

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №3(35) / Елец, 2024

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Регистрационный номер средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, ректор ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики и методики ее преподавания (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики и методики ее преподавания (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик IHEAS, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Карапетян В.С.** – доктор психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии развития и педагогической психологии Армянского государственного педагогического университета им. Х. Абовяна (Ереван, Армения);

- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, помощник генерального директора ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова» Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории математического общего образования и информатизации Института стратегии развития образования Российской академии образования (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Registration number: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S. V.	Editor-in-chief , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector, Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S. N.	Deputy Editor-in-Chief , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A. E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
Borovskikh A. V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Buldakova N. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);
Grinshkun V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Grozdev S. I.	Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);
Karakozov S. D.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
Karapetyan V.S.	Doctor of Psychology, Professor, Professor of the Department of Developmental and Educational Psychology of Armenian State Pedagogical University Kh. Abovyan (Yerevan, Armenia);
Klushina N. P.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);

- Orlov V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
- Razinkina E. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Assistant General Director of the Almazov National Medical Research Centre (St. Petersburg, Russia);
- Ryzhova N. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Laboratory of Mathematical General Education and Informatization of the Institute of Educational Development Strategy of the Russian Academy of Education (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Smirnov E. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Melnikov R. A.** Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Бельман С. А., Платонова С. В. ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: ОТ ПЕРВЫХ ШАГОВ ДО ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	8
Махмутов Ф. Р. ПРИМЕНЕНИЕ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ	18

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Василюк Н. Н. ИЗУЧЕНИЕ ОНЛАЙН-КОНСТРУКТОРОВ В РАМКАХ ДИСЦИПЛИНЫ «СОЗДАНИЕ И АДМИНИСТРИРОВАНИЕ САЙТОВ»	35
Лебо И. Г., Лебо А. И., Розанова С. А. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТОВ СТУДЕНТАМИ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ.....	46
Преображенский А. П., Маренков Н. М. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ОБУЧЕННОСТИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ.....	60
Смирнов Е. И., Уваров А. Д., Тихомиров С. А. СИНЕРГИЯ ПЛОЩАДЕЙ ДВУМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ НА ОСНОВЕ СИМБИОЗА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	69

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Красавцева К. В., Щенникова Е. В. ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ИТ НАПРАВЛЕНИЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ SPEECH FRAMEWORK ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ НА ПРИМЕРЕ ПОДКЛЮЧЕНИЯ К МОБИЛЬНОМУ IOS-ПРИЛОЖЕНИЮ	80
Польшакова Н. В., Польшакова Д. В. ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ ТРЕНДЫ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ	90

ПЕРСОНАЛИИ

Богатов Е. М. ИСТОРИЯ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ШКОЛ НЕЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА ВТОРОЙ ТРЕТИ XX В.	102
---	------------

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Belman S. A., Platonova S. V. ORGANIZATION OF RESEARCH ACTIVITIES:
FROM THE FIRST STEPS TO MATHEMATICAL MODELING TASKS.....8

Makhmutov F. R. THE USE OF BLENDED LEARNING IN THE PREPARATION OF
STUDENTS IN GRADES 5-6 FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS..... 18

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Vasilyuk N. N. STUDYING ONLINE CONSTRUCTORS WITHIN THE DISCIPLINE
“CREATION AND ADMINISTRATION OF WEBSITES” 35

Lebo I. G., Lebo A. I., Rozanova S. A. METHODS OF MATHEMATICAL
MODELING OF PHYSICAL PROCESSES IN THE IMPLEMENTATION OF RESEARCH
PROJECTS BY STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES 46

Preobrazhenski A. P., Marenkov N. M. ASSESSMENT OF THE DEGREE OF
LEARNING IN MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE 60

Smirnov E. I., Uvarov A. D., Tikhomirov S. A. SYNERGY OF AREAS OF TWO-
DIMENSIONAL MANIFOLDS BASED ON THE SYMBIOSIS OF MATHEMATICAL
AND COMPUTER MODELING 69

METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF VOCATIONAL EDUCATION IN THE ERA OF DIGITAL TRANSFORMATION

Krasavtceva K. V., Shennikova E. V. TECHNOLOGY FOR TRAINING IT
STUDENTS IN THE USE OF SPEECH FRAMEWORK FOR SPEECH RECOGNITION
BY THE EXAMPLE OF CONNECTING TO AN IOS MOBILE APPLICATION 80

Polshakova N. V., Polshakova D. V. MAIN MODERN TRENDS IN
DIGITALIZATION OF EDUCATIONAL PROCESSES IN HIGHER EDUCATION 90

PERSONALITIES

Bogatov E. M. THE HISTORY OF SOVIET SCHOOLS OF NONLINEAR
FUNCTIONAL ANALYSIS IN THE SECOND THIRD OF THE 20TH CENTURY 102

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-8-17

УДК
372.851

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: ОТ ПЕРВЫХ ШАГОВ ДО ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Бельман Светлана Александровна
канд. физ.-мат. наук.
s.belman@365.rsu.edu.ru
г. Рязань

Рязанский государственный университет
им. С.А. Есенина

Платонова Светлана Валентиновна
канд. физ.-мат. наук
s.platonova@365.rsu.edu.ru
г. Рязань

Рязанский государственный университет
им. С.А. Есенина

Аннотация. Согласно современному Федеральному государственному образовательному стандарту, учебный процесс должен формировать у обучающихся исследовательские качества, создавать базу для становления научного мышления. Хотя значительная часть учащихся старших классов участвует в проектно-исследовательской деятельности, но вовлечение это носит формальный характер. Проектная работа высокого уровня требует и руководителя высокой квалификации, и новых, неизбитых тем. Формирование опыта исследовательской деятельности у массового школьника нужно реализовать через решение задач на уроке и во внеурочной деятельности. Массовая поисковая деятельность обучающихся может быть организована при решении математических задач самого разного уровня сложности. Но это требует от учителя грамотно выстроенного методического подхода к организации учебного процесса на уроке и во время внеурочной деятельности по математике. Таким образом, актуальным является вопрос о подборе задач с исследовательским потенциалом и работе с ними как на начальном, так и на более высоком уровне. Поскольку основная масса задач школьного курса математики носит вычислительный характер, а их решение сводится к применению стандартных методов и алгоритмом, от учителя требуется особая работа по поиску и разработке учебных материалов, требующих исследовательской активности. Целью исследования стало выявление возможностей организации формирования исследовательских умений и навыков в процессе решения задач на уроках математики в школе, а также разработка подходов к составлению задач, формирующих исследовательские качества у обучающихся в школе. Предложенные подходы позволяют систематически внедрять элементы исследовательской деятельности в процесс обучения математики и подходят для работы со школьниками с самым разным уровнем математической подготовки. В качестве примеров рассматриваются известные занимательные задачи, практико-ориентированные задачи единого экзамена по математике, а также задачи с параметром начального уровня. Результаты исследования имеют практическую ценность, так как могут быть использованы на протяжении всего

обучения математике в школе и выступать эффективным средством развития исследовательских качеств обучающихся.

Ключевые слова: поисково-исследовательская деятельность, методика обучения математике, занимательная задача, параметр

Введение

В требованиях ФГОС по математике в качестве основного образовательного результата математического образования названо развитие личности учащегося. Это привело к пересмотру ведущей цели обучения, которое направлено теперь на развитие интеллектуального уровня личности, формирование у нее качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе (Денисова, 2024). Таким образом, можно утверждать, что современное обучение математике в России – это обучение математической деятельности.

Согласно современному подходу к обучению в школе, ученик является субъектом, то есть активным участником, влияющим на процесс обучения, самостоятельной единицей. Однако ученик не выбирает ни содержание обучения, ни количество времени, которое можно уделить тому или иному материалу. Теория изучается согласно тематическому плану, решаются предлагаемые учителем задачи, причем каждая из них имеет единственно верный ответ, известный заранее учителю. Фактически, решение ученика сравнивается с уже разработанным эталоном, и в зависимости от приближения к нему выставляется отметка. Этот же подход используется на государственной итоговой аттестации. Более того, в олимпиадах по математике в последние годы принципы оценивания работ приблизились к тем, которые на протяжении многих лет формировались на едином государственном экзамене. Несмотря на заявляемую государством потребность в мыслящих, способных к непрерывному развитию и личностному росту специалиста, способных к исследованию и открытию нового, практически весь процесс обучения, от изучения материала в школе до экзаменов и олимпиад, очень жестко регламентирован. Так откуда же взяться тем самым исследовательским качествам, умениям и навыкам?

Одним из подходов по формированию поисковых, исследовательских качеств является внедрение проектного метода. Однако несмотря на то, что большинство школьников вовлечены в проектную деятельность, опыт исследовательской деятельности приобретают единицы. Для проектной работы высокого уровня необходима и удачная тема, и высокий уровень исследовательской культуры как руководителя, так и обучающегося. В противном случае проектно-исследовательская деятельность приобретает формальный характер, не формируя у обучающихся качеств, необходимых для самостоятельного исследования.

По мнению авторов, устойчивые умения и навыки могут быть сформированы только при правильно организованной систематической работе. Поэтому необходима эффективная организация и управление поисковой деятельностью школьников в процессе решения различных математических задач и упражнений на уроках и внеурочных занятиях.

Целью исследования стало выявление исследовательского потенциала задач разного уровня сложности и описание методов формирования навыков исследовательской деятельности при обучении математике в школе.

Обзор литературы

Попытки внедрения исследовательского подхода в процесс обучения математике имеют давние исторические корни. О том, что обучение математике – есть обучение математической деятельности, в своих трудах говорили самые известные методисты.

Так, с точки зрения А.К. Звонкина, математику можно рассматривать как деятельность человека, для которой более важно уметь сравнивать задачи и делать правильный выбор, чем совершать в уме сложные математические действия (Звонкин, 2006).

Исследовательская деятельность необходима каждому подрастающему человеку как симуляция жизненных ситуаций в условиях неопределенности, отсутствия готового решения

проблемы. В результате исследовательской деятельности обучающийся приобретает не только знания, но и важные новообразования личности (Галишева, 2019). Формирование исследовательской позиции человека является залогом успеха в решении проблемных ситуаций в дальнейшем (Обухов, 2006).

Но устойчивые умения и навыки могут быть сформированы только при правильно организованной систематической работе. Поэтому необходима эффективная организация и управление поисковой деятельностью школьников в процессе различных математических задач и упражнений (Виноградова, 1976).

При формулировании темы исследования требуется учитывать большое количество индивидуальных и учебных факторов, способствующих многогранному формированию личности, желанию учиться и развиваться (Далингер, 2012, 134-137). При решении исследовательской задачи ученик сам ставит вопросы и ищет на них ответы, выдвигает гипотезы, доказывает и опровергает их. Полученный ответ не всегда является окончанием решения, он может служить толчком к появлению новых вопросов (Сгибнев, 2019).

Однако ждать, что даже одаренные дети сразу включатся в такую деятельность, не стоит. Чтобы перейти к более сложным исследованиям, начинать нужно с простых. Первые шаги в проектной работе по математике должны заинтересовать, эмоционально увлечь обучающегося. Например, посредством эксперимента, исходом которого будет не только положительный результат, но и ошибки можно продемонстрировать исторический путь построения математического знания, витиеватости любой исследовательской работы (Кудинова, 2013).

Задача учителя состоит в том, чтобы регулярно включать элементы исследовательской деятельности не только в кружковые занятия и при руководстве проектной работой обучающихся, но и в повседневные уроки. Необходимо заранее готовиться и продумать задачи, которые имеют продолжение при варьировании формулировки условия. Математическое исследование можно организовать, дополнив задачу уточняющим вопросом, параметром или, наоборот, стерев ограничения в условии задачи, получить более общую формулировку, не имеющую однозначного решения. Тем самым стимулируя изучать всевозможные случаи и особенности проблемной задачи (Воронько, 2007).

Трудность состоит в том, что основная масса задач школьного курса математики носит вычислительный характер, ответы к этим задачам есть в учебнике. Учителю, решившему уделять поисковой деятельности особое внимание, придется оценивать исследовательский потенциал имеющихся в актуальном учебно-методическом комплексе задач, дополнять их специальными вопросами, составлять их самому.

Помощью в организации процесса исследования могут служить информационные ресурсы. Графический калькулятор Geogebra многофункционально визуализирует информацию, быстро и качественно позволяет увидеть особенности взаимного расположения геометрических фигур и тел, графиков функций. Современные информационные технологии способствуют концентрированию внимания исследователя на изучаемом вопросе, не затрачивая время на однообразные графические построения.

Поисково-исследовательские задачи по математике

В процессе решения различных математических задач и упражнений необходима эффективная организация и управление поисковой деятельностью школьников.

Много интересных, нестандартных задач содержится в литературе по занимательной математике. Но их содержание не всегда актуально и понятно детям. Такие задачи можно доработать, сохранив математическую модель, но придав современную оболочку.

Например, в «Живой математике» Перельмана Я.И. предлагается головоломка «В общей кухне» об отоплении дачной квартиры (Перельман Я.И., 1967). Модификация этой задачи о справедливом дележе встречается в рубрике «Оглянись вокруг» журнала «Квантик».

Данный сюжет можно преобразовать в серию из нескольких задач современного содержания. Начать можно с вычислительной задачи.

Задача 1. На праздновании окончания учебного года Вася принес сет из 36 роллов, а Петя — сет из 48 роллов. Андрей не успел купить угощение, но предложил в качестве своей доли 700 рублей. Как Вася и Петя должны по справедливости поделить деньги?

Очевидно, что вклады Васи и Пети относятся как 3:4, но означает ли это, что в таком же отношении нужно разделить и деньги? На самом деле из 84 роллов доля Андрея составит 28 роллов, из которых 8 будут из сета Васи, а 20 — из сета Пети. Таким образом, угощения Васи и Пети относятся как 8:20, то есть 2:5. Тогда 700 рублей делятся на 200 и 500 рублей.

Эта задача доступна для большинства школьников, так как для ее решения не нужны переменные. Но тему справедливого дележа можно развить.

Задача 2. На праздновании окончания учебного года Вася принес 2 пиццы, а Петя — 3 пиццы. Андрей не успел купить угощение, но предложил в качестве своей доли 500 рублей. Как Вася и Петя должны по справедливости поделить деньги?

Доля каждого составит $5/3$ пиццы, значит, от Васи Андрею достанется $2 - 5/3 = 1/3$ пиццы, а от Пети $5/3 - 1/3 = 4/3$ пиццы, что в 4 раза больше, чем от Васи. Таким образом, 500 рублей делятся в отношении 1:4, то есть 100 и 400 рублей.

Проанализировав эти задачи, можно сравнить исходные и полученные доли. Возникает вопрос, а всегда ли будет такое удачное целочисленное деление? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно ввести переменные и рассмотреть простейшее уравнение с параметрами. Так простая вычислительная задача дает начало небольшому исследованию.

Задача 3. Пусть Вася принес a пицц, а Петя — b пицц. Андрей не успел купить угощение, но предложил в качестве своей доли $a + b$ рублей. Как Вася и Петя должны по справедливости поделить деньги?

Решая задачу, получаем соотношение для дележа $(2a - b):(2b - a)$. Так как $2a - b + 2b - a = a + b$, то Вася и Петя получают $2a - b$ и $2b - a$ соответственно.

Задача в общем виде позволяет продолжать ставить вопросы. Могут ли получиться отрицательные доли, и что они значат? В каких случаях меньшая из долей составит 1 рубль? Опишите такие пары a и b . И так далее. Тем самым из простой вычислительной задачи можно развернуть небольшое посильное исследование.

Иногда для того, чтобы в задаче появились элементы исследования, достаточно немного изменить вопрос. Приведем задание с прикладным содержанием.

Задача 4. Легковой автомобиль движется по сухой дороге со скоростью 40 км/ч. Тормозной путь легкового автомобиля при этой скорости составляет 14,7 м. Какую длину составит остановочный путь автомобиля, если скорость реакции водителя составляет 1 секунду?

При такой постановке вопроса задача решается в 2 действия.

$$1) 40000:3600 = \frac{100}{9} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

$$2) 14,7 + \frac{100}{9} = 25 \frac{73}{90} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Но даже эта простейшая задача дает учителю организовать более глубокую и интересную работу.

Во-первых, можно изменить вопрос. Вместо исходного вопроса зададим, например, следующий: «Успеет ли водитель безопасно остановить автомобиль, если за 20 метров на дорогу упало дерево (на пешеходный переход выбежал ребенок и т.д.)?»

Поскольку ответ будет отрицательным, можно задать вопрос: «А с какой максимальной скоростью мог ехать автомобиль, чтобы избежать аварии?» Эту цепочку вопросов можно продолжать, все дальше уходя от начального условия задачи. Серия же таких задач может послужить поводом для небольшого самостоятельного исследования школьников.

Такая систематическая работа на уроках будет способствовать формированию у обучающихся привычки не отодвигать в сторону решенную задачу, а критически оценивать полученный результат, искать возможности его обобщения и продолжения.

Даже прототипы тестовых задач практической направленности ЕГЭ по математике позволяют внести в работу элементы исследования.

Например, продолжая тему о нахождении тормозного пути, можно предложить следующую задачу.

Задача 5. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

Решая эту задачу, школьники получают квадратное уравнение $\frac{5}{2}t^2 - 20t + 30 = 0$, имеющее два положительных корня: 2 и 6. Важно не только выбрать то значение, которое является решением данной задачи и обосновать этот выбор, но и попытаться найти причину появления постороннего корня.

Обосновать выбор решения может помочь графическая интерпретация задачи.

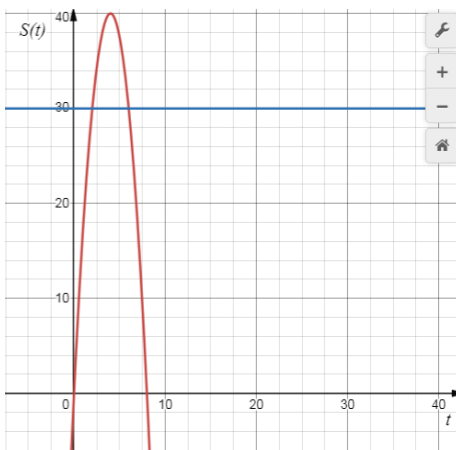


Рис. 1. Зависимость $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

Квадратичная функция, данная в условии рассматриваемой задачи, определена на всём множестве действительных чисел. Однако процесс торможения автомобиля она описывает лишь на определенном промежутке области определения.

Очевидно, что отрицательные значения аргумента по смыслу задачи мы не рассматриваем. Нас интересует поведение автомобиля после начала торможения. Поэтому мы рассматриваем часть графика при положительных значениях аргумента. Также, исходя из физического смысла задачи, тормозной путь не может начать уменьшаться с течением времени. Он будет увеличиваться до момента остановки автомобиля, а дальше останется неизменным.

Следовательно, поведение автомобиля при торможении будет описывать часть параболы, начиная с момента времени $t = 0$ и заканчивая вершиной $t = 4$. Достигнув остановки во время торможения при $t = 4$, автомобиль остановится и не будет двигаться вперед. Так как по условию задачи тормозной путь равен 30 м, проведем прямую $S = 30$, параллельную оси абсцисс. Она пересекает параболу в точках с абсциссами 2 и 6. Теперь ясно, что достижение второго значения $t = 6$ невозможно по физическому смыслу задачи и ответом является $t = 2$. Второй корень – это посторонний корень в условиях прикладного понимания задания к реальным процессам.

Важно не спешить озвучивать правильный ответ, а дать школьникам возможность самостоятельного поиска. Таким образом, выстроенная работа с задачами поможет сформировать у обучающихся привычку анализировать полученные результаты, ставить

перед собой более глубокие вопросы, которые могут послужить отправной точкой самостоятельного исследования.

Рассматриваемую задачу можно дополнить вопросом о нахождении полного тормозного пути сначала для данных числовых значений, затем в общем виде, а затем предложить исследовать полученную формулу и определить влияние на тормозной путь начальной скорости и ускорения. Рассматривая задачу таким образом, мы получим квадратичную функцию, зависящую от двух параметров.

Еще одним вариантом реализации исследовательской деятельности в задачах на движение является графическое представление изучаемого процесса. Например, продолжая рассматривать задачу о тормозном пути с точки зрения алгебры, можно построить линейную функцию расстояния, пройденного автомобилем $S(t) = v \cdot t$, при $v = 40$ км/ч. Используя интернет ресурсы, такие как GeoGebra, Desmos.com и др., получаем график зависимости расстояния, который наглядно иллюстрирует путь легкового автомобиля со скоростью 40 км/ч.

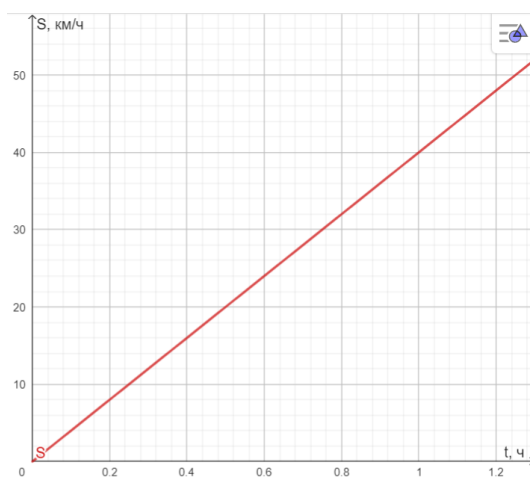


Рис. 2. Зависимость расстояния от времени в км/ч

Основываясь на рис/ 1 ответ на поставленный вопрос о тормозном пути также можно получить, если перевести единицы измерения в м/с (рис. 2).

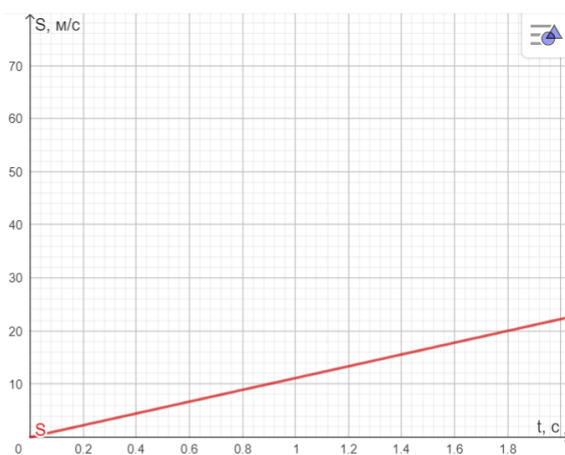


Рис. 3. Зависимость расстояния от времени в м/с

В реальных условиях скорость автомобиля является величиной непостоянной. Дальнейшее исследование математической модели движения можно проводить, заменяя числовой коэффициент скорости на параметр, то есть исследовать задачу при различных скоростях, охватывая сразу все возможные случаи.

В задачу, связанную с поисково-исследовательской деятельностью, можно трансформировать уравнение, неравенство или тождество, заменяя параметрами их числовые

коэффициенты. Новую исследовательскую геометрическую задачу можно получить аналогичным способом с помощью замены некоторых численных данных на буквенные компоненты с заранее не ограниченными характеристиками. Рассмотрение различных возможностей для неизвестных компонент, описание получаемых свойств при фиксировании тех или иных положений геометрической фигуры составляет интерес для математика-исследователя.

Следующим шагом в усложнении задачи может стать изменение вида уравнения, неравенства, тождества, функции на более сложный (а также можно увеличить число компонентов (элементов) задачи). Для примера можно рассмотреть задачи из курса алгебры основной школы. Базовыми задачами являются задания, связанные с решением уравнений первой и второй степени с известными коэффициентами. Для того чтобы процесс исследования был упорядочен, можно последовательно анализировать фактический материал и частные случаи, на основании которых выдвигать предположения и гипотезы. Заключительным этапом в исследовании служит обоснование гипотезы, ее доказательство, написание вывода.

Пример, исследования задачи с параметром в 7 классе.

Задача 6.

1. Постройте графики функций

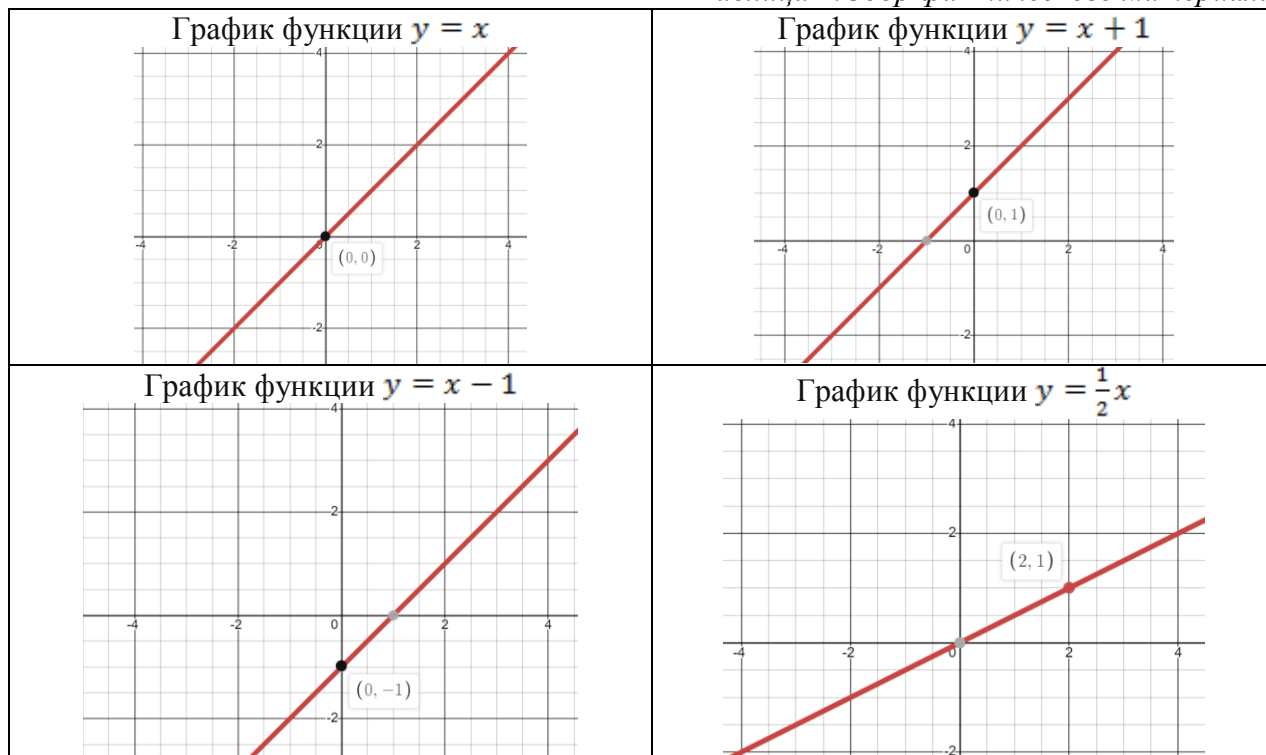
$$y = x, y = x + 1, y = x - 1, y = \frac{1}{2}x, y = 2x, y = -x.$$

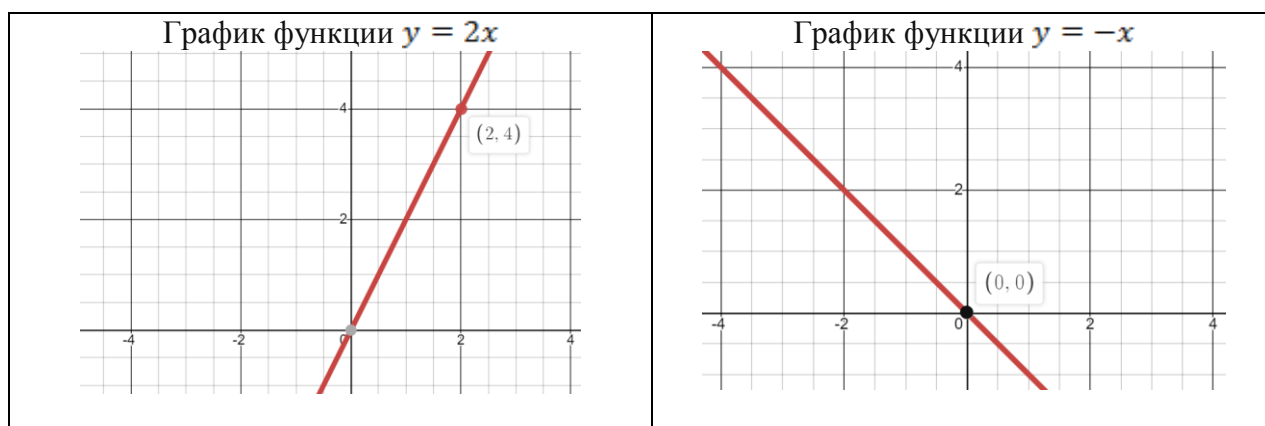
Исследуйте линейную функцию для всех значений коэффициентов?

2. Постановка проблемы. Как ведет линейная функция $y = kx + b$ в зависимости от коэффициентов k и b ? Для ответа на поставленный вопрос необходимо изучить фактический материал. Для этого анализируем поведение функций из пункта 1 в графическом калькуляторе [desmos.com](https://www.desmos.com).

3. Сбор фактического материала (решение частных задач).

Таблица 1. Сбор фактического материала





4. Систематизация и анализ полученных результатов.

Таблица 2. Анализ поведения линейной функции

Функция	$y = x$	$y = x +$	$y = x - 1$	$y = \frac{1}{2}x$	$y = 2x$	$y = -x$
Описание графика функции	Биссектриса координатной четверти	График смещен вверх	График смещен вниз	Наклон графика более горизонтальный	Наклон графика более вертикальный	График $y = x$ симметрично отобразился относительно Oy

5. Выдвижение гипотезы. В общем виде $y = kx + b$ представляет множество прямых с особенностями в расположении.

6. Проверка гипотезы. Построим графики функции $y = kx + b$ для различных значений k и b . Получим прямые.

7. Доказательство истинности гипотезы.

Если последовательно изменять каждый из параметров, то получим множество прямых, вращающихся вокруг точки на оси Oy . Изменение параметра k влияет на угол поворота прямой вокруг этой точки. Поэтому k называют угловым коэффициентом. Точку на оси Oy определяет параметр b .

8. Вывод.

В общем виде $y = kx + b$ представляет множество прямых (пучок прямых) с центром вращения $(0, b)$.

Замечание. Исследование можно продолжить для случая $y = k(x - m) + b$. Также исследование можно продолжить в направлении взаимного расположения двух, трех, n -прямых в зависимости от значений параметров.

Следует отметить, что многие зависимости переменных знакомы обучающимся из реальной жизни или из материалов школьных уроков. Например, в 5-6 классах решаются задачи, связанные с линейной зависимостью расстояния от времени $S = v \cdot t$, работы от времени $A = P \cdot t$. Далее в 7 классе, при изучении физики, изучаются новые количественные характеристики процессов и связи между ними. Например, зависимость силы упругости от удлинения тела $F_{\text{упр}} = k \cdot x$, вес тела от массы тела $P = m \cdot g$ и т.д. Приведенные формулы можно рассматривать с точки зрения математики как зависимость с неизвестным коэффициентом или параметром. Таким образом, ученики понимают предназначение математики как описательного аппарата для процессов и объектов окружающих людей.

Задача описания на математическом языке мира вокруг человека сводится к понятию математической модели. Под математической моделью понимается совокупность количественных характеристик некоторого объекта (процесса) и связей между ними, представленными математической символикой.

При изучении математики в 8-9 класса появляется возможность изучать более сложные зависимости: обратную пропорциональность, квадратичную функцию и т.д. Значит,

поисковая деятельность, связанная с исследованием параметров в математических моделях, становится обширнее. Например, связи спроса и предложения, спроса на товары от цены – это интересные идеи по проведению исследовательской деятельности для современного школьника.

Заключение

Как показывают рассмотренные примеры, исследовательским потенциалом обладают многие задачи самой разной тематики и практически любого уровня сложности. Это дает возможность учителю при изучении любой темы организовывать элементы поисковой деятельности обучающихся, тем самым обеспечивая не только более глубокое изучение материала, но и развитие мыслительных способностей школьников.

Предложенные подходы позволяют систематически внедрять элементы исследовательской деятельности в процесс обучения математики и подходят для работы со школьниками с самым разным уровнем математической подготовки.

Список литературы

- Виноградова И.В., Колягин Ю.М., Крысин А.Я. Сборник поисковых задач по математике для 7-9 классов средней школы: Эксперим. учеб. пособие. Науч.-исслед. ин-т школ. М.: НИИ школ, 1976.
- Воронько Т.А. Задачи как средство формирования опыта исследовательской деятельности учащихся // Наука и школа. 2007. № 5. С. 47–49.
- Галишева М.С., Зуев П.В. Учебно-исследовательская деятельность школьника: структурная модель и формулировка понятия // Педагогическое образование в России. 2019. № 6. С. 6–18.
- Далингер В.А. Задачи с параметрами: учебное пособие. Омск: Изд-во ООО «Амфора», 2012.
- Денисова М.И. Теория и методика обучения математике в средней школе (общая методика): учебное пособие/ М.И. Денисова. Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2023.
- Звонкин А.К. Малыши и математика. Домашний кружок для дошкольников. М.: МЦНМО, МИОО, 2006.
- Кудинова Л.Г. Проектное обучение на уроках математики: Из опыта работы. Образовательная социальная сеть, 2013. [Электронный ресурс]. URL: qipe.pw/tBGFeE (дата обращения: 13.03.2023).
- Обухов А.С. Развитие исследовательской деятельности учащихся. М.: Издательство «Прометей» МПГУ, 2006.
- Перельман Я. И. Живая математика. М., 1967.
- Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих. М.: МЦНМО, 2019.

ORGANIZATION OF RESEARCH ACTIVITIES: FROM THE FIRST STEPS TO MATHEMATICAL MODELING TASKS

Belman S. A. Cand. Sc. (Physical and Mathematical), s.belman@365.rsu.edu.ru Ryazan	Ryazan State University named after S.A. Yesenina
Platonova S. V. Cand. Sc. (Physical and Mathematical), s.platonova@365.rsu.edu.ru Ryazan	Ryazan State University named after S.A. Yesenina

Abstract. In accordance with modern Federal State Educational Standard, learning process must form students research skills, create a base for the scientific thinking formation. Although the most part of High school students is involved in research

projects, but this participation is rather formal. High-level project work needs as high qualification project manager as new and actual goals. The formation of researching experience of today's student must be realized through tasks resolving throughout class work and extracurricular activities. General researching activity of today's students can be provided by resolving of mathematical tasks with different difficulty levels. But to guarantee that, educational process must be well-organized as in classes as during extracurricular activities. So the point of finding tasks with researching potential and of working with the tasks as at the initial as at high level is rather actual. As the most part of school mathematical tasks has computational nature and tasks resolving comes down to applying standard methods and algorithms, the teacher must perform especial work of finding and developing studying materials, which requires research activity. The goal of the researching is a discovery of abilities of management of forming research skills and abilities in process of tasks resolving during math classes at school and developing ways of constructing tasks, which can form research skills of school students. The suggested approaches allow systematically inject elements of research activity to process of math studying, and it's suitable for work with students with different levels of mathematical training. The most famous entertaining tasks, practical-oriented tasks of the United Mathematics Exam and tasks with the parameter on entry-level are considered as examples. The research results have practical value, because they can be used throughout the entire course of mathematics at school. Also they can be an effective tool of students research skills development.

Keywords: research activity, methods of teaching mathematics, an entertaining tasks, parameter

References

- Dalinger, V. A. (2012). *Zadachi s parametrami: uchebnoe posobie*. Omsk: "Amfora". (In Russ.)
- Denisova, M. I. (2023). *Teoria i metodika obucheniya matematike v sredney shkole (obsh'aya metodika): uchebnoe posobie*. Moscow: RIOR: INFRA-M. (In Russ.)
- Galisheva, M. S., Zuev, P. V. (2019). Uchebno-issledovatel'skaya deyatel'nost' shkol'nika: strukturnyaz model' i formulirovka ponyatiya. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*, 6, 6–18. (In Russ.)
- Kudinova, L. G. (2013). *Proektnoe obuchenie na urokah matematiki: iz opyta raboty. Obrazovatel'naya social'naya set'*. [Elektronnyj resurs]. URL: qupe.pw/tBGFEE (data obrash'eniya: 13.03.2023). (In Russ.)
- Obuhov, A. S. (2006). *Razvitie issledovatel'skoj deyatel'nosti uchashinsya*. Moscow: Izdatel'stvo "Prometej" MPGU. (In Russ.)
- Perel'man, Ya. I. (1967). *Zhivaya matematika*. Moscow. (In Russ.)
- Sgibnev, A. I. (2019). *Issledovatel'skie zadachi dlya nachinaushihysya*. Moscow: MCNM. (In Russ.)
- Vinogradova, I. V., Kolyagin, Yu. M., Krysin, A. J. (1976). *Sbornik poiskovyh zadach po matematike dlya 7-9 klassov srednej shkoly: Experimental'noe uchebnoe posobie*. Nauch.-issledovat. in-t shkol. Moscow: NII shkol. (In Russ.)
- Voron'ko, T. A. (2007). Zadachi kak sredstvo formirovaniya opyta issledovatel'skoj deyatel'nosti uchashihysya. *Nauka i shkola*, 5, 47-49. (In Russ.)
- Zvonkin, A. K. (2006). *Malyshi i matimatika. Domashnij kruzhok dlya doshkol'nikov*. Moscow: MCNMO, MIOO. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 21.08.2024

Принята к публикации 16.09.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-18-34

УДК
374.1+
372.851

**ПРИМЕНЕНИЕ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ
ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ
К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ**

Махмутов Федор Римович
аспирант
fox56ru@yandex.ru
г. Оренбург

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Современные образовательные стандарты ориентируют построение процесса обучения таким образом, чтобы ученик выступал не только в роли объекта воздействия учителя, но и являлся активным субъектом учебной деятельности. В связи с этим в последнее время технология смешанного обучения все чаще применяется в образовательных организациях. Однако вопрос об её использовании при проведении занятий по математике в школе исследован недостаточно. В частности, не изучены возможности использования этой технологии при подготовке обучающихся 5-6 классов к математическим олимпиадам. В статье рассмотрены различия между традиционным, дифференцированным и персонифицированным образовательными подходами. Показано, что технология смешанного обучения способствует персонификации. При этом обучающиеся и учителя выступают равноправными участниками образовательного процесса. Кроме того, смешанное обучение позволяет построить модель грамотного использования современных цифровых инструментов в образовании. В статье даётся подробный анализ основных видов смешанного обучения: ротации станций, перевёрнутого класса, флекса (или гибкого обучения), меню, обогащённой виртуальности. На конкретных примерах демонстрируется применимость данной технологии в подготовке обучающихся 5-6 классов к олимпиадам по математике. Объясняются причины слабой эффективности классической классно-урочной системы в работе с олимпиадниками. Представлены результаты экспериментальной работы по внедрению смешанного обучения при подготовке к математическим олимпиадам школьников 5-6 классов г. Оренбурга. На их основе доказывается, что применение указанной технологии при подготовке к математическим олимпиадам школьников данного возраста позитивно влияет на повышение коэффициента усвоения знаний и результативность выполненных респондентами работ.

