Grozdev S. I.</b>      | Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);                                                                                                                                              |
| <b>Karakozov S. D.</b>    | Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);                                                                                                                                 |
| <b>Karapetyan V.S.</b>    | Doctor of Psychology, Professor, Professor of the Department of Developmental and Educational Psychology of Armenian State Pedagogical University Kh. Abovyan (Yerevan, Armenia);                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Klushina N. P.</b>     | Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);                                                                                                                                                                                                                             |

- Orlov V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
- Razinkina E. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Assistant General Director of the Almazov National Medical Research Centre (St. Petersburg, Russia);
- Ryzhova N. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Laboratory of Mathematical General Education and Informatization of the Institute of Educational Development Strategy of the Russian Academy of Education (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Smirnov E. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Melnikov R. A.** Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

## **СОДЕРЖАНИЕ**

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

|                                                                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Горбачев В. И., Пузырева Е. Н.</b> СОДЕРЖАНИЕ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ<br>ФОРМИРОВАНИЯ ВЕКТОРНОГО МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ В МОДЕЛЬНОМ<br>ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА ..... | 8  |
| <b>Прохоров Д. И.</b> ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ<br>ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И АКТИВИЗАЦИИ<br>САМООБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ .....             | 29 |
| <b>Фрундин В. Н., Шишлов В. Ю.</b> ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ<br>ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В<br>7-9 КЛАССАХ КАК МЕТОДИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА .....     | 47 |
| <b>Шелехов А. М.</b> МАТЕМАТИКА КАК КРИТЕРИЙ НРАВСТВЕННОСТИ .....                                                                                                                | 57 |

### **ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

|                                                                                                                                                            |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Коноплева И. В., Знаенко Н. С., Миронова Л. В.</b> МАТЕМАТИЧЕСКИЕ<br>ПРОЕКТЫ КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТНЫХ КАЧЕСТВ И<br>МОТИВАЦИИ К ОБУЧЕНИЮ ..... | 65 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### **МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ**

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Заславская О. Ю., Побединская Т. В.</b> ПЕДАГОГ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ:<br>ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ ПОДГОТОВКИ И АЛГОРИТМЫ<br>МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ .....                    | 80 |
| <b>Чванова М. С., Багин В. А.</b> АНАЛИЗ ИИ-ГЕНЕРАТОРОВ ДЛЯ<br>ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ .....                                                                                  | 88 |
| <b>Шунина Л. А., Гринева Е. С.</b> ПОДХОДЫ К РАЗРАБОТКЕ СИСТЕМЫ «ВОПРОС-<br>ОТВЕТ» НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ<br>ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ ..... | 96 |

## CONTENTS

### METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Gorbachev V. I., Puzyreva E. N.</b> THE CONTENT AND REGULARITIES OF THE FORMATION OF THE VECTOR RESEARCH METHOD IN THE MODEL REPRESENTATION OF GEOMETRIC SPACE .....           | 8  |
| <b>Prokhorov D. I.</b> MAIN PROVISIONS OF THE DIDACTIC SYSTEM OF ADVANCED TRAINING AND ENHANCEMENT OF SELF-EDUCATIONAL ACTIVITIES OF MATHEMATICS TEACHERS .....                   | 29 |
| <b>Frundin V. N., Shishlov V. Yu.</b> THE FORMATION OF FUNCTIONAL LITERACY IN THE STUDY OF THE COURSE "PROBABILITY AND STATISTICS" IN GRADES 7-9 AS A METHODOLOGICAL PROBLEM..... | 47 |
| <b>Shelekhov A. M.</b> MATHEMATICS AS A CRITERION OF MORALITY.....                                                                                                                | 57 |

### THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

|                                                                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Konopleva I. V., Znaenko N.S., Mironova L.V.</b> MATHEMATICAL PROJECTS AS A TOOL FOR DEVELOPING PERSONAL QUALITIES AND MOTIVATION TO LEARN | 65 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF VOCATIONAL EDUCATION IN THE ERA OF DIGITAL TRANSFORMATION

|                                                                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Zaslavskaya O. Yu., Pobedinskaya T. V.</b> TEACHER IN THE AGE OF DIGITALIZATION: KEY ASPECTS OF PERSONALIZATION OF TRAINING AND MACHINE LEARNING ALGORITHMS .....        | 80 |
| <b>Chvanova M. S., Bagin V. A.</b> ANALYSIS OF AI GENERATORS FOR EDUCATIONAL VIDEO LECTURES.....                                                                            | 88 |
| <b>Shunina L. A., Grineva E. S.</b> APPROACHES TO THE DEVELOPMENT OF A QUESTION-ANSWER SYSTEM BASED ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE TO IMPROVE STUDENTS' COGNITIVE ACTIVITY..... | 96 |

## МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

---

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-8-28

УДК  
372.851

### СОДЕРЖАНИЕ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ВЕКТОРНОГО МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ В МОДЕЛЬНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

**Горбачев Василий Иванович**

д. п. н., профессор  
enibgu@mail.ru  
г. Брянск

Брянский государственный университет  
ак. им. И.Г. Петровского

**Пузырева Елизавета Николаевна**

ст. преподаватель  
puzyreva-knysh@yandex.ru  
г. Брянск

Брянский государственный университет  
ак. им. И.Г. Петровского

**Аннотация.** В содержании представлений евклидова пространства выделяется его векторная модель, насыщенная векторными моделями геометрических фигур. В представлении арифметического пространства создаётся векторно-координатная модель евклидова пространства с векторно-координатными моделями геометрических фигур. В системах векторных и векторно-координатных моделей геометрических фигур выделяется содержание векторного метода исследования их свойств. Анализ содержания векторного метода исследования, системы закономерностей его формирования выступает актуальной задачей теории и методики обучения математике. Это связано с тем, что умение устанавливать свойства геометрических фигур с помощью эффективного аппарата векторной алгебры требует развития множества мыслительных операций субъекта, что способствует повышению общей умственной подготовки учащихся.

**Ключевые слова:** учебная геометрическая деятельность, модели геометрического и евклидова пространств, векторный, векторно-координатный методы исследования.

#### Введение

В классической методической системе обучения геометрии уровня общего образования (Атанасян, 2010), (Погорелов, 1995), (Александров, 2014), (Смирнова, 2008), (Потоскуев, 2008) «представления геометрического и евклидова пространств традиционно не выделяются, модельные образы различных математических пространств не систематизируются. Помимо математико-мировоззренческой сложности дифференциации представлений геометрического и евклидова пространств, обучающиеся испытывают серьёзные затруднения в анализе соответствия модельных образов геометрических фигур и базовых (аналитико-синтетического, векторного, аналитического) методов исследования их пространственных и метрических свойств» (Горбачев, 2020).

Соответствие пространственных образов геометрических фигур наглядно-образной модели геометрического пространства и векторных, векторно-координатных моделей геометрических фигур аффинного (евклидова) пространства позволяет осуществлять интерпретацию векторной формы свойств геометрических фигур в содержании геометрического пространства. Тем самым векторная и векторно-координатная модели евклидова пространства преобразуются в векторную модель геометрического пространства с векторным методом исследования. Модельно-абстрактные представления аффинного (евклидова) и геометрического пространств опосредуют формирование векторного метода исследования, однако его содержание только представлениями математических пространств не ограничивается. Более того, деятельностная структура векторного метода, закономерности его формирования в учебной геометрической деятельности выступают открытой методической проблемой.

### Обзор литературы

Как геометрическое пространство не охватывает содержание учебной геометрической деятельности, так и его наглядно-образная модель не определяет весь спектр модельных образов геометрических фигур (Горбачев, 2022). На ограниченность в учебной геометрической деятельности уровня общего образования представления только наглядно-образной модели геометрического пространства, при всей её общекультурной значимости, указывают Н.М. Рогановский и А.А. Столяр: «Традиционный, школьный путь построения геометрии, идущей от Евклида (III в. до н.э.) и доведённый до логического совершенства Д. Гильбертом (1899), не является ни единственно возможным, ни наиболее рациональным» (Рогановский, Столяр, 1974, 3).

Новый «векторный путь построения геометрии» авторы связывают с представлением векторной модели аффинного (евклидова) пространства: «Наша цель – использование понятия векторного пространства для построения геометрии, поэтому с самого начала мы ограничимся построением геометрической модели векторного пространства» (Рогановский, Столяр, 1974, 29).

В учебной геометрической деятельности модельная систематизация абстрактного евклидова пространства наследует задачу, определённую Г. Вейлем в фундаментальной работе «Пространство, время, материя» – «изучить закономерности пространства во всей их математической гармонии» (Вейль, 1996, 33). Согласно Г. Вейлю, основой создания в субъектном сознании абстрактного понятия вектора выступает наглядно-интуитивное понятие переноса: «Перенос, или смещение,  $\vec{a}$  пространства мы в дальнейшем будем обозначать вектором. Если  $P$  и  $Q$  – какие-нибудь две точки, то существует один и только один перенос  $\vec{a}$ , который переводит  $P$  в  $Q$ . Будем называть его вектором, определяемым точками  $P$  и  $Q$ , и обозначать  $\overrightarrow{PQ}$ » (Вейль, 1996, 26). В системе аксиом Г. Вейля, определяющих абстрактное векторное (аффинное) пространство, «фигурируют две основные категории объектов, точки и вектора, и три основных соотношения, которые выражаются символически в виде:  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ ,  $\vec{b} = \lambda \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ » (Вейль, 1996, 28). Наряду с представлением абстрактного аффинного пространства Г. Вейль выделяет в качестве отдельного конструкта его дедуктивную теорию: «Совокупность всех теорем, которые можно вывести чисто логически из этих аксиом, образует систему аффинной геометрии. Эта система, таким образом, может быть дедуктивно построена на изложенном здесь аксиоматическом базисе» (Вейль, 1996, 28). Универсальной характеристикой абстрактного аффинного пространства по Вейлю выступает аксиома размерности («имеются  $n$  линейно независимых векторов, но всякие  $n + 1$  векторов линейно зависимы друг от друга») (Вейль, 1996, 28), позволяющая выделять в абстрактном аффинном базисе векторные аналоги пространства ( $n = 3$ ), плоскости ( $n = 2$ ), прямой ( $n = 1$ ). Подчёркивая, что «геометрия не содержит ничего из того, что связано с наглядным пространством», Г. Вейль преобразует аффинное пространство в евклидово пространство введением метрической аксиомы, определяющей абстрактную форму скалярного произведения – «билинейная симметричная форма двух векторов» (Вейль, 1996, 28). С преобразованием аффинного пространства в евклидово

пространство, отмечает Г. Вейль, система аффинной геометрии углубляется в содержании также имеющей дедуктивный характер метрической геометрии. В содержании аффинной геометрии вводятся абстрактные аналоги базовых фигур геометрического пространства: «если  $O$  – некоторая точка,  $\vec{a}$  – отличный от  $\vec{0}$  вектор, то конечная точка  $P$  всех векторов  $\overrightarrow{OP}$  вида  $\lambda\vec{a}$  образует прямую» (Вейль, 1996, 28); «если мы запишем  $\vec{a}_1$  вместо  $\vec{a}$  и обозначим  $\vec{a}_2$  другой вектор, не имеющий форму  $\lambda\vec{a}_1$ , то конечные точки  $P$  всех векторов  $\overrightarrow{OP}$  вида  $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2$  образует плоскость» (Вейль, 1996, 28); «та часть  $h$ -мерной оболочки, образованной откладыванием всех векторов  $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n$  из точки  $O$ , которая получается, если наложить на  $\lambda$  ограничение  $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1, \dots, 0 \leq \lambda_n \leq 1$ , называется  $h$ -мерным параллелепипедом, натянутым на векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ , исходящие из точки  $O$  (одномерный параллелепипед называется отрезком, двумерный – параллелограммом)» (Вейль, 1996, 30). С позиции последующего развития представлений аффинного пространства фундаментальный характер имеют введенные в абстрактном аффинном пространстве понятия:

- координатной системы – «точку  $O$  вместе с  $n$  линейно независимыми векторами  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$  мы будем называть координатной системой»;
- координат вектора – «каждый вектор  $\vec{x}$  можно одним и только одним образом представить в форме  $\vec{x} = \lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n$ , числа  $\lambda_i$  будем называть его компонентами в координатной системе»;
- координат точки – «если  $P$  – произвольная точка и  $\overrightarrow{OP}$  равен вектору  $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n$ , то  $\lambda_i$  называют также координатами  $P$ »;
- инвариантности координатной системы – «все координатные системы в аффинной геометрии равноправны; не существует никакого аффинно-геометрического свойства, с помощью которого можно отличать одну систему от другой» (Вейль, 1996, 30).

Проектирование учебной геометрической деятельности в содержании аксиоматического метода, но иными, отличными от гильбертовских, средствами осуществляется в системе фундаментальных закономерностей развития «аффинной и метрической геометрии» Г. Вейля:

- «аксиоматического определения абстрактного аффинного пространства и его дальнейшей аксиоматизации в абстрактное евклидово пространство»;
- «систематизации аффинного и евклидова пространств посредством понятия размерности»;
- «опирающегося на наглядно-интуитивные представления геометрического пространства векторного моделирования понятий аффинного и евклидова пространств с их последующей интерпретацией в содержании абстрактного геометрического пространства».

В.Г. Болтянский, М.Б. Волович, А.Д. Семушин отмечают, что «с формально-логической точки зрения вейлевский путь аксиоматизации эквивалентен гильбертовскому, так как позволяет доказать те же теоремы геометрии», но при этом имеет ряд существенных преимуществ: «является наиболее современным в научном отношении, оперирует важным в современной математике понятием векторного пространства, делает изложение геометрии наиболее кратким» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 6).

Система имеющего концептуальную форму дедуктивного построения Г. Вейлем категорий аффинного и евклидова пространств конкретизируется авторами в задаче «изложения аксиоматики пространственной геометрии по Герману Вейлю» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 35). «На базе неопределяемых понятий «вектор» и «точка», вводятся тернарные отношения «сложение векторов  $V \times V \rightarrow V$ », «произведение вектора на число  $\mathbb{R} \times V \rightarrow V$ », «откладывание вектора от точки  $E \times V \rightarrow V$ », удовлетворяющие аксиомам трехмерного аффинного пространства  $\{V, E\}$ , порожденного точками и линейными комбинациями векторов со свойствами линейной зависимости и независимости. Тернарное отношение «скалярное произведение векторов  $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ » преобразует трёхмерное аффинное пространство в евклидово с понятиями длины, расстояния» (Горбачев, 2016). В его

содержании задаётся векторная форма определения прямых, плоскостей, отношений параллельности, перпендикулярности, позволяющая наглядно-образными средствами устанавливать свойства их взаимного расположения, наблюдаемые в геометрическом пространстве. Построение по сути векторной формы (модели) трёхмерного евклидова пространства, в которой аксиомы Д. Гильберта являются содержательно истинными предложениями, квалифицируется авторами «изложением пространственной геометрии». В исследовании пространственных свойств векторных моделей прямых и плоскостей авторы одними и теми же геометрическими терминами задают разные объекты (прямые, плоскости, свойства параллельности и перпендикулярности) различных математических пространств. Задача доказательства справедливости системы аксиом абстрактного геометрического пространства в содержании трёхмерного евклидова пространства означает, что математически определённые объекты евклидова пространства являются модельными образами первичных понятий абстрактного геометрического пространства, являются их векторными моделями.

Введение понятий векторных моделей геометрических фигур в представлении аффинного (евклидова) пространства углубляется авторами в аффинных, метрических задачах исследования пространственных свойств векторных моделей базовых геометрических фигур (точка, прямая, плоскость) векторными средствами:

- «построение векторной модели прямой, заданной двумя различными точками» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 43);
- «исследование взаимного расположения векторных моделей прямых на плоскости (двумерном векторном пространстве) и в пространстве (трёхмерном векторном пространстве)» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 53-54);
- построение и обоснование единственности векторной модели прямой, проходящей через данную точку параллельно векторной модели данной прямой (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 52-53);
- «исследование взаимного расположения векторных моделей двух плоскостей» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 78-80);
- «исследование взаимного расположения векторных моделей прямой и плоскости» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 70-72);
- исследование свойства ортогональности векторных моделей прямой и плоскости (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 86-88).

Если построение дедуктивной теории абстрактного аффинного пространства В.Г. Болтянский, М.Б. Волович, А.Д. Семушин осуществляют в содержании «пространственной геометрии, эквивалентной гильбертовской», то Н.М. Рогановский, А.А. Столяр создают, исследуют «геометрическую теорию» векторного (аффинного, евклидова) пространства:

- «принимая в качестве исходных, неопределяемых через другие объекты, двух типов: точки и векторы»;
- «понятия прямой и плоскости, обычно принимаемые за исходные, становятся определяемыми с помощью исходных понятий «точка» и «вектор»» (Рогановский, Столяр, 1974, 6).

В содержании аксиоматического метода Н.М. Рогановский, А.А. Столяр разрабатывают аппарат векторной алгебры с целью его использования в доказательстве теорем о пространственных свойствах прямых и плоскостей в их «векторном описании». Основу доказательства теорем в содержании «геометрической теории аффинного пространства» составляет векторная характеристика произвольной точки прямой, плоскости и последующее оперирование векторной формой аналитических выражений. Классическим примером выступает доказательство теоремы о задании векторной модели прямой любыми двумя различными точками: «Если  $M_0$  и  $M_1$  – две различные точки прямой  $AB$ , то прямая  $M_0M_1$  совпадает с прямой  $AB$ » (Рогановский, Столяр, 1974, 34-35). Принадлежность точек  $M_0$  и  $M_1$  прямой  $AB$  на языке характеристического свойства её векторного описания

$(P \in AB) \leftrightarrow (\exists p)(\overrightarrow{AP} = p\overrightarrow{AB})$  задается аналитическими выражениями  $(M_0 \in AB) \leftrightarrow (\exists k_0)(\overrightarrow{AM_0} = k_0\overrightarrow{AB})$  и  $(M_1 \in AB) \leftrightarrow (\exists k_1)(\overrightarrow{AM_1} = k_1\overrightarrow{AB})$ . На базе векторных равенств для произвольной точки  $M$  прямой  $AB$ , выраженной равенством  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ , необходимо установить, что  $M \in M_0M_1$ , то есть доказать, что вектор  $\overrightarrow{M_0M}$  линейно выражается через вектор  $\overrightarrow{M_0M_1}$ . Полученное из аналитических условий принадлежности точек  $M_0, M$  и  $M_1$  прямой  $AB$  векторное равенство

$$\overrightarrow{M_0M} = \frac{k - k_0}{k - k_1} \overrightarrow{M_0M_1}$$

и является векторным условием независимости описания прямой от выбора точек.

Выраженная в векторной форме характеристика произвольной точки векторной модели геометрической фигуры, оперирование векторной формой составляют сущность векторного исследования свойств в содержании аффинного пространства: «При помощи векторов будут описаны и различные отношения между точками, прямыми и плоскостями в пространстве» (Рогановский, Столяр, 1974, 6).

Векторная характеристика прямых, плоскостей, исследование векторными средствами их взаимного расположения в системе базовых задач позволили В.Г. Болтянскому и И.М. Яглому сделать вывод о том, что центральную роль в представлении аффинного (евклидова) пространства играет векторный метод исследования: «Построение геометрии (по Г. Вейлю) довольно мало отличается от традиционного (по Д. Гильберту). При этом если в традиционном построении геометрии доказательства основываются на довольно зыбких аксиомах и существенно апеллируют к наглядным представлениям, то здесь имеем последовательное дедуктивное построение геометрии» (Болтянский, Яглом, 1972, 81).

Последующее развитие векторного метода в объёмных классических исследованиях (Болтянский, Яглом, 1972), (Гусев, Колягин, Луканкин, 1976), (Скопец, 1980), (Потоскуев, 2019), (Далингер, 2017), (Каюмов, 2015) характеризуется целостными спектрами конкретных геометрических задач, обобщенных алгоритмических способов и эвристических приёмов реализации его закономерностей.

Исследованию проблем формирования модельно-абстрактных представлений евклидова пространства в его взаимной связи с геометрическим на разных уровнях учебной геометрической деятельности также посвящены работы Б.Р. Музаппаровой, М.Д. Кошановой (Muzapparova, 2023), F. Dilling, S. Kraus (Dilling, Kraus, 2022), А.Б. Тлеужанова, Д.Б. Тойбазарова (Тлеужанов, Тойбазаров, 2023), J. Eschenburg (Eschenburg, 2022). В работах Y. Abebayehu, C. Hsiu-Ling (Abebayehu, Hsiu-Ling, 2023), C. Brown, Z. Kovács, T. Recio Brown, Kovács, Recio, 2022), M. Uwurukundo, J. Maniraho, M. Tusiime (Uwurukundo, 2023), K. Zehavit, A. Meirav, D. Miriam, M. Tali, (Zehavit, Meirav, Miriam, Tali, 2022) рассматриваются проблемы формирования деятельности доказательства, решения задач в содержании аффинного (евклидова) пространства. Анализ методов доказательства в модельно-абстрактном представлении геометрического пространства на разных уровнях сложности проведён в работе M. Miyazaki, T. Fujita, K. Jones (Miyazaki, Fujita, Jones, 2017).

В системе авторских исследований закономерностей векторного метода с различной степенью полноты и математической обоснованности проявляются следующие структурные компоненты метода в содержании представлений евклидова, геометрического пространств:

- создание модельной формы аппарата векторной алгебры в представлении аффинного (евклидова) пространств (Вейль, 1996; Болтянский, Яглом, 1972; Рогановский, Столяр, 1974);
- конструирование векторных моделей базовых геометрических фигур (прямые, плоскости) и их пространственных свойств в аффинном, евклидовом пространствах (Болтянский, Волович, Семушин, 1982; Рогановский, Столяр, 1974; Гусев, Колягин, Луканкин, 1976);
- исследование свойств векторных моделей базовых геометрических фигур, их взаимного расположения, включая свойства параллельности и перпендикулярности, в

представлении аффинного, евклидова пространств (Болтянский, Яглом, 1972; Гусев, Колягин, Луканкин, 1976; Далингер, 2017; Каюмов, 2015);

- приложение аппарата векторной алгебры, понятий и пространственных свойств векторных моделей базовых геометрических фигур для исследования неявно выделенных векторных моделей геометрических фигур (Болтянский, Яглом, 1972; Гусев, Колягин, Луканкин, 1976; Скопец, 1980; Потоскуев, 2019; Далингер, 2017; Горбачев, Сенченко, 2017; Горбачев, Пузырева, 2018; Каюмов, 2015).

На существенное развитие содержательных и методических закономерностей векторного, векторно-координатного методов в содержании геометрического пространства направлено исследование В.В. Бардушкина и А.А., Прокофьева (Бардушкин, Прокофьев, 2012, 2013). «В неявной интеграции пространственного образа геометрической фигуры (геометрическое пространство) и её векторной, векторно-координатной моделей (евклидово, арифметическое пространства) авторами проектируется методическая система выделения пространственных и метрических свойств прямых, плоскостей, их взаимного расположения в трёхмерном евклидовом пространстве» (Горбачев, Сенченко, 2017). Структура авторской методической системы определяется целостным спектром метрических задач, направленных на формирование соответствующих обобщённых алгоритмических схем деятельности учения:

- «задача вычисления углов между прямыми геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей прямых трёхмерного евклидова пространства» (Бардушкин, Прокофьев, 2012, 12);

- «задача вычисления угла между прямой и плоскостью геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей прямой и плоскости трёхмерного евклидова пространства» (Бардушкин, Прокофьев, 2012, 13);

- задача вычисления угла между плоскостями геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей плоскостей трёхмерного евклидова пространства (Бардушкин, Прокофьев, 2013, 8);

- задача вычисления расстояния от точки до прямой геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей точки и прямой трёхмерного евклидова пространства (Бардушкин, Прокофьев, 2013, 11);

- задача вычисления расстояния от точки до плоскости геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей точки и плоскости трёхмерного евклидова пространства (Бардушкин, Прокофьев, 2013, 13);

- задача вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми геометрического пространства в содержании векторного метода исследования соответствующих векторных моделей прямых трёхмерного евклидова пространства (Бардушкин, Прокофьев, 2013, 15).

Блестящие примеры авторских исследований свойств различных геометрических фигур, включая прямые и плоскости, позволяют выделить не только спектр конкретных задач векторной характеристики геометрических объектов, но и систему методологических, содержательных и методических проблем, ограничивающих содержание векторного метода исследования:

- «представления геометрического и аффинного (евклидова пространств) оказываются слитными»;

- «каждое из математических пространств не систематизировано в спектрах соответствующих моделей»;

- «отсутствует процесс преобразования моделей аффинного (евклидова) пространства в модели геометрического пространства» (Горбачев, 2016);

- «фундаментальное понятие векторной модели геометрической фигуры не сформировано, имеет интуитивный характер»;

- «структура векторного метода исследования свойств векторных моделей геометрических фигур аффинного, геометрического пространств в полной мере не выделена, не детализирована» (Горбачев, 2016);

- «последовательное развитие векторного, векторно-координатного, аналитического методов в содержании соответствующих моделей геометрического пространства не прослеживается» (Горбачев, 2016).

### **Результаты**

В анализе векторного, векторно-координатного методов исследования геометрических фигур в «аффинных» и «метрических» задачах Е.В. Потоскуев выделяет их поэтапную деятельностную структуру: «Чтобы координаты и векторы стали эффективным аппаратом решения геометрических задач, необходимо, прежде всего, научиться переводить условие геометрической задачи в векторно-координатную символику и терминологию (на «координатный язык»), затем грамотно выполнять соответствующие алгебраические операции над координатами и векторами, после чего полученный в векторно-координатной форме результат переводить вновь на язык элементарной (синтетической) геометрии» (Потоскуев, 2019, 10). Такое интуитивно-содержательное описание методов далеко не в полной мере отражает их содержательную сущность.

«Базовой закономерностью векторного метода выступает его последовательное формирование на основе модельных представлений геометрического и аффинного (евклидова) пространств» (Горбачев, 2022).

Насыщенное геометрическими фигурами, преобразованиями, отношениями геометрическое пространство и структурируемое точками и линейными комбинациями векторов аффинное (евклидово) пространство выступают различными математическими конструкциями, развивающимися из своих модельных образов в деятельности содержательного абстрагирования (Антюхов, Горбачев, Трошина, 2022).

Объективной закономерностью учебной геометрической деятельности выступает представление аффинного (евклидова) пространства векторной, координатной и арифметической моделями, задающими разные образы математического понятия «вектор». При этом «векторная модель трёхмерного аффинного (евклидова) пространства создаётся в наглядно-конструктивной форме представления понятия вектора с условием его откладывания из любой точки, операции сложения векторов «по правилу параллелограмма», умножения числа на вектор» (Горбачев, Пузырева, 2023, 55). В содержании векторной модели аффинного (евклидова) пространства создаются векторные модели геометрических фигур – «объекты векторной модели трёхмерного евклидова пространства, заданные векторными условиями (формами) описания характеристических свойств геометрических фигур, интегрированных с их конструктивными изображениями» (Горбачев, Пузырева, 2023, 56). Главной особенностью векторных моделей (векторных описаний по Н.М. Рогановскому) геометрических фигур выступает возможность их «исследования векторными средствами с последующей интерпретацией полученных в аффинном пространстве свойств в содержании наглядно-образного представления геометрического пространства. Насыщенная же векторными моделями геометрических фигур векторная модель трёхмерного аффинного (евклидова) пространства становится векторной моделью геометрического пространства, расширяющей его представление классической наглядно-образной (конструктивной) моделью» (Горбачев, Пузырева, 2022, 116). Во взаимной связи модельных представлений геометрического и аффинного (евклидова) пространств интуитивное описание векторного метода (Потоскуев, 2019, 10) приобретает закономерную деятельностную структуру:

- «векторная характеристика понятий геометрических фигур наглядно-образной модели геометрического пространства в содержании представления аффинного (евклидова) пространства (деятельность векторного моделирования)» (Горбачев, 2019);

- «исследование пространственных и метрических свойств векторных моделей геометрических фигур в содержании представления аффинного (евклидова) пространства (деятельность формирования векторного метода в аффинном (евклидовом) пространстве)» (Горбачев, 2019, 228);

- «перевод векторной формы пространственных и метрических свойств векторных моделей геометрических фигур в содержательную форму пространственных и метрических

свойств наглядно-образной модели геометрического пространства (деятельность содержательной интерпретации в геометрическом пространстве)» (Горбачев, 2019, 228).

«Деятельность векторного моделирования осуществляется в представлении векторной модели аффинного (евклидова) пространства, с использованием векторных операций, понятий базиса двумерного и трёхмерного евклидовых пространств, описанием векторными средствами векторных моделей геометрических фигур» (Горбачев, Пузырева, 2023, 246). «Базовыми объектами аффинного (евклидова) пространства являются векторная модель прямой  $l$ , заданной точкой  $O$  и ненулевым вектором  $l = l(O, \vec{a}) = \{M | \vec{OM} = k\vec{a}, k \in \mathbb{R}\}$ , векторная модель плоскости  $\pi$ , заданной точкой  $O$  и неколлинеарными векторами  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  в форме  $\pi = \pi(O, \vec{a}_1, \vec{a}_2) = \{M | \vec{OM} = k_1\vec{a}_1 + k_2\vec{a}_2, k_1, k_2 \in \mathbb{R}\}$ » (Вейль, 1996, 28).

«Конструктивное изображение геометрической фигуры в наглядно-образной модели геометрического пространства, выбор подходящего базиса из конструктивных элементов геометрической фигуры, векторное описание ее характеристических свойств позволяют конструировать векторные модели геометрических фигур, в частности» (Горбачев, Пузырева, 2023, 245-246):

- векторную модель отрезка на прямой

$$[AB] = \{M | \vec{AM} = k\vec{AB}, k \in [0,1]\};$$

- векторную модель окружности на плоскости

$$O(A, r) = \{M | M \in \pi, |\vec{AM}| = r\};$$

- векторную модель треугольника на плоскости

$$\Delta ABC = \left\{ M \left| \begin{array}{l} \vec{AB}, \vec{AC} - \text{неколлинеарные, } \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}, \\ \vec{AM} = k\vec{AB} \text{ или } \vec{BM} = k\vec{BC} \text{ или } \vec{AM} = k\vec{AC}, k \in [0,1] \end{array} \right. \right\};$$

- векторную модель ромба на плоскости

ромб  $ABCD =$

$$\left\{ M \left| \begin{array}{l} \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD} - \text{компланарные, } \vec{AB}, \vec{AC} - \text{неколлинеарные,} \\ \vec{AB}, \vec{AD} - \text{неколлинеарные, } \vec{AC}, \vec{AD} - \text{неколлинеарные,} \\ \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}, \vec{BC} = \vec{AD}, |\vec{AB}| = |\vec{AD}|, \\ \vec{AM} = k\vec{AD} \text{ или } \vec{AM} = k\vec{AB} \text{ или } \vec{BM} = k\vec{BC} \text{ или } \vec{CM} = k\vec{CD}, k \in [0,1] \end{array} \right. \right\}$$

«Схема векторного моделирования «базовая геометрическая фигура – векторная модель геометрической фигуры» развивается в анализе неочевидного соответствия существенно различающихся свойств геометрических фигур в геометрическом пространстве и свойств их векторных моделей в аффинном (евклидовом) пространстве» (Горбачев, 2022). Так, отношение принадлежности точки  $M$  прямой  $AB$  геометрического пространства в «содержании аффинного пространства характеризуется свойством коллинеарности векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AM}$ , свойство параллельности прямых  $AB$  и  $CD$  геометрического пространства в аффинном пространстве описывается свойствами коллинеарности векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  и неколлинеарности векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , свойство параллельности прямой  $MN$  и плоскости  $ABC$  геометрического пространства» (Горбачев, 2017) в аффинном пространстве задаётся свойствами компланарности тройки векторов  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{MN}$  и некомпланарности векторов  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AM}$ . Объективно необходимая в содержании векторного метода деятельность векторного моделирования широко представлена в доказательстве векторными средствами справедливости свойств базовых геометрических фигур геометрического пространства в системе соответствующих векторных моделей аффинного пространства (Болтянский, Волович, Семушин, 1982), (Болтянский, Яглом, 1972), (Рогановский, Столяр, 1974).

В условиях своей сформированности деятельность векторного моделирования развивается «в исследовании свойств векторных моделей геометрических фигур аффинного (евклидова) пространства. В соответствии с методологией математического моделирования

векторные модели геометрических фигур исследуются в содержании представления «евклидова пространства» (Горбачев, Сенченко, 2017).

Ведущим компонентом векторного метода выступает созданный в двумерном, трёхмерном представлении аффинного (евклидова) пространства аппарат векторной алгебры с фундаментальными свойствами точечно-векторных операций, коллинеарности, ортогональности, компланарности.

Его дополнением выступают создаваемые в самостоятельных учебных действиях векторные модели базовых геометрических фигур: прямых, классических линий (окружность, парабола, гипербола) «двумерного евклидова пространства и прямых, плоскостей, классических поверхностей (сферическая, цилиндрическая, коническая) трёхмерного евклидова пространства» (Аполлоний, 2019), (Горбачев, Сенченко, 2017).

«Векторные модели (двумерные, трехмерные) базовых геометрических фигур закономерно подвергаются исследованию в качестве самостоятельных задач анализа их взаимного расположения (аффинные задачи по Г. Вейлю)» (Болтянский, Волович, Семушин, 1982), (Скопец, 1980), поиска их метрических характеристик (метрические задачи) (Бардушкин, Прокофьев, 2012), (Потоскуев, 2019) с целью установления обобщённых способов их исследования.

В учебной геометрической деятельности векторные модели базовых геометрических фигур включаются в качестве структурных компонентов векторных моделей более сложных конструкций геометрических фигур, исследование которых опирается на установленные ранее обобщённые способы (Потоскуев, 2019), (Бардушкин, Прокофьев, 2012).

«Деятельность исследования векторных моделей геометрических фигур как базовых, так и их все более сложных конструкций, осуществляется в представлении аффинного (евклидова) пространства, при этом результаты векторного метода исследования имеют векторную форму» (Горбачев, Сенченко, 2016). Их перевод в форму пространственных, метрических свойств соответствующих геометрических фигур геометрического пространства востребует деятельность содержательной интерпретации (Потоскуев, 2019, 10).

Интерпретация имеющих векторную форму результатов исследования свойств векторных моделей геометрических фигур в аффинном (евклидовом) пространстве в определённой мере противоположна деятельности векторного моделирования. «Если деятельность векторного моделирования реализуется в сочетании схемы “геометрическая фигура – векторная модель геометрической фигуры” и схемы “свойство геометрической фигуры в геометрическом пространстве – свойство векторной модели геометрической фигуры в аффинном (евклидовом) пространстве”, то деятельность содержательной интерпретации условно характеризуется противоположными схемами: векторная модель геометрической фигуры однозначно задаёт геометрическую фигуру в системе её характеристических свойств; свойство векторной модели геометрической фигуры актуализирует моделируемое свойство геометрической фигуры» (Горбачев, Пузырева, 2023). На этапе формирования деятельности векторного моделирования свойства геометрической фигуры неизвестны, выступают целью учебной геометрической деятельности. Деятельность векторного моделирования приводит к созданию векторной модели геометрической фигуры, векторный метод исследования векторной модели геометрической фигуры позволяет установить векторную форму свойств, процедура содержательной интерпретации восстанавливает искомые свойства геометрической фигуры в геометрическом пространстве.

Введённые Г. Вейлем понятия базиса (координатной системы), координат вектора и точки в базисе  **$n$  – мерного** аффинного (евклидова) пространства является основой преобразования векторной модели аффинного (евклидова) пространства в его координатную модель:

- в базисе двумерного аффинного (евклидова) пространства всякий вектор, точка характеризуются упорядоченными парами действительных чисел – их координат (Вейль, 1996, 30);

- «в базисе трёхмерного аффинного (евклидова) пространства всякий вектор, точка характеризуются упорядоченными тройками действительных чисел – их координат» (Вейль, 1996, 30);

- «сконструированная в содержании векторной модели аффинного (евклидова) пространства векторная модель каждой из геометрических фигур, с учётом координатной формы векторных операций и пространственных свойств преобразуется в координатную модель геометрической фигуры» (Горбачев, Пузырева, 2023, 58).

«Представление точек, векторов, координатных моделей геометрических фигур упорядоченными парами, тройками действительных чисел осуществляются в арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^3$ , выступающем координатной (векторно-координатной) моделью аффинного (евклидова) пространства. В арифметическом пространстве векторный метод исследования векторных моделей геометрических фигур» (Горбачев, 2023), дополненный действием перехода к координатной форме составляет содержание векторно-координатного метода:

- «векторно-координатная характеристика понятий геометрических фигур наглядно-образной модели геометрического пространства в содержании представления евклидова, арифметического пространств (деятельность векторно-координатного моделирования)» (Горбачев, 2016);

- «исследование пространственных и метрических свойств векторно-координатных моделей геометрических фигур в содержании представления арифметического пространства (деятельность формирования векторно-координатного метода в арифметическом пространстве)» (Горбачев, 2016).

В деятельности векторно-координатного моделирования векторные модели геометрических фигур преобразуются в координатные модели в содержании последовательного представления арифметического пространства размерности два или размерности три. В качестве объективной закономерности векторно-координатного метода выступает выделение векторных и на их основе координатных моделей базовых геометрических фигур – таких геометрических фигур, которые выступают конструктивными средствами построения многоугольников, многогранников и их комбинаций с классическими линиями, поверхностями. С учётом историко-математических исследований Р. Декарта, Л. Эйлера в качестве базовых геометрических фигур планиметрии помимо точек и прямых рассматриваются классические линии (окружность, эллипс, парабола, гипербола), в стереометрию к точкам, прямым, плоскостям добавляются классические поверхности (сфера, цилиндрическая поверхность, коническая поверхность). Такие комбинации многоугольников и классических линий, многогранников и классических поверхностей широко представлены в содержании наглядно-образной модели геометрического пространства.

Содержание деятельности векторного моделирования в представлении двумерного арифметического пространства характеризуют исследуемые в аффинной системе координат задачи: вычисления координат вектора и точки, векторных операций; поиск координат точки, делящей отрезок в данном отношении; построение координатных моделей прямых и классических линий; исследование взаимного расположения прямых, прямых и классических линий. «Аффинные» задачи деятельности векторного моделирования дополняются системой «метрических» задач: вычисление величины угла между заданными своими координатами векторами, длины векторов; вычисление расстояния между точками и прямыми в их координатной характеристике; поиск метрических характеристик координатных моделей классических линий. «В такой же мере системами «аффинных» и «метрических» задач задаётся деятельность векторного моделирования и в представлении трёхмерного евклидова пространства: построение координатных моделей векторов и векторных операций; построение координатных моделей плоскостей, прямых, классических поверхностей; исследование взаимного расположения плоскостей, прямых и плоскостей, прямых и классических поверхностей, вычисление расстояния между точками и плоскостями, точками

и прямыми, поиск метрических характеристик классических поверхностей» (Скопец, 1980), (Бардушкин, Прокофьев, 2012), (Бардушкин, Прокофьев, 2013).

Деятельность формирования векторно-координатного метода в арифметическом пространстве также систематизируется понятием размерности. В исследовании координатных геометрических фигур планиметрии и стереометрии используются не только «координатная форма векторных операций, но и координатная форма прямых, классических линий (двумерное арифметическое пространство), плоскостей, прямых и классических поверхностей (трёхмерное арифметическое пространство), а также система свойств их взаимного расположения» (Потоскуев, 2019), (Бардушкин, Прокофьев, 2012), (Бардушкин, Прокофьев, 2013).

«Как векторный метод в представлении аффинного (векторного) пространства, так и векторно-координатный метод в представлении арифметического пространства только деятельностью пространственного моделирования геометрических фигур и исследования свойств соответствующих моделей не ограничиваются» (Горбачев, Сенченко, 2016). Общая представлениям аффинного, евклидова, арифметического пространств задача исследования свойств геометрических фигур обосновывает закономерное использование деятельности содержательной интерпретации.

Основанием деятельности содержательной интерпретации в формировании векторно-координатного метода выступают как схема модельного конструирования «геометрическая фигура – координатная модель геометрической фигуры», так и схема соответствия свойств «свойство геометрической фигуры – свойство координатной модели в арифметическом пространстве» (Горбачев, Сенченко, 2016). «Деятельность содержательной интерпретации установленного векторно-координатными средствами свойства координатной модели геометрической фигуры приводит к актуализации как конкретной геометрической фигуры, так и её соответствующего свойства в геометрическом пространстве» (Горбачев, Сенченко, 2016).

«Общая векторному и векторно-координатному методам методология (моделирование, модельное исследование, содержательная интерпретация) формируемых векторного метода в аффинном (евклидовом) пространстве и векторно-координатного метода в арифметическом пространстве, различие методов только координатной формой моделей геометрических фигур выступают содержательной основой характеристики векторно-координатного метода в геометрическом пространстве как векторного и в арифметическом пространстве как координатного» (Атанасян, 2010), (Погорелов, 1995), (Александров, 2014).

«Представление векторной модели аффинного (евклидова) пространства в качестве соответствующей модели геометрического пространства осуществляется в содержании формирующих структуру векторного, векторно-координатного методов видов учебной геометрической деятельности: векторного моделирования геометрических фигур, исследования их пространственных и метрических свойств, содержательной интерпретации векторной формы свойств в представлении геометрического пространства» (Горбачев, 2018). В интеграции представлений модели и формирующегося в ней метода проявляется фундаментальная закономерность: «Векторный метод исследования свойств геометрических фигур выступает основным результатом деятельности представления в трёхмерном евклидовом пространстве и в то же время существенно зависит от уровня её становления. Это означает совместное развитие векторных представлений геометрического пространства и векторного метода доказательства теорем, решения задач» (Горбачев, Сенченко, 2016, 26).

Закономерность интегрального формирования векторного метода в представлении аффинного, евклидова, арифметического пространств определяет его деятельностную структуру:

1. Построение двумерной векторной модели геометрического пространства (планиметрия).

1.1. Деятельность векторного моделирования. Составляющими деятельности векторного моделирования учебными действиями выступают модельное формирование аппарата векторной алгебры, векторное моделирование базовых геометрических фигур, построение векторных моделей плоских геометрических фигур в их родовидовой систематизации. В двумерном аффинном пространстве на основе наглядных образов геометрического пространства формируются понятия векторных операций, в форме линейных комбинаций векторов выделяются линейные оболочки одномерного, двумерного аффинных пространств с фундаментальными понятиями базиса и размерности. В точечно-векторном описании двумерного аффинного пространства конструируются векторные модели базовых геометрических фигур, в системе характеристических свойств понятий создаются векторные модели многоугольников, их комбинаций с классическими линиями (Болтянский, Волович, Семушин, 1982, 43). Введение в двумерном аффинном пространстве скалярного произведения характеризует преобразование двумерного аффинного пространства в евклидово пространство с ортонормированным базисом. В его содержании формируются «понятия длины вектора, расстояния между точками, угла между векторами, выделяется векторная модель прямой, заданной точкой и ортогональным вектором» (Бардушкин, Прокофьев, 2012).

1.2. «Деятельность исследования свойств векторных моделей. Аффинными задачами векторного метода выступают: исследование взаимного расположения векторных моделей прямых; построение векторной модели прямой, проходящей через данную точку параллельно заданной векторной моделью прямой. Метрические задачи векторного метода: вычисление расстояния от точки до прямой, заданной векторной моделью; вычисление величины угла между прямыми, заданными векторными моделями; вычисление метрических характеристик классических линий, заданных векторными моделями» (Горбачев, Пузырева, 2023). Приложение аффинных и метрических задач к исследованию пространственных и метрических свойств векторных моделей многоугольников.

1.3. Деятельность содержательной интерпретации в геометрическом пространстве. Деятельность содержательной интерпретации осуществляется в анализе деятельности векторного моделирования и деятельности исследования свойств векторных моделей двумерного аффинного (евклидова) пространства. Её содержание характеризуется построением выводов о свойствах геометрической фигуры на основе установленных свойств её векторной модели: вывод о принадлежности точки прямой, заданной векторной моделью; вывод о параллельности прямых, заданных векторными моделями на основании коллинеарности направляющих векторов; вывод о расположении прямой в аффинной системе координат на основании анализа её векторной модели; вывод о величине угла между прямыми, заданными векторными моделями на основании анализа скалярного произведения направляющих векторов; вывод о расположении точки относительно прямой, заданной векторной моделью на основе анализа расстояния от точки до прямой.

2. Координатная характеристика двумерной векторной модели геометрического пространства (планиметрия).

2.1. Деятельность векторно-координатного моделирования. «Разложение произвольного вектора двумерного аффинного пространства по неколлинеарным векторам базиса приводит к понятиям координат вектора и точки – характеристике векторов и точек упорядоченными парами двумерного арифметического пространства» (Горбачев, 2016). В процедуре перехода к координатам векторные модели прямой, классических линий, многоугольников также приобретают координатную форму, позволяющую арифметическими средствами исследовать их пространственные свойства. Координатная форма задания векторов, точек в ортонормированном базисе двумерного евклидова пространства выступает удобным средством вычисления в оперировании понятиями длины вектора, величины угла между векторами, расстояния между точками. По координатам векторов в ортонормированном базисе становится возможным вычисление координат

вершин многоугольников, метрических характеристик координатных моделей классических линий двумерного арифметического пространства.

2.2. Деятельность исследования свойств координатных моделей. Аффинные задачи векторно-координатного метода: определение координат вектора и точки; исследование координатной модели прямой в аффинной системе координат; исследование взаимного расположения прямых, заданных координатными моделями; анализ условий параллельности прямых, заданных координатными моделями; построение координатной модели прямой, проходящей через точку параллельно заданной координатной моделью прямой. Метрические задачи векторно-координатного метода: определение расстояния от точки до прямой, заданной координатной моделью; вычисление величины угла между прямыми, заданными координатными моделями; анализ условий перпендикулярности прямых, заданных координатными моделями; вычисление метрических характеристик классических линий, заданных координатными моделями. Приложение аффинных и метрических задач к исследованию пространственных и метрических свойств координатных моделей многоугольников.

2.3. Деятельность содержательной интерпретации в геометрическом пространстве. Деятельность содержательной интерпретации осуществляется в анализе результатов деятельности векторно-координатного моделирования и исследования свойств координатных моделей геометрических фигур двумерного арифметического пространства: вывод о расположенности прямой, заданной координатной моделью в аффинной системе координат на основе анализа координат начальной точки и направляющего вектора; «вывод о параллельности, перпендикулярности прямых, заданных координатными моделями на основе анализа свойств коллинеарности, ортогональности направляющих векторов; вывод о системе пространственных и метрических свойствах многоугольников, заданных координатными моделями на основе анализа свойств коллинеарности, ортогональности векторов, определённых его сторонами, вершинами» (Горбачев, Сенченко, 2017).

3. Построение трёхмерной векторной модели геометрического пространства (стереометрия).

3.1. Деятельность векторного моделирования. В трёхмерном аффинном пространстве сохраняется «наглядно-образное представление вектора, векторных операций двумерного аффинного пространства, но при этом понятие базиса пространства определяется упорядоченной тройкой некопланарных (линейно независимых по Г. Вейлю) векторов. Понятие размерности аффинного пространства позволяет выделить одномерное, двумерное и трёхмерное аффинные пространства, выступающие векторными моделями соответствующего прямой, плоскости, геометрического пространства» (Потоскуев, 2004). На базе характеристических свойств понятий многогранников в представлении трёхмерного аффинного пространства создаются их векторные модели, позволяющие исследовать пространственные свойства. Введение в трёхмерном аффинном пространстве операции скалярного произведения векторов приводит к его представлению в содержании трёхмерного евклидова пространства с ортонормированным базисом и системой аффинных и метрических задач в спектре векторных моделей геометрических фигур.

3.2. Деятельность исследования свойств векторных моделей. Аффинные задачи векторного метода: «исследование векторной модели прямой в аффинной системе координат; исследование взаимного расположения прямых, заданных векторными моделями; исследование векторной модели плоскости в аффинной системе координат» (Горбачев, Сенченко, 2017); исследование взаимного расположения плоскостей, заданных векторными моделями; анализ условий параллельности плоскостей, заданных векторными моделями; исследование взаимного расположения прямой и плоскости, заданных векторными моделями. Метрические задачи: вычисление величины угла между прямыми, заданными векторными моделями; вычисление величины угла между плоскостями, заданными векторными моделями. Приложение аффинных и метрических задач к исследованию пространственных и метрических свойств векторных моделей многогранников.

3.3. Деятельность содержательной интерпретации в геометрическом пространстве. Деятельность содержательной интерпретации определяется построением выводов о свойствах геометрических фигур в наглядном представлении геометрического пространства: вывод о принадлежности точки плоскости, заданной векторной моделью; «вывод о параллельности плоскостей, заданных векторными моделями; вывод о параллельности прямой и плоскости на основании свойств коллинеарности и неколлинеарности соответствующих векторов; вывод о величине угла между прямыми, заданными векторными моделями, на основе анализа скалярного произведения направляющих векторов; вывод о расстоянии между параллельными плоскостями, заданными векторными моделями на основе анализа расстояния между точкой и плоскостью, вывод о системе пространственных и метрических свойств многогранников, заданных векторными моделями на основе свойств векторных моделей базовых геометрических фигур» (Потоскуев, 2004).

Координатная характеристика трёхмерной векторной модели геометрического пространства (стереометрия).

4.1. Деятельность векторно-координатного моделирования. В базисе из трёх некопланарных векторов аффинного пространства координатами вектора и точки являются упорядоченные тройки действительных чисел – «объекты трёхмерного арифметического пространства. Сведение операций над векторами к тем же операциям на соответствующих координатах означает отождествление аффинного и арифметического пространств, позволяет рассматривать арифметическое пространство в качестве арифметической модели трёхмерного аффинного пространства» (Потоскуев, 2019). В содержании арифметической модели трёхмерного аффинного пространства векторные модели прямой, плоскости приобретают координатную форму – становятся их координатными моделями. Координатная форма скалярного произведения расширяет возможности координатного метода в представлении арифметического пространства не только аффинными, но и метрическими свойствами длины, величины угла. Задача вычисления площадей, объёмов геометрических фигур, представленных своими координатными моделями, востребует операцию векторного произведения (Потоскуев, 2019).

4.2 Деятельность исследования свойств координатных моделей. Аффинные задачи: «исследование координатной модели прямой в аффинной системе координат; исследование принадлежности точки прямой, заданной координатной моделью; исследование взаимного расположения прямых, заданных координатными моделями; исследование координатной модели плоскости в аффинной системе координат» (Горбачев, Сенченко, 2016); исследование принадлежности точки плоскости, заданной координатной моделью; исследование взаимного расположения плоскостей, заданных координатными моделями; анализ условий параллельности плоскостей, заданных координатными моделями; исследование взаимного расположения прямой и плоскости, заданных координатными моделями. Метрические задачи: вычисление величины угла между прямыми, заданными координатными моделями; вычисление величины угла между плоскостями, заданными координатными моделями, вычисление расстояния от точки до плоскости заданной координатной моделью. Приложение аффинных и метрических задач к исследованию пространственных и метрических свойств координатных моделей многогранников.

4.3. Деятельность содержательной интерпретации в геометрическом пространстве. В геометрическом пространстве деятельность содержательной интерпретации характеризуется спектром выводов о пространственных и метрических свойствах геометрических фигур: вывод о расположении прямой, заданной координатной моделью в аффинной системе координат; вывод о взаимном расположении прямых, заданных координатными моделями на основе анализа координат соответствующих векторов; вывод о принадлежности точки плоскости, заданной координатной моделью на основе анализа координат соответствующих векторов; «вывод о взаимном расположении прямой и плоскости, заданных координатными моделями на основе анализа координат направляющих векторов; вывод о величине угла между прямыми, заданными координатными моделями на основе анализа скалярного

произведения направляющих векторов; вывод о системе пространственных и метрических свойств многогранников, заданных координатными моделями на основе свойств координатных моделей базовых геометрических фигур» (Горбачев, 2018).

### **Заключение**

Учебная геометрическая деятельность, проектируемая в содержании «гильбертовского и вейлевского путей аксиоматизации пространственной геометрии» (Болтянский, 1972, 1982), представлена содержанием различных математических пространств – геометрического (по Д. Гильберту) и аффинного (евклидова) (по Г. Вейлю) с соответствующими системами пространственно-специфических объектов и отношений. Геометрическое пространство характеризуется классами геометрических фигур, отношениями принадлежности, порядка, конгруэнтности, параллельности, преобразованиями движения и подобия (Горбачев, 2022, 113). «Объектами аффинного пространства размерностей от единицы до тройки выступают точки, линейные комбинации векторов с операциями векторного пространства над полем действительных чисел. Свойства геометрических фигур в геометрическом пространстве устанавливаются в содержании аналитико-синтетического метода. В аффинном пространстве формируется векторный метод исследования пространственных свойств его объектов» (Горбачев, Сенченко, 2017), (Горбачев, Пузырева, 2018).

Как геометрическое, так и аффинное (евклидово) пространства в сознании субъекта выступают динамическими конструкциями (Антюхов, Горбачев, Трошина, 2022). На начальном этапе изучения геометрическое пространство представлено конструктивными образами геометрических фигур, свойства которых устанавливаются на уровне обыденного сознания (Горбачев, Пузырева, 2022). В условиях сформированности наглядно-образных представлений геометрическое пространство становится абстрактным – представлено базовыми объектами произвольной природы, свойства которых задаются системой аксиом Д. Гильберта (гильбертовский путь аксиоматизации пространственной геометрии) (Горбачев, 2022). «Аффинное пространство размерностей два и три вначале также представлено интуитивными образами векторов и точек, векторных операций в содержании наглядных образов геометрических фигур» (Горбачев, Сенченко, 2016). «Создание векторной модели аффинного (евклидова) пространства становится основой его абстрагирования – представления точек, векторов, векторных операций в абстрактной форме, определённой системой аксиом векторного пространства над полем действительных чисел (Вейлевский путь аксиоматизации пространственной геометрии)» (Горбачев, 2018), (Горбачев, Пузырева, 2023).

Различие геометрического и евклидова пространств системами пространственно-специфических объектов, способами аксиоматизации их абстрактных представлений объективно предполагает анализ взаимной связи математических пространств в целостном содержании «пространственной геометрии» (Болтянский, Яглом, 1972), трёхмерной геометрии (Рогановский, Столяр, 1974). «На уровне обыденного сознания геометрическое пространство представлено своей конструктивной (наглядно-образной) моделью в системе условных геометрических изображений геометрических фигур с унаследованным от «Начал» Евклида аналитико-синтетическим методом исследования. Аффинное же пространство описывается своей векторной моделью, содержащей систему векторных моделей геометрических фигур, создаваемых на основе конструктивной модели геометрического пространства и исследуемых средствами векторного метода» (Горбачев, 2016, 155). «Устанавливаемые векторными средствами свойства векторных моделей геометрических фигур в процедуре интерпретации преобразуются в свойства геометрических фигур. Это означает, что в процессе векторного моделирования геометрических фигур, исследования их свойств в содержании аффинного, евклидова пространств и последующей интерпретации векторная модель аффинного пространства преобразуется в векторную модель геометрического пространства» (Горбачев, Пузырева, 2018), (Горбачев, 2023).

Характеризующий векторную модель геометрического пространства векторный (векторно-координатный) метод в его структурировании двумерными и трёхмерными аффинным и евклидовым пространствами определяется деятельностью векторного моделирования, исследования свойств векторных моделей и интерпретации свойств векторной модели в геометрическом пространстве.

Не только Д. Гильберт и Г. Вейль, но и В.Г. Болтянский, И.М. Яглом (Болтянский, Яглом, 1972), Н.М. Рогановский, А.А. Столяр (Рогановский, Столяр, 1974) в своих исследованиях различают наглядную, абстрактную форму геометрического и аффинного пространств и дедуктивные теории абстрактных геометрического и аффинного пространств, описываемые существенно отличающимися аксиомами Д. Гильберта и Г. Вейля (Горбачев, 2022). В трактовке Н.М. Рогановского, А.А. Столяра теория геометрического пространства (геометрическая теория пространства) «представляет собой множество предложений, выражающих свойства отношений, в которых могут находиться точки, прямые и плоскости в пространстве, свойства разнообразных фигур, образуемых из точек пространства» (Рогановский, Столяр, 1974, 5). В сравнении теории геометрического пространства и теории аффинного (евклидова пространства) В.Г. Болтянский, И.М. Яглом отдают предпочтение теории аффинного пространства: «По богатству заключённых в ней идей аксиоматика Вейля намного превосходит аксиоматику Гильберта. Более того, если аксиоматика Гильберта, по существу, обращена в прошлое геометрии, проливая яркий свет на отдельные этапы исторической эволюции учения о пространстве и возникающие в прошлом затруднения, то пафос аксиоматики Вейля состоит в её устремлённости в будущее, в её теснейшие связи с наиболее актуальными и развивающимися разделами современной науки» (Болтянский, Яглом, 1972, 89).

### **Обсуждение**

Признаваемый в качестве обязательного в учебной геометрической деятельности векторный метод исследования пространственных и метрических свойств векторных моделей геометрических фигур, его расширение в содержании векторно-координатного метода в учебниках представлены лишь своими фрагментарными задачами (Погорелов, 1995), (Потоскуев, 2004, 2008), (Смирнова, 2007). Поскольку аналитико-синтетический метод в содержании наглядно-образной модели геометрического пространства и векторно-координатный метод в содержании векторной модели геометрического пространства в принципе равноправны, то их формирование может быть осуществлено с равными мерами полноты. Но при этом также тщательно должна быть разработана и методика формирования векторного метода – как в спектре теоретических положений, доказательств, так и в содержании реализующих его закономерности конкретных задач.

### **Список литературы**

- Антюхов А.В., Горбачев В.И., Трошина Н.В. Пространственно-теоретический подход в формировании абстрактного мышления / Коллективная монография: Итоги науки. М.: РАН, 2022. Вып. 50. С. 102–137. DOI: 10.22281/ROS\_I50\_CN4\_P102-133\_2022
- Аполлоний Пергский. Конические сечения. Под общ. ред. А.А. Панферова, С.В. Кирбятёва. М.: Юстицинформ, 2019.
- Бардушкин В.В., Прокофьев А.А. Обобщающее повторение темы «решение заданий С2 координатно-векторным способом». Часть 1 // Математика в школе. 2012. № 10, С. 9–15.
- Бардушкин В.В., Прокофьев А.А. Обобщающее повторение темы «решение заданий С2 координатно-векторным способом». Часть 2 // Математика в школе. 2013. № 1, С. 8–18.
- Болтянский В.Г., Волович М.Б., Семушин А.Д. Векторное изложение геометрии (в 9 классе средней школы). Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1982.
- Болтянский В.Г., Яглом И.М. Векторное обоснование геометрии // Новое в школьной математике. М.: Знание, 1972. С. 64–92.

- Вейль Г. Пространство, время, материя. Лекции по общей теории относительности. Изд. 5-е перераб. Перев. с нем. В.П. Визгина. М.: «Янус», 1996.
- Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 22-е изд. М.: Просвещение, 2013.
- Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. Учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 20-е изд. М.: Просвещение, 2010.
- Горбачев В.И. Предметные компетенции общего математического образования в категории субъектного развития: монография. М.: ИНФРА-М, 2020. (Научная мысль). DOI 10.12737/1031176.
- Горбачев В.И. Модельный подход формирования учебной геометрической деятельности // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов международной научной конференции. 30 сентября – 2 октября 2022г. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. С. 113–118.
- Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Векторные модели геометрических фигур в учебной геометрической деятельности // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: Материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Смоленск, 12–14 октября 2023 года. Смоленск: Смоленский государственный университет, 2023. С. 245–248.
- Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Закономерности формирования абстрактного математического мышления в представлении геометрического пространства // Учёные записки Брянского государственного университета: физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки. 2018. №4 (12). С. 7–14.
- Горбачев В.И., Сенченко Е.Д. Закономерности исследования геометрических фигур в евклидовом пространстве // Учёные записки Брянского государственного университета: физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки. Брянск: РИО БГУ, 2016. № 4. С. 18–29.
- Горбачев В.И. Теория трёхмерного евклидова пространства в методологии теоретического типа мышления // Учёные записки Орловского государственного университета. 2016. №1(70). С. 151–158.
- Горбачев В.И. Закономерности формирования внутренне-процессуальной компетенции в содержании базовой математической теории евклидова пространства // Учёные записки Орловского государственного университета. №1 (78), 2018. С. 224–232.
- Горбачев В.И., Сенченко Е.Д. Закономерности аналитического метода исследования свойств геометрических фигур в евклидовом пространстве // Учёные записки Брянского государственного университета: физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки. Брянск: РИО БГУ, 2017. № 1. С. 11–24.
- Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Модельно-теоретическое представление евклидова пространства в учебной геометрической деятельности // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: Сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 29 сентября – 1 ноября 2023 года. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2023. С. 55–61.
- Гусев В.А., Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л. Векторы в школьном курсе геометрии. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1976.
- Далингер В.А. Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: учебное пособие для СПО. 2-е изд. Москва: Юрайт, 2017.
- Каюмов О.Р. Диалоги о векторном методе. Аффинные задачи // Математика в школе. 2015. № 8. С. 24–34.
- Каюмов О.Р. Диалоги о векторном методе. Метрические задачи // Математика в школе. 2015. № 9. С. 25–35.

- Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11кл. общеобразоват. учреждений. 5-е изд. М.: Просвещение, 1995.
- Потоскуев Е.В. Векторно-координатный метод решения задач стереометрии. ФГОС. М.: Издательство «Экзамен», 2019.
- Потоскуев Е.В. Геометрия. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич. 6-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2008.
- Потоскуев Е.В. Геометрия. 11 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений с углубл. и профильным изучением математики / Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич. 2-е изд., исп. М.: Дрофа, 2004.
- Пузырева Е.Н. Представление наглядно-образной модели геометрического пространства в учебной геометрической деятельности // Учёные записки Брянского государственного университета. 2023. № 2. С. 45–72.
- Рогановский Н.М., Столяр А.А. Векторное построение стереометрии. Минск: Народная асвета, 1974.
- Скопец З.А. Векторное решение стереометрических задач // В кн.: Преподавание геометрии в 9-10 классах. М.: Просвещение, 1980. С.184–230.
- Смирнова И.М. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений (базовый и профильный уровни) / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. 5-е изд. исп. и доп. М.: Мнемозина, 2008.
- Смирнова И.М. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. 2-е изд. исп. М.: Мнемозина, 2007.
- Тлеужанов А.Б., Тойбазаров Д.Б. Методические особенности преподавания векторного метода в школьном курсе геометрии // Вестник Северо-Казахстанского Университета им. М. Козыбаева. 2023. 4 (60). 70–77. <https://doi.org/10.54596/2958-0048-2023-4-70-77>
- Abebayehu, Y., & Hsiu-Ling, C. GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. Interactive Learning Environments. 2023. 31(2), 5682–5697. DOI: <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>
- Brown, C.W., Kovács, Z., Recio, T. et al. Is Computer Algebra Ready for Conjecturing and Proving Geometric Inequalities in the Classroom? Math.Comput.Sci. 2022. 16. 31 <https://doi.org/10.1007/s11786-022-00532-9>
- Dilling F, Kraus S.F. Comparison of Mathematics and Physics Education II Examples of Interdisciplinary Teaching at School. Springer Spektrum Wiesbaden, 2022, 334 p. ISBN 978-3-658-36414-4. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-36415-1>
- Eschenburg, J.H. Geometry - Intuition and Concepts. Springer, Wiesbaden. 2022. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38640-5\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38640-5_4)
- Miyazaki, M., Fujita, T. & Jones, K. Students' understanding of the structure of deductive proof. Educ Stud Math 94. 2017. 223–239. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9720-9>
- Muzapparova B.R., Koshanova M.D. Ways to introduce the concept of "vector" in geometry. Q A Iasaýı atyndaǵy Halyqaralyq qazaq-túrik ýniversitetiniń habarlary (fizika matematika informatika seriasy). 2023. 4(27). <https://doi.org/10.47526/2023-4/2524-0080.02>
- Uwurukundo, M.S., Maniraho, J.F., Tusiime, M. et al. GeoGebra software in teaching and learning geometry of 3-dimension to improve students' performance and attitude of secondary school teachers and students. Educ Inf Technol. 2023. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12200-x>
- Zehavit, K., Meirav, A., Miriam, D., & Tali, M. Self-efficacy and problem-solving skills in mathematics: the effect of instruction-based dynamic versus static visualization. Interactive Learning Environments. 2022. 30(4), 759–778. DOI: 10.1080/10494820.2019.1683588

**THE CONTENT AND REGULARITIES OF THE FORMATION OF THE  
VECTOR RESEARCH METHOD IN THE MODEL REPRESENTATION  
OF GEOMETRIC SPACE**

**Gorbachev V. I.**  
Dr. Sci. (Pedagogy), professor  
enibgu@mail.ru  
Bryansk

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

**Puzyreva E. N.**  
Senior Lecturer  
puzyreva-knysh@yandex.ru  
Bryansk

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

**Abstract.** In the content of representations of Euclidean space, its vector model is highlighted, saturated with vector models of geometric shapes. In the representation of arithmetic space, a vector-coordinate model of Euclidean space with vector-coordinate models of geometric shapes is created. In the systems of vector and vector-coordinate models of geometric shapes, the content of the vector method for studying their properties is highlighted. The analysis of the content of the vector research method, the system of patterns of its formation is an urgent task of the theory and methodology of teaching mathematics. This is due to the fact that the ability to establish the properties of geometric shapes using an effective vector algebra apparatus requires the development of a variety of mental operations of the subject, which contributes to improving the overall mental preparation of students.

**Keywords:** educational geometric activities, models of geometric and Euclidean spaces, vector, vector-coordinate research methods.

### References

- Abebayehu, Y., & Hsiu-Ling, C. (2023). GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*, 31(2), 5682–5697. DOI: <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>
- Antyukhov, A. V., Gorbachev, V. I., Troshina, N. V. (2022). Spatial-theoretical approach in the formation of abstract thinking. Moscow: RAS. Issue 50, 102-137. DOI: 10.22281/ROS\_I50\_CH4\_P102-133\_2022 (In Russ).
- Apollonius of Perga (2019). Conical sections/under the general editorship of A.A. Panferov, S.V. Kirbyatieva. Moscow (In Russ).
- Bardushkin, V. V., Prokofiev, A. A. (2012). Generalizing repetition of the topic "solving C2 tasks in a coordinate-vector way". Part 1. *Matematika v Shkole*, 10, 9-15. (In Russ).
- Bardushkin, V. V., Prokofiev, A. A. (2013). Generalizing repetition of the topic "solving C2 tasks in a coordinate-vector way". Part 2. *Matematika v Shkole*, 1, 8-18. (In Russ).
- Boltyansky, V. G., Volovich, M. B., Semushin, A. D. (1982). Vector presentation of geometry (in the 9th grade of secondary school). Handbook for teachers. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Boltyansky, V. G., Yaglom, I. M. (1972). Vector substantiation of geometry. *New in school mathematics*, 64-92. Moscow: Znanie. (In Russ).

- Brown, C. W., Kovács, Z., Recio, T. et al. (2022). Is Computer Algebra Ready for Conjecturing and Proving Geometric Inequalities in the Classroom? *Mathematics in Computer Science*, 16, 31 <https://doi.org/10.1007/s11786-022-00532-9>
- Dalinger, V. A. (2017). *Methods of teaching students stereometrics through problem solving*. Moscow: Yurait. (In Russ.).
- Dilling, F., Kraus, S. F. (2022). *Comparison of Mathematics and Physics Education II Examples of Interdisciplinary Teaching at School*. Springer Spektrum, Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-36415-1>
- Eschenburg, J. H. (2022). *Geometry – Intuition and Concepts*. Springer, Wiesbaden. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38640-5\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38640-5_4)
- Geometry. Grades 10-11 (2013). Textbook for general education institutions: basic and profile levels / L. S. Atanasyan, V. F. Butuzov, S. B. Kadomtsev, etc. 22nd ed. Moscow: Prosveshchenie.
- Geometry. Grades 7-9 (2009): textbook for general education institutions / L. S. Atanasyan, V. F. Butuzov, S. B. Kadomtsev, etc. 20th ed. Moscow: Prosveshchenie.
- Gorbachev V.I. (2018). Regularities of formation of internal procedural competence in the content of the basic mathematical theory of Euclidean space. *Scientific notes of Oryol State University I* 1 (78), 224–232. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I., Senchenko, E. D. (2016). Laws of the study of geometric figures in Euclidean space. *Scientific notes of Bryansk State University: physical and mathematical sciences / biological sciences / veterinary sciences*, 4, 18–29. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I. (2016). Theory of three-dimensional Euclidean space in the methodology of theoretical type of thinking. *Scientific notes of Oryol State University*, 1 (70), 151–158. *Oryol* (In Russ.).
- Gorbachev, V. I. (2020). *Subject competencies of general mathematical education in the category of subjective development*. Moscow: INFRA-M. DOI 10.12737/1031176 (In Russ.).
- Gorbachev, V. I. (2022). A model approach to the formation of educational geometric activity. *Fundamental problems of teaching mathematics, computer science and informatization of education: a collection of abstracts of the international scientific conference*. (pp. 113-118). Yelets: Bunin Yelets State University. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I., Puzyreva, E. N. (2023). Model-theoretical representation of Euclidean space in educational geometric activity. *Fundamental problems of teaching mathematics, computer science and informatization of education: collection of abstracts of the international scientific conference*, (pp. 55-61). Yelets: Bunin Yelets State University. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I., Puzyreva, E. N. (2023). Vector models of geometric shapes in educational geometric activities. *Mathematics and Mathematical education: problems, technologies, prospects: Materials of the 42nd International Scientific Seminar for Teachers of Mathematics and Computer Science at Universities and Pedagogical Universities*. (pp. 245-248). Smolensk: Smolensk State. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I., Puzyreva, E. N. (2018). Regularities of formation of abstract mathematical thinking in the representation of geometric space. *Scientific notes of Bryansk State University: physical and mathematical sciences / biological sciences / veterinary sciences*. Vol. 4 (12), 7-14. (In Russ.).
- Gorbachev, V. I., Senchenko, E. D. (2017). Regularities of the analytical method of investigation of the properties of geometric figures in Euclidean space. *Scientific notes of the Bryansk State University: physical and mathematical sciences / biological sciences / veterinary sciences*, Vol. 1, 11–24. (In Russ.).
- Gusev, V. A., Kolyagin, Yu. M., Lukankin, G. L. (1976). *Vectors in the school geometry course*. Handbook for teachers. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.).
- Kayumov, O. R. (2015). Dialogues about the vector method. Affine problems. *Matematika v Shkole*, 8, 24-34. (In Russ.).

- Kayumov, O. R. (2015) Dialogues about the vector method. Metric problems. *Matematika v Shkole*, 9, 25-35(In Russ.)
- Miyazaki, M., Fujita, T. & Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof. *Educational Studies in Mathematics*, 94, 223–239. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9720-9>
- Muzapparova, B. R., Koshanova, M. D. (2023). Ways to introduce the concept of "vector" in geometry. *Q A Iasaýı atyndaǵy Halyqaralyq qazaq-túrik ýnıversitetiniń habarlary (fizika matematika informatika serıasy)*, 4 (27), 20-28. <https://doi.org/10.47526/2023-4/2524-0080.02>
- Pogorelov, A. V. (1995). Geometry: textbook for grades 7-11 general education institutions. 5-th ed. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.)
- Potoskuev, E. V. (2019). *Vector coordinate method for solving stereometry problems*. Moscow: Exam. (In Russ.)
- Potoskuev, E. V. (2008). Geometry. Textbook for 10 grade, for general education institutions with in-depth and specialized study of mathematics. Moscow: Drofa. (In Russ.)
- Potoskuev, E. V. Geometry. Textbook for 11 grade, for general education institutions with in-depth and specialized study of mathematics. Moscow: Drofa. (In Russ.)
- Puzyreva, E .N. (2023) Presentation of a visual-figurative model of geometric space in educational geometric activities. *Scientific notes of the Bryansk State University*, 2, 45-72. (In Russ.)
- Roganovsky, N. M., Stolyar, A. A. (1974). *Vector construction of stereometry*. Minsk: Narodnaya asveta. (In Russ.)
- Skopets, Z. A. (1980). Vector solution of stereometric problems. In the book: *Teaching geometry in grades 9-10*, 184-230. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.)
- Smirnova, I. M. (2008). Geometry. Grades 10-11: textbook for general education institutions (basic and profile levels). Moscow: Mnemosyna. (In Russ.)
- Smirnova I. M. (2007). Geometry. Grades 7-9: textbook for general education. Moscow: Mnemosyna.
- Tleuzhanov, A. B., Toybazarov, D. B. (2023). Methodological features of teaching the vector method in a school geometry course. *Vestnik of M. Kozybayev North Kazakhstan University*, 4 (60), 70-77. <https://doi.org/10.54596/2958-0048-2023-4-70-77>. (In Kazakh)
- Uwurukundo, M. S., Maniraho, J. F., Tusiime, M. et al. (2023). GeoGebra software in teaching and learning geometry of 3-dimension to improve students' performance and attitude of secondary school teachers and students. *Educ. Inf. Technol.* <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12200-x>
- Weil, G. (1996). Space, time, matter. Lectures on the general theory of relativity. Moscow.
- Zehavit, K., Meirav, A., Miriam, D., & Tali, M. (2022). Self-efficacy and problem-solving skills in mathematics: the effect of instruction-based dynamic versus static visualization. *Interactive Learning Environments*, 30(4), 759–778. DOI: 10.1080/10494820.2019.1683588

Статья поступила в редакцию 14.10.2024  
Принята к публикации 24.10.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-29-46

УДК  
370.046.4**ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ  
ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И АКТИВИЗАЦИИ  
САМООБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЕЙ  
МАТЕМАТИКИ****Прохоров Дмитрий Игоревич**  
к.п.н., доцент  
prohorov@minsk.edu.by  
г. МинскМинский городской институт развития  
образования

**Аннотация.** В статье рассматривается один из вариантов разрешения противоречия между запросом общества в эффективном непрерывном совершенствовании профессиональных компетенций учителей математики, их методического опыта и недостаточной разработанностью технологий и методик целостного концептуально обоснованного повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики в межкурсовой период. Актуальность проблемы подтверждена результатами исследования отечественных и зарубежных учёных-педагогов. На основе анализа генезиса этапов развития системы повышения квалификации учителей математики за последние 150 лет с использованием историко-генетического подхода сделан вывод о необходимости интеграции педагогических систем, основывающихся на выявлении единых подходов к передаче профессионального опыта от преподавателя слушателям, разработке форм, методов и средств формирования профессиональных компетенций учителя математики. Предложена авторская дидактическая система повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов, которую автор рассматривает как теоретически обоснованную, внутренне целостную и логически непротиворечивую систему, построенную на основе полипарадигмального подхода (дополнение и обогащение положений синергетического, системно-деятельностного, компетентностного, логистического, коннективистского и инструментального подходов в образовании) с учётом методических условий цифровой дидактики, общедидактических принципов (фундаментальности, гуманизации и гуманитаризации, партисипативности, фундирования, оптимальной информационной насыщенности, опережающего характера обучения) и организационно-педагогических условий обучения, включающих взаимосвязанные цели (взаимосвязь целей учебного занятия и всей учебной программы), содержание (нормативно-теоретический, практико-технологический, методический разделы), формы (веб-лекция, практическое занятие-чат, веб-круглый стол, веб-тренинг), методы (активные и интерактивные), средства, веб-ориентированные ресурсы, контрольно-измерительный инструментарий определения эффективности обучения. Разработанная дидактическая система функционирует во взаимодействии преподавателя и слушателей с целью повышения уровня профессиональных компетенций учителей математики. Сделан вывод о целесообразности дальнейшей разработки и внедрения указанной дидактической системы в образовательную практику.

**Ключевые слова:** дидактическая система, повышение квалификации, самообразовательная деятельность, учителя математики

### Введение

Среди многочисленных проблем совершенствования методической подготовки учителя математики одной из важнейших является проблема её непрерывности в рамках систематического повышения квалификации. Данное положение находит своё подтверждение в докладе Международной комиссии по образованию для XXI века ЮНЕСКО: «для решения задач повышения эффективности образования в инновационных условиях необходимо выполнение основополагающих требований, которые позволяют специалисту в сфере образования *научиться познавать* – обеспечить его необходимым инструментарием для понимания происходящего в мире; *научиться делать* – осуществлять необходимые изменения; *научиться совместной жизни* – принимать участие во всех видах человеческой деятельности и сотрудничать с другими людьми» (Делор, 1996, 3). С одной стороны, существует объективный запрос общества в эффективном непрерывном совершенствовании профессиональных компетенций учителей математики, его методического опыта, с другой – имеет место недостаточная разработанность технологий и методик целостного концептуально обоснованного повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителя математики в межкурсовой период.