Ключевые слова: методика обучения математике; олимпиадная математика; смешанное обучение

Введение

Развитие образовательной деятельности на сегодняшний день определяется доминированием информационно-коммуникативных технологий (ИКТ), которые дают возможность интенсифицировать формы и методы классических подходов к обучению. Проблема данной темы на сегодняшний день состоит в том, что немногие разработчики предлагают цельный способ использования цифровых технологий в образовательной сфере. Новое смешанное

обучение — это инновация XXI века, которая позволяет выстроить общую картину того, как должно быть использовано любое цифровое оборудование: планшеты, телефоны, компьютеры и др. с методологической точки зрения для получения эффективных результатов обучения.

Вопросы, связанные с использованием технологии смешанного обучения, поднимались в работах отечественных и зарубежных ученых: Л.А. Амирова (Амирова, 2022), Н.В. Андреевой (Андреева, 2016, 2020), В. И. Блинова (Блинов, 2021), Н.В. Бордовской (Бордовская, 2022), С.Б. Велединской (2014), С.Р. Грехама (Graham, 2021), М.А. Давлатовой (Давлатова, 2022), А.П. Исакович (Исакович, 2023), О. Ыылмаза (Yilmaz, 2020), М.С. Медведевой (Медведева, 2013), М.Н. Моховой (2005), И.А. Нагаевой (Нагаева, 2016), Е.В. Нечитайловой (Нечитайлова, 2014), М.С. Орловой (Орлова, 2008), Г.И. Рубцова (Рубцов, 2016), В.А. Фандей (Фандей 2012), С. Франсиски (Hrastinski, 2019), М. Хорн (Хорн, 2015), О.В. Штакиной (Штакина, 2014) и др. Однако использование этой технологии при подготовке обучающихся 5-6 классов к математическим олимпиадам не рассматривался.

Учебный процесс в современной школе движется в сторону дифференциации и персонализации работы с учащимися. Технологии XXI века изменяют интеллектуальную деятельность и коммуникацию образовательного процесса. Сохранение традиционной советской школы в реалиях нового времени уже невозможно. Классно-урочная система, обоснованная в XVII веке Яном Амосом Коменским, не достаточна для выполнения задач, поставленных сейчас перед школой. В нынешних реалиях, при подготовке обучающихся к конкурсам и олимпиадам по математике эта система уже не столь эффективна по следующим причинам:

- крайне редкое применение индивидуального подхода, ориентация на «среднего» обучающегося (как следствие, необходимо либо объединять способных обучающихся в отдельные классы, либо проводить с такими обучающимися дополнительные занятия, что негативно влияет на общую нагрузку учеников и учителей);
- репродуктивный характер упражнений (большинство заданий направлено на отработку умения выполнять задания по образцу, не развивая способность генерировать множество различных идей и альтернативных решений);
- обучение имеет преимущественно словесный характер и в большинстве случаев ориентировано скорее на память, чем на развитие мышления;
- единый темп обучения (в результате способные обучающиеся не развивают творческое критическое мышление, а дети с высокими рисками неуспешной учебной деятельности испытывают непосильные трудности, что, пожалуй, является главным минусом этой системы).

В свою очередь, процесс изменения образовательной среды не стоит на месте. Появляются новые средства: ИКТ, искусственный интеллект, виртуальная и дополненная реальность и многое другое. Это влечёт за собой, в частности, смещение приоритетов в образовании на персонафикацию, уход от классического урока, ликвидацию деления всего процесса на домашнюю и классную работу и увеличение внимания практической исследовательской работе школьников.

Следует обратить внимание на выстраивание индивидуальной траектории обучающегося, но в данном случае «индивидуальность» это не «один на один», а скорее такая форма работы как ученик-учитель или индивидуальные карточки с заданиями, учитывающими возможности и особенности конкретного ученика. Чтобы учебная траектория приобрела индивидуальность, необходимо, чтобы процесс обучения стал более социальным, проще говоря, приобрёл «коллективную» форму. Традиционный формат обучения подразумевает, что учитель умеет передавать усреднённые и обобщённые знания, но главный вопрос в ином. Может

ли он сделать так, чтобы его слушатели приняли новые знания, сформировали «личные знания и умения», научились создавать на основе приобретённого опыта нечто новое?

Основные понятия и методические рекомендации

Традиционно смешанное обучение понимается как комбинация разных форм обучения от онлайн до офлайн (Рубцов, 2016). Термин онлайн будем использовать в случае, когда обучение происходит с применением сетевых эффектов интернета, а офлайн, когда без них. Например, ученики изучают теорию на образовательной платформе онлайн и очно обсуждают новый материал с учителем. В мире современных технологий всё больше коммуникаций уходит в сторону онлайн, и в образовании в том числе, суть смешанного обучения также изменяется.

Новый формат требует других подходов в осуществлении и организации учебного процесса. Это формирование ресурсной базы, улучшенная автоматизация, формирование и апробация новых форм обучения, построение креативной среды в школе.

Наиболее ценными качествами в условиях повышения доступности информатизации становятся:

- повышение продуктивности взаимодействия с окружающими;
- принятие решений и способность к решению проблем в целом;
- понимание важности обучения на протяжении всей жизни;
- креативность и критическое мышление;
- ответственность за свои поступки и действия.

Вывод, смешанное обучение – это образовательный подход, совмещающий следующие формы: обучение с участием преподавателя (лицом к лицу); онлайн-обучение, предполагающее элементы самостоятельного контроля учеником пути, времени, места и темпа обучения; интеграцию опыта обучения офлайн и онлайн (Исакович, 2023).

Изменение образовательной среды при таком подходе означает:

- индивидуальность ставится в основе обучения;
- в образовательный процесс вовлекаются обязательно родители (или законные представители) обучающегося и научные структуры;
- новые формы, способы и механизмы оценки достижения образовательных результатов;
- урочная и внеурочная деятельности проникают друг в друга;
- рост доли исследовательской и практической работы.

Организация информационно-технических решений позволяет применять и обеспечивать всевозможные активности. Создание комфортной и безопасной электронной образовательной среды с большим набором разнообразных упражнений, удобной навигацией и обратной связью от учителя необходимы для более глубокого погружения в каждую из изучаемых тем.



Рис. 1. Виды смешанного обучения

Рассмотрим, какие модели смешанного обучения существуют на сегодняшний день, и как они позволяют соединять образовательный процесс в онлайн-формате с традиционным.

На рис. 1 представлены некоторые виды смешанного обучения: ротация станций, перевёрнутый класс, флекс (или гибкое обучение), меню, обогащенная виртуальность. Следует отметить, что чем больше

мы хотим дать свободы и самостоятельности ученику, тем больше нам придется вкладываться в образовательный процесс.

В начале становления смешанного обучения в России наиболее популярными его видами были ротация станций и перевернутый класс (Андреева, 2016). Флекс также реализовывали на практике в некоторых московских школах. Два же последних вида редко использовались из-за необходимости соответствующей цифровизации образовательного пространства, а также дополнительной ИТ подготовки преподавательского состава (Фандей, 2012).

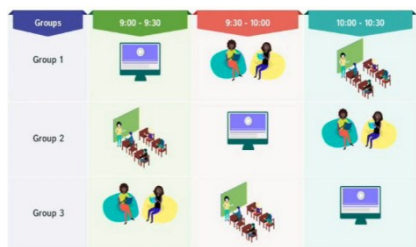


Рис. 2. Ротация станций

Остановимся подробнее на первых трех моделях смешанного обучения. На конкретных примерах покажем применимость каждой из них в подготовке обучающихся 5-6 классов к олимпиадам по математике.

Известная во всем мире ротация станций реализуется по следующей схеме. Класс делится на три группы, каждой из которых предстоит выполнять три вида деятельности: учителя с учениками (классическая схема); деятельность с компьютером или иными техническими устройствами и групповая деятельность (проект) (рис. 2). Каждые полчаса или иной интервал времени группы меняют свое местоположение (станцию) и вид деятельности, происходит ротация (Давлатова, 2022). В итоге каждая из групп проходит все этапы обучения.

Таким образом, во-первых, учитель работает только с третьей класса, что повышает эффективность этих занятий, во-вторых, у ученика как минимум треть всего времени занимает групповая работа, что очень эффективно, и, в-третьих, у каждого ученика есть возможность научиться правильно пользоваться цифровыми технологиями для того чтобы поддерживать и участвовать в образовательном процессе.

Ротация станций является самой популярной моделью смешанного обучения, поскольку не требует от учителя большой методической подготовки и хорошо ложится на классическую форму обучения. Необходимо только разбить детей на группы, организовать работу в каждой из этих групп, продумать контентное содержание для работы на каждой из станций и урегулировать процесс передвижения. На каждом из этапов возможны следующие виды работ. За компьютером: ознакомление с новым материалом плюс первичное тестирование, симуляции, индивидуальные траектории; в группе: решение кейсов, анализ ситуации, лабораторные работы, проектная деятельность; работа с учителем: объяснение нового материала, разбор ошибок, проверка усвоения материала, решение задач повышенной сложности (Хорн, 2015).

Рассмотрим пример реализации модели ротации станций на практике среди обучающихся 5-6 классов при их подготовке к математическим олимпиадам. Школьники этого возраста очень активно включаются в работу, так как новый вид деятельности вызывает у них интерес. В условиях общеобразовательной школы модель хорошо реализуется, так как всегда можно организовать рабочее пространство для каждого из описанных видов деятельности. Проблемы, возникающие при реализации этого вида смешанного обучения, заключаются в следующем.

Первая проблема связана с динамической подвижностью групп. Нужно сделать так, чтобы весь предлагаемый материал был в зоне ближайшего развития обучающихся. Для этого учителю необходимо подготовить не только простейшие задания для группы, с которой ведётся работа, но и нужно всегда иметь два, три задания и их вариации для каждой из двух оставшихся групп. Для некоторых ребят, которые имеют высокий уровень познавательного интереса, не всегда требуется столько времени, сколько в среднем запланировано для работы на конкретной станции. При этом в ходе урока нельзя переместить одного учащегося из

группы в группу, иначе будет потеряна часть процесса. Вот здесь и нужно использовать дополнительные задания олимпиадного характера, направленные на развитие творческого мышления. Например, при изучении темы «Натуральные числа» на станции по работе с учителем таким школьникам предлагаются следующие задания:

1. По кругу записаны несколько натуральных чисел, общее количество которых не меньше четырёх. Их сумма равна 41. Известно, что суммы любых трёх подряд идущих чисел равны. Какие числа записаны по кругу и сколько их. (Ответ: 1, 41.)
2. В упражнении на вычитание двух натуральных чисел уменьшаемое больше разности на 2024, а их сумма равна 4202. Восстановите это упражнение. (Ответ: $3113 - 2024 = 1089$)

На станции по работе с цифровыми ресурсами, такими как: ЯКласс, MyTest и другие, обучающимся предлагается выполнить тест, содержащий следующие задания закрытого и открытого типов:

1. Какое количество различных сумм может получиться при складывании некоторого количества однозначных натуральных чисел, взятых в каждой сумме по одному разу?
А) 15; Б) 25; В) 36; Г) невозможно посчитать (Ответ: А).
2. Сегодня 23.03.2024 Ира заметила, что сумма первых четырёх цифр равна сумме последних четырёх цифр. Сколько раз в этом году могла встретиться дата с таким же свойством? (Ответ: 29).

На станции групповой работы можно предложить такую работу:

1. Незнайка решил помочь в проектировании ракеты на Луну. В силу своих особенностей он посчитал, что расстояние до Луны 383 400 000 000 мм, масса ракеты 3000 ц, длина ракеты 50 000 см, а средняя скорость ракеты 100 000 см/с. Но Знайка сказал, что все единицы измерения выбраны неверно, и так считать нельзя. Помогите Незнайке исправить ошибки и посчитать время полёта ракеты до Луны. (Ответ: 106 ч 30 мин).

Вторая проблема – это время. Урочный час в основном 45 минут, тогда время для работы на станции 15 минут в лучшем случае. Возникают вопросы, связанные с возрастной физиологией детей: на сколько быстро ребёнок сможет переключиться с одного вида деятельности на другой, и на сколько эффективно для него будет проходить эта деятельность продолжительностью не более 15 минут. Опыт показывает, что в начале не все обучающиеся могут перестроиться на такой формат работы, но, если такие занятия проводить регулярно, то школьники достаточно быстро привыкают и работают с полной отдачей.



Рис. 3. Ротация лабораторий

Ротация лабораторий (рис. 3) построена по такому же принципу, что и ротация станций, только имеет расширение на учебный день или даже на учебную неделю. Сложность этой модели заключается в организации рабочего пространства. Например, необходимо одновременно предоставить доступ большому количеству обучающихся к компьютеру, что

бывает довольно затруднительно. Во многих школах США реализована именно такая схема (Graham, 2021).

Недавно появилась новая разновидность ротации лабораторий, которая получила название индивидуальный план (рис. 4). Она достаточно эффективно работает для учеников, которым не требуется много времени заниматься, например, историей, зато необходимо больше времени для изучения математики. Тогда обучающийся может посетить не все станции по истории, а посвятить больше времени для изучения другого предмета.

С моделью индивидуального плана тесным образом связан ещё один вид реализации смешанного обучения, который имеет название флекс или гибкое обучение. Суть его заключается в том, что ученик сам решает, на каком этапе он работает с учителем, на каком самостоятельно, когда в онлайн- и когда в офлайн-форматах.

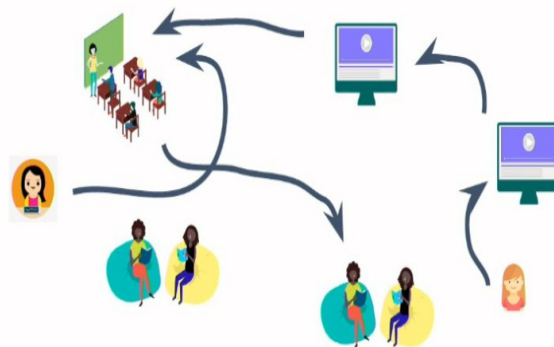


Рис. 1. Ротация лабораторий: индивидуальный план

Строим траекторию движения к той или иной цели:

- формирующее оценивание
- метапредметные результаты
- предметные результаты
- с учителем или самостоятельно
- автоматизировано или нет

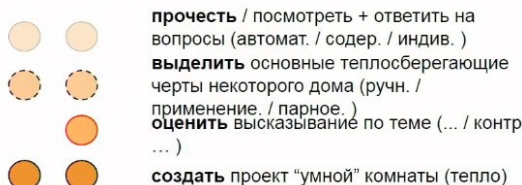


Рис. 5. Схематическая форма индивидуального маршрута

У учителя есть расписание, когда он работает с классом, а когда с группой. У ученика тоже есть лист, где указан перечень заданий или тем, которые он должен сделать или отработать за определённый промежуток времени (день, два или неделю), но решение, когда и какие курсы он слушает, ученик принимает сам. Например, обучающемуся говорят, что у него есть несколько основных курсов, обязательных для посещения, кроме того есть три

курса, их можно пройти за компьютером и отчитаться в форме тестов, или посетить лабораторию, или рабочую группу, в которых необходимо выполнить проект, в зависимости от потребностей обучающегося.

Когда добавляется элемент свободы в эту схему, то предполагается, что ученик ответственно относится к своему образовательному процессу. Он должен понимать, как ему правильно выстроить свою образовательную траекторию. При этом сохраняется риск, что ученик может допустить какие-то ошибки, которые приведут к тому, что в конечном итоге он будет неуспешным. Это можно нивелировать, используя специально обученных людей, которые будут следить за его расписанием, создавать дедлайны, следить за траекторией его развития. Это довольно сложно в реализации, но тем не менее это возможно (Штакина, 2014).

Вот так выглядит схематично форма с заданиями (рис. 5). Чем сложнее задание, тем более насыщенный цвет используется для его обозначения. Задания, расположенные в нижнем ряду, по таксономии Блума, самые сложные для ребёнка: проанализировать, оценить, создать. А задания, расположенные выше, более простые: про-

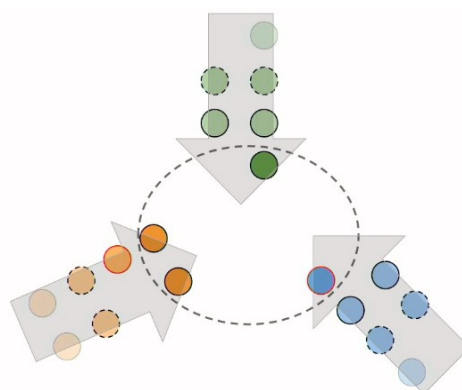


Рис. 6. Пример индивидуального маршрута

чество, ответить на вопросы и т.д. Чтобы получить зачёт по некоторой теме, необходимо дойти до конца, но в каком порядке ребёнок будет их выполнять, решает он сам. Задания, обведённые сплошной красной линией, контрольные и должны быть выполнены обязательно.

На рисунке 6 представлена схема с заданиями по трём темам. При наведении на любой из цветных кругов ученик может посмотреть, что за задание за ним скрывается. Круг, обведённый пунктиром, означает, что это задание должно быть выполнено в группе. Разные цвета соответствуют разным видам деятельности.

Жёлтым цветом обозначено чтение или работа с текстом, синим – решение задач, зелёным – устный или письменный ответ на поставленные вопросы. Например, для того, чтобы выучить формулы или определение, учитель не требуется.

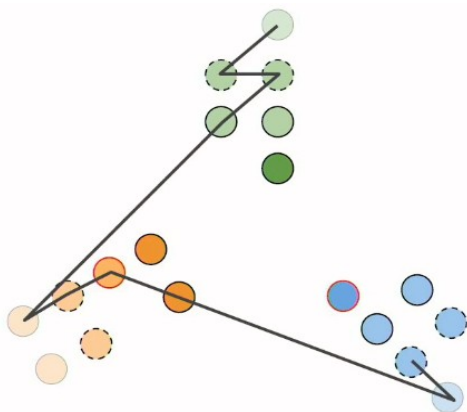


Рис. 7. Маршрут, построенный учеником

На рис. 7 представлена схема, по которой двигался один из учеников. Схема довольно жёсткая, потому что на выполнение каждого задания отводится ограниченное количество времени, и все протоколируется. В результате, при всей видимости свободы действий, у ученика на самом деле не так много вариантов для выбора. В конце выдаётся результат с оценкой итогов его деятельности (Медведева, 2013).

Например, по теме «Натуральные числа. Десятичная система счисления» В качестве заданий, выделенных жёлтым цветом, можно предложить следующие:

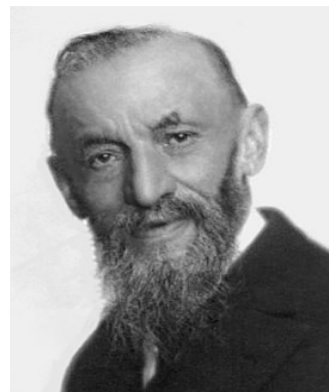
- Прочитайте параграф: *Натуральные числа. Десятичная система счисления.*

Потребность в счёте возникла у человечества в глубокой древности. Раньше всех возникли числа, которые использовались для счёта объектов. Они получили название «натуральные числа».

Ряд натуральных чисел – это ряд 1, 2, 3, 4, 5 и далее, числа записаны по порядку без пропусков до бесконечности.

Самое маленькое натуральное число – один (1). В ряде натуральных чисел каждое следующее на единицу больше предыдущего. Такой ряд бесконечен, самого большого числа нет, поскольку можно прибавить 1 и получить следующее число, которое больше предыдущего.

Впервые строгое определение натуральных чисел дал итальянский математик второй половины XIX – начала XX вв. Джузеппе Пеано: натуральные числа – это ряд, начинающийся с 1, где каждое следующее число образуется из предыдущего путём прибавления 1 (Игнатушина, 2021).



Джузеппе Пеано
(1858-1932)

Сейчас мы повсеместно пользуемся десятичной системой счисления, в этой записи числа строятся при помощи десяти знаков: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 – такие знаки называются цифрами.

В зависимости от позиции одна и та же цифра может иметь разное значение, все зависит от позиции цифры в записи числа. Для примера число пятьсот пятьдесят пять первая справа цифра пять означает пять единиц, вторая – пять десятков, третья – пять сотен. Именно поэтому такую форму записи числа называют позиционной.



Рис. 8. Десятичная запись числа

Числа, которые записаны одной цифрой, называют однозначными, а те, которые записаны несколькими – многозначными.

Числа 2, 0, 4 – называются однозначными числами, так как записаны при помощи одной цифры; 2024 – четырёхзначное число; 20242025, 12345678 – восьмизначные числа, так как записаны восьмью цифрами.

Многозначные числа читают следующим образом: начиная справа, разбивают на группы по три цифры в каждой (в крайней левой группе может быть меньше трёх цифр). Такие группы называют классами.

Начиная слева направо, выделяют следующие классы: класс единиц, класс тысяч, класс миллионов, класс миллиардов и т.д.

Класс миллиардов	Класс миллионов	Класс тысяч	Класс единиц
23	456	789	123

Покажем, как некоторое число будет выглядеть в таблице, т.е. записываем в таблицу число справа налево, начиная с цифры 4.

классы	миллиарды			миллионы			тысячи			единицы		
разряды	Сот.	Дес.	Ед.	Сот.	Дес.	Ед.	Сот.	Дес.	Ед.	Сот.	Дес.	Ед.
число	2	0	2	4	2	0	2	4	2	0	2	4

Записанное число имеет 24 единицы, 242 тысячи, 420 миллионов, 202 миллиарда.

При прочтении число называют слева, по очереди число единиц каждого класса и добавляют название класса.

Наше число: 202 миллиарда 420 миллионов 242 тысячи 24. – Двести два миллиарда четыреста двадцать миллионов двести сорок две тысячи двадцать четыре.

Для себя отметим, что любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых. Например, число 2024 состоит из двух тысяч, нуля сотен, двух десятков и четырёх единиц, поэтому это число мы можем представить в виде суммы разрядных слагаемых: $2024 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1$

Большую роль в десятичной системе счисления играет число 10. Десять единиц называется десятком, десять десятков – сотней, десять сотен – тысячей и т. д.

1	Единица
10	Десять
100	Сто
1000	Тысяча
10 000	Десять тысяч
100 000	Сто тысяч
1 000 000	Миллион
10 000 000	Десять миллионов
100 000 000	Сто миллионов
1 000 000 000	Миллиард

Числа применяют для фиксации и передачи количественной информации об объекте. Человечество нашло большое количество способов записи чисел. Но так или иначе число представляется в виде символа или нескольких символов (словом) некоторого алфавита. Эти символы принято называть цифрами, а алфавит – системой счисления.

Система счисления – это форма записи чисел при помощи заданного набора специальных знаков (цифр).

Все системы счисления делятся на две большие группы – непозиционные и позиционные. В позиционных системах значение цифры зависит от её положения в числе, а в непозиционных — не зависит (Виленкин, 2023).

Самыми первыми появились непозиционные системы счисления. Примером служит, римская нумерация: в ней используются латинские буквы в качестве цифр: I, V, X, L, C, D, M.

Если цифра, соответствующая меньшему числу стоит слева от цифры, соответствующей большему числу, то значение первой цифры вычитается из значения второй. Например, IX = 10 – 1 = 9. Если цифра, соответствующая меньшему числу находится справа от цифры, соответствующей большему числу, то они складываются. Например, XI = 10 + 1 = 11.

Сравним числа IX и XI. Несмотря на то, что I меньше, чем X, число XI больше, чем число IX. Несмотря на то, что в записи обоих чисел одинаковые символы.

● Какая из цифр встречается в тексте параграфа наибольшее число раз, сколько? Какая – наименьшее число раз, сколько? (Ответ: чаще всего в тексте встречается цифра 0, 67 раз; по одному разу встречаются цифры V, L, C, D, M).

Примеры заданий для тренировки.

● Напишите наибольшее трёхзначное число и наименьшее четырёхзначное число. (Ответ: 999 и 1000).

● Выберите число, записанное в виде суммы разрядных слагаемых, в ответ запишите букву:

$$600000 + 7000 + 300 + 40 + 8$$

А) 607348 Б) 670348 В) 67348 Г) 607708 (Ответ: А).

Пример группового задания.

● Выполняется в группе. Прочитайте текст математического фокуса: пусть кто-то в группе загадает число, чтобы вы его не слышали, сообщит число своему соседу (это будет контролёр) или запишет на листе бумаги. Допустим, он загадал – 34. Нужно предложить, пусть он поделит его на 3, а вслух сообщит остаток от деления на 3. Результат будет такой: $34:3=11(\text{остаток } 1)$. Он скажет: «один». Потом поделит своё число на 5. У него должно получиться так: $34:5=6(\text{остаток } 4)$. Вы услышите новый остаток: «Четыре». В конце пусть поделит своё загаданное число на 7. Особо не утруждая себя, он должен получить такой результат, $34:7=28(\text{остаток } 6)$, и с иронией произнесёт: «Шесть». Все с насмешкой ожидают, каков же верный результат? А вы как настоящий фокусник покажете результат, проделав в уме простые вычисления. Первый остаток – один необходимо умножить на 70 и запомнить этот несложный результат. Следующий остаток 4 умножаем на 21 и запоминаем ответ 84. Ну и последний остаток 6 необходимо умножить на 15. Запомним ответ – девяносто. Следующим шагом выполним сложение трёх полученных результатов: $70+84+90=244$ и разделим результат на 105. Это можно сделать в столбик на листке. В начале фокуса мы не оговаривали ограничения: $244:105=2(\text{остаток } 34)$. Все в ожидании ответа. Что вы им скажете? Вы произносите ваш остаток, то есть задуманное число: 34. Все удивлены. Вы на вершине успеха.

● Сделать сообщение на тему: «История ... цифр» или «История ... системы счисления» (можно использовать не только информацию об арабских цифрах, но и о способах записи числа в других культурах, соответственно системах счисления).

● Начиная с одного, посчитайте сумму нескольких подряд идущих натуральных нечётных чисел. Попробуйте найти закономерность. Выведите формулу. (Ответ: $1+3+\dots+n=n^2$)

Данный вид работы может быть использован в случае подготовки обучающихся к олимпиадам, причём в разных компоновках. Когда у ученика выносятся на отдельное самостоятельное изучение целый учебный курс, который не изучается в рамках школьной программы, но он включён в олимпиадные задания.

Обучающиеся 5-6 классов живо интересуются подобной формой работы, поскольку она напоминает им квест, который нужно пройти. Это благотворно влияет на результативность. Главная задача учителя, продумать методическую составляющую, учитывающую психофизическое развитие каждого ученика. Иначе говоря, все должно быть посильным.

Данная схема идеально подходит для отдельных детей и не очень хорошо ложится даже на небольшую группу, потому, что довольно трудно учесть особенности каждого и просчитать степень ответственности обучающихся. Кроме того, не всегда понятно, что делать, если обучающийся не освоил весь курс до конца за отведённое время. Хотя такая форма занятий учит ребят принимать самостоятельные решения и нести ответственность за свой выбор, это является важным качеством человека при выполнении любой работы, в том числе и олимпиадной (Орлова, 2008).

Ещё один из видов смешанного обучения, который достаточно распространён в нашей стране, это перевёрнутый класс. Суть его состоит в том, что дети получают некоторые зада-



Рис. 9. Перевёрнутый класс

ния по новой теме на компьютере или офлайн и самостоятельно дома проходят теоретический материал (например, просматривая рекомендованные образовательные видеоролики), а на уроке происходит обсуждение с учителем нового материала и выполнение практических заданий (рис. 9). Зачем работать на компьютере в школе, если эту работу можно вынести на дом, и

обучающийся может выполнять эту работу столько времени, сколько ему нужно и в то время, когда ему это будет удобно или даже с тем, с кем ему будет удобно. В школу ученик приходит уже с первичными знаниями, где в ходе обсуждения новой темы с учителем и выполнения под его контролем практических заданий происходит полное освоение нового материала и выработка необходимых навыков (Нечитайлова, 2014).

Основная сложность, которая здесь может возникнуть, связана с организацией образовательного процесса с теми, кто не выполнил домашнее задание и соответственно не прошёл этап получения первичных знаний, ведь они не могут двигаться дальше, и тогда схема ломается. Для этих школьников либо сам учитель объясняет новый материал, а остальные в это время приступают к выполнению практических заданий, либо учитель просит одного или нескольких подготовленных учеников объяснить новый материал всем и помогает им в затруднительных ситуациях.

Результаты исследования

Шестьдесят четыре обучающихся 5 – 6 классов школ г. Оренбурга приняли участие в педагогическом эксперименте, направленном на проверку эффективности применения технологии смешанного обучения при подготовке к математическим олимпиадам. Их разделили на 2 группы – контрольную и экспериментальную, которые имели примерно одинаковый уровень подготовки по математике. Для подтверждения равнозначности групп эксперимента обучающимся было предложено участие в школьном этапе ВсОШ по математике.

Работы оценивались традиционно по семибалльной шкале за каждую задачу. Для каждого обучающегося был найден коэффициент усвоения учебного материала, опираясь на

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

формулу В.П. Беспалько: $k = \frac{n}{N}$, где n – количество баллов, набранных участниками эксперимента, N – максимально-возможное количество баллов (35 баллов). Результаты представим в таблице 1:

Таблица 1
Результативность поисково-констатирующего эксперимента

№ п/п	ФИО	Сумма баллов	Кэф. усвоения уч. материала	№ п/п	ФИО	Сумма баллов	Кэф. усвоения уч. материала
Результаты выполнения работы обучающихся контрольной группы							
1	ААА	30	0,86	17	ГАО	16	0,46
2	ААЮ	19	0,54	18	ГГС	2	0,06
3	АЕА	5	0,14	19	ГМЮ	20	0,57
4	АЕР	14	0,40	20	ГСР	6	0,17
5	АМА	15	0,43	21	ДАЕ	18	0,51
6	АМД	26	0,74	22	ДДА	26	0,74
7	БАА	26	0,74	23	ДММ	34	0,97
8	БАВ	7	0,20	24	ДТИ	4	0,11
9	БДА	24	0,69	25	ЗВН	1	0,03
10	БДВ	9	0,26	26	ЗКС	25	0,71
11	ВАЕ	12	0,34	27	ЗМА	16	0,46
12	ВАС	33	0,94	28	ИКС	35	1,00
13	ВЕС	19	0,54	29	КАС	10	0,29
14	ВИИ	27	0,77	30	КВА	7	0,20
15	ВПС	2	0,06	31	КЕД	26	0,74
16	ГАВ	28	0,80	32	КИД	27	0,77
Результаты выполнения работы обучающихся экспериментальной группы							
33	ЛАИ	17	0,49	49	САА	21	0,60
34	ЛРД	29	0,83	50	СВА	29	0,83
35	МАН	18	0,51	51	СДВ	23	0,66
36	МВЕ	14	0,40	52	СЕА	1	0,03
37	МДА	27	0,77	53	СКС	21	0,60
38	МЛЮ	18	0,51	54	ТМС	5	0,14
39	МЯА	5	0,14	55	ФУВ	5	0,14
40	НРМ	29	0,83	56	ХАИ	32	0,91
41	НСА	26	0,74	57	ХКР	17	0,49
42	НТВ	15	0,43	58	ХСВ	34	0,97
43	ОАЕ	25	0,71	59	ЧАА	19	0,54
44	ПАИ	5	0,14	60	ШВС	9	0,26
45	ПОЕ	28	0,80	61	ШДА	26	0,74
46	ПОМ	3	0,09	62	ШИД	14	0,40
47	ППП	24	0,69	63	ШКИ	13	0,37
48	ПУА	3	0,09	64	ЯВК	5	0,14

Полученные результаты показывают, что школьники имеют недостаточный уровень подготовки к математическим олимпиадам.

Для разрешения выявленных проблем была применена технология смешанного обучения в процессе подготовки к математическим олимпиадам для участников экспериментальной группы. Формирующий этап эксперимента утвердил педагогическую актуальность настоящего исследования. Цель контрольного этапа состояла в проверке эффективности

предложенной технологии в подготовке к математическим олимпиадам учащихся 5 – 6 классов.

Школьникам, участвующим в этом этапе эксперимента, спустя год после проведения занятий было предложено выполнить новые задания ВсОШ по математике. Подсчитанные коэффициенты усвоения учебного материала представлены в таблице 2.

Таблица 2

Результативность формирующего эксперимента

№ п/п	ФИО	Сумма баллов	Коэф. усвоения уч. материала	№ п/п	ФИО	Сумма баллов	Коэф. усвоения уч. материала
Результаты выполнения работы обучающихся контрольной группы							
1	ААА	32	0,91	17	ГАО	17	0,49
2	ААЮ	23	0,66	18	ГГС	3	0,09
3	АЕА	7	0,20	19	ГМЮ	21	0,60
4	АЕР	12	0,34	20	ГСР	8	0,23
5	АМА	14	0,40	21	ДАЕ	20	0,57
6	АМД	24	0,69	22	ДДА	26	0,74
7	БАА	25	0,71	23	ДММ	33	0,94
8	БАВ	8	0,23	24	ДТИ	4	0,11
9	БДА	20	0,57	25	ЗВН	5	0,14
10	БДВ	12	0,34	26	ЗКС	24	0,69
11	ВАЕ	13	0,37	27	ЗМА	17	0,49
12	ВАС	35	1,00	28	ИКС	35	1,00
13	ВЕС	20	0,57	29	КАС	9	0,26
14	ВИИ	27	0,77	30	КВА	8	0,23
15	ВПС	4	0,11	31	КЕД	25	0,71
16	ГАВ	27	0,77	32	КИД	28	0,80
Результаты выполнения работы обучающихся экспериментальной группы							
33	ЛАИ	20	0,57	49	САА	35	1,00
34	ЛРД	35	1,00	50	СВА	30	0,86
35	МАН	22	0,63	51	СДВ	7	0,20
36	МВЕ	21	0,60	52	СЕА	29	0,83
37	МДА	33	0,94	53	СКС	28	0,80
38	МЛЮ	21	0,60	54	ТМС	12	0,34
39	МЯА	6	0,17	55	ФУВ	15	0,43
40	НРМ	33	0,94	56	ХАИ	35	1,00
41	НСА	30	0,86	57	ХКР	24	0,69
42	НТВ	18	0,51	58	ХСВ	35	1,00
43	ОАЕ	29	0,83	59	ЧАА	21	0,60
44	ПАИ	12	0,34	60	ШВС	12	0,34
45	ПОЕ	35	1,00	61	ШДА	29	0,83
46	ПОМ	10	0,29	62	ШИД	20	0,57
47	ППП	28	0,80	63	ШКИ	21	0,60
48	ПУА	29	0,83	64	ЯВК	10	0,29

На третьем, обобщающем этапе эксперимента, выполнена проверка эффективности применения технологии смешанного обучения в подготовке к математическим олимпиадам на основе статистической обработки полученных результатов. Контрольная и экспериментальная группы были примерно одинаковыми по уровню математической подготовки, что видно по результатам входной диагностики (Таблица 1).

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Для определения влияния применяемой технологии на усвоение знаний по математике, оцениваемые по коэффициентам В.П. Беспалько, применим U-критерий Манна-Уитни в сопоставлении результатов контрольной группы с результатами экспериментальной группы (Таблица 2).

Пусть нулевая гипотеза $H_0 = \{\text{наблюдаемое различие значений коэффициента усвоения учебного материала по В.П. Беспалько для контрольной и экспериментальной группы статистически незначимо}\}$; альтернативная гипотеза $H_1 = \{\text{наблюдаемое различие значений коэффициента усвоения учебного материала по В.П. Беспалько для контрольной и экспериментальной группы статистически значимо}\}$.