«Проведённый нами анализ этапов развития системы повышения квалификации учителей математики **за последние 150 лет с использованием историко-генетического подхода**, с акцентом на доминирующие дидактические принципы, формы организации и способы представления учебного материала, позволил выделить следующие основные аспекты становления данной системы: проводятся очные профессиональные курсы с использованием самодельных плакатов, схем (конец XIX – начало XX вв.), очные краткосрочные курсы с учётом дидактических принципов всеобщности, научности, дифференциации содержания; используются печатные наглядные материалы (1917–1944); созданы институты усовершенствования учителей; разрабатываются принципы политехнизма, практико-ориентированности, профильности обучения; печатаются методические журналы (1945–1950-е); работают филиалы педагогических институтов; применяются активные формы обучения на основе принципов реализации внутри- и межпредметных связей, развивающего обучения, применяются диафильмы (1960-е – 1976); разрабатываются принципы развивающего, личностно-ориентированного, профильного обучения, внутри- и межпредметных связей, частично применяются ЭВМ (1977–1990); созданы институты повышения квалификации, разрабатываются активные формы обучения с использованием принципов дифференцированного, самостоятельного обучения, внедрение мультимедиа, элементов дистанционного обучения (1991–2000); созданы институты развития образования; очные, заочные и дистанционные занятия проводятся с реализацией полипарадигмального подхода, разрабатываются веб-ориентированные ресурсы обучения (с 2021)» (Прохоров, 2021). Таким образом, важнейшим направлением становления и развития процесса повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики (далее – ПКисД) является интеграция педагогических систем, основывающаяся на выявлении единых подходов к передаче профессионального опыта от преподавателя слушателям, разработке форм, методов и средств формирования профессиональных компетенций учителей математики.

### Обзор литературы

Следует отметить, что под *повышением квалификации* руководящих работников и специалистов мы понимаем процесс «реализации образовательных программ, направленных на профессиональное совершенствование работников» (Кодекс Республики Беларусь об образовании, 2022, 370). «Анализ психолого-педагогической литературы показывает, что проблемы *самообразовательной деятельности учителя* в основном рассматриваются с

точки зрения двух подходов: самостоятельная деятельность педагога по повышению своих профессиональных компетенций» (Адольф, 2007, 41); «самообразовательная деятельность как индивидуально-личностный процесс целенаправленного и систематического улучшения, совершенствования, развития себя и своей деятельности» (Кулюткин, 2005, 19). В нашей работе мы рассматриваем первый подход, поскольку второй – предполагает сугубо личностный характер самообразования учителя (как его саморазвития), что выходит за рамки нашего исследования.

Основу современной концепции развития системы ПКисД учителей математики составляют цифровые технологии интернета и сервисы технологии Web 2.0, предусматривающие активное участие пользователей в формировании образовательного контента. Анализ исследований, касающихся проблемы использования образовательных сервисов интернета Е.Д. Патаракина (Патаракин, 2021), S. Downes (Downes, 2004), Ed. Krol (Krol, 1996), T. Richardson (Richardson, 2006), J. Thompson (Thompson, 2005) и др., показал, что в поле зрения данных учёных находились сетевые сервисы, используемые при обучении иностранному языку и информатике в средней и высшей школе. *Рассмотренные работы не получили своего распространения на систему ПКисД учителей математики.* С.В. Напалковым проводилось исследование тематических образовательных веб-квестов как средств развития познавательной самостоятельности учащихся при обучении алгебре в основной школе. «Под тематическим образовательным веб-квестом им понимался такой веб-квест, который имеет информационный контент, определяющийся содержанием учебной темы, целями и задачами её изучения, и предполагает выполнение учащимися поисково-познавательных заданий по поиску и отбору информации с использованием интернет-ресурсов, способствующих систематизации и обобщению изученного материала, его обогащению и представлению в виде целостной системы» (Напалков, 2013, 24). При этом в данных работах *не учитывались особенности теории коннективизма и возможности современных веб-ориентированных ресурсов обучения по организации межличностного взаимодействия «учитель-ученик», «ученик-ученик», «ученик-группа учащихся», «учитель-группа учащихся».* Данные работы не получили своё распространение на систему ПКисД, субъектами которой являются «слушатель» и «преподаватель».

Основываясь на представленных выше работах, в которых исследовались особенности использования ИКТ в образовательном процессе, мы рассматриваем **веб-ориентированные ресурсы обучения** как гибкие и мобильные ресурсы, которые содержат учебный материал, предназначенный для повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики, решают задачи обеспечения системы образования профессиональными кадрами высокого уровня квалификации, кадровой поддержки процессов разработки инновационных методик обучения и их учебно-методического обеспечения с использованием дидактического дизайна, удовлетворения потребностей учителей математики в профессиональном совершенствовании с использованием образовательной среды, основанной на дистанционных и онлайн-технологиях (Прохоров, 2022). Следует отметить, что понятие «веб-ориентированный ресурс обучения» в широком значении может включать весь арсенал существующих ИКТ (элементы дистанционных и онлайн-систем обучения, веб-квестов, сервисов дополненной, виртуальной и смешанной реальности, обучающих сайтов, мобильных обучающих ресурсов, размещённых в социальных медиа (сетях), сервисов видеоконференций и т.д.), а также методические аспекты его применения в рамках дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики.

В научно-методической литературе встречаются такие понятия, как «педагогическая система», «дидактическая система», «методическая система» и т.д.

Мы разделяем мнение Т.А. Ильиной, которая рассматривала *систему* как «упорядоченное множество взаимосвязанных элементов, объединённых общим функционированием, общностью цели и единством управления, выступающее во взаимодействии со средой как целостное единство» (Ильина, 72, 6), вместе с тем, в данном

определении не выделены специфические признаки, касающиеся аспектов образовательной деятельности.

Н.В. Кузьмина даёт следующее определение педагогической системы: «это множество взаимосвязанных структурных и функциональных компонентов, подчинённых целям воспитания, образования и обучения подрастающего поколения и взрослых людей» (Кузьмина, 1970, 10). Однако в формулировке отсутствует указание на конкретные составные элементы педагогической системы. По определению Л.М. Панчешникова, «в педагогической системе выделяются два компонента – деятельность учителя и деятельность учащегося, но остальные компоненты рассматриваются как внешние атрибуты этих видов деятельности – «педагогическая система – органически целое, единство деятельности учителя (или преподавание) и деятельности учащихся (или учение)». При этом и деятельность учителя, и деятельность учащегося зависит от целей, содержания и методов обучения» (Панчешникова, 1973, 71). Согласно В.П. Беспалько, «под педагогической системой понимается определённая совокупность взаимосвязанных средств, методов и процессов, необходимых для создания организованного, целенаправленного и преднамеренного педагогического влияния на формирование личности» (Беспалько, 1989, 6). *Исходя из данного определения, мы рассматриваем понятие «дидактическая система» как видовое относительно понятия «педагогическая система» и родовое для понятия «методическая система».*

По мнению В.В. Анисимова, О.Г. Грохольской, Н.Д. Никандрова, дидактическая система – это «тип организации обучения, в котором находит выражение определённая совокупность идей (авторских, культурно-исторических, педагогических), образующих единую, внутренне целостную структуру и подчиняющихся достижению целей обучения, принятых образовательным сообществом» (Анисимов, 2007, 77). Данное определение содержит типологию дидактических систем, однако не отражает компоненты самих систем. О.С. Гребенюк пишет: «дидактической называют упорядоченную систему целей, содержания, форм, методов и средств обучения. Эта система функционирует во взаимной связи деятельности учителя и учащихся, в ходе которой происходит усвоение знаний и способов действий и развитие индивидуальных особенностей учащихся» (Гребенюк, 1996, 20). Таким образом, акцент делается не только на составных компонентах дидактической системы, но и на личности учителя и учащегося, их совместной продуктивной деятельности. Однако приведённые ранее определения преимущественно рассматривают систему общего среднего или высшего образования, также, по объективным причинам, ни в одном из проанализированных нами определений, типологий или моделях дидактических систем не отражены возможности современных веб-ориентированных ресурсов обучения.

### Результаты

Основываясь на представленных выше определениях педагогической и дидактической систем, учитывая специфику функционирования системы дополнительного образования взрослых, мы рассматриваем ***дидактическую систему повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов*** как «теоретически обоснованную, внутренне целостную и логически непротиворечивую систему,

построенную на основе *полипарадигмального подхода с учётом методических условий цифровой дидактики, общедидактических принципов и организационно-педагогических условий обучения,*

включающую *взаимосвязанные цели, содержание, формы, методы, средства, веб-ориентированные ресурсы, контрольно-измерительный инструментарий определения эффективности обучения,*

функционирующую во *взаимодействии преподавателя и слушателей для повышения уровня профессиональных компетенций учителей математики»* (Прохоров, 2022, 20).

Логико-смысловая модель дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов представлена на рис. 1.



Рис. 1. Логико-смысловая модель дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов

Целостность построенной авторской системы подтверждается соответствием её совокупности основополагающих признаков целостности системы образования, предложенной В.Г. Афанасьевым (Афанасьев, 1980): наличие составных элементов, компонентов, частей, составляющих систему; наличие интеграционных качеств системы, которыми не обладает ни один из отдельных её элементов; наличие структуры системы, определённых связей между её элементами; наличие коммуникативных связей со средой и системами более высокого или низкого порядка; преемственность, историчность системы и её оставляющих элементов. Логическая непротиворечивость дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов проверена по методике В.О. Лобовикова (Лобовиков, 2016).

Рассмотрим подробнее методологический и методический базисы разработанной нами дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов.

Под **полипарадигмальным подходом в системе ПККиСД учителей математики** мы понимаем взаимное дополнение и обогащение положений синергетического, системно-деятельностного, компетентностного, логистического, коннективистского и инструментального подходов в образовании.

**Синергетический подход** – учёт динамики и механизмов самоорганизующихся систем обучения; опора на формы, методы и средства поиска нового педагогического и математического знания, которые имеют проблемно-эвристический характер и опираются на интуицию, воображение и творчество слушателей (Буданов, 2009; Шинкаренко, 2021).

*«Системно-деятельностный подход* – активная, разносторонняя, самостоятельная познавательная деятельность учителей математики в рамках непрерывного дидактического цикла “обучение на повышении квалификации – самообразовательная деятельность в межкурсовой период – консультирование в межкурсовой период – обучение на повышении квалификации»” с учётом их профессиональных потребностей» (Занков, 1990; Лурия, 2013).

*«Компетентностный подход* – непрерывное усиление, обогащение и углубление профессиональных компетенций учителей математики в процессе повышения квалификации и самообразовательной деятельности; практико-ориентированный характер обучения, усиление роли самостоятельной работы слушателей по разрешению задач и ситуаций, имитирующих профессиональные проблемы, моделирование педагогических ситуаций; содержательно-технологическая интеграция тематик повышения квалификации в ориентации на профессиональные запросы учителей математики» (Жук, 2009; Позняк, 2022).

*Логистический подход* – управление логистическими потоками процесса повышения квалификации и самообразовательной деятельности (внешний контур – поток трудовых ресурсов, финансовый и материально-технический потоки; внутренний контур – информационный и учебно-методический потоки); снижение субъективных рисков организации и проведения повышения квалификации (Власова, 2013).

*Коннективистский подход* – использование активных и интерактивных форм, методов и средств обучения математике; создание условий для профессиональной коммуникации слушателей, преподавателей, методистов с использованием веб-ориентированных ресурсов; подбор и разработка специальных веб-ориентированных ресурсов обучения с учётом требований дидактического дизайна (Downes, 2024; Siemens, 2024).

*Инструментальный подход* – расширение инструментария учителей математики по структурированию, обобщению и сгущению учебной информации посредством дидактического дизайна (дидактические многомерные инструменты, инфографика, логико-смысловые модели и т.д.); интериоризация полученных на повышении квалификации теоретических и практических знаний (Выготский, 1984; Леонтьев, 1975).

Методическим регулятором эффективности ПККиСД в условиях цифровой трансформации процессов и систем образования Республики Беларусь являются учёт как методических условий цифровой дидактики, так и общедидактических принципов повышения квалификации учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов обучения.

Среди **методических условий цифровой дидактики** мы выделяем: доминирование учения; персонализация организации и содержания ПККиСД учителей математики; целесообразность использования веб-ориентированных ресурсов; гибкость и адаптивность процесса ПККиСД; «успешность в обучении; интерактивность форм, методов и средств обучения; практико-ориентированность, нарастание сложности, насыщенности и мультимедийности содержания ПККиСД» (Блинов, 2019).

**Общедидактические принципы** влияют на формулировку целей ПККиСД учителей математики, отбор и структурирование содержания, в том числе в веб-ориентированных ресурсах, выбор форм, методов и средств обучения, а также коммуникацию преподавателя и слушателей.

В рамках дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов мы выделяем следующие общедидактические принципы:

– *фундаментальности* – определяет научность, полноту и глубину целевого и содержательного аспектов обучения, сконструированных с использованием веб-ориентированных ресурсов (Тестов, 1999);

– *гуманизации и гуманитаризации* – включает мотивационно-ценностный, содержательный, организационный аспекты обучения, обеспечивает субъект-субъектное взаимодействие между преподавателем и слушателями (Сманцер, 2011);

– *партисипативности* – требует учёта мнения каждого слушателя с использованием эмпатии, проведение систематических консультаций, учёта личностного и профессионального опыта слушателей, делегирование определённых управленческих полномочий слушателям, непрерывную обратную связь (Орлова, 1999);

– *фундирования* – позволяет представить обучение в виде спиральной конструкции из 4 витков с нарастанием сложности без увеличения объёма работы, каждый из которых включает 3 пласта фундирования (содержательный, информационно-технический, методический) (Смирнов, 2012);

– *оптимальной информационной насыщенности* – накладывает требования эргономичности и послойного распределения материала в веб-ориентированном ресурсе, организацию проблемного и эвристического обучения (Прохоров, 2018);

– *опережающего характера обучения* – предполагает построение проблемной структуры учебной информации в веб-ориентированных ресурсах обучения при ведущей роли теоретического знания, обучение строится на высоком, но доступном для слушателей уровне сложности, темпе, применяются диалоговые, полилоговые и фасилитационные формы взаимодействия (Сорокина-Исполатова, 2007).

Помимо указанных ранее полипарадигмального подхода в обучении, методических условий цифровой дидактики и общедидактических принципов обучения важным фактором построения дидактической системы ПКисД учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов, являются **организационно-педагогические условия**:

– *непрерывность деятельности* – заключается в том, что содержание, формы и методы повышения квалификации, консультирования в межкурсовой период, самообразовательной деятельности учителей математики имеют чётко выраженную преемственность между всеми шагами дидактического цикла «обучение на повышении квалификации – самообразовательная деятельность в межкурсовой период – консультирование в межкурсовой период – обучение на повышении квалификации» с учётом профессиональных запросов слушателей;

– *целостность* – предполагает формирование у учителей математики обобщённого системного знания по изучаемой теме повышения квалификации, её месте в методике преподавания математики, педагогической науке в целом;

– *минимакс* – предоставляет возможность учителям математики усваивать содержание обучения на максимально доступном для них уровне сложности, определяемом уровнем сформированности их профессиональных компетенций, при этом усвоение содержания на уровне минимума, прописанного в учебной программе повышения квалификации;

– *психологический комфорт* – предусматривает максимальное снятие стрессообразующих факторов, процесс ПКисД строится с использованием партисипации, взаимоуважения, эмпатии, толерантности к мнению и профессиональному опыту слушателей;

– *вариативность* – предполагает обучение учителей математики навыкам поиска наиболее рациональных путей принятия решений в различных педагогических ситуациях, умений обучать учащихся навыкам поиска различных вариантов решения математической задачи с использованием структурно-логических схем, логико-смысловых моделей, инфографики, веб-ориентированных ресурсов обучения и т.д.;

– *коммуникативность* – заключается в непрерывном диалоге между преподавателем и слушателями, интерактивности взаимодействия между ними с использованием веб-ориентированных ресурсов обучения, учёте профессиональных запросов слушателей.

**Целью обучения** учителей математики на повышении квалификации и при организации их самообразовательной деятельности в межкурсовой период является *формирование профессиональных компетенций учителя математики в области применения дидактического дизайна, существующих и самостоятельно разработанных веб-ориентированных ресурсов на учебных занятиях по математике на II–III ступенях общего среднего образования.*

При этом определение целей конкретных учебных занятий, наряду с постановкой общей цели обучения в учебной программе, повышение квалификации учителей математики является необходимым условием повышения эффективности процесса ПКисД, поскольку даёт возможность чётко проследить связь между целями учебной программы и целями отдельных занятий, структурировать содержание обучения, выбрать интерактивные формы, методы, средства и веб-ориентированные ресурсы обучения.



Рис. 2. Структурно-логическая схема освоения содержания обучения при повышении квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики

**Содержание** учебных программ повышения квалификации распределено по трём блокам: *нормативно-теоретический* – нормативное правовое обеспечение и теоретическое основание разработки и использования ИКТ на учебных занятиях по математике; *практико-технологический* – цифровой инструментарий создания дидактических многомерных инструментов и веб-ориентированных ресурсов обучения математике; *методический* – методика применения электронного образовательного контента в профессиональной деятельности учителя математики. Такое распределение содержания позволяет учителям математики ознакомиться с основными возможностями использования дидактических многомерных инструментов, веб-ориентированных ресурсов, интерактивных обучающих веб-квестов в профессиональной деятельности, приобрести навыки по разработке и применению авторских инструментов для структурирования и визуализации учебной информации по математике, а также обеспечивает формирование профессиональных компетенций учителя математики в области применения дидактического дизайна и веб-ориентированных ресурсов обучения на учебных занятиях по математике.

Содержание повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики в межкурсовой период имеет **спиралевидную конструкцию из четырёх витков**, представленных на рис. 2.

**1-й слой.** Учителя математики под руководством преподавателя осваивают алгоритмы структурирования учебной информации для учащихся II–III ступеней общего среднего образования с использованием возможностей дидактического дизайна (таблицы, блок-схемы и т.д.) и простых веб-ориентированных ресурсов (веб-презентации, онлайн интерактивные доски и т.д.);

**2-й слой.** Учебная информация предыдущего витка обогащена алгоритмами решения педагогических задач на основе использования различных существующих веб-ориентированных ресурсов, применения на учебных занятиях по математике информационно ёмких визуальных изображений (учебные математические апплеты, инфографика, структурно-логические схемы и т.д.) по отдельным учебным темам в готовом виде;

**3-й слой.** Содержание обучения даёт возможность учителям математики под руководством преподавателя самостоятельно разрабатывать веб-ориентированные ресурсы, рассматривать различные методические аспекты обучения учащихся навыкам обобщения и структурирования учебной информации по укрупнённым темам (логико-смысловые модели, учебные математические апплеты и т.д.), прогнозировать свою педагогическую деятельность в конкретном классе на несколько лет вперёд;

**4-й слой.** Предназначен преимущественно для самостоятельного освоения учителями математики способов построения процесса обучения математике на II–III ступенях общего среднего образования с использованием веб-ориентированных ресурсов с учётом требований дидактического дизайна, что позволяет слушателям самостоятельно выявить типовые педагогические задачи, обобщить и транслировать свой педагогический опыт коллегам.

При этом каждый виток спирали включает:

– *содержательный пласт* – теоретическое обобщение укрупнённых дидактических единиц математического, дидактического и методического знания;

– *информационно-технический пласт* – инструкции и алгоритмы работы с существующими ресурсами, рекомендации по самостоятельной разработке веб-ориентированных ресурсов обучения, технологические приёмы профессиональной деятельности;

– *методический пласт* – методика и технологии применения веб-ориентированных ресурсов обучения с учётом требований дидактического дизайна на учебных занятиях по математике.

Совокупность организационных **интерактивных форм учебных занятий** должна быть релевантна целям и задачам процесса ПКисД учителей математики, последовательно упорядочена на основе полипарадигмального подхода, общедидактических принципов и организационно-педагогических условий, логически связана с этапами дидактического цикла «обучение на повышении квалификации – самообразовательная деятельность в межкурсовой период – консультирование в межкурсовой период – обучение на повышении квалификации» и разделами учебной программы повышения квалификации учителей математики.

Под *активными формами* учебных занятий при ПКисД учителей математики мы понимаем такие формы организации учебно-познавательной деятельности, которые предполагают комплексное сочетание индивидуального, парного, группового и коллективного способов освоения учебного материала, активное взаимодействие слушателей и преподавателя, нацеленное на осознание и понимание слушателями изучаемой темы и способов практического использования полученных знаний. Учитывая исследования М.В. Ильина, О.М. Корчажковой, Н.И. Мицкевича, И.А. Фурсы, Е.М. Андрейковца (Ильин, 2002; Корчажкина, 2010; Мицкевич, 2012), в разработанную нами дидактическую систему повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов включены следующие активные и интерактивные формы проведения учебных занятий для учителей математики: веб-лекция, практическое занятие-чат, веб-круглый стол, веб-тренинг.

Особенность **веб-лекции** в сравнении с традиционной формой проведения лекционных занятий состоит в том, что за 1–2 дня до проведения самой веб-лекции на специально разработанном веб-ориентированном ресурсе размещается краткая аннотация лекции, примеры проблемных педагогических задач методики обучения математике учащихся II–III ступеней общего среднего образования. Слушатели (учителя математики) имеют возможность ознакомиться с аннотацией веб-лекции при помощи чата, встроенного в веб-ориентированный ресурс, ознакомить коллег со своим вариантом решения поставленных педагогических задач, предложить для рассмотрения ситуации из своего профессионального опыта. Такое построение веб-лекции позволяет сформировать у слушателей установку на активную учебно-познавательную деятельность, способствует повышению уровня профессиональных компетенции учителей математики.

Характерной особенностью **практического занятия-чата** является то, что слушателям предоставляется возможность продолжить обсуждение поднятых на занятии проблем, возникающих при решении профессиональных задач на специальном чате, размещённом в веб-ориентированном ресурсе, продолжить дискуссию с преподавателем по выявлению теоретических и практических аспектов обучения учащихся математике. Такой подход позволяет развернуть горизонтальную структуру обучения на ПКиСР в многомерную спиралевидную конструкцию, учителю математики повторно осмыслить содержание учебного занятия, перейти на более высокий качественный уровень, выполнить задания для самопроверки усвоения учебного материала более высокой сложности (без увеличения объёма выполняемой работы).

Особенностью проведения учебных занятий в форме **веб-круглого стола** является возможность рассмотрения различных педагогических задач с использованием возможности распределения учебной информации на веб-ориентированном ресурсе *по четырём виткам и информационным слоям многомерной спиралевидной конструкции процесса ПКиСД учителей математики*:

1. В исходном содержании педагогической задачи имеется вся необходимая информация, позволяющая учителю математики комбинировать данные для проектирования фрагмента урока или внеурочного занятия по математике, т.е. у слушателя имеется вся необходимая информация для последующей педагогической деятельности.

2. В педагогической задаче имеется необходимая информация, сформулирована цель её решения, но не определена конечная ситуация, т.е. педагогическая задача имеет несколько возможных вариантов её решения.

3. В педагогической задаче имеется необходимая вводная теоретическая и методическая информация, чётко сформулирована цель, обуславливающая конечный результат, т.е. имеется единственное решение, но возможны различные методические пути достижения результата.

4. Исходное содержание педагогической задачи имеет минимум информации, сформулирована цель деятельности учителя математики, но не определён конечный результат, т.е. для проектирования фрагмента урока или внеурочного занятия по математике учитель должен самостоятельно определить конечный результат и подобрать необходимые методы, средства и ресурсы своей профессиональной деятельности.

Проведение **веб-тренинга** предполагает аккумуляцию наиболее интересных, проблемных педагогических задач и их методических решений на базе веб-ориентированного ресурса для последующего их обсуждения, предоставление возможности со стороны преподавателя их ранжировать по степени глубины и актуальности для учителей математики, включение наиболее значимых педагогических задач в содержание последующего обучения.

**Веб-консультация** организуется на веб-ориентированном ресурсе, что позволяет преподавателю и слушателю (учителю математики) наладить профессиональную коммуникацию в любое удобное для них время и в оптимальном, с точки зрения объёма и посильности рассматриваемых педагогических задач, режиме.

**Веб-квест** – форма организации самообразовательной деятельности, предполагающая построение индивидуальной траектории ПКисД учителя математики на основе сочетания различных игровых, активных и интерактивных методов обучения, а также веб-ориентированных ресурсов. Мы основываемся на определении Н.В. Бровка, которая рассматривала *квест-проект* как «дидактическую компьютерную игру, в которой достичь определённой цели игры можно, лишь выполнив определённое задание, опираясь на собственные знания и общаясь с участниками квеста» (Бровка, 2009, 159).

Основываясь на работах С.С. Кашлева (Кашлев, 2013), А.Д. Короля (Король, 2019), в «нашем исследовании под *интерактивными методами проведения учебных занятий в процессе повышения квалификации учителей математики* мы понимаем способы диалогического и полилогического взаимодействия в процессе овладения субъектами содержанием обучения и способами учебно-познавательной и учебно-исследовательской деятельности по усвоению этого содержания» (Макоско, 2013).

**Пример, метод «Группы сменного состава»**

*Дидактическая цель:* формирование способности к моделированию педагогической задачи, поиска её решения, к обмену профессиональным опытом между учителями математики, кооперационных и коммуникативных навыков. *Хронометраж:* до 30 минут. *Количество участников:* до 30 человек. *Оборудование:* билеты для распределения слушателей по подгруппам.

*Описание:* преподаватель организует жеребьёвку слушателей для распределения их по подгруппам (например, 6 подгрупп по 5 участников). Каждая подгруппа занимает своё место в аудитории так, чтобы не мешать другим. Подгруппы учителей математики получают одинаковые педагогические задачи. Предлагаемые педагогические задачи из методики обучения математики должны вызывать затруднение у слушателей, иметь практико-ориентированный характер, допускать несколько вариантов решения.

Например, в 10–11 классах учреждений общего среднего образования в геометрический компонент содержания обучения входят темы по стереометрии. Изучение пространственного распределения прямых, плоскостей, объёмных фигур требует от учащихся пространственного воображения, логического мышления, интуиции. В новом учебном году вы проводите уроки по математике в 10 классе с учащимися, с которыми до этого не работали. Вы выяснили, что у подавляющего большинства обучающихся очень плохо сформировано пространственное воображение, они не способны представить и изобразить на бумаге пересекающиеся плоскости, скрещивающиеся прямые, наклонную прямую к плоскости и т.д. Какие педагогические приёмы, учебные математические апплеты и т.д. вы будете использовать для оперативного развития у обучающихся пространственного воображения?

Участники подгрупп в течение 10 минут обсуждают данную педагогическую задачу, делятся своим профессиональным опытом, дискутируют, вырабатывают наиболее эффективные пути решения. Далее преподаватель проводит повторную жеребьёвку с целью смены состава подгрупп. Подгруппам нового состава предлагается вновь обсудить предложенную ранее педагогическую задачу, обменяться выработанными в предыдущих подгруппах вариантами решения педагогической задачи, предложить новые решения – каждый из учителей математики рассказывает новой подгруппе о результатах работы в подгруппе первого состава. Работа происходит также в течение 10 минут. По завершении работы новых подгрупп организуется краткая дискуссия (5–10 минут) среди всех слушателей, рефлексия, учителя математики делятся новыми педагогическими приёмами, полученными в ходе работы.

*Примечание:* с целью поддержания интереса и развития системы усвоенных математических знаний, умений и навыков в исследовании математических моделей, слушателям в качестве задачи можно предложить нестандартную математическую задачу, имеющую несколько вариантов решения. Тогда в ходе работы подгрупп учителя математики

выработают и поделятся с коллегами различными вариантами решения математической задачи.

*Пример.* Артели косцов надо было скосить два луга, один луг вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг, а затем артель разделилась пополам: первая половина осталась на большем лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая половина косила луг, на котором к вечеру ещё оставался участок, который был скошен одним человеком за один последующий рабочий день. Сколько косцов было в артели?

*Решение 1:* если большой луг полдня косила вся артель и полдня пол-артели. Следовательно, на большем лугу работали «три пол-артели» (две в первую половину дня и одна во вторую), если разделить большой луг на три равные части, то получится, что за полдня пол-артели скашивают  $\frac{1}{3}$  луга. Следовательно, приняв за единицу площадь большого луга, поскольку второй луг вдвое меньше другого, и за вторую половину первого дня пол-артели скосили треть большого луга, то на малом лугу остался нескошенным участок в  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ . Если один косец в день скашивает  $\frac{1}{6}$  луга, а скошено было  $\frac{6}{6} + \frac{2}{6} = \frac{8}{6}$ , то косцов было 8.

*Решение 2:* геометрическое решение проиллюстрировано на рис. 3.

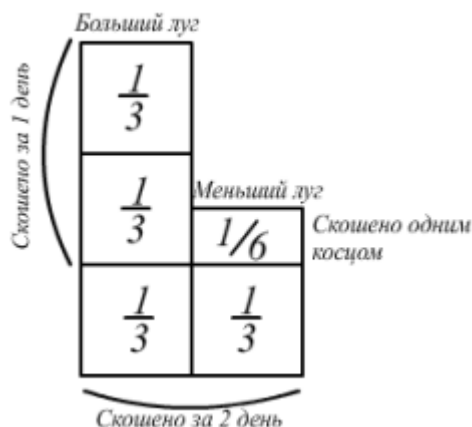


Рис. 3. Иллюстрация решения 2

*Решение 3:* пусть  $x$  – число косцов в артели,  $y$  – размер участка, скашиваемого одним косцом за 1 день. Заметим, что  $y$  – вспомогательная переменная, она вводится для облегчения решения задачи. Далее, выразим через  $x$  и  $y$  площади большого и малого луга. Площадь большого луга равна  $\frac{xy}{2} + \frac{xy}{4} = \frac{3xy}{4}$ , площадь малого луга равна  $\frac{xy}{4} + y = \frac{x+4y}{4}$ . Большой луг по условию больше малого в 2 раза, следовательно, составим и решим уравнение:  $\frac{3xy}{4} : \frac{x+4y}{4} = 2$ , поскольку  $x$  и  $y$  – положительные величины, то  $xy + 4y \neq 0$ , тогда  $\frac{3xy}{xy+4y} = 2$ . После сокращения на  $y$  получим  $\frac{3x}{x+4} = 2$ , откуда  $x = 8$ . Значит, в артели было 8 косцов.

Диагностика эффективности обучения учителей математики в процессе ПКисД проводится на основе специально разработанного **контрольно-измерительного инструментария**, который размещается, преимущественно, в веб-ориентированном ресурсе и состоит из двух этапов:

– *промежуточная аттестация* – предполагает выполнение тестовых заданий по итогам изучения каждого раздела учебной программы повышения квалификации (вопросы государственной политики в сфере цифровизации образования, научно-теоретические основания структурирования содержания обучения математике, основы работы со специализированным программным обеспечением, методика обучения математике учащихся II-III ступеней общего среднего образования и т.д.);

– *итоговая аттестация* – может проводиться в форме экзамена по экзаменационным билетам или в виде тестирования, зачёта по вопросам в устной или письменной форме, собеседования в устной форме, форме деловой игры, проектирования, моделирования и т.д. Написание реферата как формы итоговой аттестации учителей математики по итогам ПКисД выполняется в соответствии с примерной тематикой рефератов и представляет собой письменное изложение результатов выполнения заданий на учебных занятиях в рамках обучения, анализа результатов самообразовательной деятельности в межкурсовый период (участие в научно-исследовательской, научно-практической работе, результаты анализа научно-методической и учебной литературы, посещения семинаров, вебинаров, научно-методических объединений, открытых мероприятий коллег и т.д.) с целью поиска решения педагогических задач, рассмотрения различных вариантов их решения.

**Педагогическое взаимодействие и профессиональная коммуникация** слушателя и преподавателя в дидактической системе повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов представляет собой процесс совместной учебно-познавательной и учебно-исследовательской деятельности, атрибутами которого являются:

- пространственное и временное присутствие участников, создающее возможность личного контакта между ними;
- наличие общей дидактической цели, отвечающей интересам всех и способствующей реализации потребностей каждого;
- планирование, контроль, коррекция и координация действий.

### **Заключение**

Таким образом, **дидактическая система повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов** является теоретически обоснованной, внутренне целостной и логически непротиворечивой системой, построенной на основе *полипарадигмального подхода с учётом методических условий цифровой дидактики, общедидактических принципов и организационно-педагогических условий обучения*. Авторская дидактическая система включает *взаимосвязанные цели* (формирование профессиональных компетенций учителя математики в области применения дидактического дизайна, существующих и самостоятельно разработанных веб-ориентированных ресурсов на учебных занятиях), *содержание* (нормативно-теоретический, практико-технологический, методический блоки), *формы* (веб-лекция, практическое занятие-чат, веб-круглый стол, веб-тренинг), *методы* (например, «Группы сменного состава»). Существенными компонентами авторской дидактической системы являются *средства, веб-ориентированные ресурсы, контрольно-измерительный инструментарий определения эффективности обучения, способы организации взаимодействия преподавателя и слушателей*, взаимосвязь которых с целевым, содержательным и методическим компонентами системы обеспечивается дидактическим дизайном процесса повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов. Предложенные методологические и методические положения дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики с использованием веб-ориентированных ресурсов требуют дальнейшего внедрения в образовательную практику учреждений дополнительного образования взрослых и анализа полученных результатов.

### **Список литературы**

- Адольф В.А. Инновационная деятельность педагога в процессе его профессионального становления. Красноярск: Поликом, 2007.
- Анисимов В.В., Грохольская О.Г., Никандров Н.Д. Общие основы педагогики. М.: Просвещение, 2007.

- Афанасьев В.Г. Системность и общество. М.: Политиздат, 1980.
- Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989.
- Блинов В.И. Проект дидактической концепции цифрового профессионального образования и обучения. М.: Перо, 2019.
- Бровка Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов. Минск: БГУ, 2009.
- Буданов В.Г. Методология синергетики в постнеклассической науке и образовании. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
- Власова В.К. Проектирование и реализация содержания педагогического образования с использованием интеграции информационных потоков: дис. ... докт. пед. наук. Казань, 2013.
- Выготский Л.С. Орудие и знак в развитии ребенка. М.: Педагогика, 1984.
- Гребенюк О.С. Общая педагогика: курс лекций. Калининград: КГУ, 1996.
- Делор Ж. Образование: сокрытое сокровище. Доклад Международной комиссии по образованию для XXI века. М.: ЮНЕСКО, 1996.
- Жук О.Л. Педагогическая подготовка студентов: компетентностный подход. Минск: РИВШ, 2009.
- Занков Л.В. Избранные педагогические труды. М.: Педагогика, 1990.
- Ильин М.В. Проектирование содержания профессионального образования: теория и практика. Минск: РИПО, 2002.
- Ильина Т.А. Структурно-системный подход к организации обучения. М.: Знание, 1972.
- Кашлев С.С. Интерактивные методы обучения. Минск: ТетраСистемс, 2013.
- Кодекс Республики Беларусь об образовании: по сост. на 1 сент. 2022 г. Минск: НЦПИ РБ, 2022.
- Позняк А.В. Концептуальные основы и научно-методическое сопровождение формирования у будущих педагогов компетенций для устойчивого профессионального самоопределения. Минск: БГПУ, 2022.
- Король А.Д. Обучение через открытие: в поисках ученика: книга для учителя и родителя. Минск: Вышэйшая школа, 2019.
- Корчажкина О.М. Профессиональная деятельность учителя в условиях информатизации образования. М.: Глосса-Пресс, 2010.
- Кузьмина Н.В. Методы исследования педагогической деятельности. Ленинград: ЛГУ, 1970.
- Кулюткин Ю.Н. Психология обучения взрослых. М.: Просвещение, 2005.
- Макосяк В.В. Кураторство в педагогической деятельности преподавателя высшей школы. Минск: РИВШ, 2013.
- Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. М.: Политиздат, 1975.
- Лобовиков В.О. Аксиоматизация философской эпистемологии // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2016. Т. 36. № 4. С. 69–78.
- Лурия А.Р. Основы нейропсихологии. М.: Издательский центр «Академия», 2013.
- Мицкевич Н.И., Фурса И.А., Андрейковец Е.М. Методы активного обучения взрослых. Минск: РИВШ, 2012.
- Напалков С.В. Тематические образовательные web-квесты как средство развития познавательной самостоятельности учащихся при обучении алгебре в основной школе: дис. ... канд. пед. наук. Саранск, 2013.
- Шинкаренко В.А. Организация учебных занятий в условиях интегрированного обучения и воспитания, инклюзивного образования. Минск: БГПУ, 2021.
- Орлова Т.В. Партисипативные методы в системе мотивационно-целевой деятельности руководителя школы: дис. ... канд. пед. наук. М., 1999.
- Панчешникова Л.М. О системном подходе в методических исследованиях // Советская педагогика. 1973. № 4. С. 71–80.

- Патаракин Е.Д. Ярмахов Б.Б. Выращивание данных для школьных виртуальных лабораторий // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2021. Т. 18. № 4. С. 347–359. DOI:10.34612/pres.2021.4.18
- Прохоров Д.И. Дифференциация содержания обучения математике по слоям с различной степенью сложности // Матэматыка. 2018. № 2. С. 11–19.
- Прохоров Д.И. История и перспективы развития системы повышения квалификации педагогических работников // Збірник наукових прац Академії післядипломної адукації. 2021. Вып. 19. С. 345–359.
- Прохоров Д.И. Научно-теоретические основы развития веб-ориентированной системы дополнительного образования взрослых // Вестник МГИРО. 2022. № 1. С. 17–24.
- Сманцер А.П., Рангелова Е.М. Гуманизация и демократизация педагогического процесса в условиях университетского образования. Минск: БГУ, 2011.
- Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Ярославль: Канцлер, 2012.
- Сорокина-Исполатова Т.В. Непрерывная подготовка педагога профессионального обучения в корпоративном университете: дис. ... докт. пед. наук. Москва, 2007.
- Тестов В.А. Стратегия обучения математике. М.: Технологическая школа бизнеса, 1999.
- Downes S What Connectivism Is. Connectivism Conference // Journal of University of Manitoba. 2023. Vol. 25. P. 25–32. DOI: 10.2495/jtes-2023-0001
- Downes S. Bantin's Speech: Learning Objects // International Journal of Educational Technologies and Distance Learning. 2024. Vol. 1 (11). P. 3–14. DOI: 10.2472/ijetdl-2024-0001
- Krol Ed. The whole Internet: User's guide & catalog. Sebastopol (Calif.): O'Reilly Cop, 2022.
- Richardson T., John R. Mental Images: A Cognitive Approach. – UK: Taylor & Francis, 2023.
- Siemens G. About: Description of connectivism // Connectivism: A learning theory for today's learner, website. 2023. Vol. 12. P. 78–96. DOI: 10.2423/con-2023-0001.
- Thompson J. Books in the Digital Age: The Transformation of Academic and Higher Education Publishing in Britain and the United States. – UK: Polity, 2021.

## MAIN PROVISIONS OF THE DIDACTIC SYSTEM OF ADVANCED TRAINING AND ENHANCEMENT OF SELF-EDUCATIONAL ACTIVITIES OF MATHEMATICS TEACHERS

**Prokhorov D. I.**  
PhD (Pedagogy), associate professor  
prohorov@minsk.edu.by  
Minsk

Minsk City Institute for Education  
Development

**Abstract.** The article considers one of the options for resolving the contradiction between the society's demand for effective continuous improvement of professional competencies of mathematics teachers, their methodological experience and the insufficient development of technologies and methods for a holistic conceptually sound advanced training and activation of self-educational activities of mathematics teachers in the inter-course period. The relevance of the problem is confirmed by the results of a study by domestic and foreign scientists and educators. Based on the analysis of the genesis of the stages of development of the system of advanced training of mathematics teachers over the past 150 years using the historical and genetic approach, a conclusion is made about the need to integrate pedagogical systems based on identifying common approaches to the transfer of professional experience from a teacher to students, developing forms, methods and means of forming professional competencies of a mathematics teacher. The author's didactic system of advanced

training and activation of self-educational activities of mathematics teachers using web-oriented resources is proposed. Which the author considers as a theoretically sound, internally holistic and logically consistent system built on the basis of a polyparadigmatic approach (supplementation and enrichment of the provisions of the synergetic, system-activity, competence, logistic, connectivist and instrumental approaches to education) taking into account the methodological conditions of digital didactics, general didactic principles (fundamentalism, humanization and humanitarization, participatory nature, foundation, optimal information saturation, advanced nature of training) and organizational and pedagogical conditions of training, including interconnected goals (the relationship between the goals of the lesson and the entire curriculum), content (normative-theoretical, practical-technological, methodological sections), forms (web lecture, practical lesson-chat, web round table, web training), methods (active and interactive), tools, web-oriented resources, control and measuring tools for determining the effectiveness of training. The developed didactic system functions in the interaction of the teacher and students with the aim of increasing the level of professional competencies of mathematics teachers. A conclusion is made on the advisability of further development and implementation of the said didactic system in educational practice.

**Keywords:** didactic system, advanced training, self-educational activities, mathematics teachers

### References

- Adol'f, V. A. (2007). Innovatsionnaya deyatel'nost' pedagoga v protsesse ego professional'nogo stanovleniya. Krasnoyarsk: Polikom. (In Russ).
- Afanas'ev, V. G. (1980). Sistemnost' i obshchestvo. Moscow: Politizdat. (In Russ).
- Anisimov, V. V., Grokhol'skaya, O. G., Nikandrov, N. D. (2007). Obshchie osnovy pedagogiki. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Bespal'ko, V. P. (1989). Slagaemye pedagogicheskoy tekhnologii. Moscow: Pedagogika. (In Russ).
- Blinov, V. I. (2019). Proekt didakticheskoy kontseptsii tsifrovogo professional'nogo obrazovaniya i obucheniya. Moscow: Pero. (In Russ).
- Brovka, N. V. (2009). Integratsiya teorii i praktiki obucheniya matematike kak sredstvo povysheniya kachestva podgotovki studentov. Minsk: BGU. (In Russ).
- Budanov, V. G. (2009). Metodologiya sinergetiki v postneklassicheskoy nauke i obrazovanii. Moscow: Knizhnyy dom «LIBROKOM». (In Russ).
- Delors, J. (1996). Education: the hidden treasure. Report of the International Commission on Education for the Twenty-first Century. Moscow: UNESCO. (In Russ).
- Downes, S. (2024). Bantin's Speech: Learning Objects. *International Journal of Educational Technologies and Distance Learning*, 1 (11), 3–14. DOI: 10.2472/ijetdl-2024-0001
- Grebenyuk, O. S. (1996). Obshchaya pedagogika: kurs lektsiy. Kaliningrad: KGU. (In Russ).
- Il'in, M. V. (2002). Proektirovanie soderzhaniya professional'nogo obrazovaniya: teoriya i praktika. Minsk: RIPO (In Russ).
- Il'ina, T. A. (1972). Strukturno-sistemnyy podkhod k organizatsii obucheniya. Moscow: Znanie. (In Russ).
- Kashlev, S. S. (2013). Interaktivnye metody obucheniya. Minsk: TetraSistems. (In Russ).
- Kodeks Respubliki Belarus' ob obrazovanii: po sost. na 1 sent. 2022 g. Minsk: NTsPI RB. (In Russ).
- Korchazhkina, O. M. (2010). Professional'naya deyatel'nost' uchitelya v usloviyakh informatizatsii obrazovaniya. Moscow: Glossa-Press. (In Russ).

- Korol', A. D. (2019). Obuchenie cherez otkrytie: v poiskakh uchenika: kniga dlya uchitelya i roditelya. Minsk: Vysheyshaya shkola. (In Russ).
- Krol Ed. The whole Internet: User's guide & catalog. Sebastopol (Calif.): O'Reilly Cop, 2022.
- Kulyutkin, Yu. N. (2005). Psikhologiya obucheniya vzroslykh. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Kuz'mina, N. V. (1970). Metody issledovaniya pedagogicheskoy deyatel'nosti. Leningrad: LGU. (In Russ).
- Leont'ev, A. N. (1975). Deyatel'nost'. Soznanie. Lichnost'. Moscow: Politizdat. (In Russ).
- Lobovikov, V. O. (2016). Aksiomatizatsiya filosofskoy epistemologii. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universitetata. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya*. 36(4), 69–78. (In Russ).
- Luriya, A. R. (2013). Osnovy neyropsikhologii. Moscow: Izdatel'skiy tsentr «Akademiya». (In Russ).
- Makosko, V. V. (2013). Kuratorstvo v pedagogicheskoy deyatel'nosti prepodavatelya vysshey shkoly. Minsk: RIVSh. (In Russ).
- Mitskevich, N. I., Fursa, I. A., Andreykovets, E. M. (2012). Metody aktivnogo obucheniya vzroslykh. Minsk: RIVSh. (In Russ).
- Napalkov, S. V. (2013). Tematicheskie obrazovatel'nye web-kvesty kak sredstvo razvitiya poznavatel'noy samostoyatel'nosti uchashchikhsya pri obuchenii algebre v osnovnoy shkole. [Doctoral Dissertation]. Saransk. (In Russ).
- Orlova, T. V. (1999). Partisipivnye metody v sisteme motivatsionno-tselevoy deyatel'nosti rukovoditelya shkoly. [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).
- Pancheshnikova, L. M. (1973). O sistemnom podkhode v metodicheskikh issledovaniyakh. *Sovetskaya pedagogika*, 4, 71–80. (In Russ).
- Patarakin, E. D. Yarmakhov, B. B. (2021). Vyrashchivanie dannykh dlya shkol'nykh virtual'nykh laboratoriy. *Vestnik Rossiyskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Informatizatsiya obrazovaniya*, 18(4), 347–359. (In Russ). DOI:10.34612/pres.2021.4.18
- Poznyak, A. V. (2022). Kontseptual'nye osnovy i nauchno-metodicheskoe soprovozhdenie formirovaniya u budushchikh pedagogov kompetentsiy dlya ustoychivogo professional'nogo samoopredeleniya. Minsk: BGPU. (In Russ).
- Prokhorov, D. I. (2018). Differentsiatsiya soderzhaniya obucheniya matematike po sloyam s razlichnoy stepen'yu slozhnosti. *Matematika*, 2, 11–19. (In Russ).
- Prokhorov, D. I. (2021). Istoriya i perspektivy razvitiya sistemy povysheniya kvalifikatsii pedagogicheskikh rabotnikov. *Zbornik navukovykh prats Akademii poslyadyplomnay adukatsyi*, 19, 345–359. (In Russ).
- Prokhorov, D. I. (2022). Nauchno-teoreticheskie osnovy razvitiya veb-orientirovannoy sistemy dopolnitel'nogo obrazovaniya vzroslykh. *Vestnik MGIRO*, 1, 17–24. (In Russ).
- Richardson, T., John, R. (2023). Mental Images: A Cognitive Approach. UK: Taylor & Francis.
- Shinkarenko, V. A. (2021). Organizatsiya uchebnykh zanyatiy v usloviyakh integrirovannogo obucheniya i vospitaniya, inklyuzivnogo obrazovaniya. Minsk: BGPU. (In Russ).
- Siemens, G. (2023). About: Description of connectivism. *Connectivism: A learning theory for today's learner, website*, 12, 78–96. DOI: 10.2423/con-2023-0001.
- Smantser, A. P., Rangelova, E. M. (2011). Gumanizatsiya i demokratizatsiya pedagogicheskogo protsessa v usloviyakh universitetskogo obrazovaniya. Minsk: BGU. (In Russ).
- Smirnov, E. I. (2012). Fundirovanie opyta v professional'noy podgotovke i innovatsionnoy deyatel'nosti pedagoga. Yaroslavl': Kantsler. (In Russ).
- Sorokina-Ispolatova, T. V. (2007). Nepreryvnaya podgotovka pedagoga professional'nogo obucheniya v korporativnom universitete. [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).
- Testov, V. A. (1999). Strategiya obucheniya matematike. Moscow: Tekhnologicheskaya shkola biznesa. (In Russ).
- Thompson, J. (2021). Books in the Digital Age: The Transformation of Academic and Higher Education Publishing in Britain and the United States. UK: Polity.

- Vlasova, V. K. (2013). Proektirovanie i realizatsiya sodержaniya pedagogicheskogo obrazovaniya s ispol'zovaniem integratsii informatsionnykh potokov. [Doctoral Dissertation]. Kazan. (In Russ).
- Vygotskiy, L. S. (1984). Orudie i znak v razvitii rebenka. Moscow: Pedagogika. (In Russ).
- Zankov, L. V. (1990). Izbrannye pedagogicheskie trudy. Moscow: Pedagogika. (In Russ).
- Zhuk, O. L. (2009). Pedagogicheskaya podgotovka studentov: kompetentnostnyy podkhod. Minsk: RIVSh. (In Russ).

Статья поступила в редакцию 01.10.2024  
Принята к публикации 24.10.2024

УДК  
372.851**ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»  
В 7-9 КЛАССАХ КАК МЕТОДИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА****Фрундин Владимир Николаевич**к.п.н., доцент  
fvn46@yandex.ru

г. Курск

**Шишлов Вячеслав Юрьевич**аспирант  
schischlov.viacheslaw@yandex.ru

г. Курск

Курский государственный университет

Курский государственный университет

**Аннотация.** В статье проведён содержательный анализ понятия функциональная грамотность, рассмотрены некоторые подходы к определению и оценке функциональной грамотности школьников 7-9 классов. Рассмотрены различные определения математической грамотности как компонента функциональной грамотности. На основе одного из подходов к выделению структуры математической грамотности указаны следующие её компоненты: когнитивный, деятельностный, прогностический, рефлексивный, даны их характеристики. Проблема формирования математической грамотности в статье рассматривается при изучении нового учебного курса «Вероятность и статистика» в 7-9 классах через систему вопросов и заданий, направленных на формирование выделенных компонентов математической грамотности. Вопросы, направленные на формирование определенного компонента математической грамотности, объединены общими специфическими свойствами. Вопросы, направленные на формирование когнитивного компонента, побуждают ученика к воспроизведению математических знаний и, как правило, начинаются так: «сформулируйте...»; «дайте определение...»; «расскажите...». Вопросы, целью которых является формирование деятельностного компонента, должны побуждать учащихся к анализу взаимосвязей между математическими понятиями и математическими утверждениями. Такие вопросы начинаются с: «найдите отличие между...»; «каким принципом объединены...»; «какие факты можно использовать для...». Вопросы, нацеленные на формирование прогностического компонента, должны побуждать учащихся к размышлениям о значимости математических знаний в конкретных жизненных ситуациях. Вопросы из этого блока могут начинаться так: «важно ли знать, что...»; «приведите примеры ситуаций, в которых...». Формированию рефлексивного компонента способствуют вопросы, заставляющие учащихся задумываться о правильности решения. Они могут начинаться так: «проанализируйте ответ...»; «верно ли, что...»; «нужно ли проверить, что...». Несмотря на то, что процесс решения математических задач направлен на формирование различных компонентов математической грамотности, учителю необходимо уметь подбирать те математические задачи, а также проектировать работу учащихся с ними таким образом, чтобы целенаправленно способствовать формированию определённого компонента математической грамотности.

**Ключевые слова:** функциональная грамотность, математическая грамотность, курс «вероятность и статистика», методические рекомендации, формирование математической грамотности

### **Введение**

В государственной программе Российской Федерации «Развитие образования» до 2030 года одной из главных целей является вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования, которое, в частности, характеризуется повышением позиций Российской Федерации в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) не ниже 20 места в 2030 году (Государственная программа Российской Федерации "Развитие образования", 2021). Под образовательными достижениями здесь понимают так называемую функциональную грамотность школьников.

Данный термин не является новым, он был введён в 1957 году международной организацией по вопросам образования, науки и культуры (ЮНЕСКО). Первоначально под функциональной грамотностью понимались два базовых умения: читать и писать, которые помогали бы человеку решать бытовые проблемы, возникающие в повседневной жизнедеятельности. Однако позднее в 1965 году данное понятие получило более значимую роль. Участники Всемирного конгресса министров просвещения, который проводился в Тегеране, предложили использовать термин «функциональная грамотность» для оценки качества образовательного процесса, организуемого в школе и профессиональных учебных заведениях. Современное понимание данного термина приближено к определению, сформулированному российским лингвистом и психологом Академиком РАО Алексеем Алексеевичем Леонтьевым: «Функциональная грамотность – это способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» (Леонтьев, 2003, 35). С 2021 года основными составляющими функциональной грамотности являются следующие направления: математическая грамотность, читательская грамотность, естественнонаучная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление (Дорофеев, 2022). В рамках данной статьи остановимся подробнее на математической грамотности.

Существует достаточно много подходов к определению математической грамотности. В международной программе PISA 2022 в основе оценки образовательных достижений учащихся в области математики лежит определение: «Математическая грамотность — это способность человека рассуждать математически и формулировать, использовать и интерпретировать математические данные для решения проблем в различных контекстах реального мира. Она включает концепции, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Это помогает людям осознать роль, которую математика играет в мире, и принимать обоснованные суждения и решения, необходимые конструктивным, вовлечённым и вдумчивым гражданам 21-го века» (PISA, 2023, 22).

Похожим образом определяет математическую грамотность и Г.С. Ковалёва. Данный термин в её работе понимается как «способность человека определять роль математики в мире, в котором он живёт, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» (Ковалёва, 2005, 39). Другие исследователи связывают понятие «математическая грамотность» с приобщением к определённой виду деятельности. Например, Т.А. Иванова считает, что «математическая грамотность должна носить деятельностный характер, причём эта деятельность интегративна» (Иванова, 2009).

Для того, чтобы решать задачу формирования математической грамотности, целесообразно выделить некоторые структурные блоки – компоненты математической

грамотности. Например, Н.В. Дударева выделяет следующие компоненты математической грамотности:

1) «когнитивный компонент, в который входят знания математических понятий, аксиом, теорем, алгоритмов, правил, способов рассуждений, без которых не обойтись при решении практических задач, возникающих в процессе жизнедеятельности человека» (Дударева, 2021);

2) «деятельностный компонент, включающий в себя умения применять предметные математические знания для решения практических задач и умения переводить условие таких задач на язык математики» (Дударева, 2021);

3) «прогностический компонент, отражающий понимание учащимися важности математики и математической деятельности в жизни человека и общества в целом» (Дударева, 2021);

4) «рефлексивный компонент, под которым понимают умение человека анализировать, контролировать и оценивать процесс решения математической задачи с использованием различных методов и приёмов, а также умение корректировать его с учётом возникших затруднений» (Дударева, 2021, 18-20).

Будем исходить из предположения, что формирование математической грамотности происходит через формирование указанных «её компонентов, и, соответственно, уровни сформированности выделенных компонентов математической грамотности можно принять за критерии сформированности математической грамотности. В таблице 1 приводятся следующие показатели сформированности по каждому компоненту математической грамотности» (Дударева, 2021).

*Таблица 1.*

*Показатели сформированности компонентов математической грамотности*

| Критерий                                     | Показатель сформированности                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Сформированность когнитивного компонента     | Объём и понимание математических знаний                                                                                                                                                                                                    |
| Сформированность деятельностного компонента  | Умения использовать усвоенные знания в области математики для решения проблем повседневной жизни и профессиональной деятельности и анализировать полученные результаты решения математических задач с точки зрения рассматриваемых проблем |
| Сформированность прогностического компонента | Осознание важности математики и математической деятельности в жизни человека и общества в целом, понимание потребности в специальных математических знаниях для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности                 |
| Сформированность рефлексивного компонента    | Сформированность умения анализировать, контролировать и оценивать процесс решения математической задачи, с использованием различных методов и приёмов, а также умение корректировать его с учётом возникших затруднений                    |

В данной статье рассматривается *проблема* формирования математической грамотности при изучении нового учебного курса «Вероятность и статистика» в 7-9 классах через систему вопросов и заданий, направленных на формирование приведённых выше компонентов математической грамотности.

### **Основная часть**

Интерес именно к курсу «Вероятность и статистика» при формировании математической грамотности связан с тем, что в процессе возникновения и развития вероятностно-статистических представлений математическая составляющая тесно переплеталась с житейским опытом, прикладными потребностями и навыками. Поэтому значительная часть задач курса вероятности и статистики имеет непосредственную связь с

обыденной жизнью и вызывает у школьников интерес к их решению. Несомненно, использование таких задач не только повышает мотивацию к изучению математики, но и способствует формированию математической грамотности школьников. Приведём несколько заданий с методическими рекомендациями, направленными на решение обозначенной проблемы.

**Задание 1.** «На вокзале игрок предлагает прохожим игру. Он зажимает в кулаке носовой платок так, что четыре уголка торчат наружу между пальцами. Прохожий берёт платок за два уголка и вытягивает его. Если прохожий вытягивает платок за соседние уголки, то проигрывает 50 р. Если прохожий вытягивает два противоположных уголка, то выигрывает 50 р. Составьте распределение и найдите математическое ожидание случайной величины  $X$  «выигрыш прохожего»» (Высоцкий, 2024).

Работа с задачей

Условие такой задачи интересно учащимся и, как правило, вызывает оживлённый разговор. Важно направить этот разговор в нужное русло. Перед тем, как приступить к решению, полезно обсудить с учащимися следующие вопросы:

- 1) Как вы считаете, в такой игре прохожий в среднем будет выигрывать, проигрывать или оставаться при своих деньгах?
- 2) Если проигрывать или выигрывать, то примерно сколько?
- 3) Какие знания вам пригодятся, чтобы точно дать ответы на поставленные вопросы?
- 4) Как вы считаете, нужно ли человеку уметь оценивать свои шансы на выигрыш прежде, чем начинать игру?

Беседа с учащимися по данным вопросам позволяет формировать прогностический компонент математической грамотности, то есть способствует осознанию важности математики и математической деятельности в жизни человека и общества в целом, пониманию потребности в специальных математических знаниях для оценки шансов на победу и прогнозирования результатов деятельности.

**Решение.** Чтобы составить распределение величины  $X$  «выигрыш прохожего», необходимо понимать, какие значения может принимать эта величина в каждом раунде игры. Каким числом можно выразить выигрыш 50 р. и проигрыш 50 р.?

– пусть выигрыш: 50 р., проигрыш: –50 р.

Теперь необходимо выяснить, какова вероятность выигрыша и проигрыша в такой игре. Для этого изобразим платок и пронумеруем его углы (рис. 1).



*Рис. 1. Иллюстрация к задаче 1*

Какие углы может вытянуть прохожий, чтобы выиграть?

– углы 1,3 или 2,4 – всего два варианта.

Какие углы может вытянуть прохожий, чтобы проиграть?

– углы 1,2; 2,3; 3,4 или 4,1 – всего четыре варианта.

Значит, вероятность выигрыша составляет  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ , а вероятность проигрыша:  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

Составим таблицу распределения величины  $X$  «выигрыш прохожего» (таблица 2).

Таблица 2.

Распределение случайной величины «выигрыш прохожего»

|       |               |               |
|-------|---------------|---------------|
| $X$   | 50            | -50           |
| $P_i$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |

Математическое ожидание найдем по определению

$$EX = 50 \cdot \frac{1}{3} - 50 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{50}{3} \approx -16,67.$$

Значит, в среднем выигрыш прохожего составит -16 р. 67 к.

Ответ: -16 р. 67 к.

Замечание: под  $EX$  понимается математическое ожидание случайной величины  $X$  (Высоцкий, 2024).

После решения обязательно нужно задать вопрос: верны ли были ваши предположения? Можно попросить учащихся привести примеры подобных игр, в которых одну случайную величину можно считать положительной, другую – отрицательной. Если учащиеся затрудняются, то учитель может привести в пример лотерею, фондовый рынок, доходность какого-либо предприятия.

**Задание 2.** «Иван Петрович решил заказать товар в интернет-магазине. Он изучил отзывы покупателей о работе двух интернет-магазинов. Результаты занёс в таблицу 3» (Высоцкий, 2024).

Таблица 3.

Отзывы покупателей

| Магазин 1                   |     | Магазин 2                   |     |
|-----------------------------|-----|-----------------------------|-----|
| Всего отзывов               | 120 | Всего отзывов               | 150 |
| Недовольны качеством товара | 20  | Недовольны качеством товара | 18  |
| Не вовремя доставлен товар  | 12  | Не вовремя доставлен товар  | 12  |

Оцените вероятность получить некачественный товар, если заказать его сразу в двух магазинах.

#### Работа с задачей

Для решения приведённой задачи учащимся требуется правильно интерпретировать условие задачи, перевести условие задачи на язык математики. Решение подобных задач способствует развитию умения составлять математические модели, то есть позволяет формировать деятельностный компонент математической грамотности.

Чтобы найти искомую вероятность, необходимо составить вероятностную модель, оценить вероятность получения некачественного товара в каждом магазине. Для этого можно предложить учащимся ряд методических вопросов. Ниже предлагаются соответствующие вопросы, а в скобках (здесь и далее по тексту статьи) – ответы, которые должны дать учащиеся.

1) Какова вероятность получить некачественный товар в первом магазине?

$$\left(\frac{20}{120} = \frac{1}{6}\right);$$

какова вероятность получить некачественный товар во втором магазине?

$$\left(\frac{18}{150} = \frac{3}{25}\right);$$

2) введём обозначения: А – товар качественный в 1 магазине, В – товар качественный во втором магазине. Тогда каковы вероятности этих событий и им противоположных?

$$\left( P(A) = \frac{5}{6}, P(\bar{A}) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{22}{25}, P(\bar{B}) = \frac{3}{25} \right);$$

3) в каких случаях покупатель получит некачественный товар? (Либо товар окажется некачественным из первого магазина, либо – из второго, либо – из обоих);

4) составим событие С – покупатель получил некачественный товар

$$(C = \bar{A}B + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B});$$

5) являются ли указанные события независимыми? (Являются, так как магазины разные и качество товаров в них не зависит друг от друга).

Тогда найдём соответствующую вероятность:

$$P(C) = P(\bar{A})P(B) + P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(\bar{B}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{22}{25} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{25} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{25} = \frac{4}{15}.$$

Ответ:  $\frac{4}{15}$ .

Для формирования когнитивного компонента математической грамотности необходимо добиваться понимания учащимися основных понятий и теорем теории вероятностей. Для решения данной проблемы недостаточно требовать от учащихся строгих формулировок, важно учить их сопровождать каждое понятие и теорему практическими примерами. С этой целью можно предложить учащимся задачу.

**Задание 3.** «А) биатлонист стреляет по трём мишеням; Б) в коробке 3 черных и 2 белых шара. Наудачу достают два шара. Выполните задание:

- 1) выделите случайные опыты и их элементарные исходы;
- 2) сформулируйте несколько сложных событий, которые могут реализоваться в ходе данных опытов;
- 3) приведите пример достоверного и невозможного события;
- 4) выделите совместные и несовместные, зависимые и независимые события;
- 5) приведите пример противоположных событий;
- 6) выразите через событие А – биатлонист поразил мишень – событие, состоящее в том, что биатлонист поразил ровно две мишени;
- 7) выразите через событие А – биатлонист поразил мишень – событие, состоящее в том, что биатлонист поразил хотя бы две мишени» (Шишлов, 2023).

Отвечая на вопросы приведённой задачи, учащиеся углубляют понимание важных понятий теории вероятностей, теорем о вероятности суммы и произведении событий. Вопросы 6 и 7 способствуют формированию умения строить и применять математические модели для решения практических задач, то есть способствуют формированию деятельностного компонента математической грамотности.

Важно научить школьников осуществлять самопроверку найденного решения. Часто учащиеся не выполняют самоконтроль в виду того, что с достаточной уверенностью считают решение правильным. Для формирования рефлексивного компонента математической грамотности, а именно: умения осуществлять анализ своего решения, находить ошибки, вносить коррективы в решение и методы рассуждений, учителю необходимо предлагать задачи, в которых легко допустить ошибку в рассуждении. Иногда учащихся специально можно подтолкнуть к неверному способу рассуждений. Приведём пример.

**Задание 4.** «Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0,27, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,16. Вероятность того, что он не читал

произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,11. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей» (Прокофьев, 2024).

Работа с задачей

Введём условные обозначения:

A – случайно выбранный житель города N читал произведения Л. Н. Толстого;

B – случайно выбранный житель города N читал произведения А. П. Чехова;

$\bar{A}$  – случайно выбранный житель города N **не** читал произведения Л. Н. Толстого;

$\bar{B}$  – случайно выбранный житель города N **не** читал произведения А. П. Чехова;

$\bar{A}\bar{B}$  – случайно выбранный житель города N **не** читал произведения Л. Н. Толстого **И** **не** читал произведения А. П. Чехова;

AB – случайно выбранный житель города N читал произведения Л. Н. Толстого **И** читал произведения А. П. Чехова.

Тогда по условию задачи:

$$P(\bar{A}) = 0,27; P(\bar{B}) = 0,16; P(\bar{A}\bar{B}) = 0,11.$$

После введения условных обозначений учащимся можно задать ряд вопросов, которые заведомо приведут их к ошибке в рассуждениях.

1) Требуется найти вероятность события AB, вероятности каких событий нам для этого требуются? (Необходимо найти вероятности событий A и B).

2) Как найти вероятности событий A и B, если известны вероятности событий  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$ ? (События A и  $\bar{A}$ , B и  $\bar{B}$  противоположные, значит:

$$P(A) = 1 - 0,27 = 0,73, P(B) = 1 - 0,16 = 0,84);$$

3) Зная вероятности событий A и B, можем ли мы найти вероятность события AB?

(Можем по теореме:  $P(AB) = P(A)P(B) = 0,73 \cdot 0,84 = 0,6132$ ).

После полученного ответа можно учащимся задать вопросы:

4) Все ли данные задачи мы использовали для решения?

5) Что не использовали? Это информация лишняя?

6) Можно ли найти вероятность события  $\bar{A}\bar{B}$  по теореме, которую мы использовали?

$$(\text{Можно: } P(\bar{A}\bar{B}) = 0,27 \cdot 0,16 = 0,0432).$$

В этот момент возникает проблемная ситуация, так как значение вероятности события  $\bar{A}\bar{B}$ , найденное по теореме, не равно значению, данному в условии задачи. Это приводит учащихся к пониманию того, что задача решена неверно, и необходимо найти ошибку в рассуждениях и исправить её. Для эффективного формирования умения находить ошибки в рассуждениях учителю необходимо организовать работу так, чтобы учащиеся смогли проанализировать каждый шаг решения и понять, на каком именно шаге была допущена ошибка. Приведём пример.

Для удобного анализа решения рекомендуется разбивать его на несколько логических этапов. Учитель может задать вопрос: «Какие этапы можно выделить в решении данной задачи?». С помощью учителя выделяются этапы:

1) составление математической модели;

2) применение теоремы о вероятности произведения событий;

3) вычисление искомой вероятности.

Вычисление искомой вероятности на последнем этапе учащиеся могут проверить самостоятельно. На первом и втором этапе, где были допущены ошибки, у учащихся могут возникнуть трудности с проверкой, они могут не заметить ошибки в рассуждениях. Чтобы

помочь учащимся найти ошибку, учителю достаточно задать вопрос: «Всегда ли вероятность произведения событий равна произведению их вероятностей?». Если ранее при изучении соответствующей теоремы учитель акцентировал внимание учащихся на условиях применимости данной теоремы (события должны быть независимыми), то наверняка многие учащиеся вспомнят этот факт и укажут на ошибку в рассуждениях. Организованная таким образом работа позволяет формировать рефлексивный компонент математической грамотности.

### **Заключение**

Подводя итог, отметим, что процесс решения математических задач направлен на формирование всех компонентов математической грамотности. Однако учителю важно грамотно продумывать методические вопросы, которые будут способствовать формированию определённого компонента математической грамотности. Кроме того, отметим, что различные математические задачи курса «Вероятность и статистика» могут быть более эффективно использованы в формировании того или иного компонента математической грамотности по сравнению с другими задачами. Поэтому учителю важно уметь выделять такие задачи из общей массы задачного материала.

### **Список литературы**

- Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: углублённый уровень: учебное пособие: в 2 частях. Под ред. И.В. Яценко. М.: Просвещение, 2024. Ч. 1.
- Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: углублённый уровень: учебное пособие: в 2 частях. Под ред. И.В. Яценко. М.: Просвещение, 2024. Ч. 2.
- Государственная программа Российской Федерации "Развитие образования". Стратегические приоритеты в сфере реализации государственной программы РФ "Развитие образования" до 2030 года. В ред. Постановления Правительства РФ от 07.10.2021 №1701.
- Дорофеев А.В., Одиноква О.В. Формирование функциональной грамотности школьников на уроках математики // Вестник Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы. 2022. № 2. С. 181-186.
- Дударева Н.В., Утюмова Е.А. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике // Педагогическое образование в России. 2021. № 4. С. 14-25.
- Иванова Т.А., Симонова О.В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности // Вестник Вятского государственного университета. 2009. №3. С. 125-129.
- Ковалева Г.С. PISA – 2003: Результаты международного исследования // Школьные технологии. 2005. №2. С. 37-43.
- Леонтьев А.А. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А.А. Леонтьева. М.: Баласс, 2003.
- Прокофьев А.А., Соколова Т.В. Математика. Профильный уровень. Единый государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: учебное пособие. М.: Издательство «Интеллект-Центр», 2024.
- Шишлов В.Ю., Фрундин В.Н. Методические аспекты изучения основных понятий теории вероятностей в курсе «Вероятность и статистика» в 9 классе // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве: материалы VII Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции, Курск, 14-15 декабря 2023 г. Курск: Курский государственный университет, 2023. С. 130-135.

**THE FORMATION OF FUNCTIONAL LITERACY IN THE STUDY OF  
THE COURSE "PROBABILITY AND STATISTICS" IN GRADES 7-9  
AS A METHODOLOGICAL PROBLEM****Frundin V. N.**PhD in Education (Pedagogy),  
associate professor  
fvn46@yandex.ru

Kursk

Kursk State University

**Shishlov V. Yu.**Graduate student  
schischlov.viacheslaw@yandex.ru

Kursk

Kursk State University

**Abstract.** The article provides a meaningful analysis of the concept of functional literacy, considers some approaches to the definition and assessment of functional literacy of schoolchildren in grades 7-9. Various definitions of mathematical literacy as a component of functional literacy are considered. Based on one of the approaches to the allocation of the structure of mathematical literacy, the following components are indicated: cognitive, activity, predictive, reflexive, and their characteristics are given. The problem of the formation of mathematical literacy is considered in the article when studying the new educational course "Probability and Statistics" in grades 7-9 through a system of questions and tasks aimed at the formation of selected components of mathematical literacy. The questions aimed at forming a certain component of mathematical literacy are united by common specific properties. Questions aimed at forming a cognitive component encourage the student to reproduce mathematical knowledge and, as a rule, begin as follows: "formulate ..."; "define ..."; "tell me..." Questions aimed at forming an activity component should encourage students to analyze the relationships between mathematical concepts and mathematical statements. Such questions begin with: "find the difference between ..."; "what principle is combined ..."; "what facts can be used for ...". Questions aimed at forming a predictive component should encourage students to reflect on the importance of mathematical knowledge in specific life situations. The questions in this block may start like this: "is it important to know that..."; "give examples of situations in which..." The formation of the reflexive component is facilitated by questions that make students think about the correctness of the decision. They can start like this: "analyze the answer ..."; "is it true that ..."; "is it necessary to check that ...". Despite the fact that the process of solving mathematical problems is aimed at forming various components of mathematical literacy, the teacher needs to be able to select those mathematical problems, as well as design students' work with them in such a way as to purposefully contribute to the formation of a certain component of mathematical literacy.

**Keywords:** functional literacy, mathematical literacy, the course "probability and statistics", methodological recommendations, the formation of mathematical literacy

## References

- Dorofeev, A. V., Odinkova, O. V. (2022). Formirovanie funktsional'noj gramotnosti shkol'nikov na urokah matematiki. *Vestnik Bashkirskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. M. Akmully*, 2, 181-186.
- Dudareva, N. V., Utjumova, E. A. (2021). Model' formirovaniya funktsional'no-matematicheskoy gramotnosti v processe obucheniya matematike. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*, 4, 14-25.
- Gosudarstvennaya programma Rossijskoy Federatsii "Razvitie obrazovaniya". (2021). Strategicheskie priority v sfere realizatsii gosudarstvennoy programmy RF "Razvitie obrazovaniya" do 2030 goda. V red. Postanovleniya RF ot 07.10.2021 №1701.
- Ivanova, T. A., Simonova, O. V. (2009). Struktura matematicheskoy gramotnosti shkol'nikov v kontekste formirovaniya ih funktsional'noj gramotnosti. *Vestnik Vjatskogo gosudarstvennogo universiteta*, 3, 125-129.
- Kovaljova, G. S. (2005). PISA – 2003: Rezul'taty mezhdunarodnogo issledovaniya. *Shkol'nye tehnologii*, 2, 37-43.
- Leont'ev, A. A. (2003). *Obrazovatel'naya sistema "Shkola 2100". Pedagogika zdoravogo smysla*. Moscow: Balans, 367. (In Russ.).
- PISA 2022 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. OECD Publishing, 2023.
- Prokof'ev, A. A., Sokolova, T. V. (2024). Matematika. Profil'nyj uroven'. *Edinyj gosudarstvennyj jezamen. Gotovimsja k itogovoj attestatsii: uchebnoe posobie*. Moscow: Intellekt-Centr". (In Russ).
- Shishlov, V. Ju., Frundin, V. N. (2023). Metodicheskie aspekty izuchenija osnovnyh ponjatij teorii verojatnostej v kurse "Verojatnost' i statistika" v 9 klasse [Methodological aspects of studying the basic concepts of probability theory in the course "Probability and Statistics" in the 9th grade]. *Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskim i tehničeskim disciplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve: materialy VII Vserossijskoj (s mezhdunarodnym uchastiem) nauchno-praktičeskoj konferencii* (pp. 130-135). Kursk: Kurskij gosudarstvennyj universitet. (In Russ).
- Vysockij, I. R., Jashhenko, I. V. (2024). Matematika. Verojatnost' i statistika: 7-9-e klassy: uglubljonnyj uroven': uchebnoe posobie: v 2 chastjah. Moscow: Prosveshhenie, Ch.1. (In Russ).
- Vysockij, I. R., Jashhenko, I. V. (2024). Matematika. Verojatnost' i statistika: 7-9-e klassy: uglubljonnyj uroven': uchebnoe posobie: v 2 chastjah. Moscow: Prosveshhenie, Ch.2. (In Russ).

Статья поступила в редакцию 18.11.2024  
Принята к публикации 02.12.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-57-64

УДК  
372.851.+37.034 | МАТЕМАТИКА КАК КРИТЕРИЙ НРАВСТВЕННОСТИ**Шелехов Александр Михайлович**  
д.ф.-м.н., профессор  
amshelkhov@yandex.ru  
г. Москва

Московский педагогический государственный университет

**Аннотация.** Цель статьи – показать на конкретном примере, как в настоящее время преподавание математики влияет на нравственность. В статье проиллюстрирован учебный кейс о расчёте платежей управляющей компанией в нестандартной ситуации с рассмотрением возможных дальнейших негативных последствиях и актуализацией вопросов нравственности средствами математики. Рассмотренная проблема имеет разные аспекты: финансовый, правовой, образовательный, этический. Образовательный состоит в том, что граждане нашей страны плохо знают даже арифметику, а этический – в том, что, изгоняя из процесса образования трудности, мы не формируем общую и профессиональную культуру у современных выпускников. Практический вывод: с учётом всех этих обстоятельств следует корректировать учебный процесс, программы, методики и т.д. В частности, из программы общей школы целесообразно убрать такие сложные разделы, как, например, пределы, дифференцирование, интегрирование, случайные величины, зато детально, с доказательствами изучать более простые разделы математики.