Совместим две выборки в одну и проранжируем её, все данные расположим в порядке возрастания (Таблица 3):

Таблица 3
Ранжированный список

i	ФИО	x_i, y_i	R_i	i	ФИО	x_i, y_i	R_i	i	ФИО	x_i, y_i	R_i	i	ФИО	x_i, y_i	R_i
1	ГГС	0,09	1	17	ТМС	0,34	16	33	ЧАА	0,60	32	49	ПУА	0,83	49,5
2	ВПС	0,11	2,5	18	ШВС	0,34	16	34	ШКИ	0,60	32	50	СЕА	0,83	49,5
3	ДТИ	0,11	2,5	19	ВАЕ	0,37	19	35	МАН	0,63	35	51	ШДА	0,83	49,5
4	ЗВН	0,14	4	20	АМА	0,40	20	36	ААЮ	0,66	36	52	НСА	0,86	52,5
5	МЯА	0,17	5	21	ФУВ	0,43	21	37	АМД	0,69	38	53	СВА	0,86	52,5
6	АЕА	0,20	6,5	22	ГАО	0,49	22,5	38	ЗКС	0,69	38	54	ААА	0,91	54
7	СДВ	0,20	6,5	23	ЗМА	0,49	22,5	39	ХКР	0,69	38	55	ДММ	0,94	56
8	БАВ	0,23	8	24	НТВ	0,51	24	40	БАА	0,71	40,5	56	МДА	0,94	56
9	ГСР	0,23	8	25	БДА	0,57	27	41	КЕД	0,71	40,5	57	НРМ	0,94	56
10	КВА	0,23	8	26	ВЕС	0,57	27	42	ДДА	0,74	42	58	ВАС	1,00	61
11	КАС	0,26	11	27	ДАЕ	0,57	27	43	ВИИ	0,77	43,5	59	ИКС	1,00	61
12	ПОМ	0,29	12,5	28	ЛАИ	0,57	27	44	ГАВ	0,77	43,5	60	ЛРД	1,00	61
13	ЯВК	0,29	12,5	29	ШИД	0,57	27	45	КИД	0,80	46	61	ПОЕ	1,00	61
14	АЕР	0,34	16	30	ГМЮ	0,60	32	46	ППП	0,80	46	62	САА	1,00	61
15	БДВ	0,34	16	31	МВЕ	0,60	32	47	СКС	0,80	46	63	ХАИ	1,00	61
16	ПАИ	0,34	16	32	МЛЮ	0,60	32	48	ОАЕ	0,83	49,5	64	ХСВ	1,00	61

Найдём суммы рангов контрольной и экспериментальной групп и определим расчётное значение критерия Манна-Уитни:

Критическое значение критерия Манна-Уитни на уровне значимости $\alpha = 0,05$ равно $U_{0,05} = 389$.

$$\sum R_x = 880,5; \quad \sum R_y = 1196,5$$

$$U_{\text{эмп}} = 32 \cdot 32 + \frac{32(32+1)}{2} - 1196,5 = 355,5$$

Поскольку $U_{\text{эмп}} < U_{0,05}$, то справедлива гипотеза H_1 . Следовательно, применение технологии смешанного обучения при подготовке к математическим олимпиадам позитивно влияет на повышение коэффициента усвоения знаний и результативность выполненных школьниками работ.

Заключение

В заключение ответим на несколько вопросов. Зачем применять смешанное обучение? Для повышения качества образовательного процесса, достижения его прозрачности и откры-

тости, лучшей результативности на экзаменах, олимпиадах и конкурсах, для развития в ребёнке умения учиться самостоятельно.

Каковы ключевые компоненты смешанного обучения? Строятся различные способы и модели для успешного усвоения образовательного материала. Ротация станций с подвижными группами, перевёрнутый класс, индивидуальный план, а также флекс внутри класса с индивидуальными траекториями для развития способностей детей и подготовке их к олимпиадам.

И главный вопрос, как осуществить эту технологию при подготовке к олимпиадам? Детализировать инструкции по работе на уроке и вне его. Например, если за отведённое время ученик выполнил задание, то в зависимости от результата, ему предлагается выполнить следующее задание по соответствующей траектории. Активно использовать работу в группах с самопроверкой и взаимопроверкой. Необходимо, чтобы каждый обучающийся понял, что, если у него низкий балл за выполненную работу, то ему нужно разобраться в причинах и следствиях этого, проработать материал снова, задать оставшиеся вопросы учителю, выполнить соответствующие задания и т.д.

Технологии не заменят учителей. Но учителя, которые используют технологии, возможно, заменят тех, кто их не использует.

Список литературы

- Амирова Л.А., Седых Т.А., Галикеева Г.Ф., Суханова Н.В., Саттаров В.Н. Смешанное обучение в общем и высшем образовании как инновационный инструмент развития // Педагогика. 2022. № 9. С. 47–60.
- Андреева Н.В. Педагогика эффективного смешанного обучения // Современная зарубежная психология. 2020. Т. 9. № 3. С. 8–20.
- Андреева Н.В., Рождественская Л.В., Ярмахов Б.Б. Шаг школы в смешанное обучение. М.: Буки Веди, 2016.
- Блинов В.И., Есенина Е.Ю., Сергеев И.С. Модели смешанного обучения: организационно-дидактическая типология // Высшее образование в России. 2021. Т. 30. № 5. С. 44–64.
- Бордовская Н.В., Кошкина Е.А., Тихомирова М.А., Мелкая Л.А. Смешанные образовательные технологии в высшем образовании: систематический обзор отечественных публикаций // Высшее образование в России. 2022. Т. 31. № 8-9. С. 58–78.
- Велединская С.Б., Дорофеева М.Ю. Смешанное обучение: секреты эффективности // Высшее образование сегодня. 2014. № 8. С. 8–13.
- Виленкин Н.Я. Математика в 2-х ч. М.: Просвещение, 2023.
- Давлатова М.А. Смешанное обучение в российской школе: как меняется проектирование образовательного процесса // Педагогика и психология образования. 2022. №3. С. 34–54.
- Игнатушина И.В. Историко-научные сведения как одно из средств овладения студентами основными разделами математического анализа // Вестник оренбургского государственного педагогического университета. 2021. № 4(40). С. 145–166.
- Исакович А.П. Трактровка термина «смешанное обучение» с точки зрения технологического и содержательного подходов: теоретический обзор // Педагогика. Вопросы теории и практики. 2023. Т. 8. Вып. 6. С. 589–598.
- Медведева М.С. Моделирование процесса подготовки будущих учителей к работе в условиях смешанного обучения // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. 2013. № 1 (77). Ч. 2. С. 125–131.
- Мохова М.Н. Активные методы в смешанном обучении в системе дополнительного педагогического образования: дис. канд. пед. наук. М., 2005.

- Нагаева И.А. Смешанное обучение в современном образовательном процессе: необходимость и возможности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2016. № 6. С. 56–67.
- Нечитайлова Е.В. Переверните класс или что такое смешанное обучение // Учительская газета. 2014. №46 (10543).
- Орлова М.С. Критерии выбора компонентов и проектирования модели смешанного обучения программированию // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. 2008. № 3. С. 111–117.
- Рубцов Г.И., Панич Н.В. Смешанное обучение: анализ трактовок понятия // Отечественная и зарубежная педагогика. 2016 № 5 (32). С. 589–598.
- Фандей В.А. Теоретико-прагматические основы использования формы смешанного обучения иностранному (английскому) языку в языковом вузе. М.: Изд-во Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 2012.
- Хорн М. Смешанное обучение. Сан Франциско, Калифорния: Jossey-Bass, 2015.
- Штакина О.В. Педагогические условия развития творческих способностей учащихся средних классов средствами информационных технологий // Вопросы современной науки и практики. 2014. №1. С. 70–74.
- Graham C.R., Picciano A.G., Dziuban C.D., Moskal P.D. Exploring Definitions, Models, Frameworks, and Theory for Blended Learning Research. Blended Learning: Research Perspectives: in 3 vols. N. Y.: Routledge, 2021. Vol. 3.
- Hrastinski S. What Do We Mean by Blended Learning? Technical Trends. 2019. Vol. 63 (5). P. 564–569. DOI: 10.1007/s11528-019-00375-5
- Yilmaz O., Malone K. L. Preservice Teachers Perceptions About the Use of Blended Learning in a Science Education Methods Course. Smart Learning Environments. 2020. Vol. 7. DOI: 10.1186/s40561-020-00126-7

THE USE OF BLENDED LEARNING IN THE PREPARATION OF STUDENTS IN GRADES 5-6 FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS

Makhmutov F. R.
graduate student
fox56ru@yandex.ru
Orenburg

Bunin Yelets State University

Abstract. Modern educational standards orient the construction of the learning process in such a way that the student acts not only as an object of influence of the teacher, but also as an active subject of educational activity. In this regard, recently the technology of blended learning has been increasingly used in educational organizations. However, the issue of its use in conducting math classes at school has not been sufficiently investigated. In particular, the possibilities of using this technology in the preparation of students in grades 5-6 for mathematical Olympiads have not been studied. The article examines the differences between traditional, differentiated and personalized educational approaches. It is shown that the technology of mixed learning promotes personification. At the same time, students and teachers act as equal participants in the educational process. In addition, blended learning allows you to build a model for the competent use of modern digital tools in education. The article examines the differences between traditional, differentiated and personalized educational approaches. It is shown that the technology of mixed learning promotes personification. At the same time, students and teachers act as equal participants in the educational process. In addition, blended learning allows you to build a model for the competent use of modern digital tools in education. The article

provides a detailed analysis of the main types of blended learning: station rotation, inverted classroom, flex (or flexible learning), menus, and enriched virtuality. Concrete examples demonstrate the applicability of this technology in the preparation of students in grades 5-6 for Olympiads in mathematics. The reasons for the weak effectiveness of the classical classroom system in working with Olympiad students are explained. The results of experimental work on the introduction of blended learning in preparation for mathematical Olympiads for schoolchildren of grades 5-6 in Orenburg are presented. Based on them, it is proved that the use of this technology in preparation for mathematical Olympiads of schoolchildren of this age has a positive effect on increasing the coefficient of knowledge acquisition and the effectiveness of the work performed by respondents.

Keywords: methods of teaching mathematics, olympiad mathematics, mixed learning.

References

- Amirova, L. A., Sedykh, T. A., Galikeeva, G. F., Sukhanova, N. V., Sattarov, V. N. (2022). Smeshannoe obuchenie v obshhem i vy'sshem obrazovanii kak innovatsionnyj instrument razvitiya. *Pedagogy*, 9, 47-60. (In Russ., abstract in Eng.).
- Andreeva, N. V. (2020). Pedagogika effektivnogo smeshannogo obucheniya. *Modern foreign psychology*, 3, 8-20. (In Russ.).
- Andreeva, N. V., Rozhdestvenskaya, L. V., Yarmakhov, B. B. (2016). *Shag shkoly v smeshannoe obuchenie*. Moscow: Buki Vedi. (In Russ.).
- Blinov, V. I., Yesenina, E. Yu., Sergeev, I. S. (2021) Modeli smeshannogo obucheniya: organizatsionno-didakticheskaya tipologiya. *Higher education in Russia*, 5, 44-64. (In Russ., abstract in Eng.).
- Bordovskaya, N. V., Koshkina, E. A., Tikhomirova, M. A., Melkaya, L. A. (2022) Smeshanny'e obrazovatel'ny'e tekhnologii v vy'sshem obrazovanii: sistematicheskij obzor otechestvenny'x publikacij. *Higher education in Russia*, 8-9, 58-78. (In Russ., abstract in Eng.).
- Davlatova, M. A. (2022) Smeshannoe obuchenie v rossijskoj shkole: kak menyaetsya proektirovanie obrazovatel'nogo processa. *Pedagogy and psychology of education*, 3, 34-54. (In Russ.).
- Fandey, V. A. (2012). *Teoretiko-pragmaticheskie osnovy ispol'zovaniya formy smeshannogo obucheniya inostrannomu (anglijskomu) yazy'ku v yazy'kovom vuze*. (In Russ.).
- Graham, C. R., Picciano, A. G., Dziuban, C. D., Moskal, P. D. (2021). Exploring Definitions, Models, Frameworks, and Theory for Blended Learning Research. In: *Blended Learning: Research Perspectives*: in 3 vols. N.Y. Vol. 3.
- Horn, M. (2015). *Blended learning*. San Francisco, California.
- Hrastinski, S. (2019). What Do We Mean by Blended Learning? *Technical Trends*, 63(5), 564-569. DOI: 10.1007/s11528-019-00375-5
- Ignatushina, I. V. (2021). Istoriko-nauchny'e svedeniya kak odno iz sredstv ovladeniya studentami osnovny'mi razdelami matematicheskogo analiza. *Bulletin of the Orenburg State Pedagogical University*, 4(40), 145-166. (In Russ., abstract in Eng.).
- Isakovich, A. P. (2023). Traktovka termina «smeshannoe obuchenie» s točki zreniya tekhnologicheskogo i soderzhatel'nogo podxodov: teoreticheskij obzor. *Questions of theory and practice*, 6, 589-598. (In Russ., abstract in Eng.).
- Medvedeva, M. S. (2013). Modelirovanie processa podgotovki budushhix uchitelej k rabote v usloviyax smeshannogo obucheniya. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University*, 1(77), 125-131. (In Russ., abstract in Eng.).
- Mokhova, M. N. (2005). *Aktivny'e metody v smeshannom obuchenii v sisteme dopolnitel'nogo pedagogicheskogo obrazovaniya*. (In Russ.).

- Nagaeva, I. A. (2016). Smeshannoe obuchenie v sovremennom obrazovatel'nom processe: neobxodimost' i vozmozhnosti. *Domestic and foreign pedagogy*, 6, 56-67. (In Russ).
- Nechitailova, E. V. (2014). Perevernite klass ili chto takoe smeshannoe obuchenie. *Uchitelskaya gazeta*, 46, 11-12. (In Russ).
- Orlova, M. S. (2008). Kriterii vy'bora komponentov i proektirovaniya modeli smeshannogo obucheniya programirovaniyu. *Bulletin of RUDN. Ser.: Informatization of education*, 3, 111-117. (In Russ).
- Rubtsov, G. I., Panich, N. V. (2016). Smeshannoe obuchenie: analiz traktovok ponyatiya. *Domestic and foreign pedagogy*, 5(32), 589-598. (In Russ).
- Shtakina, O. V. (2014). Pedagogicheskie usloviya razvitiya tvorcheskix sposobnostej uchashhixsya srednix klassov sredstvami informacionny'x texnologij. *Issues of modern science and practice*, 1, 70-74. (In Russ., abstract in Eng.).
- Veledinskaya, S. B., Dorofeeva, M. Y. (2014). Smeshannoe obuchenie: sekrety' e'ffektivnosti. *Higher education today*, 8, 8-13. (In Russ).
- Vilenkin, N. Ya. (2023) Matematika v 2-x chastyax Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Yılmaz, O., Malone, K. L. (2020). Preservice Teachers Perceptions About the Use of Blended Learning in a Science Education Methods Course. *Smart Learning Environments*. Vol. 7. DOI: 10.1186/s40561-020-00126-7

Статья поступила в редакцию 25.06.2024
Принята к публикации 16.09.2024

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-35-45

УДК
378.147

ИЗУЧЕНИЕ ОНЛАЙН-КОНСТРУКТОРОВ В РАМКАХ ДИСЦИПЛИНЫ «СОЗДАНИЕ И АДМИНИСТРИРОВАНИЕ САЙТОВ»

Василук Надежда Николаевна
к.п.н., доцент
nad-vasiluk@yandex.ru
г. Пермь

Пермский государственный национальный
исследовательский университет

Аннотация. Повсеместное проникновение глобальной сети Интернет способствовало появлению в учебных планах университетов различных новых дисциплин, связанных с сетевыми технологиями. «Создание и администрирование сайтов» – пример такого курса. Методика обучения студентов для этой дисциплины остается недостаточно изученной и не до конца сформированной. Одним из разделов курса «Создание и администрирование сайтов» является изучение онлайн-конструкторов, интернет-сервисов, которые позволяют быстро и без особых технических знаний разработать и опубликовать сайт. Для формирования методики обучения онлайн-конструкторам необходимо выяснить, чему и как нужно учить студентов, а также какие онлайн-конструкторы стоит выбрать для изучения. В настоящей статье описаны принципы подбора онлайн-конструкторов для изучения, анализ опроса студентов по итогам обучения работе с онлайн-конструкторами, а также методы, которые применялись в процессе обучения. Автором отобраны четыре онлайн-конструктора: Google Sites, Tilda, Ucoz и Fo.ru, для каждого из них в статье приводится перечень достоинств и недостатков. Для получения результатов статьи использовались такие методы исследования, как анкетирование и устный опрос студентов, а также анализ результатов опроса. Основные методы, которые применялись при обучении работе с конструкторами, это репродуктивный и частично-поисковый методы. Кратко описано применение обоих методов в обучении студентов онлайн-конструкторам. Результаты исследования свидетельствуют о том, что онлайн-конструкторы интересны студентам, но к их отбору для обучения и порядку изучения следует относиться внимательно. Дальнейшие перспективы исследования – формирование методики всего курса «Создание и администрирование сайтов».

Ключевые слова: онлайн-конструкторы, создание сайтов, обучение студентов, интернет-сервисы, интернет-технологии

Введение

Развитие Интернет-технологий и их проникновение во все отрасли жизнедеятельности

способствует появлению новых учебных дисциплин.

Курс «Создание и администрирование сайтов» появился в программе университетов сравнительно недавно. Вероятнее всего, его предшественниками были дисциплины «Веб-дизайн» и «Веб-программирование», так как у них много общего с вышеупомянутым курсом.

Однако, в отличие от «Веб-дизайна» и «Веб-программирования», курс «Создание и администрирование сайтов» не предполагает обучения студентов навыкам программирования при создании сайтов. Задачей курса является знакомство обучаемых с различными современными способами разработки сайтов, а также получение знаний по основам администрирования сайтов (там, где для этого предоставляются такие возможности).

Теоретическая часть дисциплины «Создание и администрирование сайтов» включает в себя изучение устройства глобальной сети Интернет, работу серверов и их устройство, краткое знакомство с языком разметки гипертекста HTML и навыками SEO.

Однако в условиях современных ИТ студенты должны не только знать, «как работает глобальная сеть Интернет – сначала браузер должен отправить запрос, а затем сервер возвращает ответ. Если была запрошена веб-страница, то ответ должен содержать HTML-код, который интерпретируется браузером и преобразуется в веб-страницу» (Страшко, 2022). Необходимы также навыки и умения по созданию сайтов.

Содержание практической части курса «Создание и администрирование сайтов» подразумевает создание страниц с помощью HTML, создание сайта и управление его содержимым с помощью онлайн-конструкторов (Google, wix, ucoz) и изучение работы с одной из системы управления контентом (обычно работа ведется с CMS Joomla! или WordPress) (Василюк, 2021).

Известно, что «интерактивный веб сайт применим HTML и CSS» (Ахмеджанова, 2019). Однако такие разработки часто не являются интерактивными, что снижает интерес студентов к ним. А вот с конструкторами сайтов процесс веб-разработки становится намного интереснее.

Онлайн конструкторы сайтов – это интернет-сервисы, которые позволяют быстро и без особых технических знаний разработать и опубликовать красивый и эффективный сайт.

Настоящее исследование связано с изучением онлайн-конструкторов и решает следующие проблемы:

- 1) зачем изучать онлайн- конструкторы?
- 2) какие надо изучать онлайн- конструкторы?
- 3) каким образом следует изучать онлайн- конструкторы?

Тем самым в статье сделана попытка определить методику обучения студентов основам работы с онлайн- конструкторами.

Методы исследования

Для решения проблем исследования использовались методы изучения и анализа статей и публикаций отечественных и иностранных научных изданий, анкетирование и устный опрос студентов, анализ результатов опроса и анкетирования, графическое представление результатов опроса.

Результаты исследования

Для описания результатов исследования по очереди ответим на вопросы, поставленные во введении. Во-первых, зачем нужно изучать онлайн- конструкторы?

Изучение онлайн-конструкторов необходимо для достижения задач курса, в числе которых приводятся следующие:

1. Изучение и освоение круга проблем, связанных с практикой применения современных технологий в создании и организации работы сайта;
2. Знакомство с методами работы с информационными ресурсами, которые основаны на использовании новых технологий создания сайтов.

Цель, которую мы преследуем, изучая онлайн-конструкторы – познакомить студентов с возможностями различных сервисов, чтобы в дальнейшем они могли подбирать подходящие инструменты для создания сайтов в соответствии с поставленными перед ними задачами.

Конструктор сайтов – по сути, специализированная платформа, обладающая обширным функционалом, с помощью которой можно создать профессиональный web-сайт (Журавлева, 2020). Онлайн-конструкторы являются новой и современной технологией создания сайтов, разнообразие которых позволит обучающимся подбирать различные варианты для решения профессиональных задач в будущем. Конструкторы позволяют создавать любой тип сайта: информационные, лендинги или интернет-магазины (Милютин, 2020). Онлайн-конструкторы сайтов становятся все более популярными, так как являются простыми в использовании и постоянно расширяют свою функциональность. Наиболее популярными считаются платформы Tilda и WordPress (Поряева, 2019).

Работу в конструкторе можно представить, как соединение в одно целое различных элементов, картинок, кнопок и форм из того, что доступно в библиотеке конструктора, выбранного пользователем. Ряд сервисов предлагает пользователю уже готовые шаблоны, которые можно редактировать, а в некоторых конструкторах есть дополнительная функция, позволяющая пользователю самостоятельно разрабатывать необходимый блок и добавлять туда содержимое (Речиц, 2021).

Отметим, что контент сайта должен быть коротким, содержательным и понятным. Не следует перегружать текст большим количеством терминов. У посетителей не должно складываться ощущение, будто они читают скучную длинную книгу (Тимофеева, 2020).

Рассмотрим второй вопрос, а именно, какие надо изучать онлайн- конструкторы?

В первую очередь для изучения желательно выбирать те платформы для создания сайтов, которые расположены на серверах в Российской Федерации.

Во вторую очередь, следует отобрать те сервисы, которыми можно воспользоваться на бесплатной основе.

Третий критерий для отбора – интуитивно-понятный интерфейс сервиса и простота работы с ним.

Также желательно брать для изучения популярные онлайн конструкторы, при помощи которых можно создавать сайты самой разной направленности, от личных блогов до корпоративных ресурсов.

Перед отбором онлайн конструкторов для курса СИАС среди студентов был проведен устный опрос, в ходе которого учащимся задавались следующие вопросы:

Есть ли у Вас опыт работы с какими-либо конструкторами? Если есть, то перечислите эти сервисы.

Интересует ли Вас изучение онлайн конструкторов? Нужно ли их изучать?

Ответы на эти вопросы принесли следующие результаты. 63% отметили, что они работали с конструктором Tilda, 18% – работали с конструктором Google Sites, 8% – работали с конструктором Mottor. Несколько человек указали, что у них нет опыта работы с онлайн-конструкторами.

Таким образом, выяснилось, что у большинства студентов есть небольшой опыт работы с онлайн-конструкторами, и это можно использовать при изучении курса «Создание и администрирование сайтов».

В ответ на вопрос об интересе к изучению онлайн конструкторов 82% опрошенных ответили: «Да, обязательно нужно изучать». 11% студентов предположили, что изучать онлайн-конструкторы нужно, но можно уделять этому чуть меньше времени. 8% не определились с ответом на поставленный вопрос.

На основе результатов опроса можно сделать вывод, что большинству студентов интересно изучать онлайн-конструкторы, причем у многих из них уже есть опыт работы с ними. Значит, мотивация к обучению уже сформирована.

Далее нами были отобраны четыре онлайн-конструктора для изучения в рамках курса «Создание и администрирование сайтов». Перечислим отобранные нами конструкторы в порядке их изучения в рамках курса:

1. Конструктор сайтов Google Sites предоставляет возможность с легкостью создавать простые блоги, сайты-портфолио, бизнес-сайты. Благодаря простоте и бесплатности

Google инструментов сервисы Google достаточно эффективны в использовании и с точки зрения пользователя (Кузнецова, 2019). Для создания обложки сайта можно воспользоваться загруженными изображениями или выбрать один из вариантов, предоставляемых системой Google. Конструктор позволяет задать тему сайта (из ограниченного ассортимента). Для создания сайта можно воспользоваться готовыми блоками с заданными заголовками, текстом и картинками, при необходимости эти параметры можно изменять. Google Sites пользуется набором функций, которые предоставляют другие веб-сервисы Google: презентации, документы, таблицы, карты, формы, публикацию видео с YouTube. Есть возможность добавления пользовательского HTML-кода (Сейтказиева, 2020). Google Sites облегчает работу такими возможностями как создание и редактирование страниц прямо в браузере, связь страниц и подразделов сайта через ссылки (Бондарева, 2020).

2. Конструктор сайтов Тильда (Tilda) – один из самых известных конструкторов сайтов в России, при этом он пользуется популярностью за границей. Конструктор обладает интуитивно понятным интерфейсом, автоматической адаптивностью, особо сфокусирован на создании типографики. С помощью этого сервиса можно создать практически любой сайт: сайт-визитку с информацией о каком-либо предприятии, сайт-одностраничник для предстоящего мероприятия, корпоративный ресурс, интернет-магазин или блог.

3. Ucoz – с помощью конструктора можно создать одностраничные сайты, визитки, сайты-портфолио и небольшие интернет-магазины. Визуальный редактор позволяет верстать страницы из готовых блоков или виджетов без знаний в сфере IT за один час. Каждый блок – это самостоятельная единица, и его можно редактировать. В коллекции конструктора более 400 разноплановых конструкторов для разных сфер.

4. Конструктор сайтов Fo.ru – сервис, основная задача которого – создание бизнес-сайтов. В предложение входит бесплатный домен *.fo.team, а также встроенная аналитика и SSL (не для всех тарифов). Библиотека шаблонов содержит около тысячи вариантов оформления сайта. Сервис предлагает создавать сайты для электронной коммерции, продвижения брендов, презентации предложений какого-либо предприятия. Конструктор характеризуется простой и функциональной работой, бесплатными дополнительными опциями (наличие которых зависит от тарифа), наличием множества блоков, позволяющих создать уникальный сайт.

После работы с каждым из онлайн-конструкторов студентам было предложено оценить достоинства и недостатки каждого из сервисов. Полученные результаты представлены на рисунках:

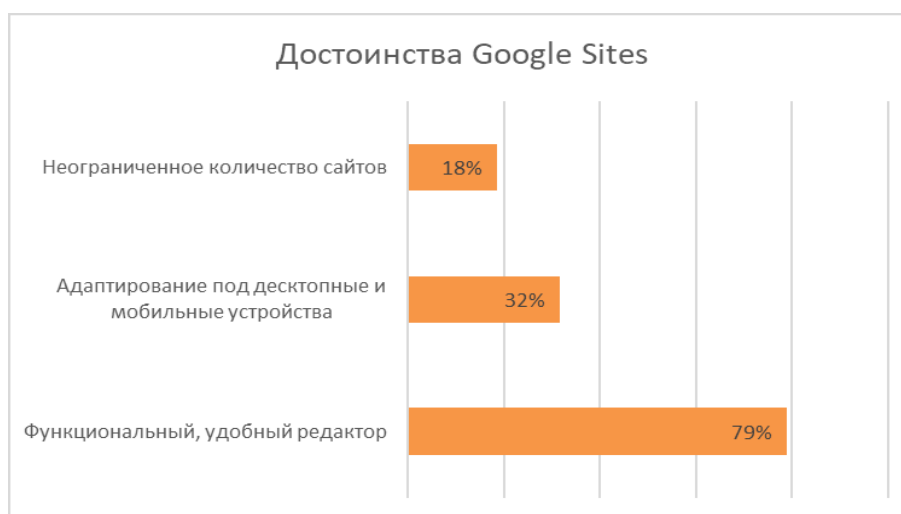


Рис.1. Достоинства конструктора Google Sites

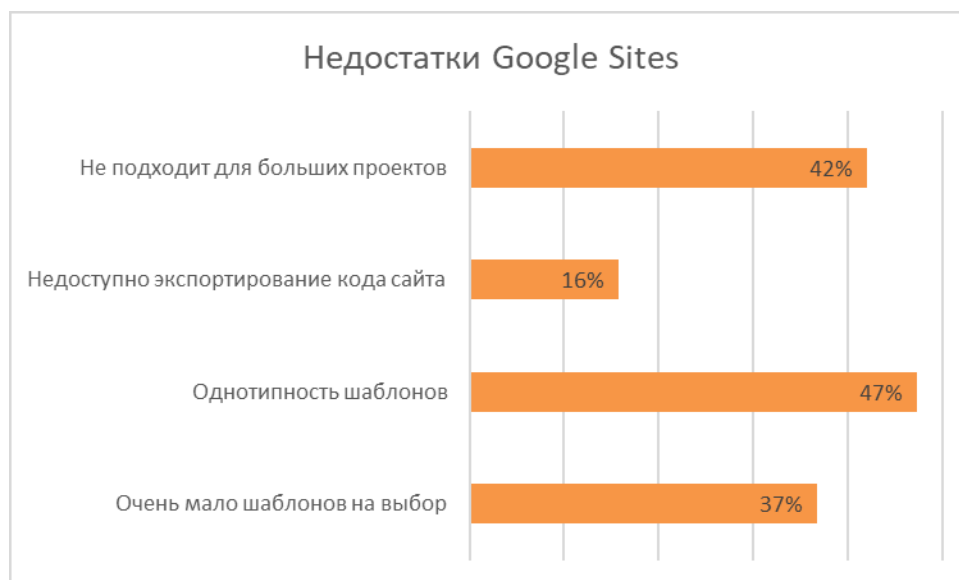


Рис.2. Недостатки конструктора Google Sites

Если судить по ответам студентов, то можно прийти к выводу о том, что конструктор Google Sites понравился лишь немногим из них. При этом 79% опрошенных отметили, что конструктор предлагает удобный и функциональный редактор веб-страниц, 32% указали, что созданный сайт можно адаптировать под мобильную версию. Также 18% студентов в качестве положительной черты предложили вариант с неограниченным количеством сайтов на один аккаунт.

Недостатков в этом конструкторе студенты нашли больше, чем достоинств. Это и малое количество шаблонов (37%), и их однотипность (47%), также большое число опрошенных указали, что данный конструктор не подходит для создания масштабных проектов (42%).

Тем не менее, Google Sites незаменим для начала знакомства с онлайн-конструкторами, потому что с его помощью можно показать легкость создания простого сайта, так и невозможность создания сложных и динамичных проектов.

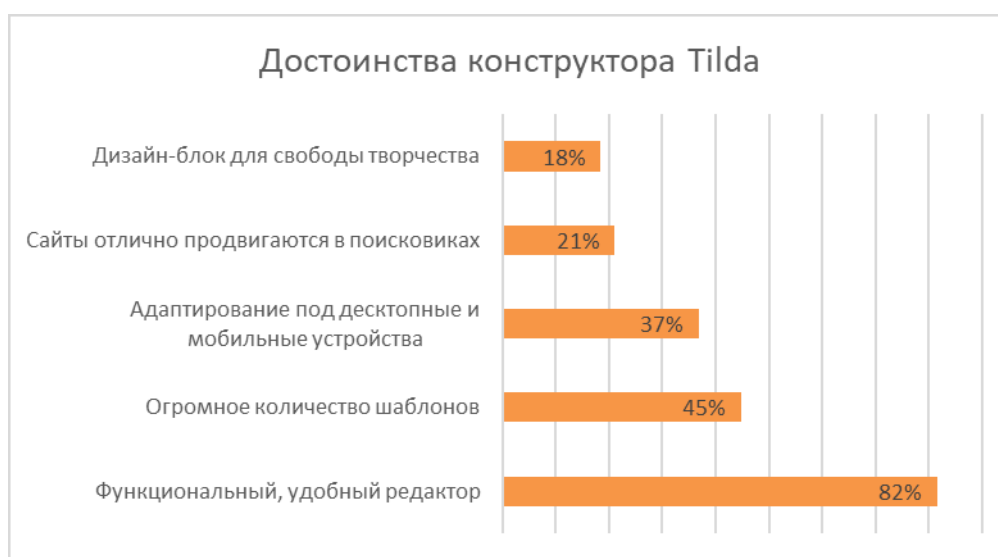


Рис.3. Достоинства конструктора Tilda



Рис.4. Недостатки конструктора Tilda

Tilda – один из самых популярных сейчас онлайн конструкторов, поэтому неудивительно, что студентам интересно работать с ним, и множество выделенных достоинств тому свидетели. Прежде всего, учащиеся отмечают в качестве положительных моментов удобный, функциональный редактор Tilda (82%). Помимо этого, студентам понравилась возможность выбирать среди большого количества шаблонов адаптацию к мобильным устройствам и несложное продвижение разработанного сайта в поисковых системах.

Однако у Tilda есть и недостатки, самый существенных из них – частичное бесплатное использование. Так, на бесплатном тарифе ограничен объем используемой памяти, можно создать только один сайт и ограничено число шаблонов, которые можно применять для создания сайта. Тем не менее познакомить студентов с Tilda нужно обязательно, ведь этот сервис может пригодиться им в будущей профессиональной деятельности.

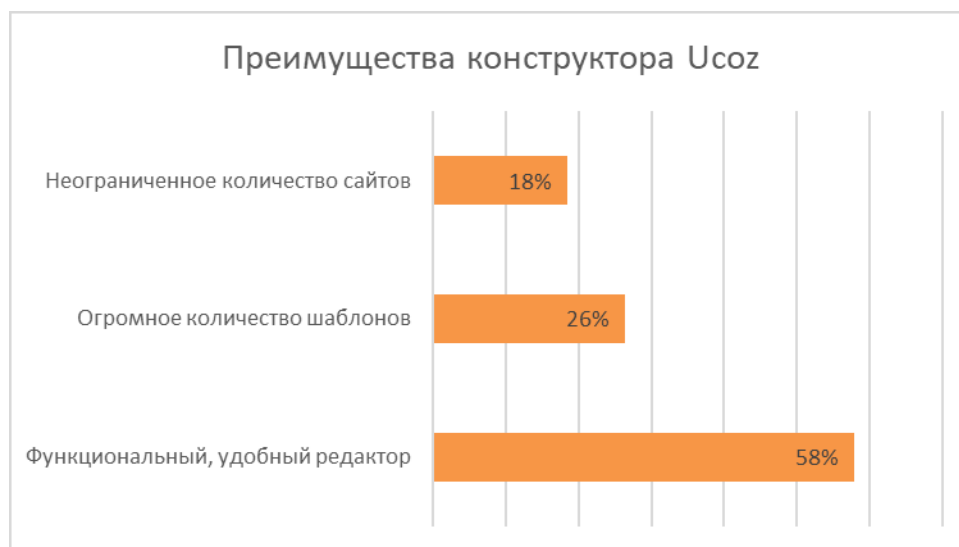


Рис.5. Достоинства конструктора Ucoz

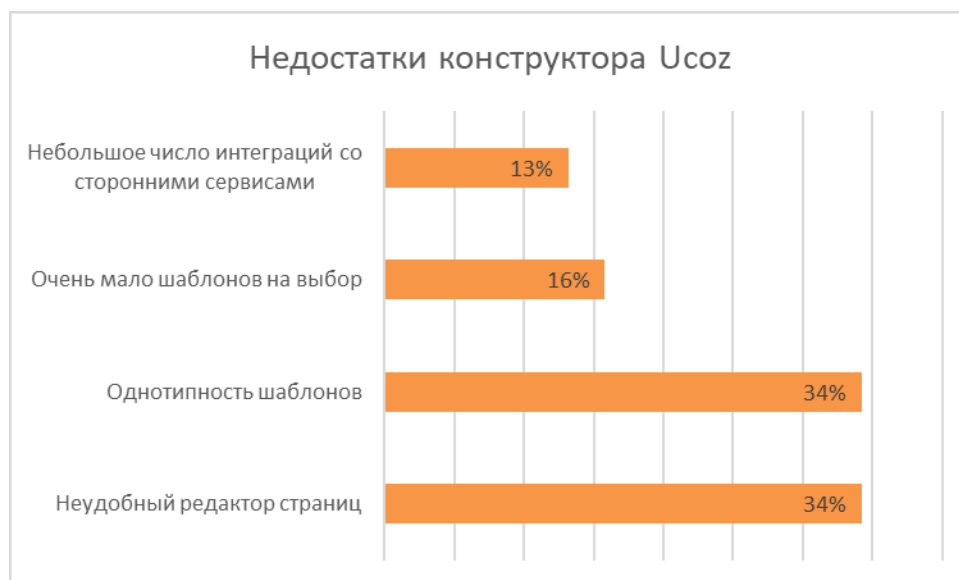


Рис.6. Недостатки конструктора Ucoz

Юкоз (Ucoz) – разноплановый онлайн-конструктор, который позволяет создавать различные по своей сложности сайты, а также применить навыки работы с HTML. Отмеченные студентами достоинства и недостатки конструктора Юкоз (Ucoz) выглядят противоречащими друг другу. Одни учащиеся указали на то, что конструктор обладает удобным редактором, другие – что неудобным. То же самое касается количества шаблонов. Причинами таких противоречий, по наблюдению преподавателя, стали излишняя самоуверенность студентов в том, что они сами разберутся в новом для них конструкторе, а также нежелание изучать прилагаемые учебные материалы.