**Ключевые слова:** математика, преподавание математики, финансовая грамотность, кейс-метод, нравственность.

*Памяти члена-корреспондента РАН  
Льва Дмитриевича Кудрявцева*

### Введение

Ещё Платон заметил, что философия нуждается в нравственных критериях. После Платона многие известные философы и учёные подчёркивали связь науки и нравственности, и каждый из них дополнял этот симбиоз новыми гранями. По мере превращения древней философии в современную науку нравственные аспекты приобретали все большее значение, в особенности в тех разделах науки, которые имеют важные практические приложения (например, математика, ядерная физика). Особый комплекс нравственных проблем связан с преподаванием науки. Из наших современников об этом лучше всех, наверное, сказал Лев Дмитриевич Кудрявцев, посвятивший много книг и статей проблемам образования и нравственности. Следуя гуманистической традиции, Лев Дмитриевич Кудрявцев считал нравственное воспитание неотъемлемой частью образования. В своих книгах (Кудрявцев, 1994), (Кудрявцев, 2008) он неоднократно подчёркивает, что игнорирование нравственной составляющей образования – одна из причин низкого профессионального уровня выпускников вузов. Л.Д. Кудрявцев пишет: «Ярким примером непрофессионализма выпускников многих наших высших учебных заведений являются *непредвиденные последствия* проводимых у нас в стране политических и экономических реформ, ..., чего бы они не касались: промышленности, сельского хозяйства, экономики, финансов, политики...» (Кудрявцев, 2008, 176).

*(В скобках заметим, что тенденция, о которой говорится в цитируемом отрывке, усиливается, и растущая нехватка квалифицированных кадров все острее ощущается во многих странах. Диалектика этого процесса достаточно очевидна, но задача настоящей статьи уже существенна, и касается лишь одной из сторон взаимосвязи математики и общества).*

Расскажем об одном таком негативном последствии в сфере коммунальных отношений – последствии, может не самом тяжёлом, но касающемся значительной части населения. Рассмотренный пример показывает, что математика (как образовательная дисциплина) не только воспитывает нравственность, но может служить и её **критерием**. Более широко можно говорить о **нравственной силе математики**.

Статья написана в первую очередь для тех, кто преподаёт математику и понимает её значение, понимает, какую роль она играет во всех сферах человеческой деятельности. Широкая приложимость математики с одной стороны, сложность математических методов и вытекающая отсюда относительная сложность преподавания математики с другой стороны порождают на разных уровнях человеческих отношений множество этических и нравственных проблем. В какой-то мере это относится и к другим наукам, но математика здесь на первом месте – именно в силу невероятно большой её приложимости. В списке литературы мы указываем источники, в которых, по мнению автора, наиболее выпукло освещены именно этические аспекты интересующих проблем образования.

В качестве практической проблемы предложим учебный кейс о расчете платежей управляющей компанией в нестандартной ситуации и рассмотрим возможные дальнейшие негативные последствия с целью актуализации вопросов нравственности средствами математики.

Ситуация, о которой пойдёт речь, возникла в коммунальной сфере. Математика представлена здесь своей простейшей частью – подсчётом коммунальных платежей в несколько нестандартной ситуации. Поэтому, казалось бы, какие здесь могут быть проблемы? Но оказывается, они есть, и связано это не только со сложностью и несовершенством законодательной базы, регулирующей эту сферу. Наш пример показывает, с одной стороны, степень математической грамотности общества, с другой – высвечивает очевидные отклонения от нравственной нормы. Для большей ясности изложения вычисления упрощены.

### Описание проблемы

1. В январе 2019 года жители некоторого многоквартирного дома потребили на общие нужды (работа лифта, освещение на лестницах и т.п.)  $V$  киловатт-часов электроэнергии. Стоимость одного киловатт-часа будем считать равной единице, так что  $V$  обозначает также стоимость потреблённой электроэнергии. Согласно действующим в то время правилам и Договору между жильцами и управляющей компанией (УК), каждый жилец оплачивал сумму  $V_{\text{ж}}$ , пропорциональную своей жилой площади, то есть площади своей квартиры:

$$V_{\text{ж}} = \frac{V}{S} S_{\text{ж}}. \quad (1)$$

Здесь  $S$  – общая жилая площадь дома (то есть сумма площадей всех квартир),  $S_{\text{ж}}$  – жилая площадь жильца. Отметим, что бухгалтера всех УК пользуются этой формулой не потому, что она логична в данной ситуации, а потому, что она **рекомендована Минстроем** (Министерство строительства и коммунального хозяйства)!

Через несколько лет управления домом УК узнает, что в этом доме есть подземные гаражи. И тогда – вопреки Договору с жильцами, но в соответствии с российским законодательством – УК решает пересчитать плату за общедомовые расходы с учётом площади гаражей за последние 3 года, с 2019 по 2022, то есть за 36 месяцев. В частности, за январь 2019 года УК предложила каждому жильцу, имеющему подземный гараж, доплатить за электричество сумму, пропорциональную площади его гаража:

$$V_{\text{ж}}^1 = \frac{V}{S+d} S_{\text{гар}}. \quad (2)$$

Здесь  $S_{\text{гар}}$  – площадь гаража жильца, а величина  $d$  составляет примерно 2% от  $S$  (в следующие месяцы, а всего их 36 – величина  $d$  росла и примерно через 3 года составила общую сумму площадей всех гаражей, обозначим её  $S_1$ ). **Отметим, что формула (2) – фактически та же формула (1), только со странным знаменателем.**

Здесь возникают 2 вопроса. Во-первых, **расход  $V$  киловатт-часов был уже полностью оплачен** жильцами в январе 2019 года. Но тогда что означает частичная оплата (2) **той же суммы  $V$** ? Ведь платёж состоялся, хотя, ввиду нового законодательства, он был неправильно распределён между жильцами. Таким образом, **доплата  $V_{\text{ж}}^1$  – это плата второй раз за одно и то же, то есть начислена незаконно.**

Во-вторых, в январе 2019 года сумма  $V$  была распределена между жильцами без учёта площади гаражей, и это надо исправить. В соответствии с новым законодательством жильцы с гаражами действительно должны доплатить, но **сколько и кому?** Покажем, что сумма  $V_{\text{ж}}^1$ , предъявленная УК, найдена неверно. Действительно, если бы в январе 2019 года учитывалась площадь гаражей, то жилец с гаражом площадью  $S_{\text{гар}}$  должен был бы оплатить долю, пропорциональную сумме площадей квартиры и гаража:

$$V_{\text{ж}}^2 = \frac{V}{S+S_1} (S_{\text{ж}}+S_{\text{гар}}). \quad (3)$$

Напоминаем, что здесь  $S$  – общая жилая площадь дома,  $S_1$  – общая сумма площадей всех гаражей. Но жилец уже уплатил сумму (1). Поэтому его доплата должна составлять

$$D = \frac{V}{S+S_1} (S_{\text{ж}}+S_{\text{гар}}) - \frac{V}{S} S_{\text{ж}}. \quad (4)$$

Как видно, правильная формула (4) отличается от неправильной в данной ситуации формулы (2). Если взять реальные числа, то получится, что **правильный платёж (4) в 1,4 – 1,7 раза меньше, чем неправильный (2).** Если же подсчитать за все 36 месяцев, и не только за электричество, а **за все позиции и для всех жильцов с гаражами**, то переплата за 3 года составит сотни тысяч рублей, а если экстраполировать на всю страну – миллиарды рублей.

Предположим (чисто гипотетически!), что УК захотела подсчитать доплату правильно. Но она не смогла бы это сделать, потому что бухгалтерия УК **пользуется только рекомендованными формулами**, а формула (1) – единственная из рекомендованных Минстроем! Формулы (4) среди рекомендованных нет.

Наконец, кому следует отдать доплату  $D$ ? Её надо распределить между теми жильцами, у которых нет гаражей, так как они переплатили. Самой же УК при правильном перерасчёте не должно достаться ничего. Но в реальности происходит не так: управляющие компании требуют разницу  $V_{\text{ж}}^1$  и забирают её себе. Именно для этого они и затевают перерасчёты. Подобные ситуации происходят уже много лет в городах страны.

### Генезис проблемы

2. Тезисно опишем события, свидетелем и участником которых был автор этой статьи.

*УК – жильцам:* Вы должны платить!

*Жильцы – УК:* Мы готовы платить, только сосчитайте правильно!

*Главбух УК – жильцам:* Вы должны платить! Я вас понимаю, вы правы, но я пишу то, что велит юрист.

*Юрист УК – жильцам:* Вы должны платить! Я в вычислениях не разбираюсь, это дело бухгалтерии.

*Мировой судья – жильцам:* Вы должны платить! Я вычисления разбирать не обязан, спросим ГЖИ (государственную жилищную инспекцию).

*ГЖИ – жильцам:* Вы должны платить! УК считает по формуле 1 правильно, другой формулы нет.

*Юрист УК – жильцам:* Я все такие дела выигрываю. Вы проиграете!

Действительно, как в подавляющем большинстве подобных случаев, жильцы суд проиграли, в том числе и при апелляции. Но самый интересный ответ был от Минстроя, куда

жильцы дома обратились при помощи депутата Государственной Думы. Жильцы просили Минстрой рекомендовать формулы, которые необходимо применять в случае описанного перерасчёта. Минстрой ответил, что его «...разъяснения не могут рассматриваться в качестве общеобязательных государственных предписаний...», и требуемой формулы не привёл! Таким образом, при описанном перерасчёте бухгалтерия каждой УК может фантазировать по своему.

### **Профессиональные аспекты решения проблемы**

3. Как читатель уже понял, техническая сторона действий УК состоит в том, что требование платежа предъявляется с задержкой на 3 года и неправомерно применяются формулы для определения задолженности. С этим можно было бы бороться: совершенствовать законодательную и регламентирующую базу и т.п.

Но на самом деле все обстоит сложнее. Отсутствие сформированных навыков финансовой грамотности у всех участвующих в процессе сторон – бухгалтера и юристы УК, судьи, работники ГЖИ и т.д., и сами жители не знают арифметики в пределах пятого класса. Все ответственные лица в этой истории боятся простейших формул!

Столь низкий уровень финансовой грамотности граждан – большая беда.

4. Рассмотренная проблема имеет разные аспекты – финансовый, правовой, образовательный, этический.... По большому счету, важнейшим всегда является нравственный аспект, но в узкопрофессиональном смысле для нас представляет интерес аспект образовательный. Но сначала — о правовой составляющей.

Отношения жильца и УК регулируются Договором, который составлен на основании некоторого типового договора с учётом действующего законодательства, нормативных актов Минстроя и т.п. Но даже не очень внимательное прочтение текста Договора высвечивает очевидный факт: договаривающиеся стороны явно неравноправны, причём «перевешивает» УК.

Роль суда в описанной ситуации также весьма существенна, но мы её оценивать не будем.

О юристах разговор особый. На семинаре, посвящённом Льву Дмитриевичу Кудрявцеву, было сообщено автором, что у некоторых юристов логика не Аристотелева, не математическая, а своя, «профессиональная».

Думаем, дело в следующем. Математик в своих доказательствах тщательно следит за тем, чтобы рассуждения были верными на каждом этапе. Это гарантирует достоверность конечного результата, каким бы он не был – А или не А. Задача юриста в принципе другая – обосновать заранее заданный конечный результат, но не с помощью цепочки силлогизмов, а ссылками на соответствующие статьи законов, на постановления, прецеденты и т.п. Однако это множество норм (обозначим его Ю) имеет не совсем совершенную структуру: оно содержит противоречия; оно не является полным, более того, не может быть полным по определению; оно меняется во времени, зависит от многих внешних субъективных причин. Можно сказать, что Ю есть некий аналог нечёткого множества, функции принадлежности которого зависят от времени. Поэтому, выбирая в таком множестве ту или иную область, опытный юрист может «логически» обосновать как А, так и не А.

Кроме того, юрист, адвокат, судья и т.д., как правило, работает на клиента, который «заказывает музыку», в то время как математик, проводя свои доказательства, работает на абстрактную идею. Математик не может продать своему клиенту доказательство утверждения не А, если он доказал А.

5. Вернёмся к арифметике. Школьные учителя и преподаватели вузов расскажут вам массу историй о нынешних выпускниках школ и первокурсниках (в том числе математических и технических факультетов), которые не умеют складывать дроби и т.п. Автор настоящей статьи преподаёт на матфаке с 1968 года и может подтвердить, что непрерывно усугубляющаяся деградация математического образования – факт неоспоримый.

К существенному снижению уровня требований в обучении привела «борьба за успеваемость»; причины этого явления известны. Но ещё в 70-е годы прошлого века уровень требований был все же гораздо выше. В те времена в экзаменационном билете на 1 курсе было 2

вопроса (доказательство теоремы, вывод формулы) и задача средней трудности. Для получения тройки достаточно было сформулировать теоремы без доказательств, допускалось решение задачи менее сложной, чем в билете, но проверялось знание всех основных определений и формулировок всех основных теорем курса. Для оценки 4 требовалось знать доказательства теорем из билета, но допускались погрешности. Для пятёрки надо было правильно доказать все утверждения, правильно решить задачу и ответить на несколько дополнительных вопросов.

Следующий сильный удар образование получило от подушевого финансирования. Через несколько лет все: и студенты, и преподаватели – привыкли к пониженному уровню требований. Критерии оценок изменились примерно на балл: вместо двоек начали ставить тройки, вместо троек – четвёрки и т.п. Стало нормой, что доказательства теорем можно не приводить, а тройку ставили за решение простейшей задачи, без «теории».

А потом началась «борьба за качество», в результате чего тройки (то есть бывшие двойки) превратились уже в четвёрки и т.п. Можно смело сказать, что у большей части выпускников таких факультетов квалификация не соответствует диплому.

Автору довелось обсуждать эту тему со школьными учителями, преподавателями вузов, деканами факультетов, ректорами, и не только с математиками, но и с инженерами, медиками, лингвистами... Коллеги с горечью констатировали очевидный снижения уровня образования на всех этапах. Здесь надо сделать оговорку: сказанное в меньшей степени касается ведущих вузов – для них ещё хватает абитуриентов, умеющих складывать дроби.

За описанный период возник замкнутый цикл «плохой учитель  $\Leftrightarrow$  плохой ученик» с положительной обратной связью, в котором отрицательный эффект нарастает по экспоненте. Косвенный эффект этого процесса уже ощущается – учителей математики не хватает во многих регионах России, а хороший учитель математики сейчас большая редкость.

6. Диалектика любого процесса такова, что наряду с положительными явлениями в нем присутствуют в такой же мере и отрицательные моменты. Это замечание в полной мере относится к институциональным и внутренним перестройкам нашего образования. Все попытки «улучшить образование», «улучшить положение учителей», «избавить их от лишних формальностей» и т.п. пока остаются безуспешными. По большому счету, введение элементов дифференциального и интегрального исчисления в школе принесло, в долгосрочной перспективе, больше вреда, чем пользы.

То же самое можно сказать и о ЕГЭ. Его устроители проигнорировали тот факт, что реальная успеваемость по математике не может быть больше 70%, так как примерно 30% людей имеют «художественное мышление» и не способны воспринимать строгие математические рассуждения (этот факт опытные преподаватели констатировали ещё в конце 19 века. К успеваемости по математике выше 70% коллеги относились с недоверием). Как можно было вводить **единый** (то есть **обязательный для всех!**) **государственный экзамен по математике**, заранее зная, что реально его могут сдать только 70%?! А ведь «борьбу за успеваемость и за качество» никто не отменял. Указанное противоречие породило новые формы изменений – было разрешено путем деления ЕГЭ на две части, но проблемы с арифметикой так и остались!

Думаем, что очередная перестройка образования, связанная с отказом от ЕГЭ, указанные проблемы образования не решит. Ведь дело не столько в том, какие технические средства мы используем, а в том, сколько грамотных и честных специалистов участвует в процессе. А поскольку число последних не меняется (а скорее всего – уменьшается), то и результат следует ожидать соответствующий.

7. Был способ честно решить указанную проблему ЕГЭ – вместо математики сделать ЕГЭ по истории. Оба предмета – математика и история – по-разному, разными методами, но в одинаковой мере значимо призваны решать две главные задачи образования – воспитать Гражданина и дать образование. Гражданином автор называет индивидуума с **ответственным поведением**. При этом ответственность понимается в широком смысле, то есть по отношению к семье, к работе, к друзьям, к стране.... Все общественные институты: система образования, семья, государство и т.д. – призваны воспитывать чувство ответственности, это

их основная задача. Степень выполнения этой сверхзадачи и есть основное свидетельство правильного функционирования данного института. В школе ответственность воспитывается прежде всего ответственным отношением к учёбе, в частности, регулярным выполнением домашних заданий, экзаменами. Разумеется, это касается всех предметов, но математика (в силу абстрактности понятий и сложности методов) здесь играет особую роль. На математику приходится затрачивать больше усилий, чем на остальные предметы, но и результат тренировки будет выше.

История как наука приложима практически столь же широко, как и математика, поскольку у любого предмета, процесса, явления и т.д. есть своя история, изучение которой необходимо как для образования, так и для и успешной практической деятельности. Но язык истории существенно проще языка математики, поэтому в школе её изучать легче, чем математику.

Однако история как учебный предмет существенно отличается от математики. Математические факты (теоремы) во всех учебниках одинаковы: не может быть учебника, в котором доказывается, что теорема Пифагора неверна. А исторические факты всегда «окрашены» чьей-нибудь точкой зрения – автора учебника, известного учёного, важного чиновника и т.д. При этом «окраски» могут быть прямо противоположными. Классический пример – оценка итогов правления Петра I. Часть историков считает, что Пётр принёс непоправимый вред развитию России, другие считают, что, наоборот, он двигался в верном направлении и развитие ускорил. Мне больше нравится диалектический подход, точная и объективная оценка **всех** известных фактов. При таком подходе ученик получит от изучения истории максимальную пользу. Но это отдельный предмет для непростого разговора.

8. Есть ещё одна проблема: стремление «напихать» в школьную программу как можно больше материала. Естественно, за счёт уменьшения других разделов. В результате на классике (а это в первую очередь арифметика) места и времени остаётся все меньше. Авторы некоторых программ явно пренебрегают пословицей «лучше меньше, да лучше» и игнорируют слова классика о том, что надо учить «умному, доброму, вечному». Рассмотрим последний пример – введение вероятности в школьную программу. Сам по себе этот факт следует оценивать положительно. Автор настоящей статьи неоднократно читал элементарный курс теории вероятностей и математической статистики для студентов юрфака (Тихомиров, 1997). Затем на основании этого материала по просьбе тверских учителей было написано пособие (Тихомиров, 2013). В предисловии, в частности, там написано: «Обучая математике, мы все время подчёркиваем её общекультурную ценность, её возможности в развитии интеллектуальных способностей и логического мышления. Для этих целей, мы полагаем, больше всего подходят задачи из классической теории вероятностей и математической статистики». Действительно, владея даже простейшими понятиями из этой области (плюс комбинаторика), можно решать много самых разных полезных практических задач

Но каковы должны быть разумные пределы нововведения? На наш взгляд, большую часть времени надо отвести на классическое определение вероятности и с ним работать до тех пор, пока оно не станет чем-то вроде таблицы умножения. А вот понятие случайной величины в школе вводить не стоит, это перебор. Предел сложности для среднего школьника – формулы Байеса и Бернулли, и то их лучше изучать факультативно.

Известны объективные причины, побуждающие совершенствовать школьную программу по математике. Но все резкие движения здесь чреваты необратимыми последствиями, главные из которых мы указали – понижение уровня элементарных знаний и умений, с одной стороны, и снижение уровня требовательности – с другой.

Есть пректы, согласно которым в школьную программу будут введены матрицы. Зачем?! Какие содержательные задачи школьного курса это поможет решить?

9. Конечно, столь важные и тонкие вопросы должна обсуждать вся педагогическая общественность. Такой площадкой, например, был когда-то журнал «Математика в школе». Существует общественный орган – научно-методический Совет (НМС) по математике при Министерстве образования и науки, который имеет отделения почти во всех регионах России и который проводил когда-то много значимых мероприятий, в частности, организовывал те-

математические конференции по вопросам преподавания математики в школе... Увы, теперь эта площадка практически не функционирует. В Министерстве просвещения РФ имеется структурное подразделение с тем же названием НМС; однако в его задачи не входит привлечение широкой общественности для обсуждения программ, качества учебников и т.п.

10. Учебная работа максимально формализуется. Можно сказать, что борьба за уничтожение трудностей в обучении приняла всеобщий характер. При этом больше всего страдает математическое образование. И в первую очередь, конечно, ликвидируется главное препятствие к «лёгкой жизни» – математические доказательства. Итак, с одной стороны, программа накачивается новыми разделами, с другой – серьёзное изучение заменяется поверхностным знакомством с математикой. То есть процесс уничтожения препятствий к лёгкой жизни в школе идёт с двух сторон.

В результате такого воспитания (без фрустраций, выражаясь научным языком) получается индивидуум, который считает, что в жизни все легко, напрягаться не надо, все будет получаться, как в американских комиксах и некоторых фильмах, без всяких усилий, само собой. Понятно, какой у такого гражданина будет уровень профессионализма и гражданской ответственности.

Описанная тенденция проявляется с большей, чем в России, силой в США, Франции и некоторых других странах Запада. Здесь она (тенденция) в соединении с псевдодемократической доктриной образует «гремучую смесь», заполняющую страну троечниками, то есть двоечниками. Но богатые американцы преодолевают нехватку грамотных специалистов, скупая их со всего мира; наши возможности этого не позволяют. У нас нехватка квалифицированных специалистов ведёт страну к катастрофе.

Контрпример – Китай, где к обучению традиционно (исключая период «культурной революции») относятся исключительно серьёзно. Поэтому китайские специалисты по многим направлениям сейчас – одни из лучших в мире, и Китай имеет впечатляющие достижения во всех сферах экономики, промышленности и науки.

11. Что значит «улучшить образование»? Вернуться к старому (советскому, российскому и т.п.) невозможно, как невозможно в одну и ту же реку войти дважды. Добиться стопроцентной успеваемости можно только «на бумаге». Сформулируем более скромную задачу: возможно ли улучшить хотя бы начальное математическое образование, добиться того, чтобы не менее 70% учеников (нормальное распределение) по окончании школы могли бы хорошо считать, уверенно выполнять действия с дробями, свободно пользоваться такими понятиями, как пропорция, проценты и т.п.? Необходимые условия для этого известны. Многие эксперты считают, что достаточно повысить зарплату учителям, избавить их от лишних формальностей – и все наладится. Однако эти необходимые условия явно недостаточны, поскольку утраченный уровень квалификации быстро поднять невозможно, нужны десятилетия.

Все указанные меры конечно необходимы. Введением разумной, уравновешенной программы, о чём мы говорили выше, здесь не ограничимся. Необходимо вернуть уважение к настоящему образованию. Школа без хороших учителей – это место, где ученики теряют уважение к образованию; город без хороших школ – это место, где уничтожается образование и расцветает безнравственность.

### **Выводы**

Рассмотренный образовательный кейс отчётливо иллюстрирует, как много связано с математикой, даже с такой простой её частью – арифметикой. И каждая из связей всегдаводит нас к какой-то нравственной проблеме, на ту или иную сторону морали. В этом нравственная сила математики.

### **Список литературы**

- Виппер Р. Специальная подготовка преподавателя средней школы или поднятие его положения? 1998. [modernproblems/org.ru/education](http://modernproblems/org.ru/education).  
Виктор Дос. Пятое правило арифметики, 2010. [modernproblems/org.ru/education](http://modernproblems/org.ru/education).

- Гладкий. А. В. Откуда берутся учителя, 2010. modernproblems/org.ru/education.  
Кудрявцев Л.Д. Образование и нравственность. М.: ПАИМС, 1994.  
Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и её преподавании. Избранные труды, Т. 3. М.: Физматлит, 2008.  
Тихомиров Н.Б., Шелехов А.М. Лекции по математике для юристов. Тверь, 1997.  
Тихомиров Н.Б., Шелехов А.М. Элементы теории вероятностей и математической статистики Тверь: ТвГУ, 2013.

## **MATHEMATICS AS A CRITERION OF MORALITY**

|                                                                                                              |                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>Shelekhov A. M.</b><br>Dr. Sci. (Physics and mathematics),<br>professor<br>amshelkhov@yandex.ru<br>Moscow | Moscow State Pedagogical University |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|

**Abstract.** The purpose of the article is to show by a concrete example how mathematics teaching currently affects morality. The article illustrates a case study on the calculation of payments by a management company in a non-standard situation and the consideration of possible further negative consequences with the aim of actualizing morality issues by means of mathematics. The considered problem has different aspects – financial, legal, educational, ethical. The educational one consists in the fact that the citizens of our country do not even know arithmetic well, and the ethical one is that by expelling difficulties from the educational process, we educate a low-quality citizen. Practical conclusion: taking into account these circumstances, the educational process, programs, methods, etc. should be adjusted. In particular, it is advisable to remove such complex sections from the general school curriculum as, for example, limits, differentiation, integration, random variables, but study simpler sections of mathematics in more detail, with proofs.

**Keywords:** mathematics, teaching mathematics, financial literacy, case study method, arithmetic, morality.

### **References**

- Gladkij, A. V. (2010). *Otkuda berutsya uchitelya*. modernproblems/org.ru/education.  
Kudryavcev, L. D. (1994). *Obrazovanie i нравstvennost'*. Moscow: PAIMS. (In Russ.)  
Kudryavcev, L. D. (2008). *Mysli o sovremennoj matematike i eyo prepodavanii*. Izbrannye trudy, T. 3. Moscow: Fizmatlit. (In Russ.)  
Tihomirov, N. B., Shelekhov, A. M. (1997). *Lekcii po matematike dlya yuristov*. Tver'. (In Russ.)  
Tihomirov, N. B., Shelekhov, A. M. (2013). *Elementy teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki*. Tver': TvGU. (In Russ.)  
Viktor, Dos. (2010). *Pyatoe pravilo arifmetiki*. modernproblems/org.ru/education.  
Vipper, R. (1998). *Special'naya podgotovka prepodavatelya srednej shkoly ili podnyatie ego polozheniya?* (In Russ.)

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| Статья поступила в редакцию | 08.10.2024 |
| Принята к публикации        | 02.12.2024 |

# ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-65-79

УДК  
377.1

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОЕКТЫ КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТНЫХ КАЧЕСТВ И МОТИВАЦИИ К ОБУЧЕНИЮ

**Коноплева Ирина Викторовна**  
к.ф.м.н., доцент  
irinakonopleva2014@yandex.ru  
г. Ульяновск

**Знаенко Наталья Сергеевна**  
доцент  
znaenns@mail.ru  
г. Ульяновск

**Миронова Людмила Викторовна**  
ассистент  
mironova5509@gmail.com  
г. Ульяновск

Ульяновский институт гражданской  
авиации им. главного маршала авиации  
Б.П. Бугаева

Ульяновский институт гражданской  
авиации им. главного маршала авиации  
Б.П. Бугаева

Ульяновский институт гражданской  
авиации им. главного маршала авиации  
Б.П. Бугаева

**Аннотация.** В современном образовании большое внимание уделяется не только передаче знаний, но и развитию компетенций, которые пригодятся выпускникам вузов в будущем. Учебно-исследовательская проектная работа играет ключевую роль в стимулировании интереса студентов к предмету, позволяет им лучше понять значимость изучаемой дисциплины для будущей профессиональной деятельности. Статья посвящена исследованию роли математических проектов в эффективном развитии личностных качеств студентов и повышении мотивации к обучению. Указаны достоинства метода проектов, рассмотрены эффективные стратегии его применения для решения профессионально-ориентированных задач. Основы этого методического приёма включают в себя постановку целей и задач проекта, распределение ролей в команде, проведение исследований, определение критериев успеха, обсуждение результатов и презентацию проекта. Такой подход не только помогает студентам учиться, но и развивает их творческое мышление, самостоятельность и коммуникативные навыки. Отмечены необходимость разнообразия заданий в проектах, предоставления возможности выбора интересных и полезных для обучаемых тем, варьирования уровня сложности в зависимости от математической подготовленности студентов. Проекты, разрабатываемые под руководством авторов, относятся к двум типам: 1) исследование прикладных задач, связанных с направлением их профессиональной подготовки и включающих численные эксперименты, компьютерное моделирование и статистический анализ; 2) создание дидактических компьютерных игр и видео роликов по различным разделам высшей математики. Активные и интерактивные методы обучения, такие как метод проектов, геймификация и визуализация позволяют повысить интерес к математике, сти-

мулировать процессы мышления, улучшить восприятие информации и значительно обогатить учебный процесс.

**Ключевые слова:** мотивация обучения; метод проектов; профессионально-ориентированные задачи; компьютерное моделирование; вычислительный эксперимент, геймификация, визуализация

### **Введение**

Компетентностный подход – основа современного высшего образования. На практике это означает, что необходимо с первых курсов университетов и институтов не просто передавать студентам некий набор знаний, а формировать набор личностных качеств, которые необходимы и для успешного обучения в вузе, и для жизни в социуме, и для успешного профессионального роста и карьеры. В быстро изменяющемся мире нельзя научить человека раз и навсегда всему. Поэтому важно научить студента учиться, чтобы он постоянно мог совершенствовать свои умения и навыки, развивать способности командной работы. Для этого стоит применять не только традиционные методики преподавания, но интенсифицировать процесс обучения. Помочь в этом могут активные и интерактивные методики, такие как метод проектов, кейс-технологии, деловые и дидактические игры. Данная работа посвящена методу проектов.

Метод проектов не является изобретением современной педагогической науки, он разработан более 100 лет назад американским учёным Дж. Дьюи и использовался сначала в средней школе, в начале 20-х годов прошлого века он внедрялся в практику советской школы С.Т. Шацким. Эволюция этого метода, его основополагающие принципы, примеры его применения подробно изложены в публикации (Исламгулова, 2022). Сейчас трудно представить образовательное учреждение школы, в котором не применяется этот метод. Главное его достоинство – это повышение мотивации обучаемых, всестороннее развитие их личностных качеств. Особенности внедрения метода в вузах России, Казахстана анализируются в публикациях (Глухова, 2024; Калинин, 2020; Нагорный, 2021; Никулина, 2022; Таукебаева, 2023), практические примеры и анализ его преимуществ и сложностей в университетах Финляндии и Китая приведены в статьях (Viro, 2020; Xu, 2021).

Метод проектов можно использовать и для проведения аудиторных занятий, и для организации самостоятельной работы, особенно эффективно его применение в учебно-исследовательской деятельности. Его элементы можно внедрять, начиная с первого семестра, а затем усложнять задачи так, чтобы к окончанию вуза можно было бы защитить ВКР по результатам исследования.

Стоит отметить, что одна из основных трудностей его внедрения – это существенное увеличение нагрузки на преподавателя, что отмечают все исследователи. Но такой подход к обучению стимулирует интерес к предмету и помогает студентам лучше понимать его значение для своего будущего развития.

### **Методология исследования**

Проектная работа является важным и эффективным приёмом успешного изучения любой дисциплины в вузе, стимулирует интерес к предмету (Калинин, 2020; Нагорный, 2020, Никулина, 2022), особенно помогает студентам технических направлений ориентироваться на инженерную подготовку, что поможет лучше понимать значение математики для будущего развития, позволит добиться успехов в профессиональной деятельности (Viro, 2020; Xu, 2021).

Метод проектов используется авторами для исследования прикладных задач, связанных с направлением подготовки курсантов. Прежде всего, составляется план работы: постановка задачи, ее современность, анализ путей ее решения и их сравнение, выбор наиболее оптимального, обсуждение полученных результатов, их интерпретация и новизна. В соответствии с уровнем математической подготовки обучаемых выбираются задания

различной сложности. Это могут быть проекты-рефераты с элементами самостоятельного исследования, задания, в которых требуется иллюстрация известных методов к решению профессиональных задач, и работы исследовательского характера. Практически все такие работы требуют использования для расчётов, моделирования и визуализации решений различных компьютерных программ. Укажем примеры заданий, которые выполняли курсанты специальности «Авиатопливное обеспечение воздушных перевозок и авиационных работ»:

1. *Статистический анализ деградационных свойств авиационного масла.* При работающем достаточное время двигателе авиационное масло изменяет показатели, что влечёт повреждение или поломки техники. При длительных экспериментах и их статистической обработке возможно будет определение критического показателя качества масла и времени его замены.

Курсантами рассмотрены экспериментальные данные по наиболее значимым показателям качества авиационного масла (см. табл.1). Единицы измерения по ГОСТ для простоты не указываем.

Таблица 1.  
Изменение свойств отработанных авиационных масел МС-20  
после 100 часов наработки двигателя АИИ-62ИР

| № опыта | Уровень фактора t             | Функция отклика |                     |                 |             |                      |
|---------|-------------------------------|-----------------|---------------------|-----------------|-------------|----------------------|
|         | Время работы Двигателя (час.) | Вязкость        | Температура вспышки | Кислотное число | Коксуемость | Механические Примеси |
| 1       | $\Delta t_1$                  | 153,2           | 250                 | 0,005           | 0,3         | 0,05                 |
| 2       | $\Delta t_2$                  | 153,3           | 249,5               | 0,050           | 0,6         | 0,175                |
| ...     | ...                           |                 | ....                | ...             | ...         | ...                  |
| 20      | $\Delta t_{20}$               | 155,4           | 220                 | 0,300           | 1,76        | 1,850                |

Линейная регрессия для зависимости механических примесей от времени работы двигателя следующая:

$$Y_{\text{мех/прим}} = 0,017933t + 0,075782,$$

коэффициент корреляции

$$r_B = 0,999 > 0,99$$

означает, что модель линейной регрессии имеет практический смысл.

Получено уравнение линейной регрессии изменения кислотности:

$$Y_{\text{кисл}} = 0,002374t + 0,116667.$$

Найдены невязка

$$\delta = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2 \approx 0,2$$

и коэффициент корреляции  $r_B = 0,84 < 0,9$ , поэтому методом наименьших квадратов составлено уравнение квадратичной зависимости:

$$Y_{\text{кисл}} = -0,000007t^2 + 0,000297t + 0,219931.$$

Невязка для квадратичной регрессии  $\delta \approx 0,3$  больше, чем для линейной, поэтому линейное уравнение лучше описывает зависимость. Графики линейной и квадратичной регрессий приведены на рис 1. (ряды 1 и 2).

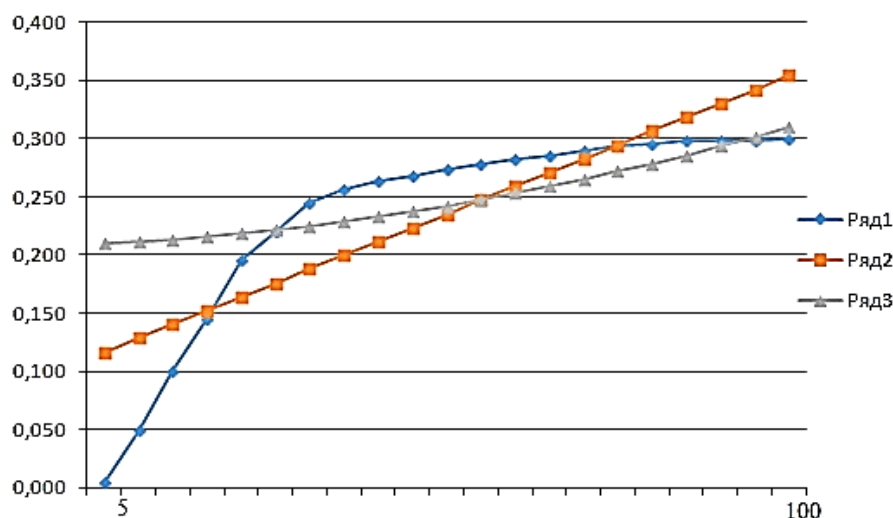


Рис. 1. Изменение кислотности авиационного масла

Получены уравнения и для других показателей масла. Составлено линейное уравнение множественной регрессии для зависимости количества механических примесей от других показателей:

$$Y_{\text{мнж}} = -0,034665y_1 + 0,006078y_2 - 0,0853079y_3 + 1,308157y_4 - 209,050741,$$

здесь  $y_1$  — температура вспышки,  $y_2$  — коксуемость,  $y_3$  — кислотность,  $y_4$  — вязкость. Наибольший коэффициент в полученном уравнении стоит перед переменной  $y_4$ , следовательно, наличие механических примесей в авиационном масле более всего обусловлено его вязкостью.

По коэффициенту множественной корреляции  $R_B = 0,99898$  делается вывод о почти функциональной зависимости. Это же подтверждается коэффициентом множественной детерминации  $R^2 = 0,99796$ , значение которого означает, что 99,796% изменений количества механических примесей обусловлено факторами, входящими в модель.

Статистические исследования показывают также изменения показателей авиационного масла при различных режимах эксплуатации авиационных двигателей.

2. Математические методы определения схемы размещения станций наземного лазерного сканирования проверки технического состояния резервуаров-хранилищ.

Для предотвращения аварий актуальной является задача мониторинга состояния резервуаров с нефтепродуктов. Современная диагностика проводится с помощью станций наземного лазерного сканирования (СНЛС) с высокой точностью и 3D-цифровым изображением объекта. Курсанты изучали математические методы расчёта схемы оптимальной расстановки минимального количества  $N$  лазерных сканеров для максимального осмотра стенок резервуара.

Постановка задачи имеет вид:

$$N = f(D_i, H_i, \psi_i) \rightarrow \min,$$

$D_i$  — расстояние от поверхности резервуара до  $i$ -ого СНЛС;  $H_i$  — высота на которой стоит сканер;  $\psi_i$  — угол падения лазера в точку  $M$  на поверхности резервуара  $M$ , находящуюся на наибольшем расстоянии от лазерного сканера.

Для простоты считаем, что

$$D_1 = D_2 = \dots = D_N \text{ и } H_1 = H_2 = \dots = H_N.$$

Тогда формула для расчётов преобразуется к виду:

$$N = \frac{2\pi R}{L_i - l_{\text{перекр}}} \rightarrow \min$$

$R$  – радиус резервуара;  $L_i$  – длина окружности участка исследуемой поверхности с  $i$ -ого сканера;  $l_{\text{перекр}}$  – длина дуги окружности перекрываемого участка сканируемых с соседних двух станций. С учётом технических характеристик установок длина  $l_{\text{перекр}}$  должна быть не менее 1 метра, предельное наибольшее значение угла  $\psi_i = 45^\circ$ , тогда:

$$L_i = \frac{\pi R}{90^\circ} \arccos \left( \frac{0,5R + \sqrt{0,5 \left[ (H_{\text{ст}} + H_\phi - H_i)^2 + 0,5R^2 + 2RD_i + D_i^2 \right]}}{R + D_i} \right)$$

Из простейших геометрических рассуждений очевидно, что для обеспечения перекрытия нужно ставить не менее пяти СНЛС.