Отметим также, что Ucoz выглядит немного старомодным, поэтому после работы с Тильдой (Tilda) у студентов возникли с ним сложности, в первую очередь из-за редактора страниц. Для сглаживания негативных впечатлений было предложено изучать этот онлайн-конструктор после конструктора Google Sites (и перед Tilda).

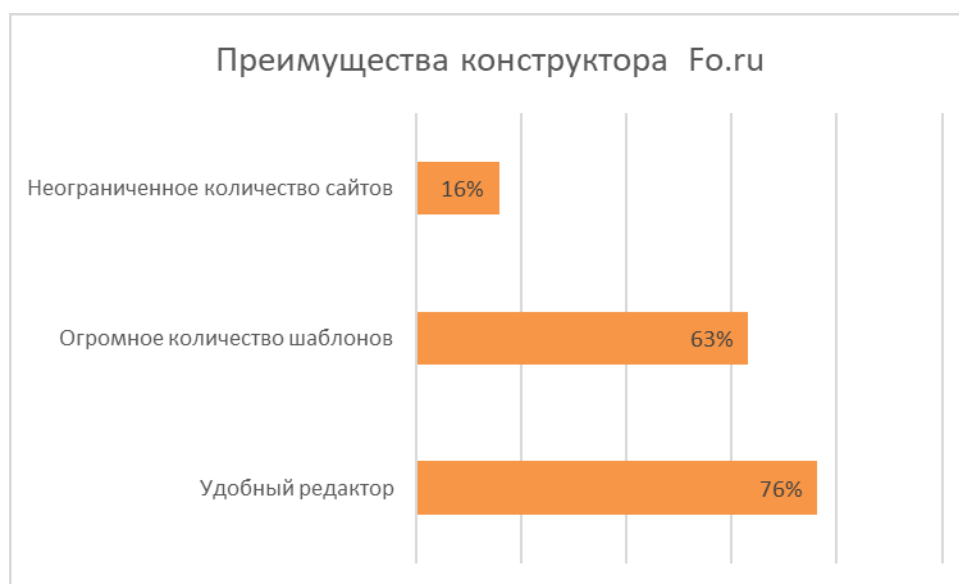


Рис.7. Достоинства конструктора Fo.ru



Рис.8. Недостатки конструктора Fo.ru

Fo.ru – интересный и современный онлайн конструктор, ориентированный на создание сайтов для бизнеса. С помощью этого сервиса мы можем продемонстрировать студентам возможности ведения электронной коммерции. Обучаемые отметили в качестве преимуществ этого конструктора наличие удобного редактора, огромное количество шаблонов и неограниченное количество сайтов. К недостаткам отнесли следующие возможности: часть шаблонов предназначена для платных тарифов и однотипность существующих шаблонов.

Последнюю проблему настоящей статьи можно сформулировать следующим образом: каким образом следует проводить занятия, на которых изучаются онлайн конструкторы?

Для изучения возможностей онлайн конструкторов применялись следующие методы обучения: репродуктивный, частично-поисковый и поисковый. Занятие по репродуктивному методу обучения строилось так: студенты по инструкции либо под руководством преподавателя создавали сайт в онлайн-конструкторе. Занятия по частично-поисковому и поисковому методу проходили таким образом: в начале занятия студентам сообщались название онлайн-конструктора, с которым они будут сегодня работать и тематика, на которую нужно создать сайт, например, «Агентство занятости для студентов». В случае частично-поискового метода студентам выдавались краткие сведения об основных действиях в выбранном онлайн-конструкторе.

Например, первоначально занятие по онлайн-конструктору Tilda проводилось с помощью репродуктивного метода. Преподаватель с использованием проектора демонстрировал на доске приемы работы с конструктором: как входить в административную панель Tilda, как создать сайт и выбрать шаблон, как заполнять шаблон своими данными, как добавить новую страницу на сайт, как добавлять на страницы меню или кнопки перехода на другие страницы.

У такого подхода есть несколько недостатков, главный из которых заключается в разном уровне подготовки студентов в области владения навыками работы с ПК. Поэтому часть обучаемых неизбежно отстает от преподавателя, а другая часть вынуждена их ждать. Такая разобщенность действий негативно влияет на атмосферу занятия и может отразиться на мотивации студентов к изучению онлайн - конструкторов.

Поэтому мы пришли к выводу, что лучше придерживаться частично-поискового метода обучения. В начале занятия преподаватель сообщает студентам название онлайн-конструктора, и цель занятия – познакомиться с новым сервисом и создать сайт на предложенную тематику. Проводится инструктаж по выполнению лабораторной работы,

выдаются задания и текстовые материалы с описанием возможностей онлайн-конструктора. Далее в ходе занятия студенты выполняют задание под руководством преподавателя – то есть создают сайт с помощью онлайн-конструктора. В конце студенты представляют готовый сайт на проверку преподавателю, после чего следует оценка их деятельности.

Заключение

Изучение современных онлайн конструкторов является важной и необходимой частью курса «Создание и администрирование сайтов». Рассмотреть в рамках курса все имеющиеся конструкторы не представляется возможным, поэтому необходим вдумчивый подход к отбору сервисов для последующего изучения. В процессе обучения нами были отобраны четыре онлайн конструктора – Google Sites, Tilda, Ucoz, Fo.ru – для изучения в курсе «Создание и администрирование сайтов». После проведения занятий студентам было предложено выделить достоинства и недостатки этих онлайн конструкторов. Полученные данные могут быть использованы как для перестройки порядка знакомства с этими сервисами, так и для коррекции списка изучаемых онлайн конструкторов.

Список литературы

- Арипова М.М. Актуальность создания сайтов при помощи конструкторов // Научный аспект. 2023. Т. 18, № 5. С. 2224–2229.
- Ахмеджанова З., Гафурова П. Применение HTML и CSS для создания интерактивных веб сайтов // Евразийский союз ученых. 2019. № 4-3(61). С. 7–10.
- Бондарева, Ю. В. Возможности оптимизации самостоятельной работы обучающихся с помощью работы с сайтом (google sites and documents) // Образование и проблемы развития общества. 2020. № 1(10). С. 25–30.
- Василук Н.Н. Конструирование содержания методики обучения дисциплины "Создание и администрирование сайтов" // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2021. № 1(154). С. 63–67.
- Журавлева И.С. Исследование перспективы в использовании конструкторов при создании web-сайтов / И.С. Журавлева, А.С. Вятчанин, Е.М. Гриценко // Modern Science. 2020. № 6-4. С. 173–177.
- Кузнецова О.В. Создание интернет-ресурса по математике на базе Google Sites / О.В. Кузнецова, Е.Н. Лубягина // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2019. № 21. С. 333–336.
- Милютина Е.М. Tilda Publishing как инструмент создания сайта / Е.М. Милютина, К.В. Исаев // Вестник образовательного консорциума Среднерусский университет. Информационные технологии. 2020. № 1(15). С. 21–23.
- Поряева Е.П. Сравнение интерфейсов платформ Tilda и WordPress // Форум молодых ученых. 2019. № 12(40). С. 758–764.
- Речиц Е.В. Разработка методики выбора цифровых инструментов при создании виртуальных ресурсов компании / Е.В. Речиц, Е.О. Комарова // Техничко-технологические проблемы сервиса. 2021. № 3(57). С. 42–48.
- Сейтказиева Н.С. Внедрение в образовательный процесс изучения информатики и информационно- коммуникационные технологии сервиса learningapps.org и google sites / Н.С. Сейтказиева, Г.А. Токтогулова, А.Т. Ибраева // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2020. № 12. С. 239–243.
- Страшко М.Т. Современные подходы к созданию веб-сайтов / М.Т. Страшко, С.Ю. Ситникова // Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке. 2022. Т. 2. С. 296–300.
- Тимербулатова И.Р. Сравнительный анализ средств по созданию сайтов / И.Р. Тимербулатова, И. Фархутдинов // Облачные и инновационные технологии в сервисе и образовании: Сборник научных трудов студентов и преподавателей / Под редакцией И.Т. Насретдинова. Москва: Издательство «Русайнс», 2016. С. 66–68.

STUDYING ONLINE CONSTRUCTORS WITHIN THE DISCIPLINE “CREATION AND ADMINISTRATION OF WEBSITES”

Vasilyuk N. N.

PhD (Pedagogy), associate professor
nadia-vasiluk@yandex.ru
Perm

Perm State University

Abstract. The widespread penetration of the global Internet has contributed to the emergence of various new disciplines related to network technologies in university curricula. “Website Creation and Administration” is one such course. The methodology for teaching students this discipline has been little researched and not fully developed. One of the sections of the course “Creation and administration of websites” is the study of online designers – Internet services that allow you to quickly and without special technical knowledge develop and publish a website. To formulate a methodology for teaching online constructors, it is necessary to find out what and how to teach students, as well as which online constructors should be chosen for study. This article describes the principles of selecting online constructors for study, an analysis of a survey of students based on the results of training to work with online constructors, as well as the methods that were used in the learning process. The author selected four online builders: Google Sites, Tilda, Ucoz and Fo.ru, for each of them the article provides a list of advantages and disadvantages. To obtain the results of the article, research methods such as questionnaires and oral questioning of students, as well as analysis of the survey results were used. The main methods that were used in training to work with constructors were the reproductive and partial search methods. The application of both methods in teaching students online construction is briefly described. The results of the study indicate that online constructors are interesting to students, but their selection for training and the order of study should be taken seriously. Further prospects for the research include developing the methodology for the entire course “Creation and Administration of Websites.”

Keywords: online designers, website creation, student training, Internet services, Internet technologies

References

- Aripova, M. M. (2023). The relevance of creating websites using designers. *Scientific aspect*, 18 (5), 2224-2229. (In Russ.)
- Akhmedzhanova, Z., Gafurova, P. (2019). Application of HTML and CSS for creating interactive websites. *Eurasian Union of Scientists*, 4-3(61), 7-10. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bondareva, Yu. V. (2020). Possibilities for optimizing students’ independent work by working with a website (google sites and documents). *Education and problems of social development*, 1(10), 25-30. (In Russ.)
- Kuznetsova, O. V., Lubyagina, E. N. (2019). Creation of an Internet resource in mathematics based on Google Sites. *Mathematical bulletin of pedagogical universities and universities of the Volga-Vyatka region*, 21, 333-336. (In Russ.)

- Milyutina, E. M., Isaev, K. V. (2020). Tilda Publishing as a tool for creating a website. *Bulletin of the educational consortium Central Russian University. Information Technology*, 1(15), 21-23. (In Russ., abstract in Eng.)
- Poryaeva, E. P. (2019). Comparison of the interfaces of the Tilda and WordPress platforms. *Forum of young scientists*, 12(40), 758-764. (In Russ.)
- Rechits, E. V., Komarova, E. O. (2021). Development of a methodology for selecting digital tools when creating virtual resources of a company. *Technical and technological problems of service*, 3(57), 42-48. (In Russ., abstract in Eng.)
- Seitkazieva, N. S., Toktogulova, G. A., Ibraeva, A. T. (2020). Introduction into the educational process of studying computer science and information and communication technologies of the service learningapps.org and google sites. *Science, new technologies and innovations of Kyrgyzstan*, 12, 239-243. (In Russ., abstract in Eng.)
- Strashko, M. T., Sitnikova, S. Yu. (2022). Modern approaches to creating websites. *Scientific, technical and economic cooperation of Asia-Pacific countries in the 21st century*, 2, 296-300. (In Russ., abstract in Eng.)
- Timerbulatova, I. R., Farkhutdinov, I. (2016). Comparative analysis of tools for creating websites. Cloud and innovative technologies in service and education: Collection of scientific works of students and teachers / Edited by I.T. Nasretdinova. Moscow: Publishing house "Rusains". (In Russ.)
- Timofeeva, D. A. (2020). Criteria for creating a successful website. *Student science and the XXI century*, 17, 1-1(19), 211-212. (In Russ.)
- Vasilyuk, N. N. (2021). Designing the content of teaching methods for the discipline "Creation and Administration of Websites". *News of the Volgograd State Pedagogical University*, 1(154), 63-67. (In Russ., abstract in Eng.)
- Zhuravleva, I. S., Vyatchanin, A. S., Gritsenko E. M. (2020). Study of perspectives in the use of designers when creating websites. *Modern Science*, 6-4, 173-177. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию	08.06.2024
Принята к публикации	16.09.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-46-59

УДК
378.1

**МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТОВ СТУДЕНТАМИ
ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ**

Лебо Иван Германович
д.ф.-м.н., профессор,
старший научный сотрудник
lebo@mirea.ru
г. Москва

Лебо Александра Ивановна
к.ф.-м.н., доцент
leboshka@yandex.ru
г. Москва

Розанова Светлана Алексеевна
д.п.н., профессор; старший научный
сотрудник
srozanova@mail.ru
г. Москва

МИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллекта

ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет»

МИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллекта

Аннотация. Стратегия развития современной высшей технической школы в России ориентирована на необходимость повышения качества фундаментальной подготовки студентов (математика, физика, информатика). О важности сохранения фундаментальности математического образования в технических вузах неоднократно говорили В.А. Садовничий, Л.Д. Кудрявцев в своих публичных выступлениях и публикациях (Садовничий, 2002). Реализацией этого важнейшего педагогического принципа в технических университетах занимался Научно-методический совет по математике под руководством С.В. Емельянова и Л.Д. Кудрявцева через заведующих математическими кафедрами технических вузов (Розанова, 2023). Научно – методические советы по физике (руководитель Ж.И. Алфёров) и по информатике (руководитель Ю.И. Журавлёв) аналогично реализовывали фундаментальность подготовки студентов по физике и информатике соответственно. На совместных заседаниях члены этих трёх советов отмечали необходимость использования математического моделирования при решении учебных и научно-исследовательских задач как одного из важнейших методов, непосредственно влияющего на повышение качества не только фундаментальной, но и профессиональной подготовки студентов. Эффективнее всего это достигается при выполнении исследовательских проектов. Овладение математическим моделированием физических процессов вызывает у студентов технических вузов большие затруднения, так как большинство из них усваивают лучше либо математику, либо физику, но оба предмета вместе – большая редкость. Информатика у студентов технического вуза вызывает больший интерес, чем математика и физика, и овладение этим предметом идёт гораздо успешнее. Этот факт обусловлен тем, что у студентов технических вузов лучше развито алгоритмическое мышление, чем, например, математическое. Поэтому с целью

оказания помощи студенту в выполнении исследовательского проекта, связанного с математическим моделированием физических процессов, разработана соответствующая методика и реализована в процессе выполнения исследовательских проектов в МИРЭА-Российском технологическом университете (РТУ-МИРЭА).

Работа выполнена в рамках программы Национального центра физики и математики «Газодинамика и физика взрыва», тема «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах».

Ключевые слова: методика, математическое моделирование, студенческие проекты.

Введение

Фундаментальность подготовки студентов технических вузов на протяжении многих десятилетий была отличительной чертой советского и российского высшего образования. Этому способствовала, прежде всего, эффективная и слаженная работа трёх Научно-методических советов (НМС) «по математике, физике и информатике, созданных при министерстве образования и науки ещё в СССР, вплоть до 2019 года, когда советы были отменены. Эти государственно-общественные организации состояли из профессионалов: академиков, членов-корреспондентов РАН и РАО, профессоров, заведующих кафедрами, ведущих лекторов вузов, известных педагогов средних школ и училищ» (Розанова, Ягола, 2023). Длительный период в последнее время НМС по математике руководили академики А.Н. Тихонов, затем С.В. Емельянов совместно с членом-корреспондентом РАН Л.Д. Кудрявцевым; по физике – академик Ж.И. Алфёров; по информатике – академик Ю.И. Журавлёв.

О важности сохранения фундаментальности математического образования в технических вузах неоднократно говорили В.А. Садовничий, Л.Д. Кудрявцев в своих публичных выступлениях и публикациях (Садовничий, 2002). Основные направления работы советов по сохранению фундаментальности образования в технических вузах, особенно по математике, рассмотрены в работе Розановой С.А. (Розанова, 2023а). Важным было то, что в подготовленном, изданном и разосланном министерством всем техническим вузам сборнике программ по математике для технических вузов была задана планка, ниже которой нельзя опускаться в учебном процессе по математике (Кудрявцев, 2009) и по физике (Кожевников, 2012). А такие попытки в некоторых вузах были во времена работы советов и заметно усилились после отмены советов.

На конференциях, заседаниях, публичных выступлениях и публикациях члены НМС и другие деятели науки и образования, анализируя состояние высшего образования, обращали внимание на недостатки: наметившееся падение мотивации к изучению фундаментальных дисциплин, заметное сокращение часов на обучение математике и физике, накопление «проблемных зон» при их изучении и ряд других отрицательных моментов (Розанова, 2015; Кожевников, 2015; Драгилева, 2021). Одновременно в ряде выступлений была подчеркнута глубокая связь качества образования с владением студентами методом математического моделирования. Академик А.А. Самарский констатирует: «Невозможно представить себе современную науку без широкого применения метода математического моделирования» (Самарский, 2001).

В конце 2023 г. и в начале 2024 г. Президент В.В. Путин, Совет ректоров и научно-педагогическая общественность снова вернулись к проблеме сохранения фундаментальности российского высшего образования в технических вузах и повышению его качества. Это внимание повлекло необходимость актуализации метода математического моделирования, как одного из важнейших методов, непосредственно влияющего на повышение качества не

только фундаментальной, но и профессиональной подготовки студентов. Эффективнее всего это достигается при выполнении исследовательских проектов.

На некоторых направлениях и специальностях обучения студентов РТУ-МИРЭА кафедрой высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) читаются курсы «Математическое моделирование», «Современные проблемы прикладной математики и информатики», «Численные методы уравнений математической физики» и другие, проводятся семинарские занятия и ведутся научно-исследовательские работы по подготовке и защите дипломных проектов по соответствующим направлениям.

Но есть целый ряд направлений и специальностей, на которых математическое моделирование не изучается студентами, а выполнение исследовательских проектов, как правило, требует от них владение этим методом. Особенно большие затруднения вызывает у студентов технических вузов овладение математическим моделированием физических процессов, так как большинство из них усваивают лучше либо математику, либо физику, но оба предмета вместе – большая редкость. Так в Институте искусственного интеллекта РТУ-МИРЭА, где работают двое соавторов, информатика у студентов вызывает больший интерес, чем математика и физика, и овладение этим предметом идёт заметно успешнее¹. Возникает необходимость комплексного освоения основ современной физики, математики и информатики, которое может быть реализовано при выполнении студентами исследовательских проектов по математическому моделированию физических процессов.

В связи с изложенным ставятся проблема и цель исследования:

проблема исследования – сохранение фундаментальности образования по математике и физике в технических вузах;

цель исследования – разработка и реализация методики математического моделирования физических процессов при выполнении студентами технических вузов исследовательских проектов, как одного из важнейших факторов, способствующего сохранению фундаментальности образования.

Методология исследования и методы

Сущность методологии данного исследования хорошо определяется следующим высказыванием А.А. Самарского. Она состоит «в замене исходного объекта его «образом» – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно – логических алгоритмов» (триада Самарского). «Этот «третий метод» познания, конструирования, проектирования сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента» (Самарский, 2001). Элементы математического моделирования зародились давно: абстрактные построения и инженерные решения в Древней Греции; проблемы организации системы мира; логика Аристотеля; начала Евклида и их аксиоматическое построение. Дальнейшее развитие теории и практики математического моделирования А.А. Самарский делит на три периода:

- первый – начало появления точных наук (вычислительные методы Ньютона и Эйлера);
- второй – конец 40-х и начало 50-х годов XX века (появление ЭВМ и выполнение национальных программ СССР и США по созданию ракетно-ядерного щита;
- третий – «встраивание» математического моделирования в структуру информационного общества.

А.А. Самарский считает, что эта методология есть интеллектуальное ядро информационных технологий и всего процесса информатизации общества.

Основу методов данного исследования составляют:

- синтез традиционных и инновационных методов и технологий (Драгилева, 2021);
- принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессионально – прикладной направленности преподавания математики в технических вузах (Розанова, 2023);

¹ Возможно, в других вузах ситуация иная.

- методы деятельностного и синергетического подходов (Смирнов, 2017; Дворяткина, 2017)
- активное привлечение студентов к постановке вычислительных экспериментов, проведению расчётов и их обсуждению, сравнению результатов вычислительных и натуральных экспериментов (Лебо, 2007)

Результаты и обсуждение

Методика математического моделирования физических процессов

Методика математического моделирования физических процессов получена авторами в результате их большого опыта в качестве научных руководителей студентов РТУ-МИРЭА при выполнении ими НИРС, ВКР (Розанова, 2023), курсовых работ, привлечения студентов к участию в научно-исследовательских работах по грантам. В ней учтена необходимость устранения негативных моментов в учебных процессах по математике и физике, отмеченных во Введении. Ядром такого расширенного методического подхода является вычислительный эксперимент или «Триада Самарского» (Самарский, 2001). На рис. 1 показана схема проведения вычислительного эксперимента в сочетании с данными натурального. В красную рамку взята «Триада Самарского»: Модель-Алгоритм-Программа.

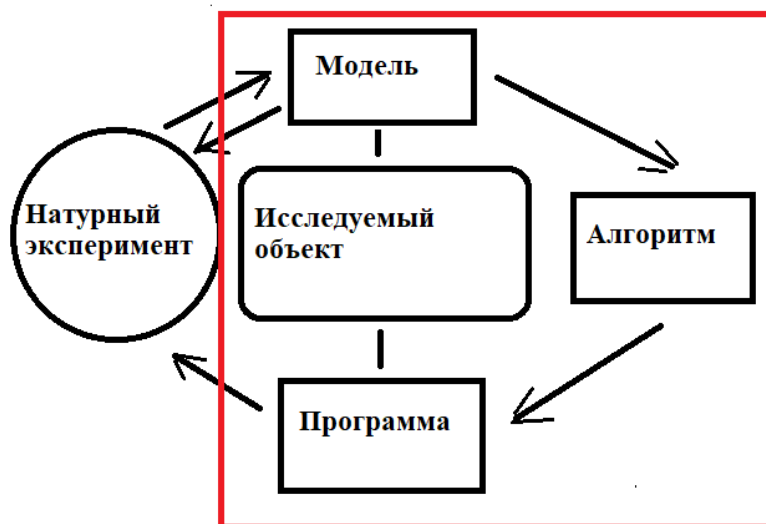


Рис. 1. Схема проведения вычислительного эксперимента

«При изучении какого-либо физического явления или исследуемого объекта требуется строго выдерживать следующую последовательность действий: на первом этапе формируется теоретический эквивалент – физико-математическая модель, на втором этапе происходит выбор и разработка алгоритма для реализации этой модели на компьютере, на третьем этапе происходит непосредственное написание программы и проведение расчётов» (Самарский, 1977).

«Важно, чтобы модель была актуальной, объективной и непротиворечивой. При выработке физико-математической модели требуется сравнение с данными натуральных экспериментов, что позволяет обеспечить эти требования; на втором этапе, алгоритмы должны удовлетворять принципам адекватности модели, экономичности и адаптивности» (Самарский, 1992).

«Физико-математическая модель описывается, как правило, с помощью систем дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), либо в интегро-дифференциальных уравнениях (ИДУ)» (Самарский, 1977).

«Эффективным методом решения таких уравнений является метод конечных разностей (второй этап «триады»). При разработке конкретной программы (третий этап «триады») также следует придерживаться принципов экономичности и адаптивности» (Самарский, 1992).

Описанная выше методика может быть широко использована при проведении исследований студентами-дипломниками и аспирантами технических вузов.

Методика содержит следующие составляющие:

1. Повышение мотивации студента к выполнению научно-исследовательских проектов.
2. Интегрирование и углубление знаний по математике, физике и информатике, необходимых для выполнения проекта.
3. Раскрытие «проблемных зон», тормозящих пониманию постановки задачи исследования и составлению её адекватной математической модели.
4. Постановка прикладной (профессиональной) задачи исследования.
5. Составление её адекватной математической модели.
6. Разработка алгоритма и программы решения математической модели: усовершенствование известных или создание новых алгоритмов и программ.
7. Верификация и валидация разработанных численных программ.
8. Постановка и проведение вычислительных экспериментов и интерпретация с их помощью данных натурных экспериментов. Согласие и непротиворечивость результатов этих двух подходов.
9. Научное объяснение полученных результатов.
10. Обоснование экономической эффективности предложений.

«Эта методика получена авторами в результате их большого опыта в качестве научных руководителей студентов РТУ-МИРЭА при выполнении ими НИРС, ВКР, математических курсовых работ, привлечения студентов к участию в научно-исследовательских работах по грантам» (Розанова, 2023). «Ядром такого расширенного методического подхода является “Триада Самарского”» (Самарский, 2001). «Приведена реализация этой методики при выполнении студентами МИРЭА научно-исследовательских проектов. Статья подготовлена по материалам доклада, представленного 2 апреля 2024 года на конференции “Математика в созвездии наук”» (Лебо, 2024).

Реализация методики

Осуществлена реализация этой методики при выполнении студентами РТУ-МИРЭА научно-исследовательских проектов. Далее приведены три примера исследовательских проектов, выполненных студентами-дипломниками и аспирантами РТУ-МИРЭА.

Исследование параметров плазмы лазерно-плазменного диода

«В РТУ-МИРЭА совместно с Физическим институтом им. П.Н. Лебедева РАН (далее ФИАН) проводятся исследования по созданию компактных источников многозарядных ионов и рентгеновского излучения на основе лазерно-индуцируемых разрядов» (Korobkin, 2005). Для получения жёсткого рентгеновского излучения и многозарядных ионов широко используются импульсы мощных лазеров, облучающих конденсированные мишени. Однако такие лазерные системы, как правило, имеют невысокий КПД, и большую стоимость. В токовых разрядах, сравнительно дешёвых и имеющих, как правило, значительно более высокий КПД, чем лазеры, пучки многозарядных ионов и рентгеновского излучения могут быть получены при весьма умеренных значениях энергии в импульсе вследствие эффекта «пинчевания», то есть возникновения «перетяжек» струй плазмы из-за собственных магнитных полей (Л.А. Арцимович, 1961). Основным недостатком такого подхода является плазменная неустойчивость, поскольку её развитие зависит от множества факторов и трудно предсказать время и место этих пинчей. Следовательно, возникает сложность в описании и управлении такой плазмы. Предложено формировать предварительную плазму («форплазму») с помощью лазерного импульса, а уже через неё пропускать мощный импульс тока. Методы математического моделирования помогают разобраться в этих процессах (Коробкин, 2010; Коробкин, 2013).

Расчёты были сделаны с помощью двумерной программы ‘Atlant_C’ в цилиндрических лагранжевых координатах (Лебо, 2006). Термин «лагранжевые» означает,

что, что система координат, в которой решается задача, «вморожена» в массу плазмы и движется вместе с ней (Самарский, 1992).

Была выполнена серия расчётов для различных значений интенсивностей лазерного излучения (I), падающего на мишень, длительности импульса (τ) и длины волны излучения (λ). На рис. 2 изображено распределение температуры в плазме, возникающей при облучении алюминиевой мишени мощным лазерным импульсом для конкретных параметров двумерной задачи. Ось симметрии направлена вдоль z , а r – расстояние от заданной точки до оси. Интенсивность излучения (I) зависела от времени $I_0(t)$ и радиуса $I \sim I_0(t) / \exp\left(\frac{r}{R_f}\right)^2$. Параметры лазерного импульса и мишени соответствовали данным натурального эксперимента.

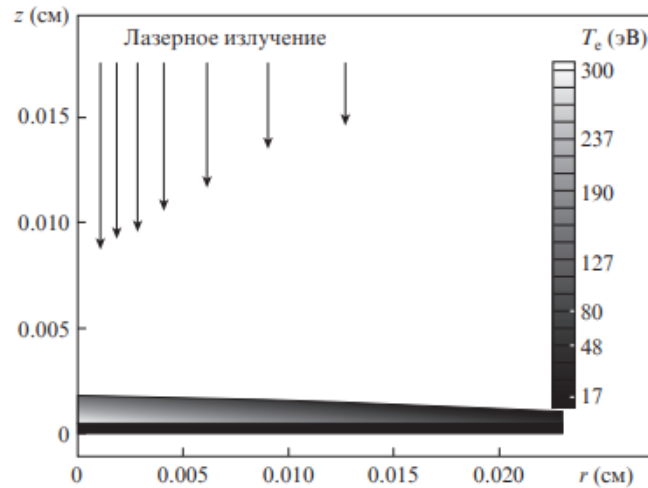


Рис. 2. Поле температуры электронов в плазме на момент времени $t = 54$ пс

Температура показана в электрон-вольтах, где $1\text{эВ} = 11600^\circ\text{K}$, а расстояние – в сантиметрах.

На основании серии одномерных расчётов, выполненных по программе ‘Atlant_C’, были получены приближенные формулы зависимостей испарённой массы (ΔM) плазмы и её суммарного заряда (Z_Q), от параметров I_m , τ , λ , позволяющие физику-экспериментатору определять их не прибегая каждый раз к услугам специалистов по математическому моделированию и проведению новых численных расчётов:

$$\frac{\Delta M}{\tau} = 8.27 \cdot 10^4 \left(\frac{I_m}{I_0}\right)^{0.37} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-0.5} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{-0.2},$$

$$\frac{Z_Q}{\tau} = 1.63 \cdot 10^9 \left(\frac{I_m}{I_0}\right)^{0.6} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-0.2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{-0.06}.$$

$I_0 = 8.49 \times 10^{11}$ Вт/см², $\tau_0 = 30$ пс, $\lambda_0 = 1.06$ мкм. $I_m = E_L / (S_f \tau)$ среднее значение интенсивности лазерного импульса, E_L – поглощённая энергия лазерного импульса, S_f – площадь фокального пятна.

Моделирование взаимодействия вихрей с ударной волной

С помощью разработанной ранее программы NUT «в эйлеровых координатах, студентами РТУ-МИРЭА решались задачи об особенностях гиперзвуковых вихревых течений газов и распространения ударных волн. В отличие от лагранжевых координат, эйлеровые – являются неподвижными, что позволяет моделировать “завихренность” газа» (Лебо, 2006).

«В основу алгоритма решения двумерных и трёхмерных уравнений газовой динамики по программе NUT положены TVD разностные схемы повышенной аппроксимации.

1. Результаты расчётов взаимодействия одного/двух вихрей с падающей, и с отражённой от стенки ударными волнами в газе Ar при начальном давлении 0.5 атм

представлены» (Лебо, 2018). «Газодинамические параметры на момент времени $t = 0$ были заданы по закону Бернулли. Параметры ударной волны задавались из соотношений Гюгонио при числе Маха $Mx=3.5$ » (Зельдович, 1966). «Приводится сравнение расчётов с аналогичной программой, разработанной на основе метода крупных частиц» (Белоцерковский, 1982; Лебо, 2015). Показано удовлетворительное согласие результатов расчётов, выполненных по разным методикам.

На рис. 3 показана постановка задачи о прохождении ударной волны через вихрь радиуса R_0 , расположенный в центральной части расчётной области.

$$V_x = \begin{cases} -(y - y_c) \cdot \omega, & r \leq R_0 \\ -(y - y_c) \cdot \omega / \exp\left(\frac{r - R_0}{R_0}\right)^4, & r > R_0 \end{cases} \quad V_y = \begin{cases} +(x - x_c) \cdot \omega, & r \leq R_0 \\ (x - x_c) \cdot \omega / \exp\left(\frac{r - R_0}{R_0}\right)^4, & r > R_0 \end{cases}$$

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, y_c = b_l, V_x = u, V_y = v.$$

Чтобы сгладить края вихря при $r > R_0$ задавалось «экспоненциальное» убывание скорости. Параметры задачи R_0 , b_l , ω – варьировались в расчётах.

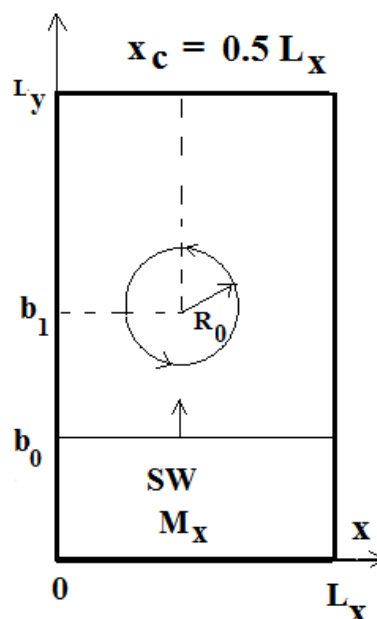


Рис. 3. Расчётная область и начальное расположение ударной волны (SW) и вихря с радиусом R_0

На рис. 4 показана эволюция вихря при прохождении ударной волны. Параметры задачи $R_0 = 3.594$ см, $b_0 = 2$ см, $b_l = 9.11$ см, $\omega = 2.78 \times 10^3$ с⁻¹, $L_x = 14.58$ см, $L_y = 14.58$ см. К моменту $t = 0.96$ мс ударная волна отражается от верхнего торца и вторично проходит через остатки вихря.

На рис. 4 показано распределение плотности на момент $t = 0.96$ мс. Скачок плотности – ударная волна движется справа-налево.

«Показано также, что взаимодействие между собой разнонаправленных вихрей в случае падения ударной волны не приводит к их взаимной компенсации. Однако область взаимодействия вихрей (зона турбулентности) приобретает сложную форму» (Лебо, 2006).

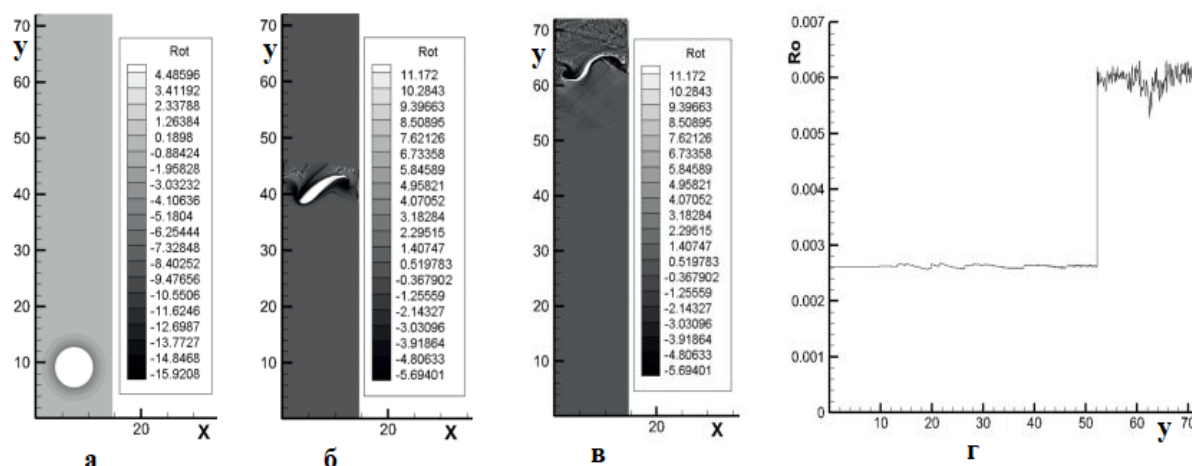


Рис. 4. Поля роторов скорости (Rot) на моменты времени $t = 0$ мс (а), $t = 0.48$ мс (б), $t = 0.96$ мс (в), а также распределение плотности газа вдоль оси y при $x = 7.29$ см (г)

Моделирование распространения ударной волны в канале, её отражение и преломление от преграды

Распространения ударной волны в инертном газе – аргоне с начальным давлением $P_0 = 0.5$ атм., её преломление, прохождение внутри протяжённого канала, просверленного в алюминиевом цилиндре и формирование вихрей опубликовано в (Лебо, 2022). Расчёты выполнены на суперкомпьютере в Межведомственном суперкомпьютерном центре на многопроцессорном ЭВМ МВС-100К. «Рассмотрены две методики распараллеливания процессов при решении системы уравнений гиперзвуковой газовой динамики. На примере конкретной задачи проведено сравнение эффективности этих методик. Развита параллельная программа и модернизирована эйлерова программа 'NUTCY' для решения двумерных уравнений газовой динамики в цилиндрических координатах (координаты r, z, t – время)» (Лебо, 2006).

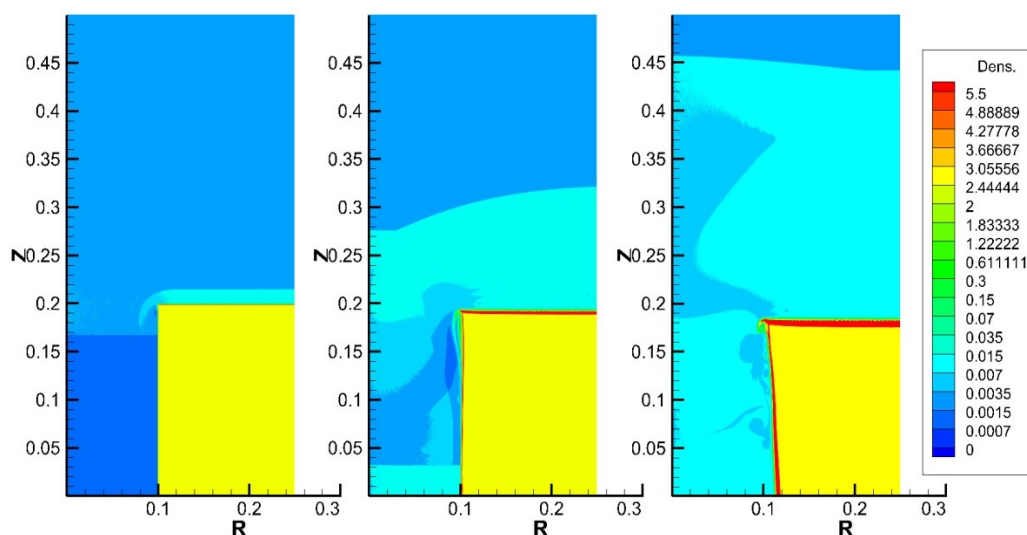


Рис. 5. Поля плотности газа (голубой цвет) и металлического экрана на моменты времени $t = 0.0005$ мс, б) $t = 0.00085$ мс, в) $t = 0.00135$ мс

«Проведены численные расчёты, моделирующие: 1) падение и отражение от металлического экрана ударной волны; 2) прохождение ударной волны через отверстие в экране; 3) прохождение ударной волны через цилиндрический канал и её отражение от дна канала, взаимодействие с падающей волной» (Лебо, 2006).