Исследование функции двух переменных  $L = L(D_i, H_i)$  на экстремум с помощью аппарата дифференциального исчисления, т.е. нахождение частных производных функции двух переменных и решение системы уравнений  $\frac{\partial L}{\partial H_i} = 0$  и  $\frac{\partial L}{\partial D_i} = 0$  практически невозможно без компьютерной математики. Выполняя вычисления с помощью программы Maple, получаем  $\frac{\partial L}{\partial H_i} = 0$  при  $H_i = H$ , где  $H$  – высота резервуара, а  $\frac{\partial L}{\partial D_i} = 0$  при  $\{D_i = 9.5 \cdot 10^{-12} R\} \approx 0$ , но это решение противоречит практическому смыслу. Можно также доказать, что  $L = L(D_i, H_i)$  является возрастающей функцией при  $H > 0$  и  $D_i > 0$ , следовательно, не имеет экстремумов в области определения. Поэтому расчёты схемы размещения можно проводить одним из способов:

- 1) задать допустимые значения расстояния сканера от стенки резервуара  $D_i$  и высоты его над землёй  $H_i$  с некоторым шагом и получить результаты расчётов в виде таблицы;
- 2) решить с помощью компьютерной программы (например, Maple) нелинейное уравнение  $N=5$  относительно  $H_i$  при заданном значении  $D_i$  и наоборот;
- 3) найти наименьшее значение функции  $N$  с помощью компьютерной программы при заданных значениях  $D_i$  (или  $H_i$ ). Этот метод наихудший, так как  $N_{\min}$  может оказаться меньше 4.

В первых двух методах расчёты дают одинаковые результаты, при этом второй метод является менее трудоёмким и ранее нигде не использовался.

В работах (Коноплева, 2021, Коноплева, 2023) приведены другие примеры выполненных проектов, например: составление траекторий полёта беспилотника для обследования района крушения самолёта; определение уровня качества наземного обслуживания воздушных судов; задача оптимальной расстановки самолётов на перроне аэропорта с целью минимизации затрат керосина; математическая модель системы авиазаправки самолётов; построение имитационной модели отклонений авиарейсов от расписания на примере аэропорта г. Ульяновска. Результаты этих исследований в дальнейшем используются в учебном процессе, т.к. каждый проект можно разбить на отдельные задачи и приводить их в качестве содержательных примеров и/или на их основе составлять задания для типовых расчётов, лабораторных работ и индивидуальных домашних заданий.

3. *Дидактические игры и их использование в учебном процессе.* Обращение в учебном процессе к игровым методам – это не просто развлечение, а моделирование, формирование каких-либо условных ситуаций и задач. Именно компьютерные игры способны не только

## ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

развивать умственные способности, но и оказывать значительное влияние на формирование таких личностных качеств, как самоорганизованность, самостоятельность, самоконтроль, коммуникативность. Современные учащиеся воспринимают цифровые инструменты в образовании как дополнительные возможности понять и усвоить учебный материал (Биджиева, 2020, Климкович, 2021, Мурзагалина, 2022, Чагин, 2021).

Особая группа проектов, выполняемых под руководством авторов, – это разработка дидактических игр. Данный вид работ является интересным и удобным способом взаимодействия с аудиторией, позволяющим повысить мотивацию, вызвать интерес к учёбе. В разные годы курсанты под руководством преподавателя создали компьютерные игры практически по всем основным разделам курса высшей математики.

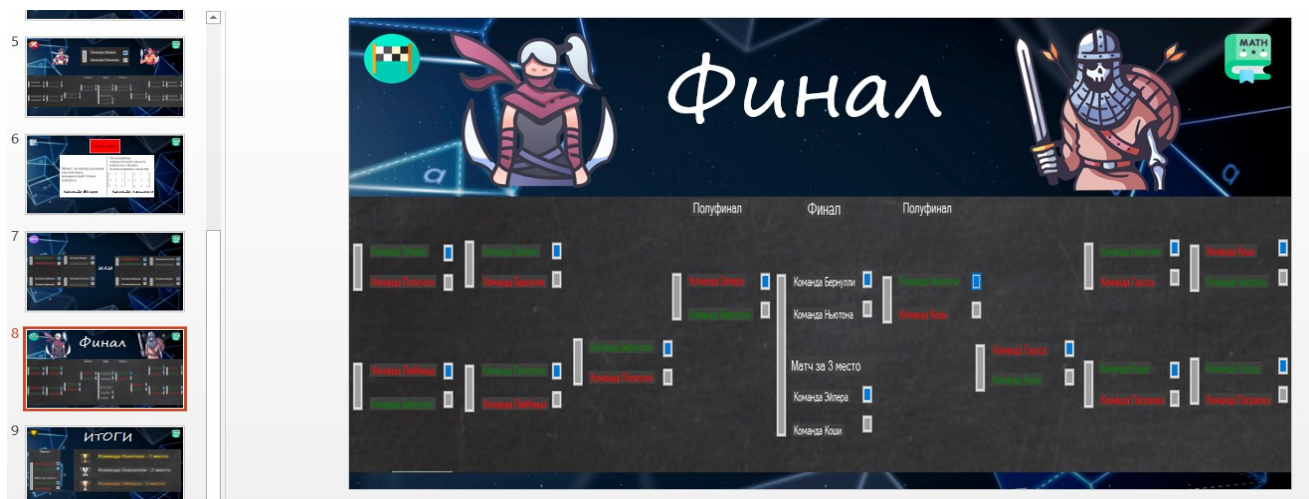
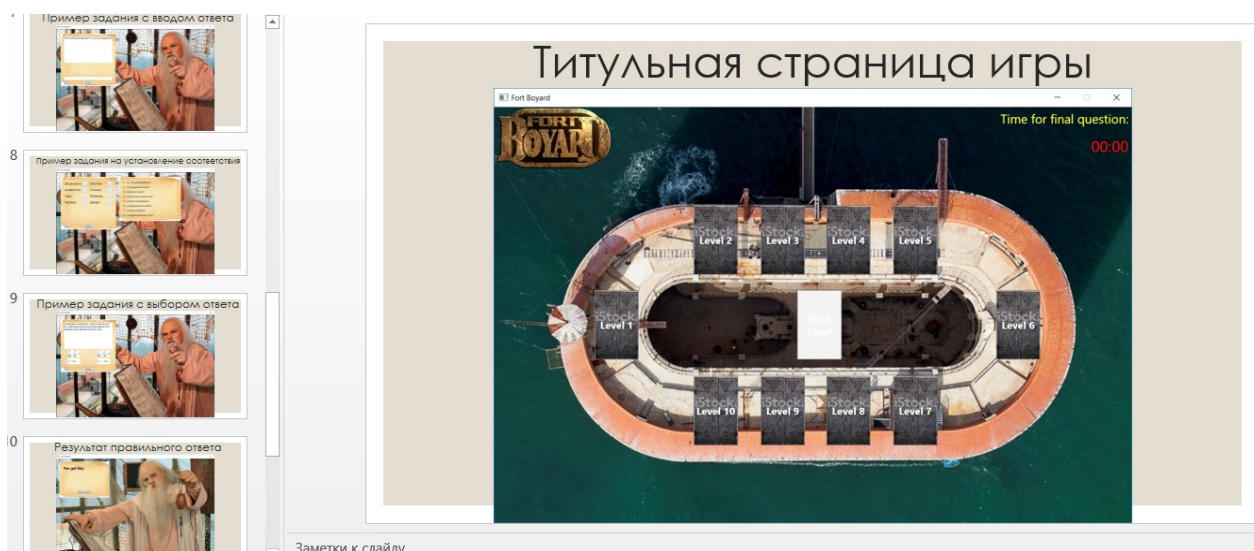


Рис. 2. Викторина по линейной алгебре

Для изучения темы «Линейная алгебра» разработана викторина, проводящаяся по системе "double-elimination" (рис. 2), программный код которой использует язык программирования C# и фреймворк Windows Forms.

При изучении аналитической геометрии применяется игра «Форт Боярд» (рис.3):



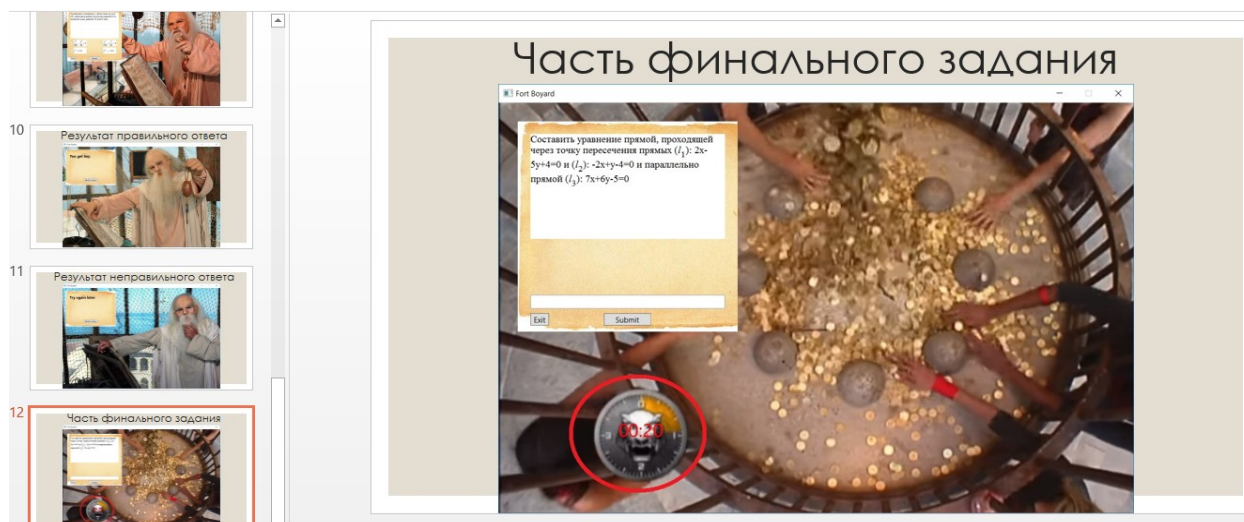


Рис.3. Фрагмент викторины «Форт Боярд»

Пример сценария данной викторины был взят из одноименной телевизионной игры, а сама программа была написана через визуальный редактор «Microsoft Visual Studio» с применением языков программирования: C#, XAML, HTML, CSS.

По темам «Ряды» и «Дифференциальные уравнения» были составлены игры-викторины в формате игры «Своя игра» (рис. 4, рис. 5).

| Категории                   | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
|-----------------------------|----|----|----|-------|----|
| Основные понятия            | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
| Знакоположительные ряды     | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
| Знакопеременные ряды        | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
| Числовые последовательности | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
| Функциональные ряды         | 10 | 20 | 30 | 40    | 50 |
|                             |    |    |    | Далее | ➡  |

Рис. 4. Фрагмент викторины по теме «Ряды»

По разделу «Теория вероятностей» был выполнен проект – браузерная игра «Что? Где? Когда?» (рис. 6), программа к которой создавалась через визуальный редактор «Notepad++», при этом использовались языки web-программирования: HTML (версии 5 и 4 (для совместимости со старыми браузерами, такими как IE 5 и другими), CSS3, javascript-2.0 и PHP5. Также для ускорения процесса создания применялась готовая javascript-библиотека jquery-1.9.1.

5

★

Написать уравнение линейного вида функции  $f(x)$ , заданной таблицей значений функции  $f(x)$ .

6

★

Написать уравнение линейного вида функции  $f(x)$ , заданной таблицей значений функции  $f(x)$ .

7

★

Написать уравнение линейного вида функции  $f(x)$ , заданной таблицей значений функции  $f(x)$ .

8

★

Написать уравнение линейного вида функции  $f(x)$ , заданной таблицей значений функции  $f(x)$ .

| Категории                                                               | 10        | 20        | 30        | 40        |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Общие понятия                                                           | <u>10</u> | <u>20</u> | <u>30</u> | <u>40</u> |
| Уравнения с разделяющимися переменными                                  | <u>10</u> | <u>20</u> | <u>30</u> | <u>40</u> |
| Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами | <u>10</u> | <u>20</u> | <u>30</u> | <u>40</u> |
| Ассорти                                                                 | <u>10</u> | <u>20</u> | <u>30</u> | <u>40</u> |

Рис. 5. Фрагмент викторины по теме «Дифференциальные уравнения»

3

★

Notepad ++

4

★

Языки программирования:

- HTML (версия 5 и 4)
- CSS3
- JavaScript-2.0
- PHP5

5

★

6

★

The screenshot shows a web browser window with a quiz titled "Что? Где? Когда?". The quiz interface includes a pie chart with three segments labeled "Кто?", "Где?", and "Когда?". Below the chart is a code editor showing CSS code for styling the quiz elements. The browser's address bar shows the file path: file:///C:/Users/Павел/Documents/Игра%20теория%20Савченко%20Г/Индex1.html.

Рис.6. Викторина «Что? Где? Когда?»

Не теряет своей актуальности процедура интерактивных опросов, используемых для проверки пройденного или закрепления и понимания текущего материала. Для этого были созданы квизы (от англ. Quiz) – короткие онлайн опросы в виде игры, в конце которых показывается результат.

По теме «Кратные и криволинейные интегралы» проверка знаний реализуется с помощью квиза в виде браузерной игры «CLEVER», состоящей из двух частей, в основу которых положены игры «Домино» и «Лото» (рис. 7).

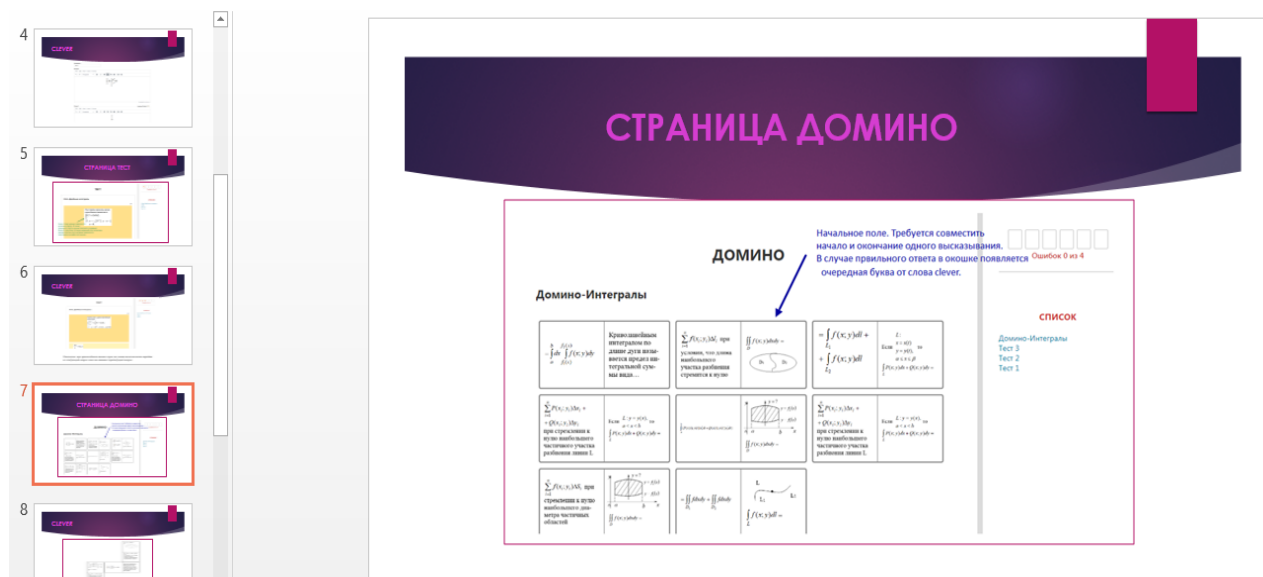


Рис. 7. Браузерная игра «CLEVER»

Для реализации идеи данной игры был создан авторский сайт <https://clever.ifsmart.ru/gt.php>, написана программа через визуальный редактор «Notepad++». Использовались следующие языки web-программирования: HTML, CSS3, и PHP5.

На рис. 8 приведен фрагмент из квиза по теории вероятностей.

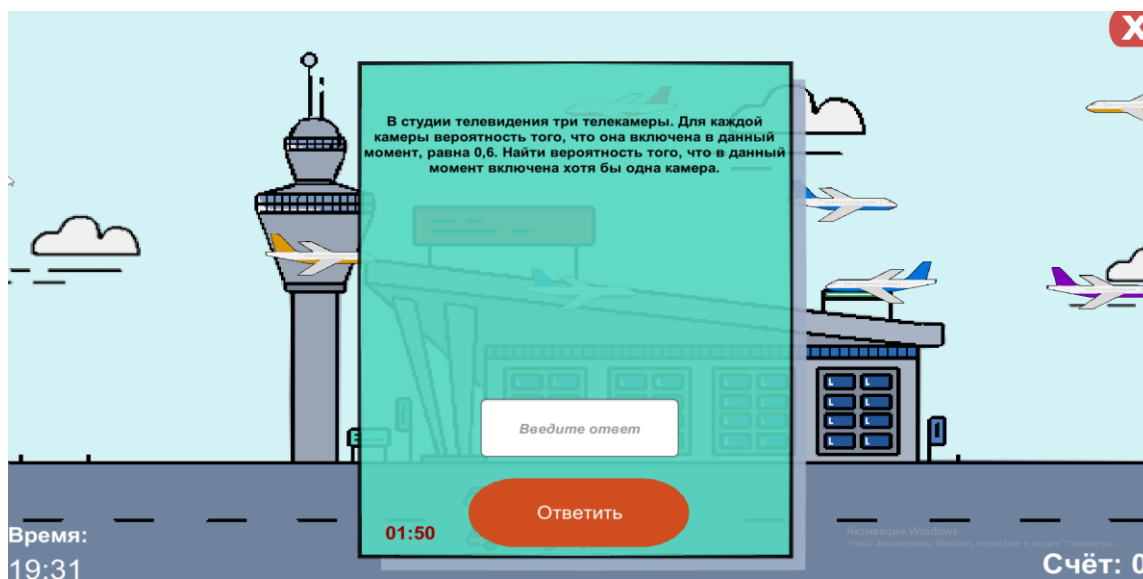


Рис.8. Фрагмент квиза по теории вероятностей

Дидактические игры с использованием современных компьютерных технологий и программ – это эффективный инструмент обучения и развития, создающий творческие ситуации, которые помогают использовать резервные возможности личности и существенно повышают мотивацию курсантов к изучению математики. Они стимулируют мышление, память, внимание, логику, креативность и способность к решению проблем. При этом учащиеся не ощущают нагрузки, а наоборот получают удовольствие от процесса обучения, что подтверждается многочисленными педагогическими экспериментами (Биджиева, 2020; Климкович, 2021; Мурзагалина, 2022; Чагин, 2021).

## ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

4. *Учебные видеоролики и компьютерная визуализация.* Ещё одним мощным инструментом, позволяющим преобразовывать сложные математические концепции в доступные и понятные образы, способствуя более глубокому пониманию и запоминанию, является визуализация. Одним из приёмов визуализации, используемых авторами статьи на занятиях по математике, являются анимационные видеоролики. Был создан мини научно-популярный анимационный сериал «Визиты на кафедру естественнонаучных дисциплин», который охватывает темы «Ряды», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей», «Интегральное исчисление функции одной переменной».



Рис. 9. Серия «Ряды»

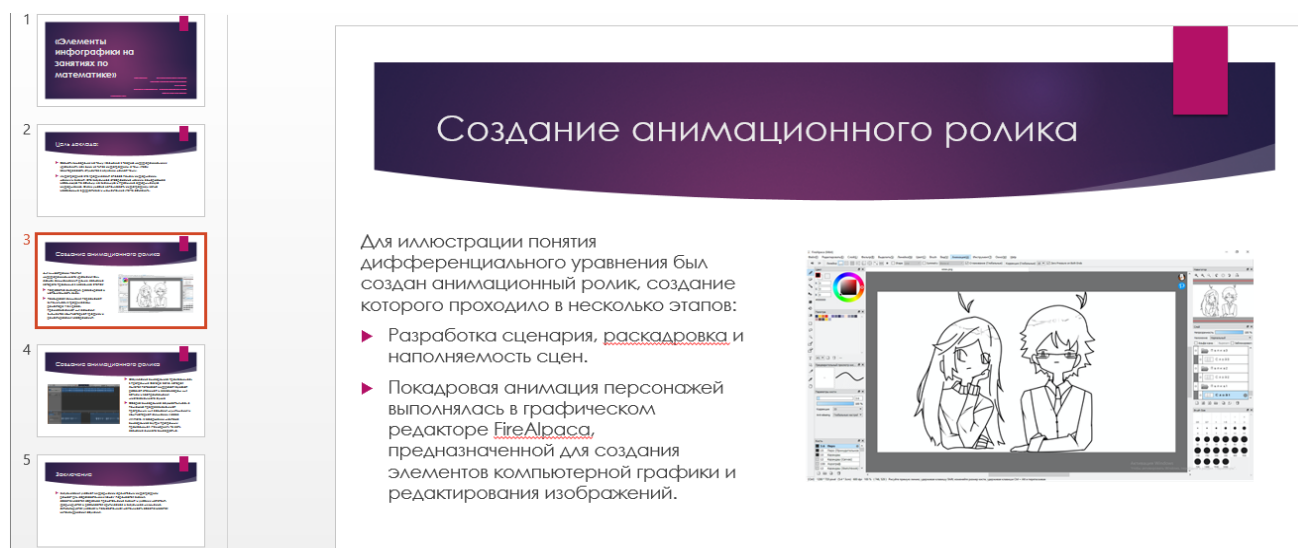


Рис. 10. Серия «Дифференциальные уравнения»

Покадровая анимация персонажей первого созданного ролика по теме «Ряды» выполнялась в программе Adobe Animate, предназначенной для создания мультимедиа и компьютерной анимации, разработанной Adobe Systems, с использованием многофункционального графического редактора Adobe Photoshop. Озвучение видеоролика производилось в программе Adobe Audition с помощью студийного микрофона. Сборка видеоролика осуществлялась с помощью профессиональной программы нелинейного видеомонтажа Adobe Premiere Pro. В завершении монтажа видеоролика внутри программы производился «Рендеринг».

Второй созданный фильм был посвящен теме «Дифференциальные уравнения» (рис. 10). Покадровая анимация персонажей этой серии была сделана в графическом редакторе Fire Alpaca, озвучивание видеоролика осуществлялось в программе Garage Band, сборка

видеоролика реализовалась с помощью профессиональной программы для создания мультимедиа и компьютерной анимации Adobe Animate.

Третья часть посвящалась теории вероятностей (рис. 11).

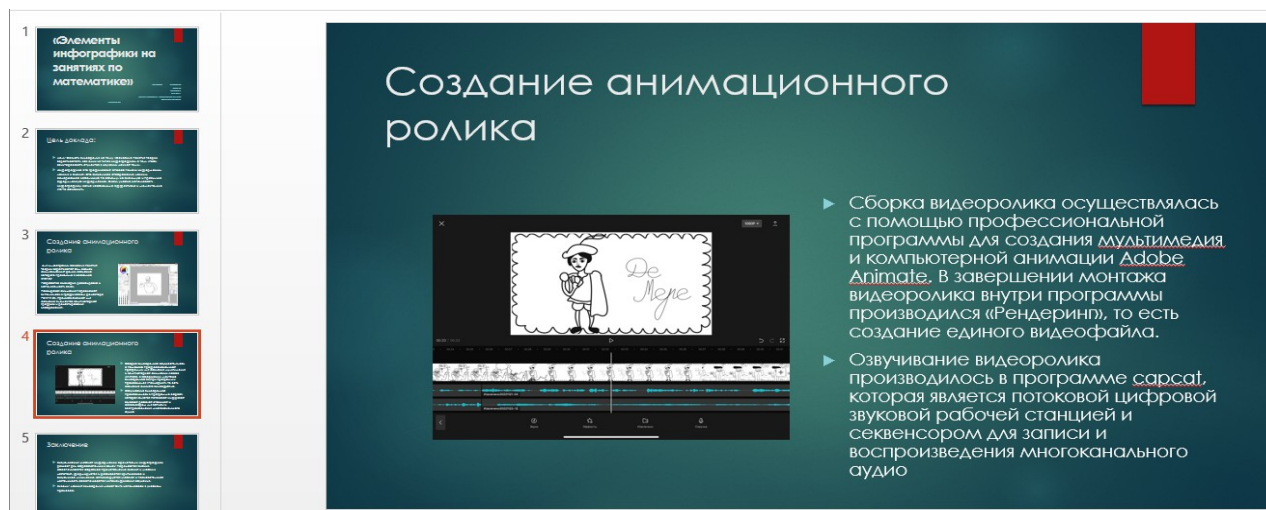


Рис. 11. Серия «Теория вероятностей»

В данной части анимация выполнялась в графическом редакторе Paint 2 sai, предназначенной для создания элементов компьютерной графики и редактирования изображений. Сборка видеоролика осуществлялась с помощью программы для создания мультимедиа и компьютерной анимации Adobe Animate. Озвучивание видеоролика производилось в программе srsr.

Кроме того, были созданы обучающие анимационные видеоролики по темам «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных» и «Интегральное исчисление функции одной переменной» (рис. 12).

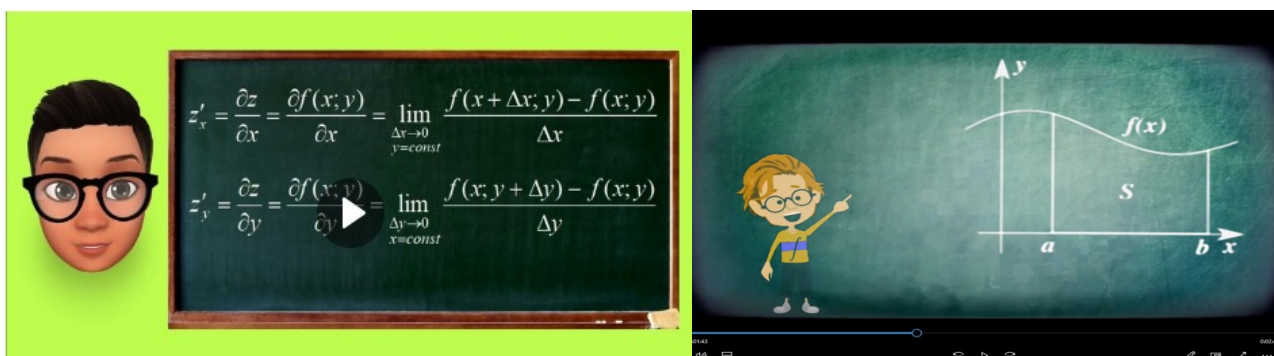


Рис. 12. Фрагменты видеороликов

При создании одного из них использовалась программа Facemoji: 3DEmojiAvatarApp. Данная программа сканирует лицо пользователя при помощи камеры телефона и накладывает на него заранее выбранную маску.

Помимо видеороликов используются и другие визуальные материалы, охватывающие различные темы и применяемые на лекциях, практических занятиях и для самостоятельного изучения материала. В работах (Биджиева, 2020; Мурзагалина, 2022; Чагин, 2021) приведены инструментари, с помощью которых можно создавать и проводить компьютерные игры на аудиторных занятиях и использовать при выполнении самостоятельных работ.

## Выводы

Учебно-исследовательская проектная деятельность стимулирует самостоятельность, делает учебный процесс интересным. Актуальные темы проектов обеспечивают возможность достижения метапредметных результатов и применения знаний на практике, что является

## ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

необходимым шагом для успешных результатов в обучении математике и развитии учащихся как компетентных и самостоятельных личностей, что в дальнейшем способствует их карьерному росту.

Результаты исследований (Исламгулова, 2020; Глухова, 2024; Viro, 2020) и многолетние наблюдения авторов статьи показывают, что студенты, участвующие в проектах, проявляют больший интерес к учебному процессу и исследовательской работе, чем остальные, развивают навыки работы в коллективе.

Для достижения оптимальных результатов необходимо использовать эффективные стратегии. Важно предоставить студентам возможность выбирать интересные для них темы проектов, поощрять успехи студентов в самостоятельных исследованиях и творческий подход к решению задач, создавать условия для сотрудничества и обмена опытом и знаниями. Также необходимо оценивать не только результат, но и процесс работы над проектом. Контекстуальные задачи, основанные на реальных проблемах, могут повысить мотивацию студентов и помочь им развить навыки работы в команде, самоорганизации и управления временем.

При выполнении проектных заданий студенты знакомятся и получают навыки работы с прикладными пакетами компьютерной математики, что повышает их профессиональные навыки.

Положительный эффект имеет также разработка и использование дидактических игр, различных инструментов визуализации, так как:

1. Развивается эмоциональный интеллект. Дидактические игры требуют от участников сопереживания, понимания эмоций других и умения выражать свои собственные. Визуализация позволяет прочувствовать эмоции, представляя разные ситуации, что способствует развитию эмпатии и самосознания.

2. Стимулируется креативность. Дидактические игры часто предполагают нестандартные решения и творческий подход. Визуализация помогает создавать новые образы и идеи, что развивает фантазию и способность к нестандартному мышлению.

3. Повышается мотивация. Игра является естественным для человека способом обучения и развития. Визуализация делает процесс более захватывающим и мотивирующим, помогая увидеть результат и поверить в себя.

4. Различные приёмы визуализации позволяют установить связи между различными понятиями и разделами изучаемой дисциплины, делают абстрактные идеи и теории более доступными и понятными, повышают уровень вовлеченности в учебный процесс, привлекая внимание и повышая мотивацию. Визуальные образы помогают лучше запомнить информацию и создавать более прочные связи в памяти.

### Список литературы

- Биджиева С.Х., Урусова Ф.А.-А. Геймификация образования: проблемы использования и перспективы развития // Мир науки. Педагогика и психология. 2020. № 4. С. 1–10. <https://mir-nauki.com/PDF/34PDMN420.pdf> ISSN 2658-6282
- Глухова О. Ю., Гудов А. М., Сирик С. М. Организация проектного обучения в учреждении высшего образования (на примере Кемеровского государственного университета) // Развитие образования. 2024. Т. 7. № 2. С. 12–20. DOI 10.31483/r-109452.
- Исламгулова С. К. Метод проектов: теория и практика применения // Исследователь / Researcher. 2022. № 3–4. С. 183–199. Т
- Калинин С. И., Торопова С. И. Использование метода проектов в математической Подготовке студентов – будущих экологов// Perspectives of Science & Education. 2020. Vol. 45. № 3. С. 158–168. doi: 10.32744/pse.2020.3.12 ISSN 2307-2334
- Климкович Е.В. Развитие геймификации образования в процессе реализации программ высшего и дополнительного образования // Современное педагогическое образование. 2021. №8. С. 23–26.
- Коноплева И.В., Знаенко Н.С., Миронова Л.В. О методических подходах к изучению курса

- «Обыкновенные дифференциальные уравнения» // Физико-математическое образование в современном обществе: проблемы, пути решения, перспективы развития: материалы Международной научно-практической конференции, Псков, 27-29 сентября 2023 г. Псков: Псковский государственный университет, 2023. С. 102–107.
- Коноплева И.В., Знаенко Н.С., Миронова Л.В. Примеры профессионально-ориентированных задач при изучении курса математики // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования: материалы LXXIV-й научной конференции «Герценовские чтения 2021», Санкт-Петербург, 05-10 апреля 2021 г. Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2021. С. 157–160.
- Мурзагалина Г.М., Тихомирова Г.В., Филиппова О.В., Корнеева Н.Ю., Галиакберова В.Н. Геймификация в образовании как фактор повышения интереса к усвоению учебного материала // Московский экономический журнал. 2022. №4. С.494–501. doi: 10.55186/2413046X\_2022\_7\_4\_227
- Нагорный Д.О., Щербakov С.М. Проектная деятельность в вузе: особенности, проблемы, технологии управления // Информатизация в цифровой экономике. 2021. Т. 2. № 4. С. 167–180. doi: 10.18334/ide.2.4.113393
- Никулина Ю.Н. Проектная деятельность как инструмент профессионального и карьерного развития выпускников // Экономика труда. 2022. Т. 9. № 7. С. 1133–1146. doi: 10.18334/et.9.7.115122
- Таукебаева Р.Б. Метод проектов как способ организации и активизации самостоятельной работы обучающихся // Ясауи университетінің хабаршысы. 2023. № 1(127). С. 225–236. <https://doi.org/10.47526/2023-1/2664-0686.19>
- Чагин С.С. Геймификация профессионального образования: стоит ли игра свеч? // Профессиональное образование и рынок труда. 2021. № 1. С. 26–35. DOI: 10.24412/2307-4264-2021-01-26-35
- Viro, E., Joutsenlahti, J. Learning mathematics by project work in secondary school. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education. 2020. No 8(1). P. 107–132. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.8.1.1372>
- Xu, S., Guo, H., Zhang, H.H. and Liu, X.T. Research on Project Teaching Method of Vehicle Dynamics under the Background of “New Engineering”. Open Access Library Journal. 2021 No 8(2). P. 1–7. <https://doi.org/10.4236/oalib.1107157>

## MATHEMATICAL PROJECTS AS A TOOL FOR DEVELOPING PERSONAL QUALITIES AND MOTIVATION TO LEARN

**Konopleva I. V.**  
Dr. Sci. (Mathematics), associate Professor  
[irinakonopleva2014@yandex.ru](mailto:irinakonopleva2014@yandex.ru)

Ulyanovsk

**Znaenko N. S.**  
associate professor  
[znaenns@mail.ru](mailto:znaenns@mail.ru)

Ulyanovsk

**Mironova L. V.**  
assistan  
[mironova5509@gmail.com](mailto:mironova5509@gmail.com)  
Ulyanovsk

Ulyanovsk Institute of Civil Aviation named after  
Chief Marshal of Aviation B.P. Bugaev

Ulyanovsk Institute of Civil Aviation named after  
Chief Marshal of Aviation B.P. Bugaev

Ulyanovsk Institute of Civil Aviation named after  
Chief Marshal of Aviation B.P. Bugaev

**Abstract.** In modern education, much attention is paid not only to the transfer of knowledge, but also to the development of competencies that will be useful to

university graduates in the future. Educational and research project work plays a key role in stimulating students' interest in the subject, allowing them to better understand the significance of the discipline being studied for their future professional activities. The article is devoted to the study of the role of mathematical projects in the effective development of students' personal qualities and increasing motivation for learning. The advantages of the project method are indicated, effective strategies for its application for solving professionally oriented problems are considered. The basics of this methodological technique include setting goals and objectives of the project, distributing roles in the team, conducting research, defining success criteria, discussing the results and presenting the project. This approach not only helps students learn, but also develops their creative thinking, independence and communication skills. The need for a variety of tasks in projects, providing an opportunity to choose interesting and useful topics for students, varying the level of difficulty depending on the mathematical preparedness of students is noted. The projects developed under the supervision of the authors are of two types: 1) the study of applied problems related to the direction of their professional training, including numerical experiments, computer modeling and statistical analysis; 2) the creation of didactic computer games and video clips on various sections of higher mathematics. Active and interactive teaching methods, such as the project method, gamification and visualization, help to increase interest in mathematics, stimulate thinking, improve the perception of information and significantly enrich the educational process.

**Keywords:** motivation for learning; project method; professionally oriented tasks; computer modeling; computational experiment, gamification, visualization

## References

- Bidzhieva, S. Kh., Urusova, F. A.-A. (2020). Gamification of education: problems of use and Development prospects. *World of science. Pedagogy and psychology*, 4, 1-10. <https://mir-nauki.com/PDF/34PDMN420.pdf> ISSN 2658-6282 (In Russ., abstract in Eng.).
- Chagin, S. S. (2021). Gamification of Professional Education: Is the Game Worth the Candle? *Professional Education and the Labor Market*, 1, 26–35. DOI: 10.24412/2307-4264-2021-01-26-35
- Glukhova, O. Yu., Gudov, A. M., Sirik S. M. (2024). Organization of project-based learning in an Institution of higher education (on the example of Kemerovo State University). *Education Development*, 7(2), 12–20. <https://doi.org/10.31483/r-109452> (In Russ., abstract in Eng.).
- Islamgulova, S. K. (2022). Project method: theory and practice of application. *Researcher*, 3–4, 183–199. (In Russ., abstract in Engl.).
- Kalinin, S. I., Toropova, S. I. (2020). Using the project method in mathematical training of students – future ecologists. *Perspectives of Science & Education*, 45(3), 158–168. doi: 10.32744/pse.2020.3.12 ISSN 2307-2334 (In Russ., abstract in Eng.)
- Klimkovich, E. V. (2021). Development of gamification of education in the process of implementing programs of higher and additional education. *Sovremennoe pedagogicheskoe obrazovanie*, 8, 23–26.
- Konopleva, I. V., Znaenko, N. S., Mironova, L. V. (2023). O metodicheskikh podhodah k izucheniju kursa «Obyknovennye differencial'nye uravnenija» [On methodological approaches to studying the course "Ordinary differential equations"]. *Fiziko-matematicheskoe obrazovanie v sovremennom obshchestve: problemy, puti reshenija, perspektivy razvitiya: materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Pskov, September 27-29, 2023* (pp. 102-107). Pskov: Pskovskij gosudarstvennyj universitet. (In Russ.).

- Konopleva, I. V., Znaenko, N. S., Mironova, L. V. (2021). Primery professional'no-orientirovannyh zadach pri izuchenii kursa matematiki [Examples of professionally-oriented tasks in studying education]. *Nekotorye aktual'nye problemy sovremennoj matematiki i matematicheskogo obrazovanija: materialy LXXIV-j nauchnoj konferencii «Gercenovskie chtenija 2021»*, Sankt-Peterburg, 05-10 aprelja 2021 (pp. 157-160). St. Petersburg: Rossijskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet im. A.I. Gercena. (In Russ.).
- Murzagalina, G. M., Tikhomirova, G. V., Filippova, O. V., Korneeva, N. Yu., Galiakberova, V. N. (2022). Gamification in education as a factor in increasing interest in learning educational material. *Moskovskij jekonomicheskij zhurnall*, 4, 494–501. doi: 10.55186/2413046X\_2022\_7\_4\_227
- Nagorny, D. O., Shcherbakov, S. M. (2021). Project activities at the university: features, problems, management technologies. *Informatization in the digital economy*, 2(4), 167–180. doi: 10.18334/ide.2.4.113393 (In Russ., abstract in Eng.)
- Nikulina, Yu. N. (2022). Project activities as a tool for professional and career development of Graduates. *Labor Economics*, 9(7), 1133–1146. doi: 10.18334/et.9.7.115122 (In Russ., abstract in Eng.)
- Taukebaeva, R. B. (2023). Metod proektov kak sposob organizacii i aktivizacii samostoiatelnoi raboty obuchaiushihsia [The Method of Project as a Way of Organizing and Activating the Students' self-work]. *Bulletin of Yasawi University*, 1(127), 225–236. <https://doi.org/10.47526/2023-1/2664-0686.19> (In Russ., abstract in Eng.).
- Viro, E., Joutsenlahti, J. (2020). Learning mathematics by project work in secondary school. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 8(1), 107–132. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.8.1.1372>
- Xu, S., Guo, H., Zhang, H.H. and Liu, X.T. (2021). Research on Project Teaching Method of Vehicle Dynamics under the Background of “New Engineering”. *Open Access Library Journal*, 8(2), 1–7. <https://doi.org/10.4236/oalib.1107157>

Статья поступила в редакцию 10.09.2024  
Принята к публикации 24.10.2024

## МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

---

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-80-87

УДК  
378.147

### ПЕДАГОГ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ: ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ ПОДГОТОВКИ И АЛГОРИТМЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

**Заславская Ольга Юрьевна**  
д.п.н., профессор  
zaslavskaya@mgpu.ru  
г. Москва

ГАОУ ВО города Москвы «Московский  
городской педагогический университет»

**Побединская Татьяна Васильевна**  
0724tatiana@gmail.com  
г. Москва

ООО «Мобильное электронное образова-  
ние»

**Аннотация.** В статье рассмотрены основные особенности организации образовательного процесса в современных условиях цифровизации. Рассматриваются возможности цифровых технологий, которые позволяют существенно обогатить организацию и управление образовательным процессом, при этом отмечается необходимость осуществления соответствующей подготовки педагогических кадров. Авторы отмечают, что цифровизация современного образования и переход к дистанционному обучению в условиях пандемии коронавируса выявили новые проблемы в области образования, требующие всестороннего рассмотрения вопросов персонализации обучения на основе применения технологий машинного обучения. Рассмотрены типы машинного обучения и предложен подход к проектированию современного цифрового сервиса, осуществляющего поддержку организации персонализированного образовательного процесса.

**Ключевые слова:** информатизация образования, персонализация обучения, алгоритмы машинного обучения, цифровизация, теория и методика обучения

### Введение

Одной из основных особенностей организации образовательного процесса в современных условиях цифровизации является широкое использование мультимедийных (иммерсивных) технологий (Гриншкун, 2008).

Такие технологии:

1) обогащают образовательный процесс, делают обучение более эффективным, включая в процесс восприятия большое количество чувств ученика. Мультимедийные и иммерсивные технологии позволяют реализовать принцип наглядности в обучении на новом, более высоком уровне. Например, обучающиеся могут использовать видео- и аудио- записи, анимацию и виртуальные туры для более глубокого понимания материала;

2) предоставляют возможность осуществить контроль и оценку динамики результатов обучения учащихся в режиме реального времени. С помощью интеллектуального анализа данных преподаватели могут оперативно оценивать успеваемость обучающихся и

адаптировать процесс обучения в соответствии с их личными особенностями и персональными возможностями;

3) обеспечивают возможность получать учебные материалы и задания в географически удаленных районах в условиях ограниченной мобильности или необходимости получать обучение в гибком индивидуальном графике.

В Распоряжении Правительства РФ от 2 декабря 2021 г. № 3427-р «Об утверждении стратегического направления в области цифровой трансформации образования», относящейся к сфере деятельности Министерства просвещения РФ отмечаются такие проблемы и вызовы цифровой информации, как «разрозненность верифицированного цифрового образовательного контента, отсутствие единой точки «сборки» верифицированного контента, сопровождающейся едиными требованиями», «проблемы обработки больших данных и объективности данных, на основании которых принимаются управленческие решения» (Распоряжение Правительства РФ, 2021).

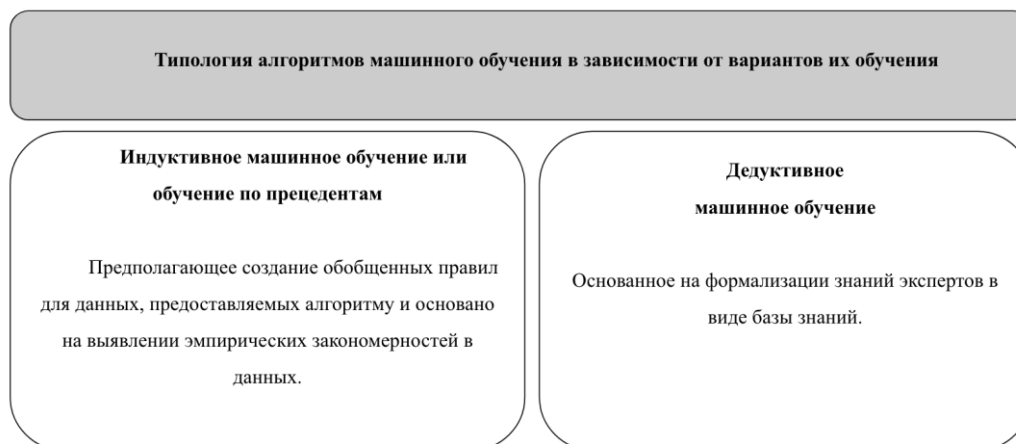
Необходимо обеспечить интеграцию цифровых технологий в образовательный процесс с учетом индивидуальных потребностей обучающихся и преподавателей. Это может включать в себя использование интеллектуальных систем для персонализации обучения и адаптивного курса, а также использование мобильных технологий для доступа к образованию в любое время и в любом месте (Вахидова, 2022), (Резниченко, 2024), (Надтачаев, 2023).

Таким образом, выбор подхода подготовки педагога в области применения новых технологий в целом зависит от педагогической системы, в которой он реализуется, от степени его реализации. Однако цифровизация современного образования, а также переход к дистанционному обучению в условиях пандемии коронавируса выявили новые проблемы в области образования, которые подчеркивают важность организации образовательного процесса в цифровой образовательной среде, развития его теоретических и концептуальных основ, а также создания методической системы адаптивного обучения по учебным дисциплинам на всех стадиях этого процесса и связи друг с другом (Заславская, 2020), (Заславская, 2020), (Левицкий, 2022).

#### **Методология исследования**

В современном мире машинное обучение является одним из важных компонентов области науки о данных. За последние пару десятилетий технологические достижения в области хранения и обработки данных позволили создать ряд инновационных продуктов, основанных на машинном обучении. Являясь одним из разделов области искусственного интеллекта, машинное обучение использует алгоритмы для изучения данных и принятия прогнозов или решений без явных инструкций (Побединская, 2022), (Побединская, 2023).

Алгоритмы машинного обучения принято разделять на два основных типа в зависимости от вариантов их обучения (Рис. 1).



*Рис. 1. Типология алгоритмов машинного обучения в зависимости от вариантов из обучения*

## МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Первый тип – это индуктивное машинное обучение или обучение по прецедентам, предполагающее создание обобщенных правил для данных, предоставляемых алгоритму и основано на выявлении эмпирических закономерностей в данных.

Второй тип – это дедуктивное машинное обучение, основанное на формализации знаний экспертов в виде базы знаний.

Также принято типизировать алгоритмы машинного обучения в зависимости от методов на алгоритмы с неконтролируемым обучением, с контролируемым обучением и полуконтролируемым обучением (Russell, 1995).

### Результаты

В контексте цифровизации образования становится актуальной задачей создание сервисов, которые могут персонализировать обучение, исходя из индивидуальных особенностей каждого учащегося. Сервис диагностики и формирования персональных образовательных траекторий может стать эффективным инструментом для решения этой проблемы.

Существуют различные подходы осуществления персонализации подготовки и применения алгоритмов машинного обучения, например, подход, основанный на составлении учащимся персонального учебного плана, отражающего краткосрочные и долгосрочные цели обучения с учетом результатов профориентации. Распространен подход, который предполагает развитие учащегося в зоне ближайшего развития. Известно применение «умной» диагностики учащегося, помогающей выявить пробелы в предметных знаниях. Данный подход предполагает создание персонального профиля учащегося и фиксации учебного стиля и рекомендаций по обучению. Существует подход, базирующийся на образовательных стратегиях учащегося и основанный на создании персональной образовательной программы. Иногда персонализацию рассматривают как развитие у учащегося гибких навыков и универсальных учебных действий, эмоционального интеллекта.

Рассмотрим проектирование веб-приложения «Цифровой помощник». Предлагаемая модель информатизации персонализированного обучения на основе использования алгоритмов машинного обучения включает в себя следующие компоненты (Рис. 2):

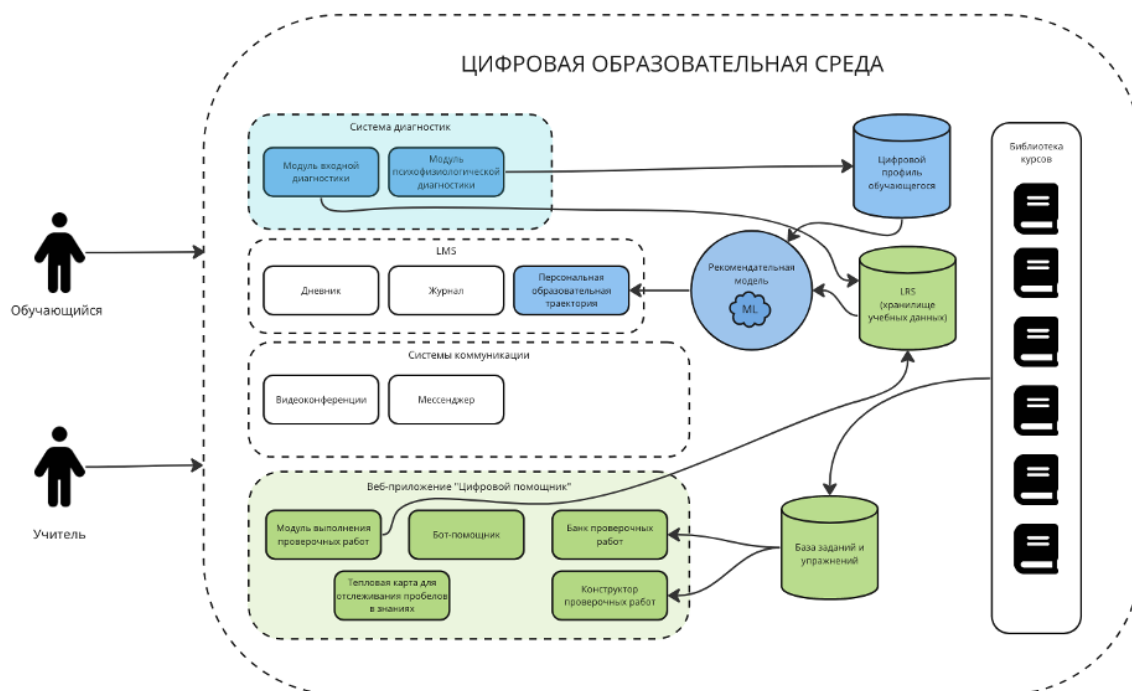


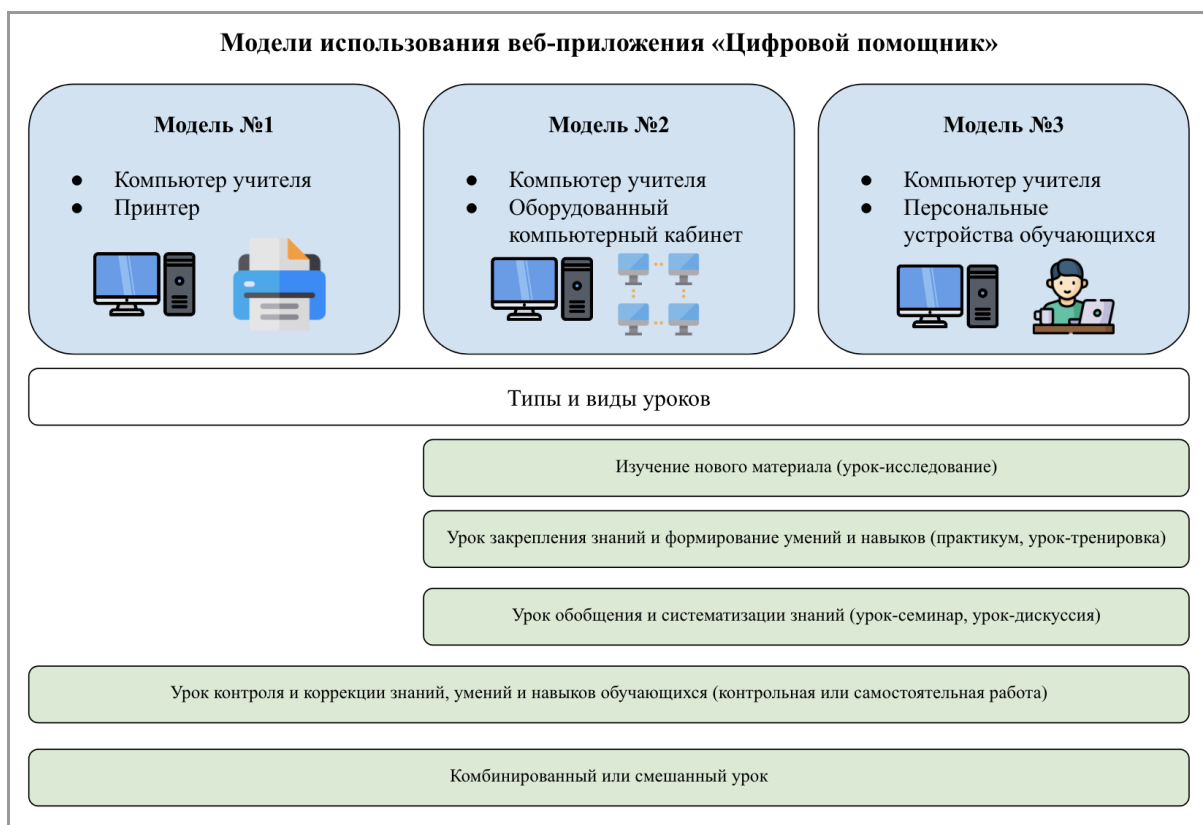
Рис. 2. Модель информатизации персонализированного обучения на основе использования алгоритмов машинного обучения

Веб-приложение «Цифровой помощник» представляет собой уникальный ресурс, который объединяет огромное количество учебных материалов, классифицированных по различным уровням сложности, навыкам и темам, что предоставляет учителю широкие возможности для персонализации обучения, а также для проведения комплексного обучения, сосредоточенного на развитии межпредметных связей.

Благодаря доступу к подобной базе материалов, учитель может гибко подстраивать учебный процесс под отдельного ученика или группу. Используя принцип персонализированного подхода, можно отобрать материалы, соответствующие конкретному уровню сложности, навыкам и интересам ученика. Таким образом, данное веб-приложение помогает реализовать персонализированную модель обучения, повышая мотивацию и вовлеченность учеников в образовательный процесс.

Стоит отметить, что веб-приложение «Цифровой помощник» является универсальным для всех форм обучения (фронтальной работы, групповой и индивидуальной), но в данном исследовании мы рассматриваем только индивидуальный (персонализированный) подход.

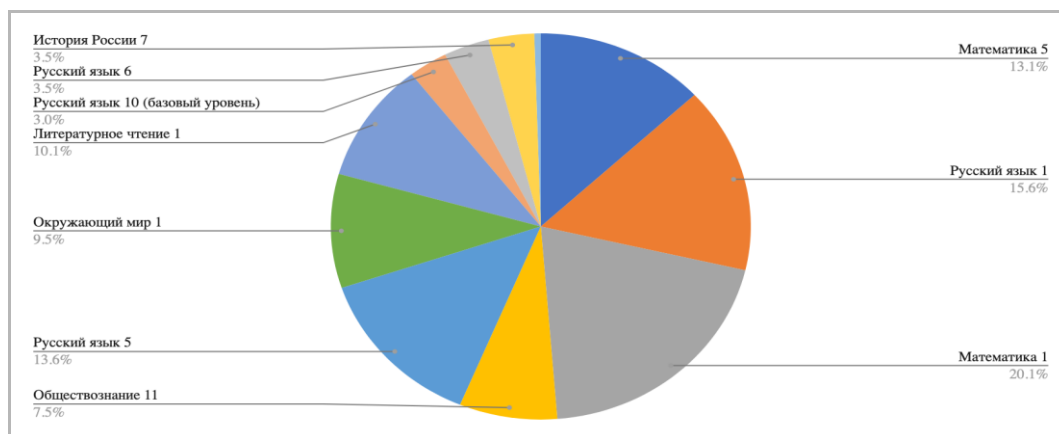
Всего доступно 3 модели использования в учебном процессе веб-приложения «Цифровой помощник» в зависимости от используемых средств обучения (Рис. 3).



*Рис. 3. Модели использования веб-приложения «Цифровой помощник»*

Эксперимент проводился в формате двухэтапной апробации в 43 субъектах РФ, в 99 общеобразовательных школах среди 119 учителей и 1640 обучающихся.

По результатам апробации, самыми востребованными оказались цифровые помощники по Математике и Русскому языку для 1 и 5 классов, при этом в Математике 1 кл учителя предпочитали назначать обучающимся готовые проверочные работы из банка проверочных работ, а в Математике 5 кл учителя предпочитали самостоятельно формировать уникальные работы для через конструктор проверочных работ. Учителя русского языка в 1 и 5 классе в равном соотношении использовали и банк проверочных работ и конструктор (Диаграмма 1).



*Диаграмма 1. Использование учетных материалов по предметам*

Анализ текущего содержания учебных курсов показал нехватку вариаций заданий в соответствии с интересами обучающихся, их уровнем знаний и отсутствие тематического линкования дидактических единиц. Для реализации задачи по построению персональных образовательных траекторий и рекомендаций учебных материалов потребовалось осуществить и обогатить текущее содержание. Далее данные дидактические единицы были протегированы по предметным навыкам, универсальным учебным действиям, навыкам и компетенциям функциональной грамотности, рекомендуемому времени выполнения и сложности. Также в результате анализа текущих учебных материалов было выявлено недостаточное покрытие всех уровней сложности и отсутствие вариаций заданий в контексте персональных интересов обучающихся.

Для успешного применения веб-приложения «Цифровой помощник учителя» в образовательном процессе учителю, прежде всего, необходимо освоить функциональность данного приложения как конечного пользователя. Это включает понимание его интерфейса, особенностей работы и предоставляемых возможностей. Специализированные знания в области алгоритмов машинного обучения и методов ранжирования учебного контента, хоть и могут представлять интерес для учителя, не являются неотъемлемыми требованиями для эффективного использования приложения. Такие аспекты относятся к области разработки и поддержки программного обеспечения и обычно не становятся предметом внимания конечного пользователя. Тем не менее если учитель проявляет интерес к технологиям машинного обучения и методам ранжирования контента, это может обогатить его понимание функциональности приложения

### **Заключение**

Содержание образования играет важную роль в персонализации образовательного процесса. Один из способов персонализации образовательного процесса – это предоставление учащимся доступа к различным образовательным ресурсам, которые могут быть индивидуализированы в соответствии с их потребностями и интересами. Важным аспектом такого подхода является разнообразие содержания образования. Содержание образования должно быть разнообразным и соответствовать потребностям и интересам обучающихся. Это помогает учащимся изучать материал в соответствии со своими способностями и наращивать знания по мере продвижения в обучении.

Благодаря доступу к подобной базе материалов, учитель может гибко подстраивать учебный процесс под отдельного ученика или группу. Используя принцип персонализированного подхода, можно отобрать материалы, соответствующие конкретному уровню сложности, навыкам и интересам ученика, реализовать персонализированную модель обучения, повышая мотивацию и вовлеченность учеников в образовательный процесс.

### Список литературы

- Вахидова Л.В. Персонализация как фактор успешной подготовки специалиста в информационно-образовательной среде вуза // Современное общество и педагогическое образование: Сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной 60-летию кафедры «Педагогика», Нур-Султан, 22 апреля 2022 года. Нур-Сұлтан: Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, 2022. С. 15-23.
- Гриншкун В.В. Информатизация образования. Фундаментальные основы. Томск Из-во «ТМЛ-Пресс», 2008.
- Заславская О.Ю. Как меняется обучение: трансформация образования в условиях развития цифровых технологий // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: Материалы IV Международной научной конференции. В двух частях, Красноярск, 6–9 октября 2020 года. Том Часть 2. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2020. С. 426-430.
- Заславская О.Ю. Анализ подходов к трансформации образования в условиях развития иммерсивных и других цифровых технологий // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. № 3(53). С. 16-20. DOI: 10.25688/2072-9014.2020.53.3.02
- Левицкий М.Л., Гриншкун В.В., Заславская О.Ю. Тенденции и особенности современного этапа информатизации высшей школы // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2022. Т. 19. № 4. С. 285-299. DOI: 10.22363/2312-8631-2022-19-4-285-299
- Надтачаев П.В., Мельник П.В. Дуализм цифровизации современного образования // Заметки ученого. 2023. № 7. С. 188-191.
- Побединская Т.В., Заславская О.Ю. Персонализация заданий для учащихся на основе их личных предпочтений и интересов как средство повышения вовлеченности в учебную деятельность // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2023. № 2(64). С. 125-132. DOI: 10.25688/2072-9014.2023.64.2.12
- Побединская Т.В., Заславская О.Ю. Использование алгоритмов машинного обучения для прогноза успеваемости учащихся основной школы // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2022. № 4(62). С. 75-82. DOI: 10.25688/2072-9014.2022.62.4.06.
- Распоряжение Правительства РФ от 2 декабря 2021 г. № 3427-р «Об утверждении стратегического направления в области цифровой трансформации образования, относящейся к сфере деятельности Министерства просвещения РФ». Москва, 2021.
- Резниченко А.В, Жук И.А. Цифровизация общества и системы образования: особенности методики преподавания высшей математики в вузе // Новые технологии. Наука, техника, педагогика (New Technologies. Science, Engineering, Pedagogics): Материалы Всероссийской научно-практической конференции (Proceedings of the All-Russian scientific-practical conference). Москва, 19–26 февраля 2024 года. М.: Московский Политех, 2024. С. 338-344.
- Russell S.J. Artificial Intelligence. A Modern Approach. Pearson Education, 1995.

**TEACHER IN THE AGE OF DIGITALIZATION: KEY ASPECTS OF  
PERSONALIZATION OF TRAINING AND MACHINE LEARNING  
ALGORITHMS**

|                                                                                              |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| <b>Zaslavskaya O. Yu.</b><br>Dr. Sci. (Pedagogy), professor<br>zaslavskaya@mgpu.ru<br>Moscow | Moscow City University   |
| <b>Pobedinskaya T. V.</b><br>0724tatiana@gmail.com<br>Moscow                                 | LLC «Mobile e-education» |

**Abstract.** The article discusses the main features of the organization of the educational process in the modern conditions of digitalization. The possibilities of digital technologies that can significantly enrich the organization and management of the educational process are considered, while the need for appropriate training of teaching staff is noted. The authors note that the digitalization of modern education and the transition to distance learning in the context of the coronavirus pandemic have revealed new problems in the field of education that require a comprehensive consideration of the issues of personalization of learning based on the use of machine learning technologies. The types of machine learning are considered and an approach to designing a modern digital service that supports the organization of a personalized educational process is proposed.

**Keywords:** информатизация образования, персонализация обучения, алгоритмы машинного обучения, цифровизация, теория и методика обучения

**References**

- Grinshkun, V. V. (2008). Informatization of education. Fundamental foundations. Tomsk: Publishing House "TML-Press". (In Russ).
- Levitsky, M. L., Grinshkun, V. V., Zaslavskaya, O. Yu. (2022). Trends and Features of the Modern Stage of Informatization of Higher Education. *Bulletin of the Peoples Friendship University of Russia. Series: Informatization of Education*, 19(4), 285-299. DOI: 10.22363/2312-8631-2022-19-4-285-299. (In Russ., abstract in Eng.)
- Nadtachaev, P. V., Melnik, S. V. (2023). Dualism of digitalization of modern education. *Notes of a scientist*, 7, 188-191. (In Russ).
- Order of the Government of the Russian Federation (2021), of December 2, 2021 No. 3427-r "On approval of the strategic direction in the field of digital transformation of education related to the scope of activities of the Ministry of Education of the Russian Federation." (In Russ).
- Pobedinskaya, T. V., Zaslavskaya, O. Yu. (2023). Personalization of tasks for students based on their personal preferences and interests as a means of increasing engagement in learning activities. *Bulletin of Moscow State Pedagogical Univ. Series: Computer Science and Informatization of Education*, 2(64), 125-132. (In Russ).
- Pobedinskaya, T. V., Zaslavskaya, O. Yu. (2022). Using machine learning algorithms to predict the academic performance of secondary school students. *Bulletin of Moscow State Pedagogical Univ. Series: Computer Science and Informatization of Education*, 4(62), 75-82. (In Russ).
- Reznichenko, A. V., Zhuk, I. A. (2024). Cifrovizaciya obshchestva i sistemy obrazovaniya: osobennosti metodiki prepodavaniya vysshej matematiki v vuze [Digitalization of society

and the education system: features of the methodology of teaching higher mathematics at the university]. *Novye tekhnologii. Nauka, tekhnika, pedagogika (New Technologies. Science, Engineering, Pedagogics): Materialy Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Proceedings of the All-Russian scientific-practical conference)*. Moskva, 19–26 fevralya 2024 goda. (pp. 338-344). Moskovskij Politekh. (In Russ).

Russell, S. J. (1995). *Artificial Intelligence. A Modern Approach*. Pearson Education.

Vakhidova, L. V. (2022). Personalizatsiya kak faktor uspeshnoj podgotovki specialista v informacionno-obrazovatel'noj srede vuza [Personalization as a factor in the successful training of a specialist in the information and educational environment of a university]. *Sovremennoe obshchestvo i pedagogicheskoe obrazovanie: Sbornik materialov Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvyashchennoj 60-letiyu kafedry «Pedagogika»*. Nur-Sultan, 22 aprelya 2022 goda. (pp. 15-23). Nur-Syġtan: Evrazijskij nacional'nyj universitet im. L.N. Gumileva. (In Russ).

Zaslavskaya, O. Yu. (2020). Kak menyaetsya obuchenie: transformatsiya obrazovaniya v usloviyah razvitiya cifrovyyh tekhnologiy [How learning is changing: transformation of education in the context of development of digital technologies]. *Informatizatsiya obrazovaniya i metodika elektronnoogo obucheniya: cifrovye tekhnologii v obrazovanii: Materialy IV Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. V dvuh chastyah*, Krasnoyarsk, 6–9 oktyabrya 2020 goda. Tom Chast' 2. (pp. 426-430). Krasnoyarsk: Sibirskij federal'nyj universitet. (In Russ).

Zaslavskaya, O. Yu. (2020). Analysis of approaches to transformation of education in the context of development of immersive and other digital technologies. *Bulletin of Moscow State Pedagogical Univ. Series: Computer Science and Informatization of Education*, 3(53), 16-20. DOI: 10.25688/2072-9014.2020.53.3.02. (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию 29.11.2024

Принята к публикации 09.12.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-88-95

УДК  
37.012.3

## АНАЛИЗ ИИ-ГЕНЕРАТОРОВ ДЛЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ

**Чванова Марина Сергеевна**

д.п.н., профессор  
tmbtsu@gmail.com  
г. Москва

**Багин Вадим Анатольевич**

vadimbaginwork@gmail.com  
г. Москва

Московский государственный университет  
технологий и управления имени  
К.Г. Разумовского (Первый казачий  
университет)

«Российский биотехнологический  
университет» (РОСБИОТЕХ)

**Аннотация.** Использование нейронных сетей в разработке видеолекций для образовательной системы изучено недостаточно, что затрудняет понимание их потенциала в обучении и педагогических возможностей. В статье рассматриваются методы выбора оптимальных программных решений для создания обучающих видеолекций. В процессе исследования были проанализированы следующие инструменты: Visper, Colossyan Creator, DeepBrain AI, D-ID, HumanPal и другие по четырём категориям критериев (основные характеристики платформы, удобство использования, качество видео/аватаров ИИ, дополнительные функции). В статье приводится рейтинг данных инструментов. Исследование может быть полезно для образовательной системы и, в частности, для преподавателей вузов, так как касается применения нейротехнологий при создании видеолекций.

**Ключевые слова:** ИИ-генераторы, образовательные видеолекции

### Введение

Современные ИИ-генераторы для создания образовательного видео с использованием искусственного интеллекта в основном ориентированы на решение задач того или иного бизнеса, поэтому они должны иметь конкурентные преимущества и предлагать разнообразные функции для создания и редактирования видео (Лексин, 2020). Пользователи могут для работы подобрать инструменты, соответствующие их потребностям в таких областях, как реклама, телевидение, маркетинг и других.

В контексте образования и разработки обучающих видеоматериалов важно определить ключевые функции и инструменты, необходимые для создания качественного педагогического контента (Чванова, 2023). Для выбора оптимальных технологических решений (сервисов), которые будут понятны педагогам-разработчикам (сохранят ценность педагогического контента) для разработки образовательных видеолекций, необходимо выявить лучшие варианты среди доступных.

После определения критериев анализа следует провести оценку выбранных сервисов. Важно использовать метод, который позволит оценить уровень возможностей ИИ-генераторов в реализации педагогического потенциала при создании видеолекций. Однако сразу выделить лучший сервис невозможно, так как критерии сравнения включают как качественные, так и количественные показатели, и каждый сервис имеет свои достоинства и недоразвития. Поэтому следует использовать подход, позволяющий ранжировать сервисы и выбирать наиболее подходящие.

Для сравнительного анализа альтернативных инструментов будет применён метод из области принятия решений – модифицированный алгоритм Кемени-Снелла (Батин, 2010).

Этот алгоритм помогает их ранжировать, основываясь на мультикритериальной оценке. Кроме того, будет использоваться метод определения множества Парето (Подinovский, 2007), позволяющий выявить недоминируемые альтернативы, которые не являются лучше других альтернатив ни по одному критерию. Этот подход позволяет выявить наиболее эффективные и сбалансированные решения. Также будет задействован метод парных сравнений на основе сопоставления альтернатив – метод Саати (Саати, 1993), который даёт численные оценки для каждой пары альтернатив с учётом их относительной значимости по каждому критерию.

### **Методология**

«Современные сервисы для создания видео с использованием искусственного интеллекта в основном ориентированы на получение прибыли, поэтому они должны обладать конкурентными преимуществами и предоставлять разнообразные функции для создания и редактирования видео» (Лексин, 2020). Учитывая широкий спектр возможностей и инструментов, пользователи выбирают те, которые соответствуют их нуждам и области деятельности (реклама, телевидение, маркетинг, образование и развитие и так далее).

С учётом большого разнообразия возможностей и инструментов пользователи выбирают те, что соответствуют их потребностям и сферам деятельности (реклама, телевидение, маркетинг, образование и развитие и так далее) (Чванова, 2023). Для выбора оптимальных сервисов для создания образовательных видеолекций необходимо найти лучшую альтернативу среди имеющихся вариантов. Затем после установления критериев для анализа следует оценить отобранные сервисы. Важно выбрать метод оценки, ориентированный на уровень возможностей сервисов для раскрытия педагогического потенциала при создании образовательных видеолекций. Однако однозначно определить лучший сервис невозможно, поскольку критерии сравнения включают как качественные, так и количественные показатели, а каждый сервис имеет свои плюсы и минусы. Поэтому целесообразно применять метод, позволяющий ранжировать сервисы и выделять наиболее подходящие из них.

Для выполнения сравнительного анализа сервисов (альтернатив) применим метод из области принятия решений – модифицированный алгоритм Кемени-Снелла (Батин, 2010). Этот алгоритм позволит ранжировать альтернативы, учитывая несколько критериев одновременно. В дополнение к этому методу будет использоваться поиск оптимальных альтернатив с применением метода определения множества Парето (Подinovский, 2007). Он включает набор недоминируемых альтернатив, которые нельзя улучшить по всем критериям одновременно. Этот метод способствует выявлению самых эффективных и сбалансированных решений. Также будет применён «метод парных сравнений, основанный на сопоставлении альтернатив попарно – метод Саати» (Саати, 1993). Этот подход позволяет получить числовые оценки для каждой пары альтернатив, учитывая их относительную значимость по каждому критерию.

Комплексное применение этих методов позволит провести глубокий и всесторонний анализ сервисов, учитывая множество факторов и критериев, что способствует обеспечению наиболее точного и обоснованного ранжирования альтернатив, что, в свою очередь, поможет принять взвешенное решение и выбрать наиболее подходящий сервис для целей создания видеокурсов в системе образования.

«Основным преимуществом алгоритма является его способность проводить комплексный анализ и выбирать оптимальные варианты с использованием различных типов критериев, включая количественные, качественные, дихотомические и другие. Кроме того, алгоритм позволяет учитывать мнение лица, принимающего решение (ЛПР), относительно важности каждого из этих критериев» (Сморозинский, 2010).

### **Результаты**

Таким образом, в результате проведённого исследования выявлены следующие инструменты – ИИ-генераторы для использования при разработке образовательного видео, соответствующие необходимым требованиям педагогического процесса: Elai Visper, Builder,

## МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

HeyGen, DeepBrain AI, D-ID, HumanPal, Hour One, Synthesia, Colossyan Creator, Rephrase. Вместе с тем, следует учитывать, что сами инструменты разработки образовательной видеолекции весьма динамичны в процессе своего развития и претерпевают значительные изменения за короткий промежуток времени. Вместе с тем, практика применения других инструментов для целей обеспечения образовательного процесса свидетельствует о том, что часть из них принимают правила педагогики и со временем становятся лидерами именно как инструментарий для этой отрасли. Сегодня такого лидера пока выделить не представляется возможным.

Вместе с тем в процессе анализа были выделены четыре основные группы критериев для сравнения множества альтернативных инструментов: 1) первый критерий – это основные характеристики самой платформы; 2) второй критерий – определяет комфорт работы с самой платформой; 3) третий критерий – определяет качество аватара искусственного интеллекта; 4) четвертый критерий – определяет полезные функции самой платформы.

Перед началом анализа и расчёта комплексной оценки ИИ-генераторов по указанным выше критериям системно в таблице представлена информация по результатам обобщения (таблица 1). В ней для каждого инструмента (платформы) приведены показатели обозначенных критериев, выделенные как ключевые характеристики, необходимые для создания и использования видеолекций.

К ним можно отнести: наличие бесплатной версии или бесплатной возможности для создания видеолекции, количество «синтетических аватаров (ИИ)» для роли профессора в бесплатной версии для образовательных лекций, минимальную цену подписки, а также важно минимальное время, требуемое для создания образовательной видеолекции (мин./год), поддержка русского языка (общее количество языков), возможность интеграции с презентацией лекционного материала, возможность экспорта образовательного видео и максимальное разрешение видеоролика. В совокупности наличие бесплатных возможностей открывают потенциал для быстрого создания и коррекции нового видео. Это превращает трудоёмкий процесс записи лекции в студии в новую приятную возможность педагогу быстро обновить лекцию, имея только изменённый текст. Аватар-профессор, выбранный преподавателем или вместе со студентами, неумолимо представит новый материал в виде актуальной лекции.

*Таблица 1.  
Основные характеристики платформ*

|                                | Visper     | Heygen   | Elai builder | Synthesia                | Colossyan Creator | Deepbrain AI | Humanpal                 | D-ID     | Hour One | Rephrase                 |
|--------------------------------|------------|----------|--------------|--------------------------|-------------------|--------------|--------------------------|----------|----------|--------------------------|
| Бесплатные функции             | +          | +        | +            | –                        | +                 | +            | –                        | +        | +        | нет бесплатного плана    |
| Количество Бесплатных аватаров | от 40      | от 100   | от 70        | 0, нет бесплатного плана | от 40             | от 40        | 0, нет бесплатного плана | от 20    | 2        | 0, нет бесплатного плана |
| Цена подписки (min)            | 16\$ / мес | 24\$/мес | 23\$/мес     | 22\$/мес                 | 27\$/мес          | 24\$/мес     | 49\$ единовременно       | 18\$/мес | 25\$/мес | 25\$/мес                 |

|                                         |          |            |            |            |            |            |         |          |         |                                            |
|-----------------------------------------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|---------|----------|---------|--------------------------------------------|
| Длительность разработки (время) (ч/год) | 4        | 3          | 3          | 2          | 2          | 2          | 20      | 3.2      | 2       | 2                                          |
| Русский язык общее к-во языков)         | +        | +          | +          | +          | +          | +          | +       | +        | +       | –                                          |
|                                         | (от 100) | (от 30)    | (от 70)    | (от 100)   | (от 70)    | (от 50)    | (от 30) | (от 100) | (от 70) | (от 50)                                    |
| Интеграция с презентацией               | +        | +          | +          | +          | +          | +          | –       | –        | +       | + через веб-форму, возможна API интеграция |
|                                         | (PDF)    | (PPT, PDF) | (PPT, PDF) | (PPT, PDF) | (PPT, PDF) | (PPT, PDF) |         |          | (PPT)   |                                            |
| Экспорт видео                           | +        | +          | +          | +          | +          | +          | +       | +        | +       | +                                          |
| Разрешение видео                        | Full HD  | Full HD    | Full HD    | Full HD    | Full HD    | Full HD    | HD      | Full HD  | Full HD | HD                                         |

В таблице 2 представлены критерии, определяющие качество создаваемого видео и синтетического аватара, интегрируемого с помощью нейросети.

Таблица 2.  
Качество видео/аватара ИИ

|                                        | Visper | Heygen | Elai builder | Synthesia | Colossyan Creator | Deepbrain AI | Humanpal | D-ID   | Hour One | Rephrase |
|----------------------------------------|--------|--------|--------------|-----------|-------------------|--------------|----------|--------|----------|----------|
| Количество аватаров                    | От 110 | От 110 | От 60        | От 60     | От 50             | От 50        | От 50    | От 110 | 2        | От 25    |
| Возможность подбора стиля речи аватара | +      | +      | +            | +         | +                 | +            | +        | +      | +        | +        |
| Добавления жестов аватара для акцентов | +      | –      | –            | +         | –                 | –            | –        | –      | +        | –        |
| Реалистичность аватара                 | +      | +      | –            | +         | +                 | –            | –        | –      | +        | –        |

В таблице 3 представлены дополнительные полезные функции, которые дополняют основные. Пользователь может создавать основной материал и без этих функций, но их наличие может улучшить создаваемый контент и ускорить процесс подготовки видеолекций. К таким функциям относятся: интеграция с презентацией лекционного материала (в бесплатной версии), создание пользовательского аватара ИИ, возможность добавления голоса, добавление субтитров в образовательное видео, применение гипертекстовых ссылок, чтение текста из презентации лекции аватаром или закадровое озвучивание, а также доступ к базам данных с изображениями для создания педагогического интерфейса и добавления в видеолекции.