На рис. 5 показано падение ударной волны (УВ) с числом Маха (M_x) = 20 на алюминиевый слой с цилиндрическим каналом протяжённостью 2 мм и радиусом 1 мм.

Видно, как на кромке канала преломляется УВ и формируется вихрь. В правой части рисунка наблюдается отражение УВ (голубой цвет) и распространение течения газа.

Обсуждение результатов

Приведённые примеры выполнения исследовательских проектов студентами и аспирантами МИРЭА – Российского технологического университета иллюстрируют реализацию предложенной методики и роль математического моделирования в их фундаментальной и профессиональной подготовке.

- 1) Предложенная авторами методика математического моделирования физических процессов может быть использована для решения разнообразных профессиональных и прикладных задач в технических университетах в силу универсальности содержания всех её составляющих.
- 2) Эта методика успешно реализована в исследовательских проектах студентов РТУ-МИРЭА.

С помощью этой методики получен ряд практических результатов: проведён анализ данных натурных экспериментов (часть 3.2.1), рассмотрена задача взаимодействия сложных газодинамических течений – ударной волны и вихря (часть 3.2.2), и отражение, и преломление УВ на краю канала (часть 3.2.3). «Обсуждается возможность проведения натурных экспериментов на ударных трубах и с помощью лазерной ударной трубы» (Зворыкин, 2000). Такие исследования позволили бы сравнить экспериментальные данные с результатами численных расчётов, и на их основе развить более совершенные модели турбулентных движений. С помощью лазеров сравнительно умеренных мощностей ($\sim 10^9$ – 10^{10} Вт) можно ускорить тонкие плёнки и сформировать ударные волны в канале, имеющем скорости потоков, сравнимые с первой космической скоростью (а в перспективе со второй и больше!), то есть в лабораторных условиях моделировать вход космических объектов в атмосферу Земли. «Развитие гидродинамической неустойчивости и турбулентности является препятствием к реализации таких исследований» (Зворыкин, 2005).

Заключение

1. Сформулирована методика математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов как один из эффективных факторов сохранения фундаментальности высшего технического образования.

2. Эта методика, ядром которой является «триада Самарского», универсальна и поэтому может быть использована при решении широкого круга профессиональных и прикладных задач в учебном процессе технических университетов.

3. Правильное сочетание использования вычислительного и натурального экспериментов помогают достичь поставленных целей и решать сложные физико-технические задачи (например, создание с помощью лазера плазменной среды с заданными параметрами для формирования эффективного токового разряда, или изучения особенностей перехода от ламинарного течения сверхзвукового газа к турбулентному состоянию – смотри раздел 3).

4. Реализация этой методики в учебных процессах технических университетов послужит формированию творческих способностей и профессиональных навыков студентов и, в конечном итоге, сохранению и повышению качества фундаментального образования в технических университетах.

Список литературы

- Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз, 1961.
Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1982.

- Бюллетень Научно-методического совета по физике, №4 // составитель Кожевников Н.М. СПб: Издательство политехнического университета, 2012.
- Дворяткина С.Н., Дякина А.А., Розанова С.А. Синергия гуманитарного и математического знания как педагогическое условие решения междисциплинарных проблем // Интеграция образования. 2017. №1. С. 8–18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018
- Драгилева И.П., Потепалова А.Ю., Розанова С.А. Необходимость использования потенциала раскрытия «проблемных зон» для улучшения качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации высшей школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. №4 (24). С. 109–125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124.
- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М: Наука, 1966.
- Зворыкин В.Д., Краснюк И.А., Лебо И.Г., Левченко А.О. Моделирование развития области турбулентного перемешивания при лазерном ускорении тонких фольг // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2005. №9. С. 34–41.
- Зворыкин В.Д., Лебо И.Г. Применение мощного KrF-лазера для исследования сверхзвуковых течений газа и развития гидродинамических неустойчивостей в слоистых средах // Квантовая электроника. 2000. 30(6). С. 540-544.
- Кожевников Н.М. Российское образование под прессом международных рейтингов // Труды международной научной конференции «Образование, наука, экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». Горис. 2015. С. 63–70.
- Коробкин Ю.В., Лебо А.И., Лебо И.Г. Исследование параметров форплазмы лазерно-плазменного диода // Квантовая электроника. 2010. №9(40). С. 811–816.
- Коробкин Ю.В., Лебо А.И., Лебо И.Г., Романов И.В. Исследование процессов стабилизации пинчевания плазмы катодной струи вакуумного лазерно-индуцируемого разряда // Научный вестник МИРЭА. 2013. №1 (13). С. 66–78.
- Кудрявцев Л.Д., Розанова С.А., Ягола А.Г. и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН высшего профессионального образования 3-го поколения. М.: Издательство РУДН, 2009.
- Лебо И.Г., Тишкин В.Ф. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза. М: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
- Лебо И.Г. Применение методов математического моделирования физических экспериментов в студенческих дипломных проектах // Физическое образование в вузах. 2007. 13 (3). С. 119–138.
- Лебо И.Г., Акжолов М.Ж. Моделирование взаимодействия ударной волны с вихревыми структурами в газе // Вестник МГТУ МИРЭА. 2015. №2(7). С. 240–250.
- Лебо И.Г., Симаков А.И. Моделирование развития вихревых структур в сверхзвуковом газовом потоке. // Российский технологический журнал. 2018. 6(5). С. 45–54. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-5-45-54>
- Лебо И.Г., Обручев И.В. Моделирование двумерных вихревых течений в цилиндрическом канале с помощью параллельных вычислений на суперкомпьютере // Российский технологический журнал. 2022. 10(1). С. 60–67. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-1-60-67>
- Лебо И.Г., Розанова С.А. Роль математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов // Международная конференция Математика в созвездии наук к юбилею ректора МГУ Виктора Антоновича Садовниченко. Тезисы докладов. М.: Издательство Московского университета. 2024. С. 499–500.
- Розанова С.А., Карапетян В.С. О совместном Российско-Армянском проекте «Развитие мотивации к изучению математики в условиях реформирования образования: школы,

- вузы, общество» // Труды международной научной конференции «Образование, наука, экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». Горис. 2015. С. 15–25.
- Розанова С. А., Ягола А.Г. Лев Дмитриевич Кудрявцев и Научно-методический совет по математике Минобрнауки России // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №1. С. 100–111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111
- Розанова С.А., Исмагилова Е.И. «Математика +» в интегративной образовательной системе «Технический университет – предприятие – заказчик» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №2. С. 35–48. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-2-35-48.
- Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- Садовничий В.А. Образование, которое мы можем потерять. Сборник под общей редакцией ректора МГУ им. М. В. Ломоносова В.А. Садовничего. М.: МГУ, 2002.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
- Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1992.
- Смирнов Е.И. Синергия исследования «проблемных зон» базового учебного элемента содержания математического образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. №5. С. 82–90.
- Korobkin Y.V., Romanov I.V., Rupasov A.A., Shikanov A.S. Hard X-ray emission in laser-induced vacuum discharge. Laser and Particle Beams. 2005. Vol.23. No. 3. Pp. 333–336.

METHODS OF MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES IN THE IMPLEMENTATION OF RESEARCH PROJECTS BY STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

Lebo I. G. Dr. Sci., Professor Senior Researcher lebo@mirea.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Lebo A. I. PhD., Associate Professor leboshka@yandex.ru Moscow	Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Moscow Pedagogical State University»
Rozanova S. A. Dr. Sci. (Pedagogy), Professor Senior Researcher srozanova@mail.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence

Abstract. The development strategy of the modern higher technical school in Russia is focused on the need to improve the quality of fundamental training of students (mathematics, physics, computer science). V.A. Sadovnichy and L.D. Kudryavtsev have repeatedly spoken about the importance of preserving the fundamental nature of mathematical education in technical universities in their public speeches and publications (Sadovnichy, 2002). The implementation of this important pedagogical principle in technical universities was carried out by the Scientific and Methodological

Council on Mathematics under the leadership of S.V. Yemelyanov and L.D. Kudryavtsev through the heads of mathematical departments of technical universities (Rozanova, 2023). Scientific and methodological councils in physics (head Zh. I. Alferov) and in computer science (head Zhuravlev Yu.I.) similarly implemented the fundamental nature of students' training in physics and computer science, respectively. At joint meetings, the members of these three councils noted the need to use mathematical modeling in solving educational and research tasks, as one of the most important methods that directly affects the improvement of the quality of not only fundamental, but also professional training of students. This is most effectively achieved when carrying out research projects. Mastering mathematical modeling of physical processes causes great difficulties for students of technical universities, since most of them learn either mathematics or physics better, but both subjects together are very rare. Students of a technical university are more interested in computer science than mathematics and physics, and mastering this subject is much more successful. This fact is due to the fact that students of technical universities have better developed algorithmic thinking than, for example, mathematical thinking. Therefore, in order to assist the student in carrying out a research project related to the mathematical modeling of physical processes, an appropriate methodology has been developed and implemented in the process of carrying out research projects at MIREA-Russian Technological University (RTU-MIREA).

The work was carried out within the framework of the National Center of Physics and Mathematics program "Gas Dynamics and Explosion Physics", topic "Study of physical processes in controlled thermonuclear fusion and in stellar systems".

Keywords: methodology, mathematical modeling, student projects.

References

- Artsimovich, L. A. (1961). *Upravlyaemye termoyadernye reakcii*. Moscow: FIZMATGIZ.
- Belotserkovsky, O. M., Davydov, Yu. M. (1982). *Metod krupnyh chastic v gazovoj dinamike*. Moscow: Nauka. FIZMATLIT. (In Russ.)
- Byulleten' Nauchno-metodicheskogo soveta po fizike*, №4 (2012). Sostavitel' N.M. Kozhevnikov SPb: Izdatel'stvo politekhnicheskogo universiteta (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Rozanova, S. A. (2017). Synergy of humanitarian and mathematical knowledge as a pedagogical condition for solving interdisciplinary problems. *Integration of Education*, 1, 8-18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dragileva, I. P., Potepalova, A. Y., Rozanova, S. A. (2021). The need to use the potential of revealing "problem areas" to improve the quality of mathematical education in technical universities in the context of digitalization of higher secondary schools. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 4 (24), 109-125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124. (In Russ., abstract in Eng.)
- Zel'dovich, Y. B., Raiser, Y. P. (1966). *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavlenij*. New York: Academic Press; Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Zvorykin, V. D., Krasniuk, I. A., Lebo, I. G., Levchenko, A. O. (2005). Modelirovanie razvitiya oblasti turbulentnogo peremeshivaniya pri lazernom uskorenii tonkih fol'g. *Kratkie Soobsheniya po Fizike FIAN*, 9, 34-41. (In Russ.)
- Zvorykin, V. D., Lebo, I. G. (2000). Primenenie moshchnogo KrF-lazera dlya issledovaniya sverkhzvukovykh techenij gaza i razvitiya gidrodinamicheskikh neustojchivostej v sloistyh sredah. *Kvantovaya elektronika*, 30(6), 540-544. (In Russ.)

- Kozhevnikov, N. M. (2015). Rossijskoe obrazovanie pod pressom mezhdunarodnyh rejtingov [Russian education is under the pressure of international ratings]. *Trudy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Obrazovanie, nauka, ekonomika v vuzah i shkolah. Integraciya v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo»* (pp. 63-70). Armenia, Goris. (In Russ.)
- Korobkin, Y. V., Romanov, I. V., Rupasov, A. A., Shikanov, A. S. (2005). Hard X-ray emission in laser-induced vacuum discharge. *Laser and Particle Beams*, 23 (3), 333-336.
- Korobkin, Y. V., Lebo, A. I., Lebo, I. G. (2010). Issledovanie parametrov forplazmy lazerno-plazmennogo dioda. *Kvantovaya elektronika*, 40(9), 811-816. (In Russ.)
- Korobkin, Y. V., Lebo, A. I., Lebo, I. G., Romanov, I. V. (2013). Issledovanie processov stabilizacii pinchevaniya plazmy katodnoj strui vakuumnogo lazerno-induciruемого razryada. *Nauchnyj vestnik MIREA*, 1(13), 66-78. (In Russ.)
- Kudryavtsev, L. D., Rozanova, S. A., Yagola, A. G., et al. (2009). *Sbornik primernykh programm matematicheskikh disciplin cikla MiEN vysshego professional'nogo obrazovaniya 3-go pokoleniya*. Moscow: Izdatel'stvo RUDN. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Tishkin, V. F. (2006). *Issledovanie gidrodinamicheskoy neustojchivosti v zadachah lazernogo termoyadernogo sinteza*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Lebo, I. G. (2007). Primenenie metodov matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh eksperimentov v studencheskikh diplomnykh proektakh. *Fizicheskoe obrazovanie v vuzah*, 13(3), 119-138. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Akzholov, M. J. (2015). The modeling of shock wave interaction with the whirls in gases. *Bulletin of MSTU MIREA*, 2(7), 240-250. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebo, I. G., Simakov, A. I. (2018). Modeling the development of vortex structures in a supersonic gas flow. *Russian Journal of Technology*, 6(5), 45-54. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-5-45-54>. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebo, I. G., Obruchev, I. V. (2022). Modeling of two-dimensional vortex flows in a cylindrical channel using parallel computations on a supercomputer. *Russian Journal of Technology*, 10(1), 60-67. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-1-60-67>. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebo, I. G., Rozanova, S. A. (2024). Rol' matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh processov pri vypolnenii issledovatel'skikh proektov studentami tekhnicheskikh universitetov [The role of mathematical modeling of physical processes in the implementation of research projects by students of technical universities]. *Mezhdunarodnaya konferenciya Matematika v sovezdii nauk k yubileyu rektora MGU Viktora Antonovicha Sadovnichego* (pp. 499-500). Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta. (In Russ.)
- Rozanova, S. A., Karapetyan, V. S. (2015). O sovmestnom Rossijsko – Armyanskom proekte «Razvitie motivacii k izucheniyu matematiki v usloviyah reformirovaniya obrazovaniya: shkoly, vuzy, obshchestvo» [About the joint Russian-Armenian project "Development of motivation to study mathematics in the context of educational reform: schools, universities, society"]. *Trudy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Obrazovanie, nauka, ekonomika v vuzah i shkolah. Integraciya v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo»* (pp. 15-25). Armenia, Goris. (In Russ.)
- Rozanova, S. A., Yagola, A. G. (2023a). Lev Dmitrievich Kudryavtsev and the Scientific and Methodological Council for Mathematics of the Ministry of Education and Science of Russia. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 1, 100-111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111. (In Russ., abstract in Eng.)
- Rozanova, S. A., Ismagilova, E. I. (2023). "Mathematics +" in the integrative educational system "Technical University – customer enterprise". *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 2, 35-48. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-2-35-48. (In Russ., abstract in Eng.)

- Rozanova, S. A. (2003). *Matematicheskaya kul'tura studentov tekhnicheskikh universitetov*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Sadovnichy, V. A. (2002). *Obrazovanie, kotoroe my mozhem poteryat'. Sbornik pod obshchej redakciej rektora MGU im. M. V. Lomonosova V.A. Sadovnichego*. Moscow: MSU. (In Russ.)
- Samarsky, A. A. (1977). *Teoriya raznostnyh skhem*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Mikhailov, A. P. (2001). *Matematicheskoe modelirovanie. Idei. Metody. Primery*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Popov, Y. P. (1992). *Raznostnye skhemy gazovoj dinamiki*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Smirnov, E. I. (2017). Synergy of researching "A problem zone" of a basic educational element of mathematical education content. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 5, 82-90. (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию 26.07.2024
Принята к публикации 16.09.2024

УДК
371.263

**ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ОБУЧЕННОСТИ МАТЕМАТИКЕ И
ИНФОРМАТИКЕ**

Преображенский Андрей Петрович
профессор
app@vvt.ru
г. Воронеж

Маренков Никита Михайлович
аспирант
marencovnm@mail.ru
г. Воронеж

Воронежский институт высоких
технологий

Воронежский институт высоких
технологий

Аннотация. В работе проведён анализ особенностей компьютерных технологий для использования их в образовательных процессах. Обучающиеся должны быть готовы к тому, чтобы осваивать новые разработки. Это даёт возможности для развития организаций. Подчёркивается роль государства в развитии новых технологий. Представлены актуальные направления, связанные с подготовкой преподавателей. Целью данной работы является разработка предложений по оценке степени обученности математике и информатике. Предлагается использовать нечёткую реляционную модель представления знаний, чтобы на её базе построить методику оценки деятельности обучающихся. На базе оценки того, как работают обучающиеся в ходе реализации мониторинга, сформирован систематизированный ранжированный список индивидуальных выводов. Исходя из того, какое получается произведение суммарного нормированного ранга (полученного от экспертов) на сумму произведений весов параметров, возникают возможности для проведения качественной градации по оцениваемому параметру. После того, как по группе экспертов осуществится обработка мнений, будет получен суммарный нормированный ранг. Представлены ключевые качества, на базе которых будет проходить организация оценки (психофизические качества, творческий потенциал, профессионализм, компетентность), а также правила логического вывода, чтобы возникали возможности для того, чтобы определять готовность обучающихся к профессиональной деятельности. Рассмотрены характеристики экспертного подхода. Было проведено проектирование автоматизированной системы, которая даёт возможности для оценки уровня обученности и творческой готовности. Вследствие этого может быть проведён анализ развития обучающихся в рамках образовательной программы. Разработанная система является программным модулем, в которой есть требуемые встроенные функции. Результатами проведённого исследования стали полученные данные, связанные с готовностью обучающихся к профессиональной деятельности, психофизическим свойствам, творческому потенциалу, компетентности и профессионализму.

Ключевые слова: математика, информатика, обучение, методика, моделирование.

Введение

Развитие технологий позволяет людям намного проще и эффективнее решать рабочие задачи, обрабатывать информацию. С тем, на что раньше могли уйти часы кропотливой работы, сейчас можно решить за несколько минут. Крайне важно следить за развитием компьютерных технологий, научиться с ними работать, а также внедрять в рабочий процесс (Братищенко, 2024; Резников, 2024).

Поэтому в современных условиях специалисты в различных отраслях должны использовать в своей профессиональной деятельности информационные технологии, на основе компьютера анализировать и обрабатывать информацию. Это связано с тем, что в современное время общество тесно связано с информационными ресурсами, поэтому постоянно требуется осуществлять подготовку соответствующих кадров для работы с новыми технологиями (Попова, 2023). С информационными и другими передовыми технологиями связывают планы в руководящих сферах. Такие технологии позволяют руководству осуществлять анализ рынка и на его основе производить планирование дальнейшей стратегии по развитию организации. Всё это обеспечивает конкурентоспособность, эффективный рост экономики, и повышается конкурентоспособность труда.

Государство также заинтересовано в развитии существующих и разработке новых компьютерных технологий для эффективной работы с информацией. Поэтому разрабатываются разные программы как на региональном, так и федеральном уровнях, которые связаны с тем, чтобы на базе информационных технологий обеспечивать к ним приемлемый в ценовом отношении доступ, являющийся повсеместным и универсальным, а также в повышении мотивации у государственных организаций разрабатывать отечественные продукты для внутреннего рынка. Необходимо учитывать, что к возможностям информационного общества должно быть готово население. Достижение соответствующих задач при информатизации сферы образования (Shvetsova, Khorosheva, 2021) связано с подготовкой преподавателей для образовательных учреждений.

Если анализировать возможности использовать в учебном процессе новые технологии, можно отметить такие актуальные направления подготовки преподавателя:

- развитие компьютерной грамотности;
- исследование возможностей развития традиционных технологий обучения на базе компьютерных технологий и дополнительных возможностей (Носков, 2020);
- разработка и развитие новых технологий преподавания на базе компьютерных технологий (Лобанова, Терещенко, 2023);
- по педагогическим программным средствам необходимость овладения типологией;
- формирование умений, связанных с созданием педагогических программных средств на базе использования специализированных и инструментальных программных средств (Никитин, 2023);
- в рамках предмета проведение ознакомления с компонентами готового обучающего программного обеспечения;
- проведение подготовки преподавателя к тому, чтобы организовать и проводить различные формы внеаудиторных работ на базе использованием вычислительной техники.

Анализ показывает, что математические методы (Санина, Воронько, 2020) рассматриваются в качестве основного инструмента в информатике, поскольку информатика развивалась именно вследствие возникновения потребностей математики. Как предмет информатика – молодая научная дисциплина, по сравнению с другими предметами. В её задачи входит изучение таких вопросов, как поиск, сбор, обработка, преобразование, хранение и применение информации в различных профессиональных средах человеческой деятельности (Шабанов, 2024). Её появление ассоциируется с появлением первых электронных вычислительных машин или же компьютеров. Одним из главных направлений развития информатики является появление языков программирования.

Языки программирования вначале рассматривались в качестве основных средств организации расчётов. На первом этапе появились языки низкого уровня, потом создали языки высокого уровня. Сейчас же язык программирования – это формальный язык, назначением которого является запись компьютерных программ.

Использование языков программирования для разработки программного обеспечения является программированием. Программирование – это процесс проектирования и разработки компьютерного обеспечения, целью которого может быть, как решение практических повседневных задач, так и узконаправленных. В свою очередь, развитие языков программирования сопровождается необходимостью в квалифицированных специалистах, способных разрабатывать новые программные решения для выполнения самых разных практических задач.

Изучение даже одного языка программирования требует много усилий и времени. Поэтому для упрощения данного процесса были разработаны среды, не требующие навыков программирования и знания языка. Такие платформы получили название «No-code платформы». Их главной особенностью, как следует из названия, является возможность создавать различные приложения, веб-сайты и цифровые продукты без навыков программирования и написания кода. В такие платформы встроены необходимые инструменты и визуальный интерфейс для удобства работы. Среди них можно отметить такие, которые применяются в учебном процессе.

Целью данной работы является разработка предложений по оценке степени обученности математике и информатике.

Материалы и методы

В данной работе предлагается использовать нечёткую реляционную модель представления знаний, чтобы на её основе построить методику оценки деятельности обучающихся.

Если рассматривать нечёткую реляционную модель представления знаний (Моисеев, Ярушкина, 2019), то множество альтернатив, которые требуют для ранжирования и оценок будет $X = \{x_1, x_2 \dots x_n\} = \{x_i, i = 1, n\}$. Множество критериев, которые относятся к альтернативам будет $K = \{k_1, k_2 \dots k_m\} = \{k_j, j = 1, m\}$. В таком случае то, насколько альтернатива x_i будет удовлетворять критерию k_j описывается на основе функции принадлежности $\theta_{kj} x_i \rightarrow [0, 1]$, тогда $\theta_{kj} X \times K \rightarrow [0, 1]$.

Будем считать, что $X = \{x_1, x_2 \dots x_n\} = \{x_i, i = 1, n\}$ соответствует множеству обучающихся. Их работу можно соотнести с множеством критериев, которые являются неравнозначными: $K = \{k_1, k_2 \dots k_m\} = \{k_j, j = 1, m\}$. Любой из критериев K_j , который есть в множестве критериев K , связан с частными критериями, которые образуют свое множество $K = \{k_{j1}, k_{j2} \dots k_{jd}\} = \{k_{jd}, d = 1, D\}$. Есть неравнозначность для элементов таких критериев.

На базе оценки того, как работают обучающиеся в ходе осуществления мониторинга, будет создан систематизированный ранжированный список индивидуальных выводов. При этом ранжирование осуществляется от лучшего к худшему: $X : K \rightarrow X_1$, где X_1 рассматривается в виде систематизированного списка обучающихся.

На основе произведения суммарного нормированного ранга (полученного от экспертов) на сумму произведений весов параметров можно осуществить по оцениваемому параметру качественную градацию. То есть $\theta = \sum \omega_j \theta_{kj}$.

В произведении весовой коэффициент параметра будет ω_j , число параметров будет m . Суммарный нормированный ранг получен в результате обработки мнений группы экспертов (Эркин, 2020).

После того, как будет по группе экспертов проведена обработка мнений, приходим к суммарному нормированному рангу θ_{kj} . Основываясь на таблице 1, проводится анализ полученного значения по параметру θ . Так же будет происходить присваивание лингвистической оценки по базовому рассчитываемому параметру.

Таблица 1

Границы параметра θ , выраженные качественным образом	Область, в которой рассматриваются нечеткие соответствия	Лингвистическая оценка
Наблюдается высокое развитие	[0.77-1]	Высокая
Существует развитие	[0.4-0.77]	Средняя
Частично существует развитие	[0.05-0.4]	Низкая

Затем по другим базовым параметрам осуществлялся расчет, что ведет к общей лингвистической оценке, основываясь на таблице 2. В таблице представлены ключевые качества, в рамках которых проводится организация оценки (психофизические качества творческий потенциал, профессионализм, компетентность), а также правила логического вывода, чтобы можно было определять готовность обучающихся к профессиональной деятельности.

Таблица 2

	Готовность обучающихся к профессиональной деятельности	Психофизические свойства	Творческий потенциал	Компетентность	Профессионализм
1	Средняя	Средняя	Низкая	Средняя	Низкая
2	Высокая	Средняя	Высокая	Высокая	Высокая
3	Средняя	Высокая	Средняя	Высокая	Средняя
4	Высокая	Высокая	Высокая	Высокая	Высокая

Внутри столбцов 1-4 происходит размещение информации об обучающемся, когда реализуется методика. Внутри последнего столбца есть правило вывода. Связано оно с содержанием соответствующей строки.

Могут быть различные варианты готовности обучающихся. Это связано с тем, что:

- 1) в образовательных учреждениях множества показателей, рассматриваемых в виде ключевых, могут быть разными;
- 2) по интегральной оценке характеристики для обучающихся могут упорядочиваться различным образом;
- 3) различные алгоритмы, позволяющие учитывать ресурсное обеспечение.

Экспертная оценка рассматривается как входная информация относительно обучающегося. Эту оценку дают преподаватели профилирующих дисциплин или практики.

В ходе реализации экспертного оценивания могут применяться разные подходы. Рассмотрим их характеристики.

Метод комиссий – в данном методе коллективное мнение формируется в результате открытого голосования. В ряде случаев возможно выявление результирующего мнения в процессе открытой дискуссии.

Метод мозговой атаки или же мозговой штурм – это метод для решения задач, в котором участники генерируют как можно большее количество идей и предложений для решения задачи. Из числа предложенных вариантов выбираются самые эффективные, которые собираются в перечень. Важно то, что при данном методе идеи генерируются одной группой, в то время как другая группа ведет обсуждение.

Метод суда – это метод экспертного группового анализа, который предполагает ведение работы по аналогии с правилами ведения судебного процесса. По 3 группам проводится разделение экспертов: противники альтернатив, поддерживающие альтернативы, и те, кто будет выносить решение.

Метод Дельфи – суть данного метода заключается в прогнозировании и принятии конечного решения на основе анонимного сбора мнений экспертной группы. Последовательно в несколько шагов опрашиваются эксперты. Результаты предыдущих шагов учитываются в последующем шаге на базе крайних точек экспертов и усредненной информации.

Метод сценариев – данный метод позволяет осуществлять систематический мониторинг целевой среды, при этом учитывая различные вероятностные факторы их развития. Если влияют разные воздействия, то по ним ситуация может прийти к разным состояниям, что учитывается экспертами в соответствующих сценариях.

Метод переговоров – решение по экспертной оценке достигается путём переговорного процесса между экспертами по оценке альтернатив. На основе данных переговоров заключается договор.

Метод, базирующийся на процедуре Борда, – для альтернатив экспертом будет присвоен однозначный ранг. Далее по средним значениям альтернативы будут проранжированы и осуществляться по экспертам оценка согласованности.

Метод, базирующийся на процедуре Янга, – номер той альтернативы, которая будет более предпочтительной, определяется при мажоритарном сравнении экспертами. В таком случае числовая оценка будет сопоставлена с каждой из альтернатив. В свою очередь она будет соответствовать количеству выбравших ее экспертов.

Использование парных сравнений – для определения степени предпочтительности, на основе шкалы каждым экспертом выбирается лучшая оценка из двух вариантов. И так продолжается, пока не останется лишь один вариант, который и будет конечным решением.

Использование принципа большинства голосов – суть данного метода заключается в признании мнения большинства, как точки зрения всей группы. По экспертам проводится пересчет числа голосов и сравнение с соответствующим порогом.

Использование принципа диктатора – это принцип, сутью которого является принятие мнения одного эксперта из всей экспертной группы. По доминирующему эксперту окончательное решение соответствует выбору.

Использование принципа Курно – если все участники решения являются независимыми друг от друга и имеют различные предпочтения, то никому из участников решения не выгодно менять предлагаемый вариант решения, если для каждого из них не существует лучшего варианта. Другими словами, каждому эксперту присуща индивидуальная рациональность, и никто из них не будет менять свое мнение.

Использование принципа Парето – если все участники группового решения имеют общие и согласованные цели, то все они являются сильно зависимыми друг от друга, представляют одну коалицию, и их предпочтения могут быть таковы, чтобы принять один вариант из множества так называемых недоминированных вариантов решения. Выбор оценки осуществляется на основе создания множества эффективных решений с учетом предпочтений по каждому эксперту. Происходит определение оптимального решения на множестве эффективных решений.

Использование принципа Эджворта – если число участников решения в каждой коалиции больше одного, то их предпочтения могут быть таковы, что каждой из коалиций невыгодно менять свое решение, когда у них нет лучшего решения. Если рассматривается произвольное число коалиций экспертов, то будут обобщены принципы Парето и Курно.

Использование адаптивной человеко-машинной процедуры – адаптивный поиск по согласованному оптимальному решению реализуется в результате того, что по каждой альтернативе оцениваются значения критериев на базе первоначального диалога с экспертами.

Результаты исследования

С тем, чтобы у выпускника образовательного учреждения обеспечить успешную адаптацию в рамках рынка труда, требуется, чтобы был к труду творческий подход, для требований профессии соблюдалось соответствие психофизических качеств личности (Бутузов, Бутузова, 2022), формировались требуемые компетенции, осуществлялось овладение начальными профессиональными навыками (Преображенский, Моисеев, 2021).

Чтобы осуществлять мониторинг по вышеперечисленным характеристикам была спроектирована и разработана автоматизированная система, которая позволяет вести оценку уровня обученности и творческой готовности. Благодаря этому можно провести анализ о развитии учащегося в рамках образовательной программы. Разработанная система является программным модулем и имеет необходимые встроенные функции.

В программе есть выпадающий список «Обучающиеся», который содержит ФИО лиц, чья деятельность будет подвергаться оценке экспертов. Для осуществления оценки деятельности обучающегося необходимо найти его в выпадающем списке и выбрать. В случаях, когда поиск по фамилии не дал результатов, в системе реализован функционал для добавления новой записи. Данное действие осуществляется путём нажатия на кнопку «Редактировать».

После того, как список отредактирован, необходимо обозначить перечень показателей, по которым будет производиться экспертная оценка. Для этого в программе так же реализован необходимый инструментарий. Для выбора перечня показателей требуется нажать на кнопку «Редактировать», которая расположена рядом с выпадающим списком «Показатели». После этого откроется новая форма «Редактирования критериев».

Внутри окна, связанного с редактированием критериев, будут находиться те критерии, на основе которых будет осуществляться оценка. Если возникнет необходимость, то предусмотрена возможность добавления или удаления нового критерия, проведение редактирования существующих, а также изменение его веса критерия путем указания числа в интервале от 0 до 1.

С тем, чтобы вести редактирование по названиям и весам для уже имеющихся критериев, требуется выделить требуемый, провести изменения в полях «Название критерия» и «Вес критерия». После внесённых изменений для их подтверждения необходимо нажать на кнопку «Обновить».

После того как список критериев отредактирован, внутри программного продукта будет осуществляться переход к экспертной оценке. Для этого требуется введение экспертной оценки путем нажатия кнопки «Мнение экспертов».

Для осуществления расчета оценки обучающегося необходимо, чтобы каждый из участвующих экспертов разместил основные критерии в последовательности от менее ярко выраженного к более ярко выраженному.

Проведение процесса редактирования по критериям происходит для всех вкладок каждым из экспертов. В конце, когда уже произведена оценка по всем учащимся в образовательной организации, можно просмотреть итоговый отчёт. Для этого в системе реализована соответствующая функция, которая вызывается путём нажатия на кнопку «Показать отчёт». Программа производит обработку и на выходе выдаёт ранжированный список выпускников. Отчет будет сформирован в основном модуле программного продукта. После этого происходит его конвертация в нужный формат и передача в MS Word. В рассматриваемой автоматизированной системе можно выделить несколько преимуществ, одним из которых является её гибкость и настраиваемость. Благодаря этому программа может быть легко адаптирована под требования конкретного образовательного учреждения.

Обсуждение и заключение

Был проведен анализ оценки эффективности разработанного подхода. В рамках исследования проводилась оценка компетенции среди выборки обучающихся, которая составила 149 человек. Результатами проводимого исследования стали полученные данные

по готовности обучающихся к профессиональной деятельности, психофизическим свойствам, творческому потенциалу, компетентности и профессионализму.

Список литературы

- Братищенко В.В. Применение диалога на естественном языке в дистанционном обучении // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2024. Т. 12. № 2(45).
- Бутузов В.С., Бутузова М.В. Информационно-образовательная среда педагога // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2022. № 1 (40). С. 132–135.
- Лобанова Н.В., Терещенко А.В. Использование новых средств стихийной информатизации образования в контексте реализации дисциплины "Технологии цифрового образования" // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2023. № 10 (183). С. 111–119.
- Моисеев В.В., Ярушкина Н.Г. Начальная модель данных предметной области на основе реляционной базы данных // Автоматизация процессов управления. 2019. № 4 (58). С. 51–56. DOI: 10.35752/1991-2927-2019-4-58-51-56
- Никитин А.С. Переход от информатизации к цифровизации в системе высшего образования: направления развития и дистанционное образование // Новые информационные технологии в телекоммуникациях и почтовой связи. 2023. Т. 1. № 1. С. 236–238.
- Носков Е.А. Принципы подготовки студентов в области обеспечения национальной безопасности в образовании в контексте информатизации образования // Наука о человеке: гуманитарные исследования. 2020. Т. 14. № 2. С. 79–83. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.2.13
- Попова Н.А., Егорова Е.С. Data mining в образовании: прогнозирование успеваемости учащихся // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2023. Т. 11. № 2(41). С. 9–10. DOI: 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003
- Преображенский Ю.П., Моисеев Д.Н. Исследование и их-проектирование мобильного приложения для высшего учебного заведения // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2021. № 4 (39). С. 78–81.
- Резников Д.А. Разработка алгоритма решения задачи распределения времени обучения по направлениям подготовки // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2024. Т. 12. № 2(45). DOI 10.26102/2310-6018/2024.45.2.008.
- Санина Е.И., Воронько Т.А. Научно-методическое обеспечение процесса обучения математике в условиях цифровизации образования // Проблемы теории и практики обучения математике. сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «73 Герценовские чтения». 2020. С. 55–59.
- Шабанов Н.В. Использование электронных образовательных ресурсов на уроках информатики на уровне основного общего образования // Ignis Iuvenum. 2024. № 1 (1). С. 121–126.
- Эркин А.Ф. Экспертный анализ некоторых предпосылок формирования новой образовательной парадигмы российского общества // Социально-гуманитарные знания. 2020. № 3. С. 155–162. DOI 10.34823/SGZ.2020.2.51375
- Shvetsova N.A., Khorosheva E.I. The problem of values and value attitude of education in the conditions of informatization of the society // Eurasian Humanitarian Journal. 2021. № 1. С. 101–111.

ASSESSMENT OF THE DEGREE OF LEARNING IN MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Preobrazhenski A. P.

professor

app@vivt.ru

Voronezh

Marenkov N. M.

PhD student

marencovnm@mail.ru

Voronezh

Voronezh Institute of High Technologies

Voronezh Institute of High Technologies

Abstract. The paper analyzes the features of computer technologies for their use in learning processes. Students should be ready to master new developments. This provides opportunities for the development of organizations. The role of the state in the development of new technologies is emphasized. Current areas related to the training of teachers are presented. The purpose of this work is to develop proposals for assessing the degree of proficiency in mathematics and computer science. It is proposed to use a fuzzy relational model of knowledge representation in order to build a methodology for assessing the activities of students on its basis. Based on the assessment of how students work during the implementation of monitoring, a systematized ranked list of individual conclusions is formed. Based on what product of the total normalized rank (obtained from experts) by the sum of the products of the weights of the parameters, there are opportunities for qualitative gradation according to the assessed parameter. After the opinions of a group of experts are processed, the total normalized rank will be obtained. The key qualities on the basis of which the assessment will be organized (psychophysical qualities, creative potential, professionalism, competence) are presented, as well as the rules of logical inference, so that opportunities arise to determine the readiness of students for professional activity. The characteristics of the expert approach are considered. An automated system was designed that provides opportunities to assess the level of training and creative readiness. As a result, an analysis can be made of the development of students within the educational program. The developed system is a software module that has the required built-in functions. The results of the study were the data obtained related to the readiness of students for professional activity, psychophysical properties, creative potential, competence and professionalism.