Таблица 3.  
Полезные функции платформы

|                                                            | Visper | Heygen | Elai builder | Synthesia                       | Colossyan Creator | Deepbrain AI | Humanpal                        | D-ID                   | Hour One               | Rephrase                        |
|------------------------------------------------------------|--------|--------|--------------|---------------------------------|-------------------|--------------|---------------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|
| Интеграция с презентацией (бесплатная)                     | +      | +      | +            | Отсутствует в бесплатном тарифе | +                 | –            | Отсутствует в бесплатном тарифе | –                      | +                      | Отсутствует в бесплатном тарифе |
| Создание пользовательского аватара ИИ                      | +      | +      | +            | +                               | +                 | +            | –                               | –                      | –                      | +                               |
| Функции добавления голоса аватара                          | +      | +      | +            | +, корпоративный тариф          | +, дополнительно  | +            | +                               | +, корпоративный тариф | +, корпоративный тариф | +                               |
| Функция добавления субтитров                               | +      | +      | +            | +                               | +                 | +            | +                               | +                      | +                      | –                               |
| Применение гипертекстовой ссылки                           | +      | –      | +            | +                               | +                 | +            | –                               | –                      | +                      | –                               |
| Чтение текста из презентации аватаром                      | +      | +      | +            | +                               | +                 | +            | +                               | –                      | +                      | +                               |
| Наличие баз данных с изображениями для добавления в лекции | –      | +      | +            | +                               | +                 | +            | –                               | –                      | +                      | +                               |

Составленная совокупным итогом комплексная оценка альтернатив *ИИ-генераторов* в виде баллов позволяет представить рейтинг в виде столбчатой диаграммы. Сервисы Visper, HeyGen, Elai Builder получили оценки 3,23, 3,02, 3,00 соответственно, в связи с чем являются наиболее удобными для разработки видеолекций. Далее в рейтинге идут сервисы Synthesia с оценкой 2,19, Colossyan Creator с 1,73, и DeepBrain AI с 1,01. Наименьшую оценку на современном этапе среди проанализированных сервисов получил HumanPal – 0,99. Результаты в виде диаграммы представлены на рис. 1.

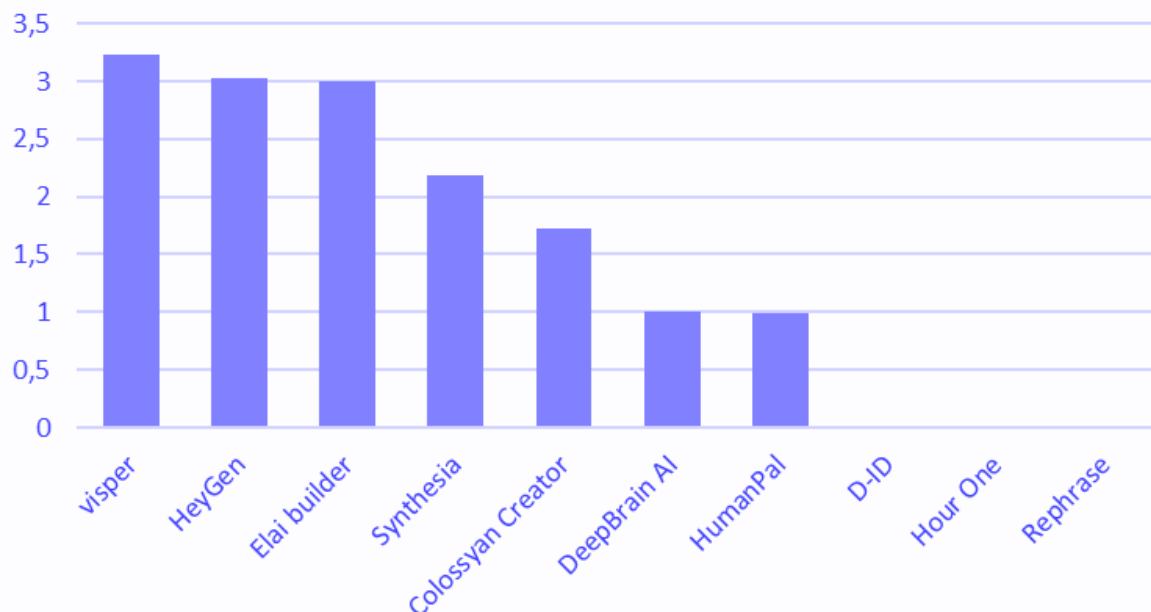


Рис. 1. Комплексная оценка нейросетевых сервисов для создания видеолекций

### Заключение

Для получения комплексной оценки каждого нейросетевого сервиса, включающего множество функций различного характера, была применена совокупность методов, состоящая из модифицированного алгоритма Кемени-Снелла и метода Саати. По результатам исследования, наивысшие оценки получили сервисы Visper, HeyGen и Elai Builder, что делает их доступными для освоения и перспективными для применения в качестве помощников педагогов вузов при создании цифровых образовательных видеоматериалов для студентов. Особенно при высокой динамике обновления содержания образования в наукоемких направлениях подготовки студентов. Сервисы Colossyan Creator, Synthesia, DeepBrain AI и HumanPal получили более низкие оценки и в настоящее время уступают по качеству указанным ранее сервисам именно для подготовки и создания образовательных видеолекций. Можно предположить, что со временем выделится устойчивый лидер среди ИИ-генераторов, нацеленный на решение указанных проблем в отрасли образования.

### Список литературы

- Колин К.К. Новый этап развития искусственного интеллекта: национальные стратегии, тенденции и прогнозы // Стратегические приоритеты. 2019. Т 22. № 2. С. 4-12.
- Лексин В.Н. Искусственный интеллект в экономике и политике нашего времени. Статья 2. Искусственный интеллект как товар и услуга // Российский экономический журнал. 2020. № 5. С. 3-33. DOI 10.33983/0130-9757-2020-5-3-33
- Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач: монография. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
- Сморodinский С.С., Батин Н.В. Системный анализ и исследование операций: оптимизация решений на основе методов и моделей математического программирования. Минск: БГУИР, 2010.
- Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Москва: Радио и связь, 1993.
- Федосеева Р.Р. Цифровые аватары и коммуникация в цифровой среде // Научно-технические инновации и веб-технологии. 2022. № 1. С. 84-88. DOI: 10.51623/29493617-2022-1-84-88
- Чванова М.С., Багин В.А. Публикационная активность международного научного сообщества по проблеме использования нейросетевых технологий для создания

образовательных видеолекций // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. № 4(32). С. 82-92. DOI 10.24888/2500-1957-2023-4-82-92.

Чванова М.С., Багин В.А. Исследование отношения педагогического сообщества к применению нейросетевых технологий при создании образовательных видеолекций // Устойчивое развитие образования: миссия трансформации. Ресурсы: Сборник материалов педагогического конгресса, Калининград, 18–22 апреля 2023 года. – Калининград: Издательство "Перо", 2023. С. 265-273.

AI-powered video creation at scale // HeyGen [Электронный ресурс] URL: <https://www.heygen.com/> (дата обращения 10.07.2024).

Content Workflows for Enterprise Growth // Hour One [Электронный ресурс] URL: <https://hourone.ai/> (дата обращения 11.09.2024).

Generative videos from text // DeepBrain AI [Электронный ресурс] URL: <https://www.deepbrain.io/> (дата обращения 10.08.2024).

Elai Editor // Elai.io. [Электронный ресурс] URL: <https://elai.io/platform> (дата обращения 10.06.2024).

Enterprise // Colossyan Inc. [Электронный ресурс] URL: <https://www.colossyan.com/enterprise> (дата обращения 08.07.2024).

HumanPal // HumanPal [Электронный ресурс] URL: <https://humanpal.io/> (дата обращения 11.03.2024).

Synthesia features // Synthesia Limited. [Электронный ресурс] URL: <https://www.synthesia.io/features> (дата обращения 08.07.2024).

Visper // Visper.tech [Электронный ресурс] URL: <https://visper.tech/> (дата обращения 10.08.2024).

Interfaces, evolved // D-ID [Электронный ресурс] URL: <https://www.d-id.com/> (дата обращения 10.09.2024).

Text-to-video powered by generative AI and you // Rephrase.ai [Электронный ресурс] URL: <https://www.rephrase.ai/> (дата обращения 11.09.2024).

## ANALYSIS OF AI GENERATORS FOR EDUCATIONAL VIDEO LECTURES

**Chvanova M. S.**  
Dr. Sci. (Pedagogy), professor  
tmbtsu@gmail.com  
Moscow

**Bagin V. A.**  
vadimbaginwork@gmail.com  
Moscow

K.G. Razumovsky Moscow State University of  
Technology and Management (First Cossack  
University)

Russian Biotechnological University

**Abstract.** The application of neural network technologies in developing video lectures for the education system remains underexplored, which limits the understanding of their functional capabilities and pedagogical potential. This article outlines the methods for selecting optimal software solutions for creating educational video lectures. A comprehensive approach was employed for comparing alternatives, utilizing the modified Kemeny-Snell algorithm, Pareto set determination, and paired comparison methods based on the Saaty approach. The study examined platforms such as Elai Builder, Synthesia, Colossyan Creator, HeyGen, DeepBrain AI, Visper, D-ID, HumanPal, and Hour One, evaluated across four criteria groups (platform characteristics, usability, video/avatar quality, and useful features). The final ranking was as follows: Visper, HeyGen, Elai Builder, Synthesia, Colossyan Creator, DeepBrain

AI, and HumanPal. The findings of this research may offer practical insights for the education system, particularly for university educators interested in employing neural technologies in the creation of video lectures.

**Keywords:** AI generators, educational video lectures

## References

- Chvanova, M. S., Bagin, V. A. (2023). Publication activity of the international scientific community on the problem of using neural network technologies to create educational video lectures. *Continuum. Mathematics. Informatics. Education*, 4(32), 82-92. DOI 10.24888/2500-1957-2023-4-82-92. (In Russ., abstract in Eng.)
- Chvanova, M. S., Bagin, V. A. (2023). Issledovanie otnoshenija pedagogicheskogo soobshhestva k primeneniju nejrosetevykh tehnologij pri sozdanii obrazovatel'nykh videolekcij [A study of the attitude of the teaching community towards the use of neural network technologies in the creation of educational video lectures]. *Ustojchivoe razvitie obrazovanija: missija.transformacii. Resursy: Sbornik materialov pedagogicheskogo kongressa* (pp. 265-273). Kaliningrad. (In Russ.)
- Colin, K. K. (2019). A new stage in the development of artificial intelligence: national strategies, trends and forecasts. *Strategic priorities*, 2(22), 4-12. (In Russ., abstract in Eng.)
- Elai Editor // Elai.io. [Электронный ресурс] URL: <https://elai.io/platform> (дата обращения 10.06.2024).
- Enterprise // Colossyan Inc. [Электронный ресурс] URL: <https://www.colossyan.com/enterprise> (дата обращения 08.07.2024).
- Fedoseeva, R. R., Egarmin, A. E. (2022). Digital avatars and communication in the digital environment. *Nauchno-tehnicheskie innovacii i veb-tehnologii*, 1, 84-88. (In Russ., abstract in Eng.)
- HumanPal // HumanPal [Электронный ресурс] URL: <https://humanpal.io/> (дата обращения 11.03.2024).
- Interfaces, evolved // D-ID [Электронный ресурс] URL: <https://www.d-id.com/> (дата обращения 10.09.2024).
- Leksin, V. N. (2022). Artificial intelligence in economy and policy nowadays. Article 2. Artificial intelligence as goods and service. *Russian Economic Journal*, 5, 3-33. DOI 10.33983/0130-9757-2020-5-3-33 (In Russ., abstract in Eng.)
- Podinovsky, V. V., Nogin, V. D. (2007). *Pareto-optimal'nye reshenija mnogokriterial'nykh zadach*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Saaty, T. (1993). *The analytic hierarchy process*. Moscow: Radio i svjaz'. (In Russ.)
- Smorodinsky, S. S. (2010). *Sistemnyj analiz i issledovanie operacij: optimizacija reshenij na osnove metodov i modelej matematicheskogo programmirovaniya*. Minsk: BGUIR. (In Russ.)
- Synthesia features // Synthesia Limited. [Электронный ресурс] URL: <https://www.synthesia.io/features> (дата обращения 08.07.2024).
- Text-to-video powered by generative AI and you // Rephrase.ai [Электронный ресурс] URL: <https://www.rephrase.ai/> (дата обращения 11.09.2024).
- Visper // Visper.tech [Электронный ресурс] URL: <https://visper.tech/> (дата обращения 10.08.2024).

Статья поступила в редакцию 15.10.2024

Принята к публикации 24.10.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-4-96-104

УДК  
378.147.227

**ПОДХОДЫ К РАЗРАБОТКЕ СИСТЕМЫ «ВОПРОС-ОТВЕТ»  
НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ  
ПОВЫШЕНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ  
СТУДЕНТОВ**

**Шунина Любовь Андреевна**

к.п.н., доцент

LShunina@synergy.ru

г. Москва

**Гринева Елизавета Сергеевна**

старший преподаватель

EGrineva@synergy.ru

г. Москва

НОЧУ ВО «Московский финансово-  
промышленный университет «Синергия»

НОЧУ ВО «Московский финансово-  
промышленный университет «Синергия»

**Аннотация.** В статье рассматриваются теоретические и практические аспекты использования современных информационных технологий, в том числе искусственного интеллекта, для повышения познавательной активности студентов в образовательном процессе. Постановка данной проблемы обусловлена необходимостью поиска решений, способных повысить доступность образовательных ресурсов, упростить получение обратной связи и вывести взаимодействие между преподавателями и студентами на новый уровень. Выделяя перечень основных возможностей, предоставляемых технологией искусственного интеллекта в рамках образования, авторами выявлены ключевые преимущества её использования для повышения доступности образовательных ресурсов, индивидуализации обучения и снижения нагрузки на педагогов. В статье приводится поэтапное описание процесса интеграции технологий машинного обучения в образовательную практику для автоматизации процесса ответа на вопросы учащихся. Методологические подходы к разработке систем автоматизации образовательной поддержки студентов основаны на применении современных технологий обработки естественного языка и машинного обучения. Особое внимание уделяется возможности организации доступа через системы управления обучением (Learning Management System), что позволяет использовать функционал внедряемой модели в привычном для студентов интерфейсе. Тестирование модели на реальных данных показало её способность обрабатывать широкий спектр запросов, предоставляя ответы с высокой степенью релевантности. Таким образом, система способствует автоматизации рутинных процессов, снижая нагрузку на преподавателей, что особенно важно в условиях дистанционного и смешанного форматов обучения. Полученные результаты демонстрируют перспективы интеграции инновационных технологий в образовательный процесс для повышения его качества и эффективности. В числе перспектив дальнейшего развития системы можно назвать расширение базы знаний и применение более сложных нейронных моделей.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, машинное обучение, познавательная активность, информационные технологии, информатизация образования, системы управления обучением

### **Введение**

В условиях стремительного развития информационных технологий, относимых к четвертой промышленной революции, и внедрения инновационных решений на их основе в различные сегменты экономики вновь становится актуальной задача модернизации образовательного процесса. Рост образовательных потребностей современных студентов, развитие гибридных и дистанционных форм обучения, но в то же время сохранение традиционных методов преподавания и форм взаимодействия между участниками образовательного процесса зачастую не обеспечивают должного уровня индивидуализации и в конечном итоге могут приводить к снижению эффективности обучения. Таким образом, возникает необходимость поиска решений, способных повысить доступность образовательных ресурсов, упростить получение обратной связи и вывести взаимодействие между преподавателями и студентами на новый уровень.

### **Методология исследования**

Наблюдая за изменениями научного информационного поля в области педагогики последних нескольких лет, можно заметить, что технология искусственного интеллекта (ИИ) становится ключевым элементом модернизации образовательного процесса (Абдюханов, 2023; Гринева, 2023; Гриншкун, 2020; Даггэн, 2020; Паравина, 2023). Внедрение инновационной технологии в образование имеет огромное значение, поскольку позволяет решать сразу несколько актуальных задач, среди которых: индивидуализация обучения, автоматизация рутинных задач, круглосуточная обратная связь, анализ образовательных данных, стимулирование самостоятельной работы и др.

На наш взгляд одной из ключевых проблем современного образовательного процесса является ограниченность ресурсов педагогов в условиях возрастающей информационной и организационной нагрузки. Традиционные методы преподавания предполагают значительное время на подготовку учебных материалов, проверку работ, взаимодействие со студентами (Григорьев, 2016; Суворова, 2014), что становится недостаточным при увеличении численности учащихся и росте их индивидуальных образовательных запросов.

При этом интеграция технологий искусственного интеллекта в образовательный процесс может способствовать решению этой проблемы за счёт широких возможностей для повышения доступности образовательных материалов и улучшения взаимодействия между студентами и преподавателями (Терехов, 2023; Пучкова, 2024; Елисеев, 2024; Олехов, 2023). Среди основных возможностей, предоставляемых ИИ, можно выделить следующие:

#### **1. Повышение доступности образовательных материалов.**

ИИ-системы могут анализировать большие массивы данных, такие как учебные материалы, вопросы студентов, лекционные заметки, и структурировать их для удобного и оперативного использования. Это позволяет студентам получать доступ к информации, необходимой для освоения дисциплин, в удобном для них формате.

#### **2. Создание интерактивных инструментов для самообучения.**

Технологии ИИ позволяют разрабатывать образовательные инструменты, которые помогают студентам самостоятельно осваивать новые темы. Например, чат-боты на основе NLP (Natural Language Processing) могут отвечать на вопросы студентов, объяснять сложные концепции, а также предлагать дополнительные материалы для углубленного изучения.

#### **3. Индивидуализация образовательного процесса.**

ИИ может анализировать индивидуальные потребности студентов, их уровень подготовки и предпочтения в обучении, чтобы адаптировать учебные программы и материалы под каждого учащегося. Это помогает преодолеть разрыв между общими образовательными стандартами и индивидуальными целями студентов.

#### **4. Поддержка непрерывного обучения.**

Системы на основе ИИ могут предоставлять круглосуточную помощь студентам, что особенно важно для дистанционного обучения. Они обеспечивают оперативные ответы на вопросы, снимая нагрузку с преподавателей и обеспечивая студентам доступ к помощи независимо от времени и места их нахождения.

5. Снижение нагрузки на педагогов.

Автоматизация рутинных задач, таких как проверка домашних заданий, ответы на часто задаваемые вопросы, и организация учебных материалов позволяет преподавателям сосредоточиться на методически сложной и творческой деятельности.

Основной целью реализуемого в рамках исследования проекта является интеграция технологий машинного обучения в образовательную практику для автоматизации процесса ответа на вопросы учащихся. В конечном итоге это позволит не только снизить нагрузку на педагогов, но и повысить доступность образовательной помощи, стимулировать самостоятельное обучение и обеспечить более эффективное усвоение знаний.

Для достижения поставленной цели были выполнены следующие задачи, представляющие собой этапы технической реализации проекта:

1. Формирование базы знаний из образовательных материалов.

Для создания эффективной системы «вопрос-ответ» сформирована обширная база знаний, включающая в себя учебные материалы, лекции, практические задания, а также ответы на часто задаваемые вопросы. Особое внимание уделено структурированию и подготовке для анализа и обработки алгоритмами машинного обучения.

2. Разработка алгоритмов для эффективного поиска ответов.

Произведено проектирование и обучение моделей машинного обучения, которые способны анализировать вопросы студентов, находить релевантные ответы в базе знаний и предоставлять их в удобной форме. Особое внимание уделяется выбору оптимальных алгоритмов и методов обработки естественного языка (NLP), таких как трансформеры (например, DistilBERT).

3. Построение интуитивно понятного интерфейса для студентов.

Разработанная система обладает интуитивным интерфейсом, позволяющим студентам легко вводить свои вопросы и получать ответы.

4. Проведение оценки эффективности системы.

Система протестирована на выборке вопросов и ответов, что позволило выявить её сильные стороны, оценить скорость и удобство использования, а также области для дальнейшего улучшения.

**Результаты исследования**

Далее приведём краткое описание подходов к реализации каждого из этапов.

Методологические подходы к разработке систем автоматизации образовательной поддержки основаны на применении современных технологий обработки естественного языка (NLP) и машинного обучения. Эти технологии позволяют эффективно анализировать и интерпретировать текстовые данные, обеспечивая высокий уровень точности в решении задач «вопрос-ответ». Представленная методология опирается на интеграцию педагогических целей и задач с передовыми технологическими решениями, что делает её особенно актуальной для образовательной практики.

NLP играет ключевую роль в разработке систем автоматического ответа на вопросы. Этот подход позволяет анализировать введённые студентами вопросы, идентифицировать ключевые термины, семантические связи и контекст. Используемые технологии включают алгоритмы предобработки текста, такие как удаление стоп-слов, приведение текста к нижнему регистру, лемматизация и токенизация. Эти процессы обеспечивают унификацию и подготовку данных для дальнейшего анализа.

Применение трансформеров, таких как DistilBERT (Distilled Bidirectional Encoder Representations from Transformers), позволяет значительно повысить точность обработки текстовых данных. Эта модель эффективно обучена для решения задач «вопрос-ответ» на основе больших объёмов данных, что делает её наиболее подходящей для образовательных целей.

Для обучения модели используется обширный датасет из базы StackExchange, содержащий вопросы и ответы по различным тематикам. Этот источник данных обладает высоким уровнем релевантности и разнообразия, что позволяет адаптировать систему под

широкий спектр образовательных запросов. Данные из базы включают текстовые описания, метаданные (рейтинги, количество просмотров, комментарии), что повышает их ценность для обучения модели.

Последовательный процесс обучения модели приведён в таблице 1.

Таблица 1

*Этапы разработки и внедрения системы автоматического ответа на вопросы*

| Этап                                                               | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Детали процесса                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Результат                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Сбор данных из выбранного источника                                | Экспорт текстовой информации о вопросах, ответах и соответствующих метаданных. После сбора данных проводится их предобработка.                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>удаление дубликатов и неинформативных записей, таких как вопросы без ответов;</li> <li>очистка текста от лишних символов и некорректных данных;</li> <li>удаление стоп-слов для повышения точности анализа;</li> <li>приведение текста к нижнему регистру для обеспечения унификации.</li> </ul> | Высококачественный набор данных, готовый для обучения модели.                                                                                                             |
| Обучение модели машинного обучения на основе подготовленных данных | Разделение данных на тренировочный и тестовый наборы в пропорции 70/30 (для обеспечения сбалансированного подхода к обучению и тестированию). Рекомендуется использование предобученной модели DistilBERT, дообучаемой на предоставленном датасете для конкретных задач образовательной сферы. | <ul style="list-style-type: none"> <li>оптимизация гиперпараметров модели;</li> <li>выбор алгоритмов для повышения точности и скорости обработки данных;</li> <li>построение метрик для оценки качества модели.</li> </ul>                                                                                                              | Модель машинного обучения на основе подготовленных данных.                                                                                                                |
| Тестирование модели на тестовой выборке                            | Проведение независимой оценки точности и выявление слабых сторон модели. Анализируется способность модели корректно интерпретировать запросы студентов и предоставлять релевантные ответы.                                                                                                     | Основными критериями являются: <ul style="list-style-type: none"> <li>точность соответствия предоставленного ответа и заданного вопроса;</li> <li>скорость обработки запросов;</li> <li>удобство использования системы.</li> </ul>                                                                                                      | Результаты тестирования анализируются для внесения дальнейших улучшений в модель, включая использование более сложных архитектур или расширение обучающего набора данных. |

Применение технологий искусственного интеллекта в образовательной практике открывает значительные перспективы для автоматизации взаимодействия между студентами и образовательными платформами, что способствует повышению доступности учебных ресурсов и улучшению качества образовательного процесса. Одним из ключевых

направлений практической реализации таких технологий является автоматизация ответа на вопросы студентов. Это позволяет создавать удобные инструменты, которые обеспечивают мгновенную поддержку учащихся, особенно в условиях дистанционного и смешанного обучения, где непосредственный контакт с преподавателем ограничен. Система, основанная на технологиях машинного обучения, анализирует вводимый студентом текст запроса и предоставляет релевантный ответ, используя базу знаний, содержащую учебные материалы, лекции и дополнительные ресурсы.

Важным аспектом реализации таких систем является их интеграция в платформы управления обучением (Learning Management System, LMS), например, такие как Moodle, Blackboard Learn или локальная LMS образовательного учреждения. Интеграция в LMS обеспечивает доступ к системе в привычном для студентов интерфейсе, что упрощает процесс обучения и взаимодействия с системой. Кроме того, возможность автоматического обновления базы знаний и мониторинга активности студентов делает этот инструмент удобным для использования не только студентами, но и преподавателями. Система также поддерживает персонализированный подход, позволяя анализировать схожие вопросы, заданные разными студентами, и адаптировать предоставляемые ответы под индивидуальные запросы. Это обеспечивает более глубокое освоение материалов, способствует развитию самостоятельности студентов и помогает избежать повторения одинаковых вопросов.

Одной из ключевых особенностей данной системы является возможность получения развернутого ответа на вводимый вопрос. Этот функционал позволяет не только предоставлять краткие ответы, но и подробно объяснять сложные понятия, предлагать примеры или ссылаться на дополнительные учебные материалы, что значительно расширяет возможности самообразования. Доступ к системе осуществляется через удобный веб-интерфейс, разработанный на основе современных технологий веб-разработки, включая Flask для серверной части и HTML/CSS для пользовательского интерфейса. Такой подход обеспечивает доступность системы через стандартный веб-браузер, что исключает необходимость установки дополнительных программ и упрощает процесс взаимодействия для конечных пользователей.

Практическая реализация системы автоматического ответа на вопросы демонстрирует значительные преимущества для образовательной среды. Она позволяет ускорить процесс получения студентами ответов на актуальные вопросы, тем самым повышая доступность образовательной помощи. Автоматизация типовых запросов снижает нагрузку на преподавателей, освобождая их время для более сложной и методически важной работы. Кроме того, использование системы стимулирует развитие самостоятельного обучения, так как студенты получают удобный инструмент для оперативного поиска информации и изучения новых тем.

Результаты реализации системы автоматического ответа на вопросы свидетельствуют о её значительном потенциале для повышения эффективности образовательного процесса. Одним из ключевых достижений является высокая точность, с которой модель справляется с задачей поиска релевантных ответов на вопросы студентов.

Тестирование модели на реальных данных показало её способность обрабатывать широкий спектр запросов, предоставляя ответы с высокой степенью релевантности. Благодаря использованию технологий обработки естественного языка (NLP) и современных трансформерных моделей, таких как DistilBERT, система демонстрирует качественную работу даже с нестандартными и сложными вопросами.

Ещё одним значимым результатом является доступность системы для использования через платформу Google Colab. Это решение позволяет быстро и без дополнительных затрат интегрировать систему в образовательный процесс, предоставляя возможность тестирования и использования функционала преподавателями и студентами. Возможность работы через веб-интерфейс упрощает доступ к системе и расширяет её аудиторию.

Практическое применение системы открывает значительные возможности для улучшения образовательного процесса. Одним из ключевых примеров её эффективности является снижение нагрузки на педагогов. Система автоматизирует ответы на типовые и часто задаваемые вопросы, позволяя преподавателям сосредоточиться на более сложных задачах, таких как разработка методических материалов или индивидуальная работа с учащимися. Это особенно актуально в условиях большого количества студентов, когда индивидуальная помощь становится затруднительной.

### **Заключение**

Выполненная работа охватывает полный цикл разработки: от формирования базы знаний и предобработки данных до обучения модели, её интеграции в образовательную среду и тестирования. Система демонстрирует высокую точность при поиске ответов на вопросы, что подтверждает эффективность выбранных подходов обработки естественного языка (NLP) и использования трансформерных моделей, таких как DistilBERT.

Система способствует автоматизации рутинных процессов, таких как ответы на часто задаваемые вопросы, снижая нагрузку на преподавателей. Это позволяет педагогам сосредоточиться на более творческих и методически сложных аспектах обучения, повышая качество образовательного процесса. Для студентов система становится дополнительным ресурсом, стимулирующим их самостоятельность и вовлеченность в обучение, что особенно важно в условиях дистанционного и смешанного форматов обучения.

Обосновано, что использование технологий искусственного интеллекта, интеграция систем «вопрос-ответ» в платформы управления обучением (LMS) и внедрение интерактивных инструментов в образовательную практику способствуют трансформации образовательной среды. Система не только решает текущие задачи, но и открывает перспективы для внедрения инновационных форматов обучения, развития самостоятельной работы студентов и повышения доступности образовательных ресурсов.

Перспективы дальнейшего развития системы, такие как расширение базы знаний и применение более сложных нейронных моделей, позволят сделать её ещё более универсальной и полезной в различных образовательных контекстах. Это подтверждает стратегическую важность интеграции искусственного интеллекта в образовательные процессы для удовлетворения потребностей современного общества.

### **Список литературы**

- Абдюханов Р.Х., Абрамов В.И., Ашманов С.И. Современная {цифровая} дидактика. М.: ООО «А-Приор», 2023.
- Анисимов А.Ю., Трубин А.Е., Алексахин А.Н. Проблемы и перспективы внедрения информационных технологий в процесс подготовки кадров для цифровой экономики. М.: ООО «Русайнс», 2023.
- Григорьев С.Г., Гриншкун В.В., Львова О.В., Шунина Л.А. Использование средств информатизации для формирования толерантности при обучении в течение всей жизни // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2016. № 1(35). С. 8–19.
- Гринева Е.С., Алисултанова Э.Д., Ярычев М.У. Возможности информационных технологии в образовательном процессе современного вуза // Проблемы современного педагогического образования. 2023. № 81-2. С. 208–211.
- Гриншкун В.В. Необходимость удалённого обучения – стимул для формирования и развития цифровой среды образовательной организации // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. № 2(52). С. 8–15. DOI 10.25688/2072-9014.2020.52.2.01.

- Даггэн С. Искусственный интеллект в образовании: Изменение темпов обучения. Аналитическая записка ИИТО ЮНЕСКО / пер. с англ. А.В. Паршакова. М.: Ин-т ЮНЕСКО по информационным технологиям в образовании, 2020.
- Елисеев А.В., Шунина Л.А. Генеративные нейронные сети в образовании: классификация и некоторые особенности использования // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 29 сентября – 01 октября 2023 г. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2023. С. 193–197.
- Олехов А.А., Скорнякова А.Ю., Лаптева Т.Д. Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации работников образования «Применение машинного обучения в проектно-исследовательской деятельности естественно-научной направленности» // Информатика в школе. 2023. Т. 22. № 3. С. 28–35. DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-3-28-35
- Паравина А.С. Использование нейросети в работе учителя информатики // Информатика в школе. 2023. Т. 22. № 4. С. 34–42. DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-4-34-42
- Пучкова Е.С. Обзор ИИ-инструментов и их возможностей в разработке цифрового образовательного контента студентами педагогических вузов для работы со школьниками // Педагогическая инноватика и непрерывное образование в XXI веке: сборник научных трудов II Международной научно-практической конференции, Киров, 20 мая 2024 г. Киров: Вятский государственный агротехнологический университет, 2024. С. 636–640.
- Суворова Т.Н. Электронные образовательные ресурсы как компонент современной информационно-образовательной среды // Информатика и образование. 2014. № 3(252). С. 53–57.
- Тактарова А.В. Современные тенденции развития искусственного интеллекта в образовании и моделирующие его интеллектуальные системы // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2024. № 06. С. 316–330. – URL: <https://e-koncept.ru/2024/241098.htm> – DOI: 10.24412/2304-120X-2024-11098
- Терехов С.В., Терехова Л.А., Озерова Н.А. Технологии искусственного интеллекта как инструмент трансформации системы образования в условиях цифровой экономики // Экономика образования. 2023. № 3(136). С. 79–92.

## APPROACHES TO THE DEVELOPMENT OF A QUESTION-ANSWER SYSTEM BASED ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE TO IMPROVE STUDENTS' COGNITIVE ACTIVITY

**Shunina L. A.**  
Ph.D., associate professor  
LShunina@synergy.ru  
Moscow

Synergy University

**Grineva E. S.**  
Senior Lecturer  
EGrineva@synergy.ru  
Moscow

Synergy University

**Abstract.** The article considers theoretical and practical aspects of using modern information technologies, including artificial intelligence, to enhance students' cognitive activity in the educational process. This problem was formulated due to the need of finding new solutions that can increase the availability of educational

resources, simplify the feedback process and bring the interaction between teachers and students to a new level. By highlighting the list of the main opportunities provided by artificial intelligence technology in education, the authors identified the key advantages of its use to increase the availability of educational resources, individualize learning and reduce the workload of teachers. The article provides a step-by-step description of the process of integrating machine learning technologies into educational practice to automate the process of answering students' questions. Methodological approaches to the development of educational support automation systems are based on the usage of modern technologies for natural language processing and machine learning. Particular attention is paid to the possibility of organizing access through learning management systems (Learning Management System), which allows using the functionality of the implemented model in the interface familiar to students. Testing the model on real data showed its ability to process a wide range of queries, providing answers with a high degree of relevance. Thus, the system facilitates automation of routine processes, reducing the workload of teachers, which is especially important in the context of distance and hybrid learning formats. The obtained results demonstrate the prospects for integrating innovative technologies into the educational process to improve its quality and efficiency. Among the prospects for further development of the system, one can name the expansion of the knowledge base and the usage of more complex neural models.

**Keywords:** artificial intelligence, machine learning, cognitive activity, information technology, informatization of education, learning management systems

## References

- Abdyuhanov, R. H., Abramov, V. I., Ashmanov, S. I. (2023). *Sovremennaya {cifrovaya} didaktika*. Moscow: ООО «A-Prior». (In Russ).
- Anisimov, A. Yu., Trubin, A. E., Aleksahin, A. N. (2023). *Problemy i perspektivy vnedreniya informacionnyh tekhnologij v process podgotovki kadrov dlya cifrovoj ekonomiki*. Moscow: ООО «Rusajns». (In Russ).
- Daggen, S. (2020). *Iskusstvennyj intellekt v obrazovanii: Izmenenie tempov obucheniya*. Analiticheskaya zapiska IITO YuNESKO / per. s angl. A.V. Parshakova. Moscow: In-t YuNESKO po informacionnym tekhnologiyam v obrazovanii. (In Russ).
- Eliseev, A. V., Shunina, L. A. (2023). *Generativnye nejronnye seti v obrazovanii: klassifikaciya i nekotorye osobennosti ispol'zovaniya. Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya: sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii* (pp. 193–197). Elec: Eleckij gosudarstvennyj universitet im. I.A. Bunina. (In Russ.).
- Grigor'ev, S. G., Grinshkun, V. V., L'vova, O. V., Shunina, L. A. (2016). Use of Means of Informatization for the Formation of Tolerance in Learning Lifelong. *Vestnik Moscow City University. Series: «Informatics and Informatization of Education»*, 1(35). 8–19. (In Russ., abstract in Eng.)
- Grineva, E. S., Alisultanova, E. D., Yarychev, M. U. (2023). The possibilities of information technology in the educational process of a modern university. *Problems of modern pedagogical education*, (81-2), 208–211.
- Grinshkun, V. V. (2020). Remote Learning as Incentive for Creation and Development of Educational Organization Digital Environment. *Vestnik Moscow City University. Series: «Informatics and Informatization of Education»*, 2(52). 8–15. DOI 10.25688/2072-9014.2020.52.2.01. (In Russ., abstract in Eng.)

- Olekhov, A. A., Skornyakova, A. Yu., Lapteva, T. D. (2023). The additional professional advanced training program for educators "Application of machine learning in project and research activities of the natural sciences". *Informatics in school*, 3(182), 28–35. DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-3-28-35 (In Russ., abstract in Eng.)
- Paravina, A. S. (2023). Using a neural network in the work of an informatics teacher. *Informatics in school*, 4(183), 34–42. DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-4-34-42 (In Russ., abstract in Eng.)
- Puchkova, E. S. (2024). Obzor II-instrumentov i ih vozmozhnostej v razrabotke cifrovogo obrazovatel'nogo kontenta studentami pedagogicheskikh vuzov dlya raboty so shkol'nikami. *Pedagogicheskaya innovatika i nepreryvnoe obrazovanie v XXI veke: sbornik nauchnyh trudov II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* (pp. 636–640). Kirov: Vyatskij gosudarstvennyj agrotekhnologicheskij universitet.
- Suvorova, T. N. (2014). Elektronnye obrazovatel'nye resursy kak komponent sovremennoj informacionno-obrazovatel'noj sredy. *Informatics and education*, 3(252), 53–57.
- Taktarova, A. V. (2024). Sovremennye tendencii razvitiya iskusstvennogo intellekta v obrazovanii i modeliruyushchie ego intellektual'nye sistemy. *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal «Koncept»*, (06), 316–330. Retrieved from <https://e-koncept.ru/2024/241098.htm> DOI: 10.24412/2304-120X-2024-11098
- Terekhov, S. V., Terekhova, L. A., Ozerova, N. A. (2023). Tekhnologii iskusstvennogo intellekta kak instrument transformacii sistemy obrazovaniya v usloviyah cifrovoj ekonomiki. *Ekonomika obrazovaniya*, 3(136), 79–92.

Статья поступила в редакцию 02.12.2024  
Принята к публикации 09.12.2024

**Научный журнал**  
**CONTINUUM**  
**МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.**  
**ОБРАЗОВАНИЕ**

*Выпуск №4(36) / 2024*

*Корректор – С.Е. Гридчина*  
*Редактор – Н.П. Безногих*  
*Компьютерная верстка – Р.А. Мельников*  
*Техническое исполнение – В.М. Гришин*

Подписано в печать 10.12.2024  
Дата выхода в свет 11.12.2024

Бумага формат А-4 (52,5 п.л.).  
Гарнитура Times. Печать трафаретная  
Тираж 1000 экз. Заказ № 112  
Свободная цена

Адрес редакции:  
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28  
E-mail: [secretary@continuum-journal.ru](mailto:secretary@continuum-journal.ru)  
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в объединенном каталоге  
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета  
на участке оперативной полиграфии  
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина  
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»  
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1