Keywords: mathematics, computer science, teaching, methodology, modeling.

References

- Bratishchenko, V. V. (2024). Application of natural language dialogue in distance learning. *Modeling, optimization and information technology*, T. 12, № 2(45). (In Russ., abstract in Eng.)
- Butuzov, V. S., Butuzova, M. V. (2022). Information and educational environment of a teacher. *Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies*, 1 (40), 132-135. (In Russ., abstract in Eng.)
- Erkin, A. F. (2020). Expert analysis of some prerequisites for the formation of a new educational paradigm of Russian society. *Social and humanitarian knowledge*, 3, 155-162. DOI 10.34823/SGZ.2020.2.51375 (In Russ., abstract in Eng.)

- Lobanova, N. V., Tereshchenko, A. V. (2023). The use of new means of the spontaneous informatization of education in the context of the implementation of the discipline "The Technologies of the Digital Education". *Proceedings of the Volgograd State Pedagogical University*, 10 (183), 111-119. (In Russ., abstract in Eng.)
- Moiseev, V. V., Yarushkina, N. G. (2019). Initial domain data model based on relational database. *Automation of control processes*, 4 (58), 51-56. DOI: 10.35752/1991-2927-2019-4-58-51-56. (In Russ., abstract in Eng.)
- Nikitin, A. S. (2023). Perekhod ot informatizatsii k tsifrovizatsii v sisteme vysshego obrazovaniya: napravleniya razvitiya i distantsionnoe obrazovanie. *Novye informatsionnye tekhnologii v telekommunikatsiyakh i pochtovoy svyazi*, 1(1), 236-238. (In Russ.)
- Noskov, E. A. (2020). Principles of students training in the field of national security in education in the context of education informatization. *The Science of Person: Humanitarian*, 14(2), 79-83. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.2.13 (In Russ., abstract in Eng.)
- Popova, N. A., Egorova E. S. (2023). Data Mining in education: predicting student performance. *Modeling, optimization and information technology*, 11(2), 9-10. DOI: 10.26102/2310-6018/2023.41.2.003. (In Russ., abstract in Eng.)
- Preobrazhenskiy, Yu. P., Moiseev, D. N. (2021). Research and ux-designing of a mobile application for a higher educational institution. *Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies*, 4 (39), 78-81. (In Russ., abstract in Eng.)
- Reznikov, D. A. (2024). Development of an algorithm for solving the problem of distributing training time in training areas. *Modeling, optimization and information technology*, 12, 2(45). DOI 10.26102/2310-6018/2024.45.2.008. (In Russ., abstract in Eng.)
- Sanina, E. I., Voron'ko, T. A. (2020). Nauchno-metodicheskoe obespechenie protsessa obucheniya matematike v usloviyakh tsifrovizatsii obrazovaniya. *Problemy teorii i praktiki obucheniya matematike. sbornik nauchnykh rabot, predstavlenykh na Mezhdunarodnuyu nauchnuyu konferentsiyu «73 Gertsenovskie chteniya»*, 55-59. (In Russ.)
- Shabanov, N. V. (2024). Ispol'zovanie elektronnykh obrazovatel'nykh resursov na urokakh informatiki na urovne osnovnogo obshchego obrazovaniya. *Ignis Iuvenum*, 1 (1), 121-126. (In Russ.)
- Shvetsova, N. A., Khorosheva, E. I. (2021). The problem of values and value attitude of education in the conditions of informatization of the society. *Eurasian Humanitarian Journal*, 1, 101-111.

Статья поступила в редакцию 07.09.2024
Принята к публикации 16.09.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-69-79

УДК
372.851**СИНЕРГИЯ ПЛОЩАДЕЙ ДВУМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ
НА ОСНОВЕ СИМБИОЗА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ****Смирнов Евгений Иванович**
д.п.н., профессор
smiei@mail.ru
г. Ярославль, г. Владикавказ**Уваров Артем Дмитриевич**
к.ф.-м.н., доцент
smiei@mail.ru
г. Ярославль**Тихомиров Сергей Александрович**
к.ф.-м.н., доцент
satikhomirov@mail.ru
г. ЯрославльЯрославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского,
Южный математический институт (филиал)
Владикавказский научный центр
Российской академии наук
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Аннотация. Одна из тенденций современного математического образования – уход от парадигмы «упрощения» с необходимостью освоения обучающимися сложных математических систем и знаний. При этом становится возможным поэтапное проявление сущности обобщённых конструкторов математических знаний в ходе поисковой и исследовательской деятельности школьников в освоении школьных понятий, теорем и процедур (площадь поверхности, функции и их представление, итерации зависимостей, вычислительные процедуры и алгоритмы и т.д.). *Цель исследования* – самоорганизация школьников в обучении математике на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования сложного знания в процессе исследования «проблемных зон» математического образования с проявлением синергетических эффектов когнитивной деятельности. *Методы исследования* – реализуются методы наглядного моделирования, параметризации, фундирования опыта личности, диалога культур и теоретического обобщения приёмов и процедур когнитивной деятельности. Методы и средства экспериментальной математики лежат в основе раскрытия сущности понятия площади поверхности в трёхмерном пространстве в контексте интеграции математического и компьютерного моделирования. *Результаты* продемонстрировали высокую эффективность управления процессами математического образования с проявлением синергетических эффектов в условиях неопределённости, изменчивости и самоорганизации познавательных процессов в ходе исследования триангуляций полиэдральных поверхностей двумерных многообразий (цилиндра Шварца).

Ключевые слова: синергия, цилиндр Шварца, математическое моделирование, компьютерный дизайн

Введение

Исследования А.Н. Леонтьева, В.А. Запорожца, Л.В. Занкова, Н.Г. Салминой, Э. Морена, К. Майнцера и др. убедительно доказали, что освоение сложной деятельности (сложных систем и знаний) позволяет создавать условия для качественного перехода на новую ступень развития мышления и когнитивной деятельности, и тем более не являются деструктивным элементом (с учетом ее вариативности и доступности для индивидуума).

В контексте взаимодействия математического моделирования и компьютерного дизайна в процессе обучения сложным системам и знаниям становится возможным повышение познавательной мотивации обучающихся. Наличие «проблемных зон» в математическом образовании способствует раскрытию сущности сложных знаний и выявлению связей между ними, включая связи с реальным миром, технологическими процессами и практикой.

Ведущая идея такова: в ходе изучения «проблемных зон» математической деятельности и компьютерной интерпретации экспериментальной математики сложные знания (как генератор «проблемных зон») могут активизироваться и способствовать развитию интеллектуальных функций мышления школьников, в том числе благодаря симбиотическому взаимодействию аттракторов синергии, т.е. как эффектов проявления синергии, так и процедур, связанных с самоорганизацией процессов мышления и социальных взаимодействий.

Тем самым симбиоз математического и компьютерного моделирования сложного знания в «проблемных зонах» школьного математического образования создаёт оригинальную технологию самоорганизации деятельности школьников с эффектом проявления синергетических эффектов и выявления новых побочных продуктов на основе поисковой и исследовательской деятельности школьников.

Методология и методы

Реализация технологии самоорганизации обучающихся связана с категорией сложности знания как феноменом проявления синергии и симбиоза математического моделирования и компьютерного дизайна в насыщенной информационно-образовательной среде (Смирнов, 2012). *Синергия математического образования при этом будет рассматриваться нами как симбиоз и качественное изменение нелинейных эффектов самоорганизации и саморазвития личности в ходе освоения математической деятельности в условиях управления сложными стохастическими процессами на основе согласования разных факторов и начал в трех контекстах: содержательном (семиотическом), процессуальном (имитационном) и социально-адаптационном* (Смирнов, 2016). Внимание к вопросам актуализации внутренних механизмов самоорганизации и интерес к выявлению параметров порядка в ходе освоения сложного знания способствуют успешности когнитивной деятельности школьников и способны реализоваться поэтапно на все новых усложняющихся уровнях обобщения. При этом стимулирование внешних механизмов самоорганизации проявляется в виде множественности целеполагания, фундирования сущности математических объектов и процедур посредством выстраивания этапов и иерархий знаково-символической, экспериментальной, информационно-технологической и образно-геометрической деятельности школьников, педагогической поддержки выстраивания диалога математической и информационной культур. Освоение сложных математических систем и знаний (в том числе, современных достижений в науке) (Li, 2023; Dvoryatkina, 2021) создаёт прецедент: внедрения информационных технологий с эффектом поиска и проявления побочных решений исследования, выявления атрибутов синергии (бифуркационные переходы, аттракторы итерационных и вычислительных процедур, поиск бассейнов притяжения в исследуемых процессах), позволяет исследовать содержание проблемы на основе вариативности, цифровизации и параметризации, обеспечивает когерентность информационных потоков на основе диалога культур (Смирнов, 2024; Santos, 2019; Li, 2023). Парадигма самоорганизации динамических нелинейных систем в точках, далёких от

равновесия (Г. Хакен (Haken, 1996), Б. Мандельброт (Мандельброт, 2002), И.Р. Пригожин (Пригожин, 1964) и др.), философское и психологическое обоснование постнеклассической реальности (С.П. Курдюмов, К. Майнцер, А.Н. Поддьяков [(Поддьяков, 2015), В.С. Степин, И.С. Утробин и др.) убедительно доказали, что создание ситуаций преодоления трудностей в процессе освоения знаний и понимания единой картины мира в условиях поддержки высокой познавательной мотивации школьников создаёт прецедент эффективного развития мышления, самостоятельности и когерентности взаимодействий. В понимании философской мысли необходима реформа мышления в образовательном процессе, когда в познании сложного сам процесс познания «становится коммуникацией, петлёй между познанием (феноменом, объектом) и познанием этого познания» (Э. Морен (Morin, 2005)).

В основе технологии самоорганизации в исследовательской деятельности школьников лежат следующие **системно-генетические контексты проявления синергии**:

- *процессуальные контексты* (принцип, методы и технология фундирования опыта личности) (В.Д. Шадриков (Шадриков, 2002), Е.И. Смирнов (Смирнов, 1997) и др.): развёртывание фундирующих этапов проявления сущности обобщённого конструкта «проблемной зоны» начинается с создания и представления депозитария образцов и эталонов исследования современных достижений в науке (*мотивационное пространство* для исследования сложных математических знаний, *наглядное моделирование этапов и иерархий, параметризация элементов обобщённого конструкта, поиска точек бифуркации, аттракторов и бассейнов притяжения* средствами построения итерационных и вычислительных процессов;

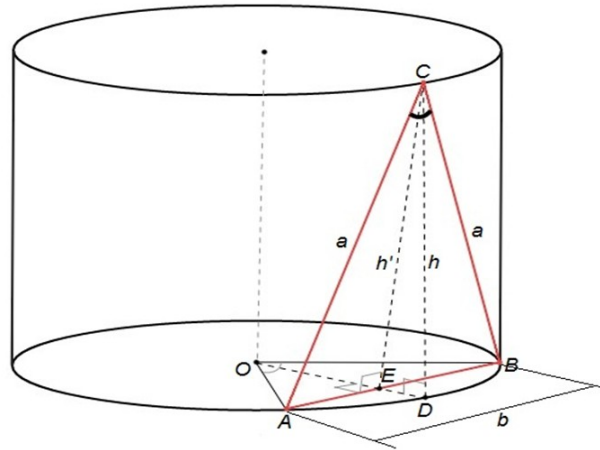
- *содержательный контекст* проявления синергетических эффектов характеризуется созданием условий запуска *фактор-импульсов* самоорганизации исследовательской деятельности школьников, основанных на фундирующих процедурах адаптации современных достижений в науке к школьной математике, актуализации обобщённых правил и процедур когнитивной деятельности, эффективного диалога математической и информационной культур (фрактальная геометрия, нечёткие множества и fuzzy logic, цилиндр Шварца, неевклидовы геометрии, теория кодирования и шифрования информации, клеточные автоматы и др.). Базовым комплексом и средством реализации и адекватности когнитивной деятельности со сложным знанием могут стать многоэтапные математико-информационные задания (М. Клякля, В.С. Секованов (Секованов, 2016), В.Н. Осташков (Осташков, 2016) и др.). Возможность продуктивной *деятельности с эффектом выявления побочных продуктов* создает контекст проявления синергии математического образования (В.С. Секованов, С.Н. Дворяткина (Дворяткина, 2016), А.Д. Уваров, Е.И. Смирнов (Смирнов, 2017));

- в процессе обучения сложному математическому знанию наблюдается выраженная синергия между *личностно-адаптивными и социальными контекстами*, такими как работа в малых коллективах, развитие способностей к управлению процессом и формирование личностных характеристик обучающегося. В процессе овладения сложным математическим знанием, включая самоуправление процессом и самоорганизацию («я могу управлять процессами»), проявляется выраженность личностных качеств и качеств личности, характеризующих развитие интеллектуальных операций (Dvoryatkina, 2017).

Результаты

Исследование боковых многогранных поверхностей триангуляции поверхности цилиндра (цилиндр или «сапог» Шварца).

Пример 1. «Проблемная зона» школьной математики – *понятие площади поверхности*, будучи сложным для понимания школьникам, создаёт основу для проявления сущности обобщённого конструкта средствами интеграции компьютерного и математического моделирования в ходе *исследования площади боковой поверхности цилиндра Шварца* (Фихтенгольц, 2001; Schwartz, 1890). В конце XIX века Т. Шварцем было показано, что постановка определения понятия площади поверхности посредством триангуляции и соответствующих площадей многогранных поверхностей приводит к



При этом окружность, лежащая в основании, делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$, а высота цилиндра H разбивается на m равных частей (соответственно – слоев цилиндра). Устремляя $m, n \rightarrow \infty$, получим формулу для вычисления площади S_g многогранной поверхности «регулярного» цилиндра Шварца:

$$q = \lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2} \quad (2)$$

Оригиналом бифуркационных переходов по сценарию Ферхюльста является рост площадей многогранных поверхностей на основе итерационной формулы $m = f^n(a_0) \cdot n^2$ логистического отображения $f(a_0) = xa_0(1 - a_0)$ (Смирнов, 2016). Бифуркационная диаграмма (рис. 2) представляет собой результат компьютерного моделирования с использованием кросс-платформенной среды (среда Qt Creator). Мы наблюдаем на рис. 2 две бифуркационные диаграммы (синюю кривую для углов и красную кривую для площадей), для которых $0.7 \leq x \leq 3.9$ и $a_0 = 0.2$. На левой вертикальной оси мы определим данные

значения углов между гранями с общим основанием. Следующая зависимость позволяет найти способ вычисления углов:

$$\alpha = 2 \cdot \arctg \left(\frac{1}{1 - \cos \frac{\pi}{n} \cdot m} \right),$$

На правой вертикальной оси имеем данные значения площадей цилиндра Шварца, рассчитанных по формуле (1) так, что $R = H = 1$, n меняется от 500 до 1000:

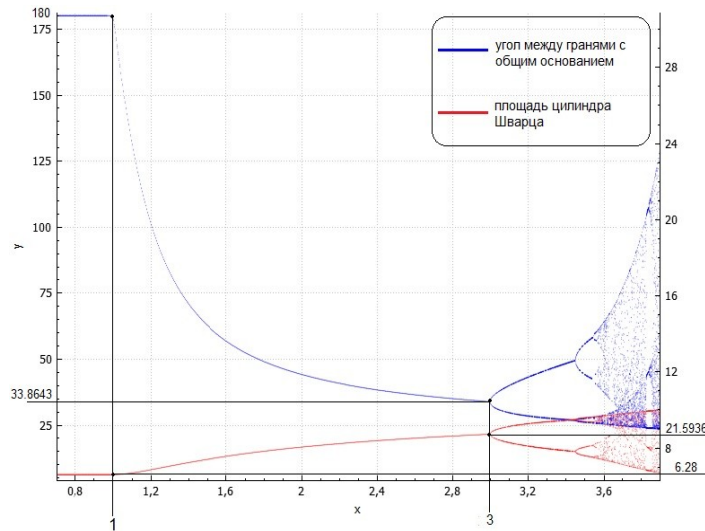


Рис. 2. Динамика бифуркационных переходов роста площадей и углов между гранями триангуляционных треугольников

Актуализация базовых характеристик синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения) при анализе «нерегулярных» разбиений высоты цилиндра

1. Рассмотрим сначала цилиндр Шварца, у которого $H = R = 1$. Высота цилиндра делится на слои посредством рассмотрения генератора в виде последовательности $\left\{ \frac{a_i}{S_m} \right\}$, где

$\{a_i\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{i}} \right\}$ и $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{i}}$ – обобщённый гармонический ряд. Проблема: какова функциональная зависимость расстояния между площадью S_q «регулярного» (H имеет слои одной высоты) цилиндра и площадью «нерегулярного» (H разбита на слои разной высоты) цилиндра S' ?

Ранее показано, что площадь «регулярного» цилиндра Шварца находится по формуле (1), определим формулу для нахождения площади «нерегулярного» цилиндра Шварца:

$$S' = \lim_{m, n \rightarrow \infty} (2\pi R \sum_{i=1}^m \sqrt{R^2 \frac{\pi^4}{4n^4} + H^2 \frac{a_i^2}{S_m^2}}) \quad (3)$$

При этом $n = 200$, $m = 200^k$, где k меняется от 0.8 до 3.2.

Представляет интерес график $r(k) = |S(200^{k-2}) - S'(200^{k-2})|$ функциональной зависимости модуля разности площадей цилиндра Шварца (рис.3) при $k \in [0.8; 3.2]$. Опишем эксперимент, когда при $k \neq 2$ и достаточно больших значениях n функция является бесконечно малой величиной.

Рассмотрим функциональные зависимости $S_1 = S_1(n)$ и $S'_1 = S'_1(n)$ площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца. При фиксированном значении

параметра k , так что $S_1(n) = S = S(q) = S(n^{k-2})$ и $S'_1(n) = S' = S'(q) = S'(n^{k-2})$ покажем, что предел $\lim_{n \rightarrow \infty} |S_1(n) - S(n)| = 0$ при $k \in [0.8; 3.2] \setminus \{2\}$. Ниже представлены экспериментальные данные при $k = 0.9$, $k = 1.8$ и $k = 3$ (вертикальные линии на рис. 3).

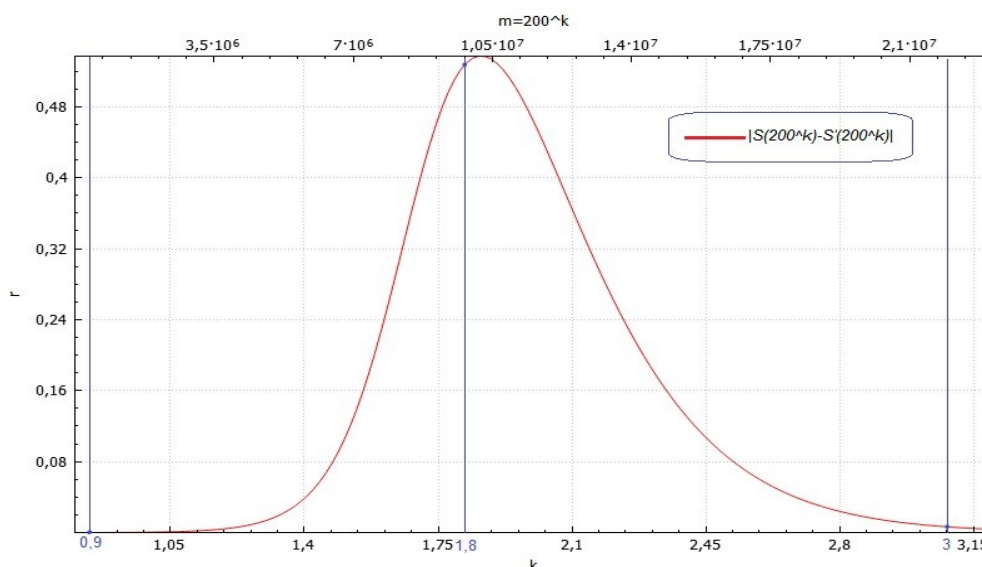


Рис. 3. Функциональная зависимость от k модуля разности площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца

Динамика функциональных зависимостей разностей площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца для $n = 100, n = 150, n = 200$ и $n = 250$ и $k \in [0.8; 3.2]$ (рис.4).

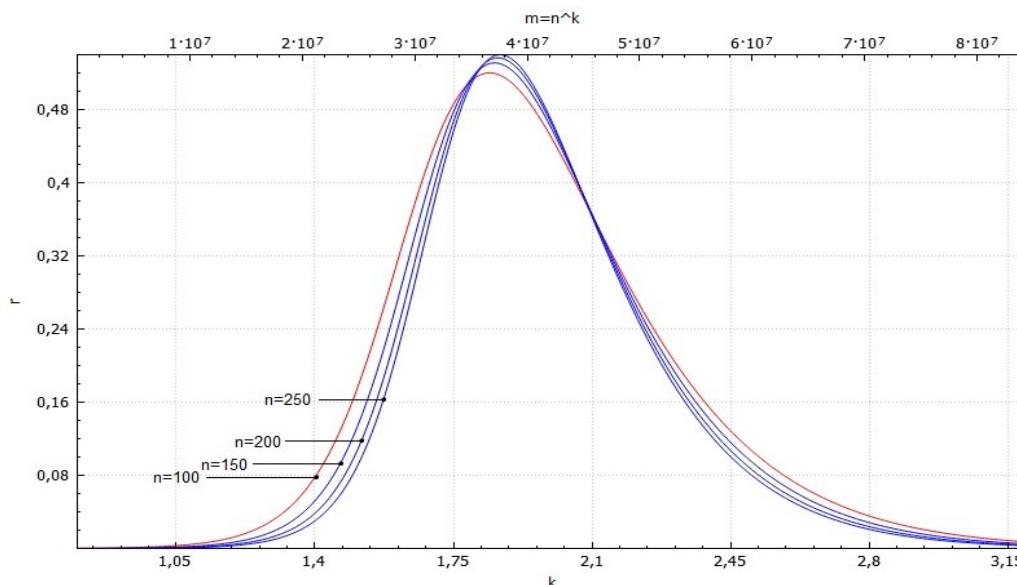


Рис. 4. Динамика функциональных зависимостей от k модуля разности площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца

Если определить функцию модуля разности от $q = n^{k-2}$ площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца как $R(q) = \lim_{n \rightarrow \infty} |S'(q) - S(q)|$, то получим

$$R(q) = \begin{cases} 0, q \neq 1 \\ c, q = 1 \end{cases} \quad (4)$$

Равенство показывает нашу гипотезу для динамики роста площадей для $q = n^{k-2}$.

2. Пусть для определённости задан «нерегулярный» единичный по высоте и радиусу цилиндр Шварца. Генератор разбиения высоты цилиндра задаётся последовательностью $\left\{ \frac{a_i}{S_m} \right\}$, где $\{a_i\} = \{i\}$ и $\sum_{i=1}^m a_i = \frac{m(m+1)}{2}$. Проблема: какова динамика функциональной зависимости модуля разности расстояний между площадями «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца?

Наблюдается ситуация, когда с возрастанием m к бесконечности абсцисса экстремальных значений также стремится к 2 (рис.5), как и на рисунке 4. Видимо аналогичная зависимость будет в ситуациях, когда, например, $\{a_i\} = \{\ln(i)\}$ или $\{a_i\} = \{\cos(i) + 1\}$. Хотя в последнем случае последовательность $\{a_i\}$ – ограниченная, но ряд $\sum_{i=1}^{+\infty} a_i = +\infty$ – расходящийся (рис. 6).

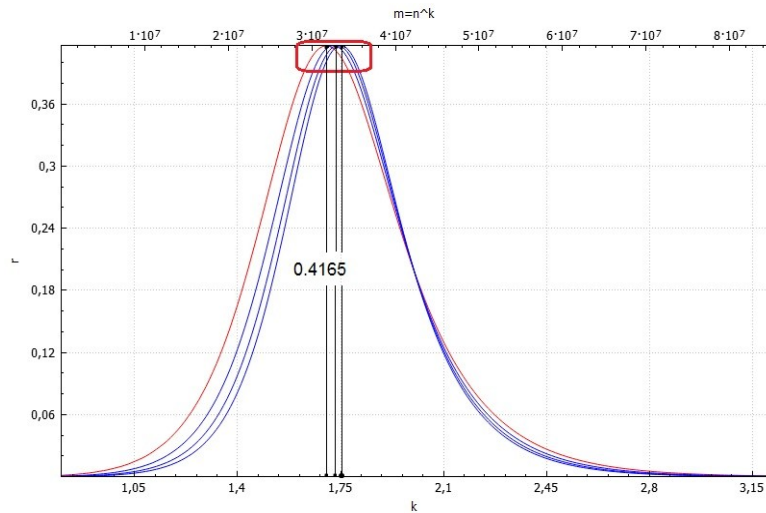


Рис. 5. Динамика функциональных зависимостей от k модуля разности площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца

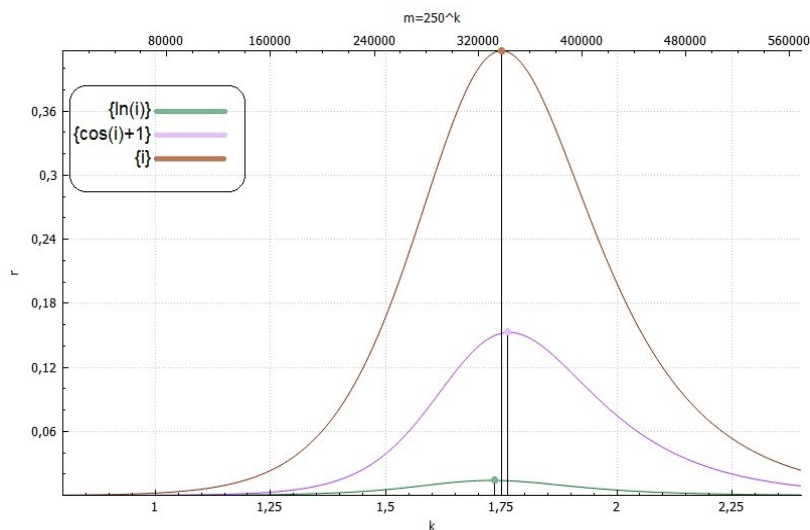


Рис. 6. Функциональные зависимости модуля разности от k площадей «регулярного» и «нерегулярного» цилиндров Шварца для различных разбиений высоты при $n = 250$

Согласно компьютерному эксперименту и математическому анализу, если высота максимального слоя разбиений «нерегулярного» цилиндра Шварца достигает нуля в пределе, то площадь этого цилиндра стремится к площади «регулярного» цилиндра Шварца. Благодаря усилиям магистрантов и студентов в процессе организации исследовательской и учебно-исследовательской деятельности школьников посредством выполнения сложных математических заданий было установлено, что наблюдается рост познавательной мотивации учащихся, повышается качество усвоения математики, а также проявляется синергетическая направленность математических знаний. Доказательством этого является то, что исследования, проводимые школьниками в ходе ресурсных и лабораторных занятий (или сетевых взаимодействий), способствуют развитию умственных операций и креативности.

Выводы

При проведении теоретического и экспериментального исследования было выявлено и описано содержание процессов усвоения сложных систем и знаний, этапы математического и компьютерного моделирования, а также технология создания системы для самостоятельного исследования обобщенных конструктивных элементов сложных систем. Тщательно исследованы и научно обоснованы подходы к правильному определению одного из важнейших школьных понятий – площади поверхности. Благодаря компьютерному моделированию удалось выявить функциональную зависимость динамики роста площади многогранников триангулических комплексов (антипризм) боковых поверхностей цилиндра («сапога») Шварца с помощью компьютерных и математических моделей. Изучены и описаны области бифуркации, бассейнов притяжений, компьютерная графика и побочный результат исследования площади боковых поверхностей «регулярных» и «нерегулярных» цилиндров. Создана иерархия форм и методов исследовательской работы школьников в процессе обучения.

Список литературы

- Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. Интеллектуальное сопровождение проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной среде обучения математике. Монография. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021.
- Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы: Пер. с англ. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
- Осташков В.Н., Смирнов Е.И., Белоногова Е.А. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений // Ярославский педагогический вестник. 2016. №6. С. 146–155.
- Подготовка учителя математики: Инновационные подходы // Под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Гардарики. 2002.
- Подъяков А.Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности. Психологические исследования. М.: Высшая школа экономики, 2015. С. 6–10.
- Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. М.: Изд-во «Мир», 1964.
- Секованов В.С. Элементы теории дискретных динамических систем. СПб: Изд-во «Лань», 2016.
- Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Монография. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997.
- Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2012.
- Смирнов Е.И., Богун В.В., Уваров А.Д. Синергия математического образования: Введение в анализ. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2016.
- Смирнов Е.И., Уваров А.Д., Смирнов Н.Е. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца // Евразийское научное обозрение. Москва. 2017. Т. 30. № 8. С. 35–55.

- Смирнов Е.И., Уваров А.Д., Тихомиров С.А. Проявление синергии исследования многоэтапных математико-информационных заданий на основе метода параметризации // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2024. № 1 (33). С. 18–33. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-1-18-33
- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для вузов. М.: Физматлит, 2001. Т. 1.
- Dvoryatkina S.N., Melnikov R.A., Smirnov E.I. Technology of synergy manifestation in the research of solution's stability of differential equations system. European Journal of Contemporary Education, 2017, vol. 6, no. 4, pp. 684-699. DOI: 10.13187/ejced.2017.4.684.
- Dvoryatkina S.N., Shcherbatykh S.V., Smirnov E.I. Technological stages of Schwartz cylinder's computer and mathematics design using intelligent system. Special Issue on Multidisciplinary Innovation in Engineering Science & Technology organized by Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal (ASTESJ Publishers), 2021, USA, no. 6(1), pp. 447-456. DOI: 10.25046/aj060148.
- Haken H. Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition. Berlin. Springer, 1996.
- Tongxin Li, Weiping Wang, Xiaobo Li, Tao Wang, Xin Zhou and Meigen Huang. Embedding Uncertain Temporal Knowledge Graphs. Mathematics, 2023, no.11 (3), 775, DOI: 10.3390/math11030775.
- Morin E. Method. Nature of Nature / E. Morin. Moscow: Progress–Tradition, 2005.
- Santos J., Figueiredo A.S., Vieira M. Innovative Pedagogical Practices in Higher Education: An Integrative Literature Review. Nurse Education Today, 2019, vol. 72, pp.12-17.
- Schwartz H.A. Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe: Gesammelte Mathematische Abhandlungen, 1890. №1. pp. 309-311.

SYNERGY OF AREAS OF TWO-DIMENSIONAL MANIFOLDS BASED ON THE SYMBIOSIS OF MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

Smirnov E. I. Dr. Sci. (Pedagogy), professor smiei@mail.ru Yaroslavl, Vladikavkaz	Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky Southern Mathematical Institute (branch) Vladikavkaz Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences
Uvarov A. D. PhD (Mathematics), associate professor smiei@mail.ru Yaroslavl	Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky
Tikhomirov S. A. PhD (Mathematics), associate professor satikhomirov@mail.ru Yaroslavl	Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky

Abstract. One of the trends in modern mathematical education is the departure from the paradigm of "simplification" with the need for students to master a complex mathematical systems and knowledge. At the same time, it becomes possible to gradually manifest the essence of mathematical knowledge generalized constructs during the search and research activities of students in the development of school concepts, theorems and procedures (surface area, functions and their representation, iterations of dependencies, computational procedures and algorithms, etc.). *The*

purpose of study is self-organization of students in teaching mathematics based on a symbiosis of mathematical and computer modeling of complex knowledge in the process of "problem areas" studying in mathematical education with synergetic effects manifestation of student's cognitive activity. *Research methods* – methods of visual modeling, parameterization, foundation of personal experience, cultures dialogue and theoretical generalization of techniques and procedures of cognitive activity are implemented. The methods and tools of experimental mathematics underlie the essence disclosure of surface area concept in three-dimensional space in the context of the integration of mathematical and computer modeling. *Results* – the effectiveness of mathematical education processes management with a synergetic effect under the conditions of an uncertainty, variability and self-organization of cognitive processes of polyhedral surfaces triangulation for two-dimensional manifolds (Schwartz cylinder) is shown.

Keywords: synergy, Schwartz cylinder, mathematical modeling, computer design.

References

- Dvoryatkina, S.N., Smirnov, E.I., Shcherbatykh, S.V. (2021). *Intellectual support of project-research activities of schoolchildren in a hybrid environment of teaching mathematics. Monograph.* Yelets (In Russ).
- Dvoryatkina, S. N., Melnikov, R. A., Smirnov, E.I. (2017). Technology of synergy manifestation in the research of solution's stability of differential equations system. *European Journal of Modern Education*, 6(4), 684-699. DOI: 10.13187/ejced.2017.4.684.
- Dvoryatkina, S. N., Shcherbatykh, S. V., Smirnov, E. I. (2021). Technological stages of Schwartz cylinder's computer and mathematics design using intelligent system. Special Issue on Multidisciplinary Innovation in Engineering Science & Technology organized by Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal (ASTESJ Publishers), USA, 6(1), 447-456. DOI: 10.25046/aj060148.
- Fihtengol'ts, G. M. (2001). *Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischisleniya: uchebnik dlya vuzov.* Moscow: Fizmatlit, T.1. (In Russ).
- Haken, H. (1996). *Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition.* Berlin. Springer.
- Mandel'brot, B. B. (2002). *Fraktal'naya geometriya prirody: Per. s angl.* Moscow: In-t komp'yuternykh issledovaniy. (In Russ).
- Morin, E. (2005). *Method. Nature of Nature.* Moscow: Progress–Tradition.
- Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I., Belonogova, E. A. (2016). Sinergiya obrazovaniya v issledovanii attraktorov i bassejnov prityazheniya nelinejnyh otobrazhenij. *Yaroslavskij pedagogicheskij vestnik*, 6, 146-155. (In Russ).
- Podgotovka uchitelya matematiki: Innovacionnye podhody.* Pod red. V.D. Shadrikova. Moscow: Gardariki, 2002. (In Russ).
- Podd'yakov, A. N. (2015). *Psihologiya obucheniya v usloviyah novizny, slozhnosti, neopredelennosti. Psihologicheskie issledovaniya.* Moscow: Vysshaya shkola ekonomiki, 6-10. (In Russ).
- Prigozhin, I. (1964). *Neravnovesnaya statisticheskaya mekhanika.* Moscow: Izd-vo «Mir». (In Russ).
- Santos, J., Figueiredo, A. S., Vieira, M. (2019). Innovative Pedagogical Practices in Higher Education: An Integrative Literature Review. *Nurse Education Today*, 72, 12-17.
- Schwartz, H. A. (1890). *Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe: Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, 1, 309-311.

- Sekovanov, V. S. (2016). *Elementy teorii diskretnyh dinamicheskikh sistem*. S-Peterburg: Izd-vo «Lan'». (In Russ).
- Smirnov, E. I. (1997). *Tekhnologiya naglyadno-model'nogo obucheniya matematike. Monografiya*. Yaroslavl': Izd-vo YaGPU. (In Russ).
- Smirnov, E. I. (2012). *Fundirovanie opyta v professional'noj podgotovke i innovacionnoj deyatel'nosti pedagoga: monografiya*. Yaroslavl': Izd-vo «Kancler». (In Russ).
- Smirnov, E. I., Bogun V. V., Uvarov A. D. (2016). *Sinergiya matematicheskogo obrazovaniya: Vvedenie v analiz*. Yaroslavl': Izd-vo «Kancler». (In Russ).
- Smirnov, E. I., Uvarov, A. D., Smirnov, N. E. (2017). Komp'yuternyj dizajn nelinejnogo rosta «ploschadej» neregulyarnogo cilindra Shvarca. *Evrazijskoe nauchnoe obozrenie*. Moscow. 30(8), 35-55. (In Russ).
- Smirnov, E. I., Uvarov, A. D., Tihomirov, S .A. (2024). The manifestation of synergy in the study of multi-stage mathematical and information tasks based on the parameterization method. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 1 (33), 18-33. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-1-18-33. (In Russ., abstract in Eng.)
- Tongxin Li, Weiping Wang, Xiaobo Li, Tao Wang, Xin Zhou and Meigen Huang. (2023). Embedding Uncertain Temporal Knowledge Graphs. *Mathematics*, 11 (3), 775, DOI: 10.3390/math11030775.

Статья поступила в редакцию 14.08.2024
Принята к публикации 16.09.2024

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-80-89

УДК
378.147.88

ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ИТ НАПРАВЛЕНИЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ SPEECH FRAMEWORK ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ НА ПРИМЕРЕ ПОДКЛЮЧЕНИЯ К МОБИЛЬНОМУ IOS-ПРИЛОЖЕНИЮ

Красавцева Ксения Владимировна
магистрант
dksenia1612@gmail.com
г. Саранск

Национальный исследовательский
Мордовский университет
имени Н. П. Огарева

Щенникова Елена Владимировна
д.ф.-м.н., профессор
schennikova8000@yandex.ru
г. Саранск

Национальный исследовательский
Мордовский университет
имени Н. П. Огарева

Аннотация. Современные технологии стремительно движутся вперед. Появляются все более и более новые технологии. В эпоху цифровой трансформации появляется проблема оперативного обучения новым знаниям студентов высших учебных заведений. Одно из таких быстроразвивающихся направлений – это мобильная разработка. Актуальность данного направления состоит в том, что технологии развиваются, а мобильные устройства человек всегда имеет при себе. Этим и обуславливается постоянное использование девайсов, а также потребность в мобильных приложениях. Из-за дороговизны и малодоступности техники для разработки мобильных iOS-приложений и обучения, которое происходит на фирмах и предприятиях, сотрудничающих с высшими учебными заведениями, наблюдается нехватка специалистов по этому направлению. Такое плодотворное сотрудничество происходит в ходе производственной практики. В статье анализируется речевой фреймворк Speech Framework, предназначенный для распознавания и синтеза речи платформ iOS и macOS, история появления, основные инструменты, преимущества и недостатки. Также разрабатывается методология обучения подключения данного фреймворка на примере разработки мобильного iOS-приложения, предназначенного для распознавания речи. Такого рода приложения могут быть востребованы учебными заведениями для упрощения процесса обучения, ведь с помощью них можно проводить анализ речи обучающихся, диктанты, давать задания студентам и многое другое.

Ключевые слова: Speech Framework, iOS, приложение, фреймворк, технология, распознавание, синтез, речь, голос

Введение

В современном мире развитие IT-технологий движется стремительными шагами. Соответственно, возникает проблема обучения новым знаниям студентов бакалавра и магистратуры по IT-направлениям. Одним из быстро развивающихся и востребованных

направлений является мобильная разработка. Такие специалисты чрезвычайно востребованы на рынке труда. Поэтому необходимо постоянно развивать педагогические технологии и методики обучения в области разработки мобильных приложений. В статье рассмотрим один из этапов iOS-разработки – это поэтапный процесс использования Speech Framework для распознавания речи, на примере подключения к мобильному iOS-приложению.

В связи с тем, что техническое оснащение для iOS-разработки достаточно дорогое, то обычно соответствующие знания и практику студенты получают во время производственной практики на предприятиях или фирмах, сотрудничающих с высшим учебным заведением. С таким положением дел в мобильной разработке iOS-приложений повышается востребованность разработанной технологии обучения. Также важно отметить, что в списке литературы были только интернет-источники фирмы разработчика устройств Apple и Speech Framework. Это обусловлено абсолютной новизной рассматриваемой тематики.

Цель исследования: разработать технологию обучения, подробно описать этот технически сложный процесс – подключение Speech Framework для распознавания речи к мобильному iOS-приложению.

Speech Framework

В современном цифровом мире взаимодействие пользователей с техникой с каждым днем упрощается все больше и больше. Одним из самых распространённых методов взаимодействия пользователя с устройствами – управление голосом. Для того, чтобы устройство взаимодействовало с пользователем, нужно, чтобы оно понимало человека – распознавало речь. Корпорация Apple разработала свой универсальный фреймворк, основанный на нейронных сетях для распознавания речи пользователя, ее синтеза и обработки. Данный фреймворк имеет возможности создания приложений, которые могут способствовать улучшению произношения, а также оценивать его. Этот фреймворк дает возможность создания приложений для обучения иностранных студентов русскому языку, ведь благодаря данному фреймворку можно создавать аудио на основании текста, настраивая параметры произношения, оценивать произношение, а также давать обратную связь.

Speech Framework – это речевой фреймворк для платформ iOS и macOS, предназначенный для распознавания речи. Фреймворк способен не только распознавать произносимую речь, но и речь из аудиофайла.

Данный фреймворк впервые был представлен компанией Apple в 2016 году на конференции WWDC. Предназначался фреймворк для того, чтобы разработчики приложения платформ iOS и macOS имели возможность создавать приложения с функцией обработки и распознавания речи. Speech впервые появился в релизе iOS 10.0.1 того же года (Apple, 2024).

Apple использует свой собственный фреймворк во всех девайсах, вышедших с 2016 года. Speech используется для голосового помощника Siri, который также является разработкой компании Apple. С помощью этого фреймворка, который обеспечивает синтез и распознавание речи пользователя, голосовой помощник может общаться с пользователем, выполнять его команды. Таким образом, Speech является ключевым составляющим, обеспечивающим работу виртуального помощника Siri (Apple, 2024).

Фреймворк Speech имеет ряд преимуществ. Он предоставляет большой выбор различных инструментов, которые позволяют разработчикам приложений обрабатывать и распознавать речь пользователя. Примером необходимости наличия данного фреймворка являются приложения, предназначенные для обучения языкам. В таком приложении важно не только обучающемуся слышать то, что «говорит» приложение, но и самому приложению необходимо воспринимать, распознавать и обрабатывать речь, произносимую пользователем. Apple использует собственные алгоритмы и модели для обработки естественной речи, аудиоданных и преобразования их в текстовый формат.

Speech базируется на передовых технологиях машинного обучения и на технологиях обработки естественного языка. Он использует комбинации глубоких нейросетей и моделей глубокого обучения. В зависимости от поставленной задачи, Speech использует различные архитектуры нейросетей для синтеза, распознавания речи и получения речевых признаков.

Возможности, предоставляемые фреймворком, достаточно велики. Как уже было сказано ранее, он предоставляет возможность перевода не только естественной речи в текст, но и наоборот. Также Speech позволяет создавать аудиофайлы на основании текстовых данных (Apple, 2024).

Синтез речи Speech поддерживает множество настроек, таких как выбор языка, скорость речи и даже эмоциональность. Благодаря Speech разработчики iOS и macOS приложений могут создавать настраиваемые голосовые профили для адаптации речи под потребности пользователей.

Именно благодаря этим функциям и возможностям фреймворка есть возможность создания приложения, которое будет анализировать и оценивать произношение студентов на иностранном языке. Также функции фреймворка можно использовать для создания приложения с заданиями и упражнениями. Студенты должны будут выполнять их, взаимодействуя на языке, который они изучают, а приложение будет оценивать их произношение и речь. Примером одного из таких заданий может быть описание изображений, предоставляемых системой или же вопросно-ответные задания. Благодаря способности анализа, фреймворк может помогать преподавателям в проверке и оценивании речи и произношения студентов, ведь Speech может использоваться для автоматической проверки устных ответов на задания, что преподавателям сэкономит время, а студентам даст возможность самостоятельно улучшать свои навыки, под контролем приложения. Также можно с помощью данного фреймворка можно создать приложение для диктантов, настраивая скорость речи, выдерживание пауз и другие необходимые параметры, что поможет усовершенствовать слуховые навыки студентов и развить навыки понимания и восприятия иностранной речи.

Также немаловажно, что фреймворк поддерживает интеграцию с другими технологиями, что обеспечивает простое слияние с экосистемами разработчиков, для создания голосовых помощников, сохранения, создания и управления аудиофайлами. К тому же, Speech дает возможность управлять потоками шума и настраивать их. Например, предоставляет обработку фонового шума, позволяя его игнорировать, что немаловажно в процессе распознавания речи пользователя.

К сожалению, у фреймворка, как и у всего, есть свои недостатки. Как недостаток можно выделить – ограничение производительности на устаревших устройствах и устаревших версиях iOS или при обработке больших объемов данных. Также недостатком является наличие ограниченного выбора языков и голосовых моделей. Работа фреймворка напрямую зависит от доступа девайса к сети Интернет, что также является недостатком.

Подключение Speech Framework iOS приложению

Давайте рассмотрим, как же можно внедрить и использовать Speech Framework в iOS приложении.

Первый этап

Процесс распознавания речи пользователя включает в себя запись голоса и отправку этих данных на сервера Apple для обработки. Записанный звук голоса является конфиденциальными личными пользовательскими данными, которые нельзя использовать и отправлять на сервера Apple без разрешения пользователя. Именно поэтому разработчик предупреждает пользователя и запрашивает его согласие на отправку данных по сети, и соответственно на их обработку на серверах Apple.

С помощью API-интерфейсов, предоставляемых Speech Framework, запрашиваем авторизацию. Но сначала был подключен сам фреймворк и проинициализирован `SFSpeechRecognizer` (листинг 1).

`class SFSpeechRecognizer: NSObject` – это основной объект, который используется для распознавания речи (Apple, 2024).

```
import UIKit
import Speech

class ViewController: UIViewController, SFSpeechRecognizerDelegate {
    private let speechRecognizer = SFSpeechRecognizer(locale: Locale(identifier:
"ru-RU"))
}
```

Листинг 1. Импорт фреймворка и его инициализация

Locale.init(indentifiiew: “ru-RU”) – указывает язык, который будет воспринимать и обрабатывать приложение. В данном случае мы установили русский язык.

Затем обязательно добавили в файл Info.Plist ключ NSSpeechRecognitionUseagateDescription и установили значение этого ключа (Apple, 2024). NSSpeechRecognitionUseagateDescription – это ключ, который отвечает за объяснение пользователю, для каких целей запрашивается доступ к конфиденциальным данным, а именно к записи и отправке пользовательской речи. Добавление ключа в файл Info.plist представлено на рис. 1.



Рис. 1. Добавление ключа в файл Info.plist

В значении ключа подробно описываем причину, чтобы завоевать доверие пользователя. Доступ к конфиденциальным данным с большей вероятностью разрешат тому приложению, в котором четко и понятно будет описана итоговая цель. Приложения, которые не внушают пользователю доверия, скорее всего будут просто удалены с девайса, или же доступ будет не разрешен (а приложения, основа которых – это взаимодействие с речью, будут просто бесполезны).

Когда приложение запросит авторизацию, система отобразит пользователю значение этого ключа, как часть системного приглашения.

Теперь настроим сам запрос на разрешение доступа к голосовым данным пользователя. Вызываем requestAuthorization(_:) для SFSpeechRecognizer. Этот метод выполняется асинхронно и возвращает результаты в блок (флаг), предоставленный разработчиком. Этот блок используется для определения – одобрил пользователь запрос приложения на доступ к данным или отклонил. Также обязательно устанавливается делегат. Код данного запроса представлен на листинге 2.

После запуска приложение отображает окно с запросом разрешение на доступ к данным пользователя (речи), представленное на рис. 2.

```
speechRecognizer?.delegate = self
// Запрос на авторизацию
SFSpeechRecognizer.requestAuthorization { authStatus in
    OperationQueue.main.addOperation {
        switch authStatus {
            case .notDetermined:
                self.speechButton.isEnabled = false
                self.speechButton
```

```
.setTitle("Распознавание речи в этом приложении еще не разрешено",
for: .disabled)
case .denied:
    self.speechButton.isEnabled = false
    self.speechButton.setTitle("Приложению запрещен доступ к распознаванию
речи",
for: .disabled)
case .restricted:
    self.speechButton.isEnabled = false
    self.speechButton.setTitle("Распознавание речи работает в ограниченном
режиме",
for: .disabled)
case .authorized:
    self.speechButton.isEnabled = true
}
}
```

Листинг 2. Код запроса авторизации

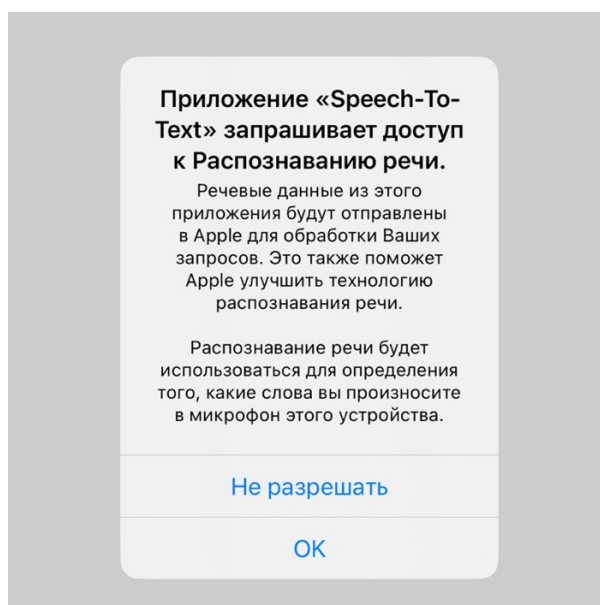


Рис. 2. Окно запроса на доступ к данным пользователя

Второй этап

Теперь настраиваем восприятие речи приложением и ее обработку. Для этого проинициализируем остальные необходимые элементы, необходимые для восприятия речи приложением. Пример инициализации представлен на листинге 3.

`SFSpeechBufferRecognitionRequest` – это запрос с ответом типа `SFSpeechRecognitionRequest`. Запрос захватывает аудио-контент, например, с микрофона устройства, и отправляет для распознавания речи (Apple, 2024).

```
private var recognitionRequest: SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest?
private var recognitionTask: SFSpeechRecognitionTask?
private let audioEngine: AVAudioEngine?
```

Листинг 3. Инициализация `SFSpeechBufferRecognitionRequest`, `SFSpeechRecognitionTask`, `AVAudioEngine`

Для отслеживания прогресса распознавания речи используем объект `SFSpeechRecognitionTask` (Apple, 2024).

Также является необходимым аудио-движок – AVAudioEngine, который содержит группу экземпляров AVAudio, использующихся для формирования цепочки по обработке аудио (Apple, 2024).

Теперь напишем сам метод, который позволит приложению воспринимать аудио, обрабатывать и записывать его для дальнейшего вывода. Для этого нужно получить экземпляр для управления аудио-сессией. Для нашей аудио-сессии устанавливаем категорию AVAudioSession.Category.record. Это необходимо для приглушения остальных входных данных, пока идет сессия. Это предотвращает помехи, при восприятии речи приложением (системой). Далее устанавливаем режим измерения аудио AVAudioSession.Mode.measurement, который обеспечивает высокий захват звука, и его обработки, что необходимо и является важным при выполнении задачи распознавания и обработки речи [8]. Также устанавливаем активацию audioSession с флагом notifyOthersOnDeactivation для отслеживания статуса audioSession (Apple, 2024). Код настройки audioSession представлен на листинге 4.

```
let audioSession = AVAudioSession.sharedInstance()
do {
    try audioSession.setCategory(AVAudioSession.Category.record)
    try audioSession.setMode(AVAudioSession.Mode.measurement)
    try audioSession.setActive(true, options: .notifyOthersOnDeactivation)
} catch { print("Ошибка установки свойств AVAudioSession") }
```

Листинг 4. Код настройки AVAudioSession

Далее создали запрос SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest, необходимый для распознавания аудио, который нужен для передачи аудио на дальнейшее распознавание, а также установили флаг для запроса распознавания (Apple, 2024). Флаг будет указывать системе, что результаты частичного распознавания должны быть отправлены, когда станут доступны (листинг 5).

```
recognitionRequest = SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest()
recognitionRequest?.shouldReportPartialResults = true
```

Листинг 5. Код создания запроса SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest и его настройка

Третий этап

Теперь приступаем к написанию части, которая будет отвечать за перехват аудио-буферов с узла ввода. Аудио-буферы необходимы для передачи речи пользователя в процесс распознавания. Получаем узел ввода audioEngine, который предоставляет доступ к входному аудио-потoku устройства audioEngine.inputNode. Далее устанавливаем формат записи звука для этого узла outputFormat(forBus: 0). Он определяет характеристики аудио, а именно: количество каналов, частоту дискретизации и точность битов. И устанавливаем tap («кран») на узле ввода, необходимый для перехвата аудио-буфера, который будет поступать через канал, чтобы выполнять с ним какие-то действия (Apple, 2024). В данном проекте, в случае появления нового аудио-буфера добавляем его к существующему запросу распознавания речи. Теперь записываем метод audioEngine.prepare(), который выполняет действия по подготовке к записи аудио и воспроизведения аудио. Собираем фрагмент кода, для которого мы настроили данные. Код запускает audioEngine для работы с записью звука. Пример настройки audioEngine представлен на листинг 6.

```
let inputNode = audioEngine?.inputNode
let recordFormat = inputNode.outputFormat(forBus: 0)
inputNode.installTap(onBus: 0, bufferSize: 1024, format: recordFormat) { buff, _ in
    self.recognitionRequest?.append(buff)
}
audioEngine?.prepare()
```

```
do {
    try audioEngine?.start()
} catch {
    print("Ошибка запуска AVAudioEngine \(error)")
}
```

Листинг 6. Код настройки audioEngine

Четвертый этап

Наконец после настройки всех необходимых объектов записываем сам запрос на распознавание речи. Запрос возвращает либо response (ответ) типа `SFSpeechRecognitionRequest`, либо ошибку. Для того, чтобы текст был читаемым, то есть в формате строки, указываем свойство `bestTranscription.formattedString` (листинг 7). Если запрос отработал успешно, то мы выводим речь пользователя в виде текста в заранее созданное `textView`. Этот текст можно вывести куда угодно, либо сохранить для дальнейшей обработки.

```
recognitionTask = speechRecognizer?.recognitionTask(with: recognitionRequest) { result, error in
guard let result = result else { return }
self.textView.text = result.bestTranscription.formattedString
}
```

Листинг 7. Код запроса на распознавание речи

Пятый этап

Теперь собираем все куски кода вместе и получаем метод, который будет распознавать аудио пользователя и выводить в `UITextView`. Готовый метод `startRecording()` представлен на листинг 8.

Результат

После дополнительной настройки интерфейса было создано мобильное приложение, способное распознавать речь пользователя (рис. 3). После нажатия на кнопку «Начать» текст записывается в режиме онлайн в `UITextView`, и пользователь через долю секунды видит текст, который он сказал.

```
func startRecording() {
    let audioSession = AVAudioSession.sharedInstance()
    do {
        try audioSession.setCategory(AVAudioSession.Category.record)
        try audioSession.setMode(AVAudioSession.Mode.measurement)
        try audioSession.setActive(true, options: .notifyOthersOnDeactivation)
    } catch { print("Ошибка установки свойств AVAudioSession") }

    recognitionRequest = SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest()
    recognitionRequest?.shouldReportPartialResults = true

    let inputNode = audioEngine?.inputNode
    let recordFormat = inputNode?.outputFormat(forBus: 0)
    inputNode?.installTap(onBus: 0, bufferSize: 1024, format: recordFormat) { buff, _ in
        self.recognitionRequest?.append(buff)
    }

    audioEngine?.prepare()

    do {
        try audioEngine?.start()
    } catch { print("Ошибка запуска AVAudioEngine \(error)") }

    guard let recognitionRequest = recognitionRequest else {
        return
    }
    recognitionTask = speechRecognizer?.recognitionTask(
```

```

        with: recognitionRequest
    ) { result, error in
        guard let result = result else { return }
        self.textView.text = result.bestTranscription.formattedString
    }
}

```

Листинг 8. Код метода распознавания речи пользователя

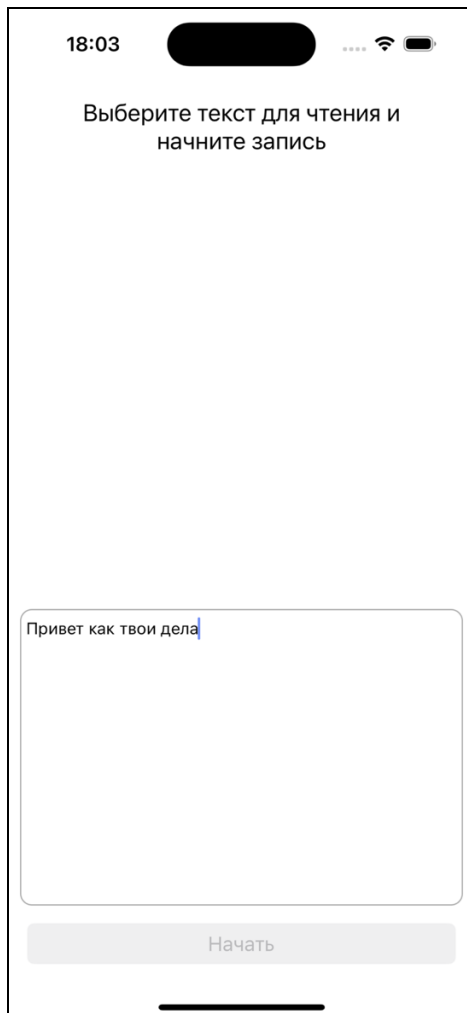


Рис. 3. Интерфейс приложения, способного распознавать пользовательскую речь

Заключение

В данном исследовании разработана технология обучения использованию Speech Framework для распознавания речи. Speech Framework – прекрасный инструмент, предоставляемый корпорацией Apple, для взаимодействия пользователя и мобильного приложения. Использование данного фреймворка открывает студентам – будущим разработчикам – множество возможностей для создаваемых приложений. С помощью Speech разработчики могут создавать любые iOS-приложения с анализом речи и голоса пользователя, например, обучающие. Благодаря данному фреймворку можно создавать приложения для тренировок и диктантов для студентов, изучающих различные языки как русский, так и английский и многие другие, ведь фреймворк поддерживает большое множество языков и диалектов. Также фреймворк можно использовать для создания приложения для проведения интерактивных уроков, в которых студентам необходимо будет разговаривать и взаимодействовать с приложением на необходимом для изучения языке, для выполнения интерактивных заданий и упражнений.

Разработанная технология обучения студентов IT-направлений облегчает и сокращает освоение технически сложного нового материала по мобильной разработке.

Список литературы

- Apple. Framework Speech [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech?language=swift,swift,swift,swift> (дата обращения: 22.03.24).
- Apple. Deep Learning for Siri's Voice: On-device Deep Mixture Density Networks for Hybrid Unit Selection Synthesis [Электронный ресурс] // Machine Learning Research. URL: <https://machinelearning.apple.com/research/siri-voices> (дата обращения: 30.03.24).
- Apple. SFSpeechRecognizer [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechrecognizer> (дата обращения: 01.04.24).
- Apple. Managing Your App's Information Property List [Электронный ресурс] // Developer. URL: https://developer.apple.com/documentation/bundleresources/information_property_list/managing_your_app_s_information_property_list (дата обращения: 02.04.24).
- Apple. SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechaudiobufferrecognitionrequest> (дата обращения: 04.04.24).
- Apple. SFSpeechRecognitionTask [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechrecognitiontask> (дата обращения: 15.04.24).
- Apple. AVAudioEngine [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudioengine> (дата обращения: 18.04.24).
- Apple. AVAudioSession [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudiosession> (дата обращения: 18.04.24).
- Apple. NotifyOthersOnDeactivation [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudiosession/setactiveoptions/1616603-notifyothersondeactivation> (дата обращения: 19.04.24).
- Apple. OutputFormat(forBus:) [Электронный ресурс] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudionode/1389195-outputformat> (дата обращения: 24.04.24).

УДК
378.147.88

TECHNOLOGY FOR TRAINING IT STUDENTS IN THE USE OF SPEECH FRAMEWORK FOR SPEECH RECOGNITION BY THE EXAMPLE OF CONNECTING TO AN IOS MOBILE APPLICATION

Krasavtceva K. V.
undergraduate student
dksenia1612@gmail.com
Saransk

National Research Mordovian State University
named after. N. P. Ogareva

Shennikova E. V.
Dr. Sci. (Physical and mathematical)
associate professor
schennikova8000@yandex.ru
Saransk

National Research Mordovian State University
named after. N. P. Ogareva

Abstract. Modern technologies are rapidly moving forward. More and more new technologies are appearing. Because of this, the problem of teaching new knowledge to students of higher educational institutions arises. One of these fast-growing areas is

mobile development. The relevance of this area lies in the fact that technologies are developing, and people always have mobile devices with them. This determines the constant use of devices, as well as the need for mobile applications. Due to the high cost and inaccessibility of technology for developing mobile iOS applications, and the training that takes place at firms and enterprises collaborating with higher education institutions, there is a shortage of specialists in this area. The article analyzes the speech framework Speech Framework, designed for speech recognition and synthesis of the iOS and macOS platforms, the history of its appearance, the main tools, advantages and disadvantages. A methodology for teaching how to connect this framework is also being developed using the example of developing a mobile iOS application designed for speech recognition. This kind of application may be in demand by educational institutions to simplify the learning process, because with their help you can analyze students' speech, conduct dictations, give assignments to students, and much more.

Keywords: Speech Framework, iOS, application, framework, technology, recognition, synthesis, speech, voice

References

- Apple. Framework Speech [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech?language=swift,swift,swift,swift> (date of the application: 22.03.24).
- Apple. Deep Learning for Siri's Voice: On-device Deep Mixture Density Networks for Hybrid Unit Selection Synthesis [Электронный ресурс] // Machine Learning Research. URL: <https://machinelearning.apple.com/research/siri-voices> (date of the application: 30.03.24).
- Apple. SFSpeechRecognizer [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechrecognizer> (date of the application: 01.04.24).
- Apple. Managing Your App's Information Property List [Electronic resource] // Developer. URL: https://developer.apple.com/documentation/bundleresources/information_property_list/managing_your_app_s_information_property_list (date of the application: 02.04.24).
- Apple. SFSpeechAudioBufferRecognitionRequest [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechaudiobufferrecognitionrequest> (date of the application: 04.04.24).
- Apple. SFSpeechRecognitionTask [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/speech/sfspeechrecognitiontask> (date of the application: 15.04.24).
- Apple. AVAudioEngine [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudioengine> (date of the application: 18.04.24).
- Apple. AVAudioSession [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudiosession> (date of the application: 18.04.24).
- Apple. NotifyOthersOnDeactivation [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudiosession/setactiveoptions/1616603-notifyothersondeactivation> (date of the application: 19.04.24).
- Apple. OutputFormat(forBus:) [Electronic resource] // Developer. URL: <https://developer.apple.com/documentation/avfaudio/avaudionode/1389195-outputformat> (date of the application: 24.04.24).

Статья поступила в редакцию 18.06.2024

Принята к публикации 16.09.2024

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-90-101

УДК
378.147

**ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ ТРЕНДЫ ЦИФРОВИЗАЦИИ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ**

Польшакова Наталья Викторовна

к.э.н., доцент
polshakovanv@yandex.ru
г. Москва

Польшакова Дарья Валерьевна

студент
polshackowa1177@yandex.ru
г. Орел

НОЧУ ВО «Московский финансово-
промышленный университет «Синергия»

ФГБОУ ВО «Орловский государственный
университет имени И.С. Тургенева»

Аннотация. На современном этапе цифровых трансформаций экономики происходят существенные изменения в системе образования, которые требуют от высшей школы адаптации к новым условиям и требованиям. Немаловажным условием для внедрения цифровых технологий в образование является необходимость формирования у научно-педагогических работников вузов и студентов соответствующих навыков, отвечающих современным требованиям рынка труда. Системные технологические прорывы в области разработки и применения систем искусственного интеллекта, технологий Data Mining и Big Date и облачных технологий создают все предпосылки для создания новых форм, методов и технологий обучения и как следствие более эффективные технологии управления знаниями. Эти тренды требуют от вузов внедрения инновационных методов преподавания, таких как онлайн-обучение, смешанное обучение и использование интерактивных платформ. В своей статье авторы рассматривают ключевые тренды, которые определяют развитие образовательных цифровых технологий, платформ и методов в высшей школе, а также их влияние на качество обучения и взаимодействия между преподавателями и студентами. Авторы рассматривают внедрение гибридных форматов и онлайн-обучения как основной вектор, который позволяет обучающимся в полном объеме получать знания в удобное для них время и в комфортной обстановке. Применение таких технологий в значительной степени расширяет доступ к образовательным ресурсам и повышает уровень мотивации и вовлеченности студентов в учебный процесс. Еще одним важным элементом цифровизации образования, рассмотренным авторами, является использование больших данных и аналитики для персонализации образовательного процесса. Кроме того, активное развитие образовательных цифровых технологий способствует созданию интерактивных платформ и инструментов, которые делают обучение более увлекательным и эффективным. Виртуальная и дополненная реальность, симуляторы и геймификация становятся неотъемлемой частью образовательного процесса, позволяя студентам погружаться в изучаемый материал на новом уровне. Таким образом, актуальность данной темы не вызывает сомнений, так как именно цифровизация высшего образования открывает новые горизонты как для студентов, так и преподавателей, что в свою очередь способствует созданию более динамичной и адаптивной образовательной среды. Вузы, которые активно внедряют современные информационные технологии, становятся

лидерами в подготовке высококвалифицированных специалистов, готовых к вызовам современного мира.

Ключевые слова: цифровизация образования, цифровая трансформация, образовательные цифровые технологии, высшая школа, университет.

Введение

Курс, взятый Российской Федерацией на цифровую трансформацию экономики страны, нераздельно связывают с тотальной информатизацией общества, нацелен он в первую очередь на повышение социально-экономической среды. Перспективность данных технологических преобразований базируется на эффективной эксплуатации и модернизации сложившейся на сегодняшний день цифровой инфраструктуры, что в свою очередь позволяет достичь новых экономических эффектов. Развивая цифровые технологии нельзя не упомянуть важнейший элемент любой экономической деятельности общества – подготовку высококвалифицированных специалистов.

Материалы и методы

В качестве основных материалов для анализа были использованы научные труды отечественных и зарубежных авторов, опубликованные преимущественно в 2020-ых годах и посвященные проблемам цифровизации социально-экономических процессов. Основными методами исследования выступили: изучение научной и методической литературы по проблемам содержания и технологий высшего образования, а также общие (теоретические, универсальные) методы исследования.

Результаты исследования

Первоочередной задачей в вопросах реализации образовательных амбиций является интеграция информационных технологий в образовательную деятельность. Развитие и внедрение цифровых технологий в образовательную деятельность позволяет создавать адаптивные и персонализированные учебные программы (Польшакова, 2024). Цифровые трансформации уже избавляют высшую школу от статичности образовательного процесса, что в свою очередь, позволяет воспринимать цифровые технологии как инструменты, способствующие активному обучению, взаимодействию и сотрудничеству. Как считает Л.В. Константинова: «переход из количественного состояния, которое обусловлено глобальной компьютеризацией, увеличением числа цифровых платформ, а также перевод в цифровые форматы большинства производственных процессов в различных отраслях экономики в качественное, базирующееся на внедрении систем искусственного интеллекта, технологий блокчейна, Data mining, Big Data, и соответственно, радикальным образом трансформировал образовательный ландшафт не только в России, но и большинстве развитых стран» (Константинова, 2021). Подобные тенденции способствовали возникновению и развитию новых сущностей в образовательном сегменте экономики. Учитывая текущие трансформации сегодня, образование представляет собой высокотехнологичный процесс, который во многом зависит от внедрения и использования развивающихся стремительными темпами информационных технологий. За время пандемии 2019 года и в постпандемийный период были сформированы принципиально новые образовательные one-line проекты, базирующиеся на цифровых и инновационных технологиях, которые можно сравнивать с «лавиной цифровых инноваций».

Такое изменение образовательного мышления позволяет эффективно использовать в учебном процессе компьютерную технику, периферийное оборудование и программное обеспечение для развития критического мышления и творческих навыков у студентов. Гибкие форматы обучения, доступные онлайн и офлайн, обеспечат возможность для всех членов общества развиваться и повышать свою квалификацию в течение жизни, что, безусловно, станет залогом успешной экономики знаний.

Следует особое внимание уделить основным направлениям цифровизации образовательного процесса в высшей школе (рис. 1).

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Динамичное использование цифровых технологий образовательными организациями позволили выстроить вузам свою индивидуальную внутривузовскую **цифровую инфраструктуру**, которая базируется на следующих платформенных решениях: администрирование учебного процесса, проверка и оценка достижения планируемых результатов обучения, организация и использование мессенджеров и социальных сетей в организации, мониторинга учебного процесса и т.д. При поддержке Фонда содействия инноваций в вузах активно продвигаются EdTech-стартапы, которые кардинально отличаются от обучения «по старинке» и позволяют на технологическом уровне реализовывать большое количество традиционных процессов, присущих деятельности вузов. Примером активного продвижения цифровых трансформаций может служить НОЧУ ВО «Московский финансово-промышленный университет «Синергия», в котором действует собственная система проведения промежуточной аттестации с подведением итоговых оценок с использованием системы прокторинга, LMS, ЭИОС, а также обеспечена безопасность действующих информационных систем.

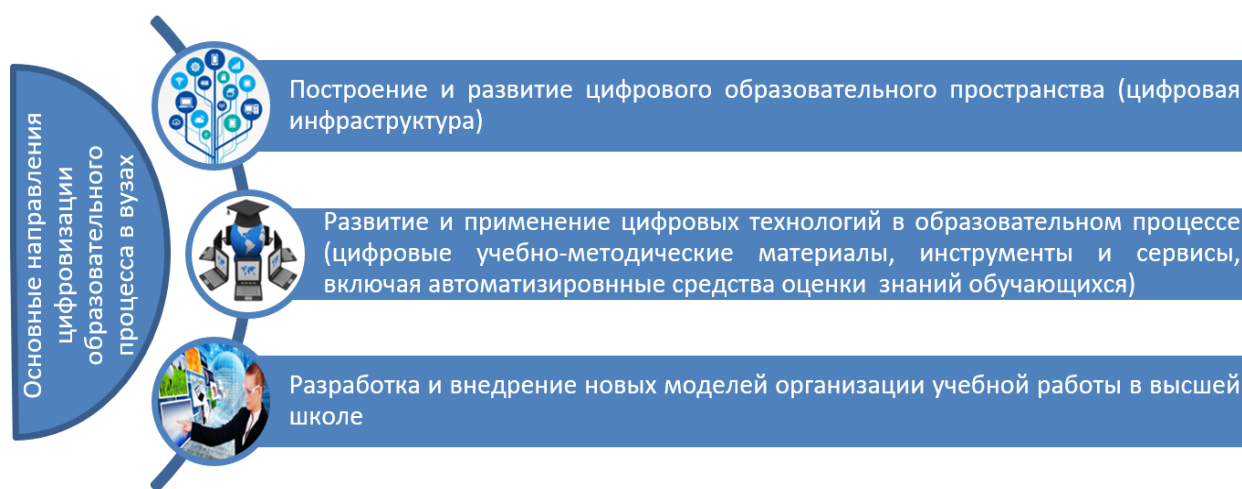


Рис. 1. Основные направления цифровизации образовательного процесса в высшей школе

Процессы цифровизации управленческой системы дали возможность создания каталогов информационных ресурсов, которые имеются в образовательном учреждении (в том числе, разработку и внедрение в образовательную деятельность баз данных специального назначения, осуществить переход к электронному документообороту, мониторингу успеваемости обучающихся и результативности научно-педагогических работников вуза, автоматизации разработки учебных планов и мониторинга трудоустройства студентов, а также автоматизации процессов управления результатами НИР и инновационной деятельности и их трансферта).

В настоящее время взвешенный подход для высшей школы к использованию цифровых технологий позволяет последним становиться основополагающим фактором в деятельности учебного учреждения и быть центром этой деятельности. В связи с этим необходимо акцентировать внимание на таком направлении цифровизации общества, как цифровые трансформации в образовании, для которых отправной точкой становится выработка стратегии цифрового развития высшего образования (Константинова, 2021).

Таким образом, рассматривая цифровые трансформации высшего образования, следует выделить его основные элементы:

- создание цифрового университета (единой среды цифровых сервисов, адаптивных к образовательным процессам и целям университета);
- разработка цифровых методов и моделей обучения и преподавания;
- цифровизация результатов научной деятельности;
- организация цифрового кампуса;

- привлечение цифровых стейкхолдеров (рис. 2).

В современном академическом сообществе процессы цифровых трансформаций образовательной среды стали актуальной и стратегической темой большинства стран мира.

Однако следует отметить, что в разработанных и применяемых стратегиях цифровизации образования существуют кардинальные различия. С одной стороны, это общие стратегии цифровых инноваций или цифровизации страны государства в целом, а с другой стороны это:

1. Оценка эффекта от внедрения цифровых инноваций в образование предполагает следующие шаги:

- внедрение цифровых технологий в образовательный процесс, которые способствуют повышению качества обучения, его доступности и индивидуализации. В настоящее время оценка эффекта включает в себя анализ успеваемости студентов, их удовлетворенность учебным процессом и т.д.;

- использование таких образовательных технологий, как онлайн-курсы, платформы для дистанционного обучения и интерактивные инструменты, позволяют изменить подход к обучению и значительно повысить эффективность образовательного процесса.

2. Направленность общих стратегий цифровизации на эффективное развитие экономики страны предполагает, что:

- цифровые образовательные трансформации способствуют «развитию компетенций, возникновению на их основе новых профессий в вузах и, как следствие, создание новых рабочих мест (педагогические дизайнеры, разработчики цифровых образовательных ресурсов, создатели и администраторы on-line контента, методисты one-line курсов, тьюторы, цифровые кураторы и т.д.)» (Константинова, 2021);

- общая стратегия цифровизации также направлена на поддержку студенческих стартапов, что влечет за собой подготовку высоко квалифицированных специалистов, вовлеченных в бизнес и, как следствие, развитие цифровой инфраструктуры;

- при оценке влияния цифровых трансформаций образования на различные секторы экономики будут вырабатываться своевременные меры, направленные на достижение максимальной эффективности.

3. Оценка оказываемого эффекта от симбиоза образовательной и научно-технической деятельности на цифровые и инновационные процессы, а также цифровизацию экономики в целом базируется на таких факторах, как:

- взаимодействие и сотрудничество между вузами и НТУ, которое позволяет вырабатывать новые высокотехнологические и инновационные решения (гранты, патенты, публикации, стартапы, и т.д.), что, в свою очередь, содействует развитию цифровой экономики.

Перечисленные нами аспекты тесно взаимосвязаны между собой и требуют комплексного подхода для оценки их влияния на процессы цифровых трансформаций экономики и рост инновационных решений.

Пандемия 2019 года привела вяло текущие процессы цифровизации образования к акселерации, что повлекло за собой развитие новых трендов в области методики преподавания в условиях виртуального пространства. Это, в свою очередь, поставило высшую школу перед фактом создания и внедрения в учебный процесс таких инструментов, как:

1) виртуальные классы и платформы для дистанционного обучения, таких как Moodle, Blackboard, Zoom и других, которые позволяют проводить занятия в режиме реального времени и организовывать взаимодействие между преподавателями и студентами;

2) мультимедийные средства для формирования интерактивных онлайн-курсов (видео, анимация, инфографика), что делает процесс обучения более увлекательным и доступным;

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

3) реализация учебной деятельности с помощью ЭИОС, доступных для студентов в любое время и в любом месте и предполагающих наличие и использование электронных учебников, оцифрованных научных публикаций и других научных и учебных материалов;

4) разработка и внедрение систем управления обучением (LMS), предназначенных для управления учебным процессом, отслеживания успеваемости студентов и организации обратной связи;

5) геймификация, т.е. использование игровых элементов в образовательном процессе для повышения мотивации и вовлеченности студентов;

6) применение VR и AR технологий для создания иммерсивных образовательных сред, позволяющих студентам взаимодействовать с учебным материалом в виртуальной и дополненной реальности;

7) использование адаптивных технологий обучения, направленных на индивидуальные потребности, входной уровень знаний студентов, которые предлагают персонализированные задания и ресурсы;

8) использование цифровых средств для оценки уровня знаний студентов путем проведения онлайн тестов, экзаменов и других форм промежуточного и итогового контроля;

9) создание онлайн-сообществ для обмена опытом, обсуждения тем курсов и взаимодействия между студентами и преподавателями;

10) применение цифровых аналитических инструментов для выявления и купирования проблемных областей в образовательном процессе и оценки эффективности реализуемых основных образовательных программ.

Эти инструменты и методики помогают создать более гибкую и доступную образовательную среду, способствующую развитию навыков и знаний студентов в условиях цифрового мира, что в свою очередь привело к использованию интернет технологий в образовательном процессе.

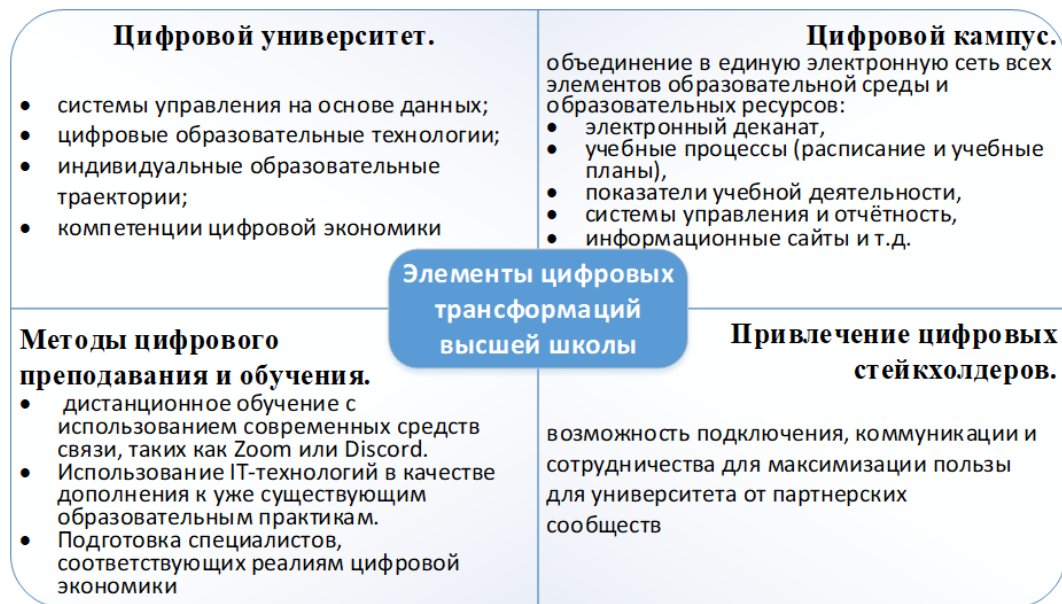


Рис. 2. Основные компоненты стратегии цифровизации высшего образования

Особое внимание как в мировом, так и в российском академическом сообществе уделяется вопросам реализации индивидуального обучения студентов (Кочеткова 2019; Соловов, 2021; Константинова, 2021; Barber, 2013; и др.), которое предполагает целенаправленное конструирование педагогического дизайна, соответствующего запросам, целям, способностям обучающихся и учитывающих их интересы.

Учитывая заинтересованность государства в развитии больших языковых моделей и решений генеративного искусственного интеллекта (ИИ), а также создании инфраструктуры

для их широкого использования, перед образовательными организациями ставится сразу несколько задач:

1. Использование VR и виртуальная, и дополненная реальность (использование в учебном процессе имитационных лабораторных стендов и лабораторных установок с элементами дополненной реальности).
2. Организация информационно-образовательной среды вуза с использованием ИИ, в том числе и для беспристрастного анализа результатов обучения.
3. Применение различных методов ИИ, в том числе машинного обучения, бизнес-аналитики, когнитивного анализа цифрового следа обучающихся и т.д., для персонализации учебного контента.
4. Создание «виртуального помощника» обучающегося при общении с образовательной организацией.

Большую роль в оптимизации образовательного процесса многие авторы отводят геймификации, которая включает в себя использование игровых элементов и механик в образовательных контекстах, что помогает сделать процесс обучения более привлекательным. Это может быть достигнуто через внедрение баллов, уровней, наград и других игровых элементов, которые стимулируют студентов к активному участию. Также в трудах А.М. Атаяна особое внимание отводится использованию методик группового обучения (Атаян, 2021).

Групповое обучение, в свою очередь, способствует развитию «мягких навыков», таких как коммуникация, сотрудничество и критическое мышление. Работая в группах, студенты учатся обмениваться идеями, решать проблемы совместно и принимать во внимание разные точки зрения. Это создает возможность для диагностики и анализа собственных знаний и умений в безопасной обстановке, где ошибки рассматриваются как часть процесса обучения.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод что, одним из заметных трендов в цифровизации образования является активное развитие онлайн-форматов обучения, которые предоставляют студентам больше возможностей для получения высшего образования. On-line-обучение становится все более популярным благодаря своей доступности и гибкости, что позволяет учащимся совмещать учебу с работой или другими обязательствами.

В последние годы в РФ и ряде других стран начали активно внедряться механизмы, позволяющие получать дипломы бакалавра и магистра через освоение образовательных онлайн-программ. Такие механизмы включают в себя:

1. Разработку аккредитованных онлайн-программ: Вузы создают новые программы, которые соответствуют требованиям росаккредагенства и могут полностью реализовываться в on-line -формате.

2. Использование дистанционных платформ в учебном процессе: Большинство вузов используют специализированные платформы, которые обеспечивают интерактивное взаимодействие между преподавателями и студентами, а также доступ к цифровым учебным материалам.

3. Интерактивные методы обучения: On-line -обучение включает в себя использование видео-лекций, вебинаров, форумов для обсуждений и других инструментов, которые делают процесс обучения более динамичным и вовлекающим.

4. Гибкость и доступность: Студенты могут учиться в удобное для них время и в любом месте, что особенно важно для работающих людей или тех, кто живет в удаленных районах.

5. Поддержка и менторство: Многие программы предлагают онлайн-менторство и поддержку студентов, что помогает им успешно проходить обучение и решать возникающие вопросы.

Таким образом, on-line-образование становится важным инструментом для расширения доступа к высшему образованию и повышению квалификации, что отвечает современным требованиям рынка труда и потребностям учащихся. (Польшакова, 2018). На

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

сегодняшний день образовательные диджитал-технологии неразрывно связаны с инструментами, которые доказывают перспективность применения информационных технологий для вузов. «Наиболее эффективными в процессе цифровизации считаются технологии on-line-обучения, которое уже сейчас является обязательным элементом образовательных программ» (Соловов, 2021).

На рис. 3 представлены основные тренды в области онлайн-обучения, на развитие которых, в свою очередь, влияют такие технологические тренды, как: внедрение в образовательный процесс систем искусственного интеллекта и выбор альтернативных траекторий в обучении (нано- и микро-степени, компетентностно-ориентированные программы), развитие образовательных систем нового поколения и системы аналитики больших данных, а также вопросы конфиденциальности персональных данных (Яковенко, 2020).

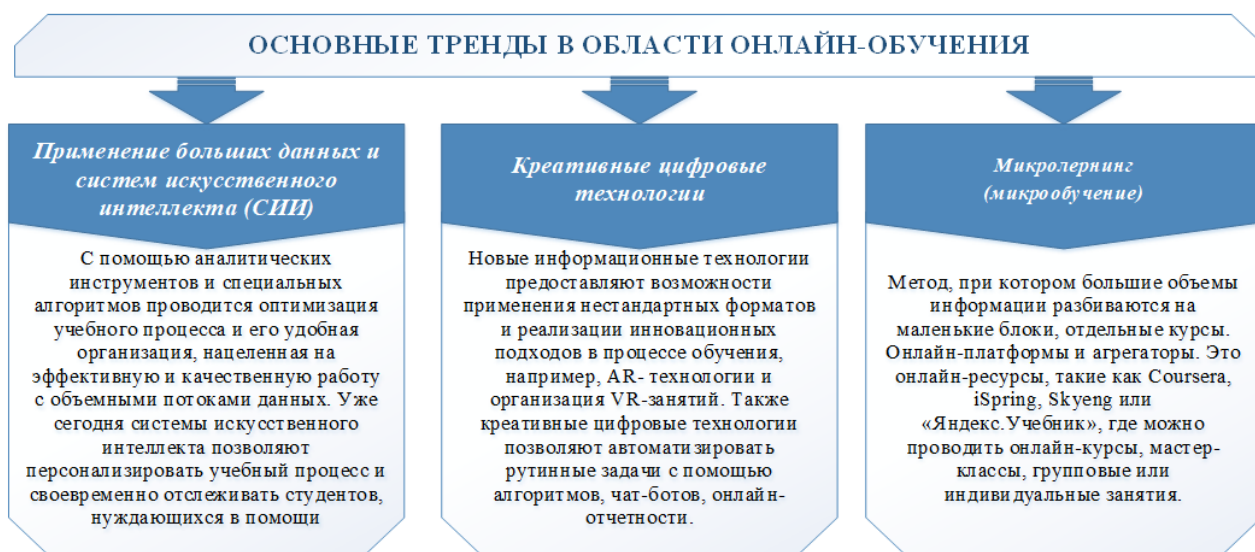


Рис. 3. Основные тренды в области онлайн-обучения

Следует отметить, что перечисленные нами тренды on-line-обучения обуславливают возникновение новых моделей организации образовательного процесса (рис. 4).



Рис. 4. Новые модели организации образовательного процесса

Цифровая трансформация в высшем образовании, как показано на примере Московского финансово-промышленного университета «Синергия», действительно открывает новые горизонты для повышения качества образовательного процесса и управления им. Внедрение современных технологий, таких как системы прокторинга для

оценки успеваемости и электронный документооборот, позволяет не только оптимизировать традиционные процессы, но и сделать их более прозрачными и доступными.

Создание специализированных баз данных и каталогов информационных ресурсов университета способствует упрощению поиска и использования необходимых материалов как для студентов, так и для преподавателей. Это, в свою очередь, повышает эффективность учебного процесса и научной работы.

Системный подход к вопросам автоматизации мониторинга успеваемости студентов и результативности преподавателей позволяет своевременно выявлять проблемы и принимать оперативные меры по их устранению. Индивидуальные планы обучения и трудоустройства помогают студентам более целенаправленно подходить к своему образованию и карьерному развитию.

Автоматизация процессов управления научной и инновационной деятельностью способствует более эффективному использованию ресурсов университета, а также ускоряет процесс трансфера технологий и результатов исследований в практическую плоскость.

Таким образом, цифровая трансформация не только улучшает качество образования, но и создает более гибкую и адаптивную образовательную среду, способствующую развитию студентов и преподавателей в условиях быстро меняющегося мира.

Тем не менее следует отметить, что процесс цифровизации образования сталкивается с рядом сложностей, и одной из главных из них является уровень цифровой компетентности преподавателей и сотрудников вузов. Для успешной интеграции цифровых технологий в образовательный процесс необходимо не только наличие технических навыков, но и понимание педагогических аспектов, а также их умение адаптировать образовательный контент под цифровые форматы. В связи с этим «появился ряд новых профессий, таких как педагогические дизайнеры и тьюторы, которые только подчеркивают острую необходимость в специалистах, способных эффективно работать с цифровыми инструментами и платформами. Такие специалисты играют ключевую роль в разработке качественного образовательного контента при организации смешанных видов обучения, что становится особенно актуальным в условиях быстро меняющейся образовательной среды».

Организация курсов повышения квалификации и создание бесплатного цифрового контента – это важные шаги в повышении уровня цифровой грамотности среди преподавателей. Такие инициативы не только помогают развивать необходимые навыки, но и способствуют формированию культуры непрерывного обучения, что особенно важно в условиях стремительного технологического прогресса. (Вяликова, 2020).

Серьезную поддержку и помощь вузам в развитии цифровой компетентности преподавателей оказывает «ПАО Сбербанк России, который в сотрудничестве с Минобрнауки ежегодно объявляет отбор на конкурсной основе в летнюю школу «Сбер» для IT преподавателей и руководителей организаций на дистанционное повышение квалификации по таким образовательным трекам, как: Data Science, Data Engineering, Java Development, Digital platforms and technological trends и др.» (Атаян, 2021).

Однако стоит отметить тот факт, что в большинстве своем академическое сообщество в должной мере «не принимает участия в разработке инновационных цифровых технологий и платформ и остается в стороне от выработки образовательных технологий и методологий цифровизации образования. Такой феномен можно объяснить следующими факторами, влияющими на высокую инертность традиционных образовательных систем, каковыми являются большинство вузов, большой загруженностью профессорско-преподавательского состава и персонала, ответственного за организацию учебного процесса, исполнением всех формальных требований со стороны Минобрнауки и Рособнадзора, чрезвычайно «тяжелым» документооборотом как бумажным, так и электронным, из года в год увеличивающейся учебно-методической нагрузкой, требованиями исполнения эффективного контракта, неуклонным повышением среднего возраста преподавателей, недостаточностью штатного состава ИТ-подразделений вузов».

Заключение

Подводя итоги, можно сделать вывод о том, что, несмотря на существующие проблемы с инфраструктурой и подготовкой преподавателей, совместные усилия Министерства образования и науки и университетского сообщества позволили сохранить учебный процесс и адаптировать его к новым условиям.

Внедрение дистанционной подачи документов через портал Госуслуг – это действительно значительный шаг вперед, который упрощает процесс поступления в вуз для абитуриентов и делает его более доступным, что собственно свидетельствует о необходимости дальнейшего развития цифровых технологий в образовательной сфере.

Для успешной реализации стратегии цифровизации высшего образования важно учитывать следующие моменты:

1. Улучшение инфраструктуры: необходимо инвестировать в развитие интернет-сетей и обеспечение вузов современными технологиями, чтобы обеспечить доступ ко всем необходимым ресурсам.

2. Обучение преподавателей: повышение квалификации профессорско-преподавательского состава в области использования цифровых технологий и образовательных платформ поможет улучшить качество обучения.

3. Разработка новых образовательных программ: адаптация учебных планов к требованиям цифровой экономики и внедрение новых дисциплин, связанных с информационными технологиями, будет способствовать подготовке специалистов, готовых к вызовам современного рынка труда.

4. Создание комфортной образовательной среды: важно обеспечить студентам доступ к необходимым ресурсам и поддерживать их мотивацию к обучению в условиях дистанционного формата.

5. Мониторинг и оценка результатов: регулярная оценка эффективности внедренных технологий и методов обучения поможет выявлять слабые места и вносить необходимые коррективы.

Таким образом, для достижения поставленных целей необходим комплексный и системный подход к цифровизации высшего образования, что позволит создать эффективную и современную модель университета, отвечающую требованиям времени.

В целом имеющиеся результаты цифровых трансформаций в системе высшего образования подчеркивают важность стратегического подхода к процессу цифровизации.

Таким образом, комплексный и продуманный подход к цифровизации высшего образования может значительно повысить его качество и соответствие современным требованиям рынка труда.

Список литературы

- Атаян А.М., Гурьева Т.Н., Шарабаева Л.Ю. Цифровая трансформация высшего образования: проблемы, возможности, перспективы и риски // Отечественная и зарубежная педагогика. 2021. №2 (75). С. 7–22.
- Вяликова Г.С., Ерофеева М.А., Плеханова М.В., Плужникова Ю.А., Савельева С.С. Моделирование процесса формирования общепедагогической ИКТ-компетентности студентов на основе системно-деятельностного подхода // Перспективы науки и образования. 2020. № 1 (43). С. 39–56. doi: 10.32744/pse.2020.1.3
- Константинова Д.С., Кудяева М.М. Цифровые компетенции как основа трансформации профессионального образования // Экономика труда. 2020. Т. 7. № 11. С. 1055–1072.
- Константинова Л.В., Гагиев Н.Н., Смирнова Е.А., Петров А.М., Никонова О.Д. Основные тренды цифровизации высшего образования. Результаты мониторинга информации о тенденциях развития высшего образования в мире и в России. Выпуск 1. М.: ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова», 2021.

- Кочеткова И.С., Терская Л.А. Формирование индивидуальных образовательных маршрутов в электронной образовательной среде для поликультурных студенческих групп // Азимут научных исследований: педагогика и психология, 2019. Т. 8. №2 (27). С. 123–127. DOI: 10.26140/anip-2019-0802-0027
- Польшакова Н.В., Александрова Е.В. Организация самообразования студентов в условиях виртуальной образовательной среды вуза // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 2. С. 92.
- Польшакова Н.В., Уварова М.Н., Новакова С.Ю. Индустрия 4.0: системная Цифровая трансформация предприятий АПК // Евразийский юридический журнал. 2024. № 1(188). С. 492–497.
- Соловов А.В., Меньшикова А.А. Модели проектирования и функционирования цифровых образовательных сред // Высшее образование в России. 2021. Т. 30. № 1. С. 144–155. DOI 10.31992/0869-3617-2021-30-1-144-155. DOI 10.31992/0869-3617-2021-30-1-144-155.
- Яковенко Т.В., Кухарева Н.А., Кашпур Т.А. Формирование креативной компетентности будущих педагогов профессионального обучения в условиях цифровизации образования // Известия ВГПУ. 2020. №10 (153). С. 51–55.
- March T. Criteria for Assessing Best Web-Quests [Electronic resource]. URL: <http://www.bestwebquests.com/bwq/matrix.asp> (дата обращения: 11.08.2024)
- Barber M, Donnelly K, Rizvi S. An Avalanche is Coming: Higher Education and the Revolution Ahead. URL: https://vo.hse.ru/data/2014/08/04/1314334660/2013-3_Barber%20et%20al.pdf

MAIN MODERN TRENDS IN DIGITALIZATION OF EDUCATIONAL PROCESSES IN HIGHER EDUCATION

Polshakova N. V.
Ph.D., associate professor
polshakovanv@yandex.ru
Moscow

Moscow Financial and Industrial University
"Synergy"

Polshakova D. V.
student
polshackowa1177@yandex.ru
Orel

Oryol State University named I.S. Turgenev

Abstract. At the current stage of digital transformations of the economy, significant changes are taking place in the education system, which require higher education to adapt to new conditions and requirements. An important condition for the introduction of digital technologies in education is the need to develop the relevant skills of university faculty and students that meet modern labor market requirements. Systemic technological breakthroughs in the development and application of artificial intelligence systems, Data Mining and Big Data technologies, and cloud technologies create all the prerequisites for the creation of new forms, methods and technologies for teaching and, as a result, more effective knowledge management technologies. These trends require universities to introduce innovative teaching methods, such as online learning, blended learning and the use of interactive platforms. In their article, the authors consider the key trends that determine the development of educational digital technologies, platforms and methods in higher education, as well as their impact on the quality of education and interaction between teachers and students. The authors consider the introduction of hybrid formats and online learning as the main vector that allows students to fully obtain knowledge at a convenient time for them and in a

comfortable environment. The use of such technologies significantly expands access to educational resources and increases the level of motivation and involvement of students in the educational process. Another important element of digitalization of education, considered by the authors, is the use of big data and analytics to personalize the educational process. In addition, the active development of educational digital technologies contributes to the creation of interactive platforms and tools that make learning more exciting and effective. Virtual and augmented reality, simulators and gamification are becoming an integral part of the educational process, allowing students to immerse themselves in the material being studied at a new level. Thus, the relevance of this topic is beyond doubt, since it is the digitalization of higher education that opens up new horizons for both students and teachers, which in turn contributes to the creation of a more dynamic and adaptive educational environment. Universities that actively implement modern information technologies are becoming leaders in the training of highly qualified specialists ready for the challenges of the modern world.

Keywords: digitalization of education, digital transformation, educational digital technologies, higher education, university.

References

- Atayan, A. M., Guryeva, T. N., Sharabaeva, L. Yu. (2021). Digital transformation of higher education: problems, opportunities, prospects and risks. *Domestic and foreign pedagogy*, 2(75), 7-22. (In Russ., abstract in Eng.)
- Barber, M., Donnelly, K., Rizvi, S. *An Avalanche is Coming: Higher Education and the Revolution Ahead*. URL: https://vo.hse.ru/data/2014/08/04/1314334660/2013-3_Barber%20et%20al.pdf
- Konstantinova, D. S., Kudayeva, M. M. (2020). Digital competencies as a basis for the transformation of professional education. *Labor Economics*, 7(11), 1055–1072. (In Russ., abstract in Eng.)
- Konstantinova, L. V., Gagiev, N. N., Smirnova, E. A., Petrov, A. M., Nikonova, O. D. (2021). *Osnovnye trendy cifrovizatsii vysshego obrazovaniya. Rezul'taty monitoringa informatsii o tendentsiyah razvitiya vysshego obrazovaniya v mire i v Rossii*. Vypusk 1. Moscow: FGBOU VO «REU im. G. V. Plekhanova». (In Russ.)
- Kochetkova, I. S., Terskaya, L. A. (2019). Experience of using the electronic learning system (moodle) in general and special disciplines. *Azimuth of scientific research: pedagogy and psychology*, 2 (27), 123-127. DOI: 10.26140/anip-2019-0802-0027 (In Russ., abstract in Eng.)
- March, T. *Criteria for Assessing Best Web-Quests* [Electronic resource]. URL: <http://www.bestwebquests.com/bwq/matrix.asp> (date of access: 11.08.2024).
- Polshakova, N. V., Aleksandrova, E. V. (2018). Organization of self-education of students under the conditions of virtual educational environment of the higher education. *Modern problems of science and education*, 2, 92. (In Russ., abstract in Eng.)
- Polshakova, N. V., Uvarova, M. N., Novakova, S. Yu. (2024). Industry 4.0: systemic digital transformation of agro-industrial complex enterprises. *Eurasian Law Journal*, 1(188), 492-497. (In Russ., abstract in Eng.)
- Solovov, A. V., Menshikova, A. A. (2021). Models of design and functioning of digital educational environments. *Higher education in Russia*, 30(1), 144-155. DOI 10.31992/0869-3617-2021-30-1-144-155. (In Russ., abstract in Eng.)
- Yakovenko, T. V., Kukhareva, N. A., Kashpur, T. A. (2020). Formation of creative competence of future teachers of vocational training in the context of digitalization of education. *Bulletin of VSPU*, 10 (153), 51-55. (In Russ., abstract in Eng.)

Vyalikova, G. S., Erofeeva, M. A., Plekhanova, M. V., Pluzhnikova, Yu. A., & Savelyeva, S. S. (2020). Modeling the process of forming students' general pedagogical ICT competence on the basis of system-and-activity approach. *Perspectives of Science and Education*, 43 (1), 39-56. doi: 10.32744/pse.2020.1.3 (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию	22.08.2024
Принята к публикации	16.09.2024

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-102-118

УДК
378.12**ИСТОРИЯ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ШКОЛ НЕЛИНЕЙНОГО
ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА ВТОРОЙ ТРЕТИ XX В.****Богатов Егор Михайлович**к.ф.-м.н., доцент
embogatov@inbox.ru
г. Старый ОсколФилиал Национального исследовательско-
го технологического университета
«МИСИС» в г. Губкине Белгородской
области;
Старооскольский технологический инсти-
тут им. А.А. Угарова (филиал) Националь-
ного исследовательского технологического
университета «МИСИС»

Аннотация. В работе впервые представлены отечественные школы нелинейного функционального анализа, зародившиеся в 1930-е гг. (московская школа во главе с Л.А. Люстерником, ленинградская школа во главе с Л.В. Канторовичем), в 1940-х гг. (киевско-одесская школа во главе с М.Г. Крейном), в 1950-х гг. (воронежская школа под руководством М.А. Красносельского, московская школа во главе с М.М. Вайнбергом). Определено, что воронежская школа нелинейного функционального анализа, внесшая вклад в развитие следующих его разделов: топологические методы нелинейного анализа, вариационные методы решения операторных уравнений, теория положительных операторов, теория ветвления и бифуркаций, качественные аспекты приближённых методов решения операторных уравнений, являлась наиболее крупной. Выделены основные направления работы указанных школ, уточнён качественный состав исполнителей и полученные в 1930-е-1960-е гг. результаты. Заявлен новый метод представления математических результатов – на основе таблицы мыслительных средств. Приведено схематичное изображение центров нелинейного функционального анализа в СССР с учётом перехода и ответвлений. Сделаны первые шаги сравнительного анализа достижений советской школы нелинейного функционального анализа и аналогичных школ на Западе.

Работа может быть продолжена в нескольких направлениях: а) проведение параллелей с развитием нелинейного функционального анализа в западных странах и с развитием нелинейной механики в нашей стране и за рубежом; б) исследование взаимного влияния идей, выработанных в рамках национальных математических школ; в) изучение истории научных коммуникаций, институтов, научно-образовательных систем и научно-биографических аспектов обсуждаемой области в их взаимосвязи.

Ключевые слова: нелинейный функциональный анализ, Л.А. Люстерник, Л.В. Канторович, М.Г. Крейн, М.А. Красносельский, М.М. Вайнберг, В.А. Треногин, Ю.Г. Борисович.

Благодарности: автор выражает благодарность участникам секции История математики IV конференции математических центров России, особенно

профессорам Г.И. Синкевич (СПбГАСУ) и А.И. Назарову (ПОМИ РАН), доценту Г.М. Полотовскому (Нижегородский филиал ВШЭ), а также профессору А.В. Боровских (МГУ) за полезные обсуждения.

Введение

Понятие научной школы – сообщества неформально взаимодействующих учёных, сплочённых вокруг лидера, разделяющих его основные научные идеи и реализующих обычно новаторскую, исследовательскую программу – появилось в науковедении в начале XXI в. (Мирская, 2005). Оно было взято на вооружение историками науки В.П. Визгиным и А.В. Кессенихом, которые предложили использовать научно-школьный подход для изучения истории физики (Визгин и др., 2016). Интуитивное понимание термина «научная школа», в том числе в математике, существовало и раньше, что находит своё подтверждение в статьях (Demidov, 1997), (Фаддеев и др., 1999).

Настоящая работа имеет своей целью ввести в историко-научный оборот в области математики XX в. новый материал – историю отечественных школ нелинейного функционального анализа, представленного следующими разделами:

- вариационное исчисление в целом,
- топологические методы нелинейного анализа,
- вариационные методы решения операторных уравнений,
- теория положительных операторов,
- теория ветвления и бифуркаций,
- качественные аспекты приближённых методов решения операторных уравнений,

что даёт дополнительное представление об их развитии.

Прежде, чем перейти к сути, уточним предмет исследования. Под нелинейным функциональным анализом здесь понимается совокупность теорий, с помощью которых изучаются свойства решений нелинейных операторных уравнений $Ay=0$ в наиболее общей постановке. Оператор A может быть интегральным, дифференциальным, интегро-дифференциальным, системой из таких операторов и т.д. В качестве примера приведём уравнение Урысона:

$$\int_D K(x, s, y(s)) ds - y(x) = 0. \quad (1)$$

Решения подобных уравнений, как правило, нельзя найти в явном виде, поэтому на первый план выходят качественные методы.

Первые задачи нелинейного функционального анализа. Рождение московской школы

Одной из первых задач нелинейного функционального анализа была задача об оценке числа критических точек функционалов, восходящая к задаче о трёх геодезических Пуанкаре (Poincaré, 1905). После М. Морса (Morse, 1925) ей стали заниматься *московские* математики Лазарь Аронович Люстерник² и Лев Генрихович Шнирельман³ (Люстерник и др., 1930). Они искали связь между числом *геометрически* различных критических точек функции F , заданной на многообразии M и топологическими свойствами M . Основным мотивом исследований Люстерника и Шнирельмана был качественный анализ задач вариационного исчисления – изучение свойств экстремалей, что, в свою очередь, является обобщением задач нахождения критических точек функции.

² Л.А. Люстерник (1899–1981) – видный представитель московской математической школы, ученик Н.Н. Лузина, член-корреспондент Академии наук СССР, лауреат Сталинской премии.

³ Л.Г. Шнирельман (1905–1938) – выпускник МГУ, ученик Н.Н. Лузина, член-корреспондент Академии наук СССР.



Л.А. Люстерник

Главным достижением Люстерника и Шнирельмана было определение специального гомотопического инварианта – *категории*⁴, как мыслительного средства, с помощью которого оценивалось число критических точек функции/функционала, заданных на некотором многообразии. В дальнейшем ряд московских учеников Люстерника (Сергей Васильевич Фролов, Лев Эрнестович Эльсгольц, Абрам Ильич Фет) предложили другие топологические инварианты и приёмы, с помощью которых оценка числа критических точек получалась более простым образом.

Опираясь на теорию категорий, Люстерник смог обобщить факт существования критических точек чётной функции на конечномерной сфере на случай однородных чётных функционалов F , действующих в гильбертовом пространстве H . Он доказал, что *на каждой сфере S из H*

такие функционалы имеют не менее, чем счётное число критических точек (Люстерник, 1939). Этот результат Люстерника в дальнейшем улучшался его учениками – Владимиром Ивановичем Соболевым (1941) и Элизбаром Семёновичем Цитландадзе (1953) (типичным приложением их результатов было интегральное уравнение типа Лихтенштейна). Впоследствии Соболев переехал в Воронеж, а Цитландадзе вернулся в Тбилиси.

Ленинградская школа нелинейного функционального анализа

Вторая (после московской) по времени возникновения школа – *Ленинградская*. Её основателем считается Леонид Витальевич Канторович⁵, который уже в 1935-м году ввёл в научный обиход полуупорядоченные пространства, как линейные многообразия Y , удовлетворяющих следующей системе аксиом относительно его элементов y (Канторович, 1935):

I Если $y > 0$, то исключено, что $y = 0$.

II Если $y_1 > 0$ и $y_2 > 0$, то $y_1 + y_2 > 0$.

III Каково бы ни было y , существует $y_1 > 0$, такое, что $y_1 - y > 0$.

IV Если $\lambda > 0$, $\lambda \in \mathbf{R}$ и $y > 0$, то $\lambda y > 0$.

V Всякое подмножество Y , ограниченное сверху, имеет точную верхнюю грань.

В соответствии с эвристическим принципом Канторовича, *каждое из K -пространств является аналогом вещественной полупрямой* (его элементы сравнимы, как обычные числа, из них можно составлять сходящиеся последовательности, задавать операторы со значениями в Y и т.п). Это, в частности, дало возможность распространить *принцип мажорант*, восходящий к Коши (1842), на элементы абстрактной природы. Несколько позднее (1948) с помощью K -пространств и их обобщения (пространств Банаха-Канторовича) на нелинейные операторные уравнения был распространён метод касательных (Канторович, 1948).

Ленинградская школа приближённых методов, заложенная Канторовичем, получила в военные и послевоенные годы бесценный опыт участия в Атомном проекте СССР (Богатов и др., 2022). К началу 1960-х гг. эта школа включала в себя Глеба Павловича Акилова, Марка



Л.В. Канторович

⁴ Категория замкнутого множества A относительно пространства $M \supset A$ – это минимальное число замкнутых множеств, в сумме покрывающих A , каждое из которых стягиваемо в точку.

⁵ Л. В. Канторович (1912-1986), выпускник ЛГУ, ученик Г.М. Фихтенгольца и В.И. Смирнова, академик АН СССР, лауреат Нобелевской премии по экономике, почётный доктор наук 12 университетов мира.

Константиновича Гавурина, Ивана Петровича Мысовских, Бориса Андреевича Самокиша, Эрну Борисовну Карпиловскую и др. Ядро школы полуупорядоченных пространств составили Борис Захарович Вулих и Арон Григорьевич Пинскер.

Отметим, что в 1960-м г. Канторович переехал в Новосибирск, создал и возглавил кафедру вычислительной математики Новосибирского государственного университета и воспитал новое поколение учеников.

Киевско-одесская школа нелинейного функционального анализа



М.Г. Крейн

Время появления киевско-одесской школы нелинейного функционального анализа (руководитель – Марк Григорьевич Крейн⁶) совпадает с годом выхода статьи Крейна с его учеником Витольдом Львовичем Шмудьяном (1940), в которой они доказали ряд *теорем о неподвижной точке для нелинейных слабо непрерывных операторов* в развитие принципа Шаудера (Krein et al., 1940). В основе доказательства лежала теория регулярно выпуклых множеств, построенная авторами по примеру теории Банаха регулярно замкнутых подпространств E^* .

Подчеркнём, что в 1939 г. в состав СССР вошла Львовская область, что дало возможность усилить коллектив НИИ математики Академии наук Украинской ССР (г. Киев) Стефаном Банахом и его учениками (Юлиушем Шаудером, Станиславом Мазуром и Владиславом Орlichem)

(Митропольский, 1988). Такое усиление сразу вывело киевскую школу нелинейного функционального анализа на передовые позиции, но закреплению успеха помешала война.

Наиболее значительный вклад Крейна в нелинейный функциональный анализ относится к области *теории положительных операторов* (Крейн и др., 1948), где его основным мотивом был переход от дискретных задач теории осцилляций к их непрерывным аналогам (Гантмахер и др., 1941). Нелинейную часть указанной теории разрабатывали два его ученика: сначала Моисей Аронович Рутман (1939–1948), а затем, в гораздо более общем виде – Марк Александрович Красносельский⁷ (1950– 1960).

Воронежская школа нелинейного функционального анализа

В 1952 г. Красносельский переехал из Киева в Воронеж и стал работать в Воронежском государственном университете (ВГУ), создавая свою школу. Отправными пунктами исследований М.А. Красносельского в области теории конусов стали результат Урысона о положительной разрешимости уравнения (1) и задача об определении форм потери устойчивости шарнирно-опёртого стержня переменной жёсткости (см. рис. 1), сводящаяся к уравнению Урысона.

Вместе со своими учениками Львом Александровичем Ладыженским и Иваном Алексеевичем Бахтиным (а позднее Владиславом Яковлевичем Стеценко, Юлием Витальевичем Покорным и др.) Красносельский стал развивать теорию конусов с целью изучения качественных свойств решений уравнения

$$Ax = \lambda x \quad (2)$$

с нелинейными операторами A (1950-1965).

⁶ М.Г. Крейн (1907–1989) - выдающийся советский математик, ученик Н.Г. Чеботарёва, член-корреспондент Академии наук УССР, лауреат премии Н.М. Крылова.

⁷ Красносельский М. А. (1920-1997) – доктор физико-математических наук, профессор, видный представитель киевской математической школы, лауреат премий Андропова и Гумбольта.

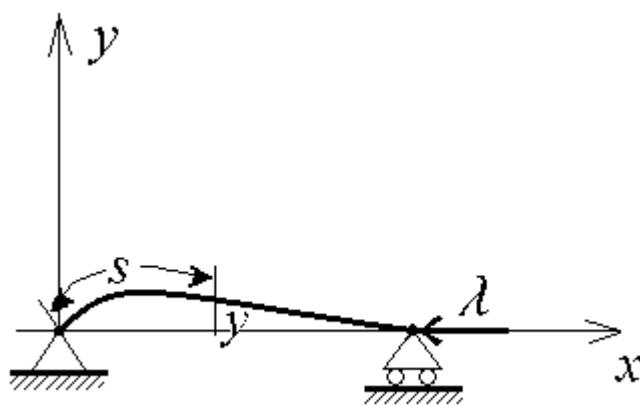


Рис. 1. Шарнирно-опёртый стержень переменной жёсткости

Среди большого количества конусных теорем о неподвижной точке, доказанных в школе Красносельского, наибольшую ценность и известность приобрела теорема, обобщающая теорему Шаудера на класс положительных операторов, не обладающих свойством оставлять инвариантным замкнутое выпуклое ограниченное подмножество банахова пространства E . А именно, если *вполне непрерывный оператор A сжимает или растягивает конус K* (см. рис. 2-3), *тогда A имеет в конусе K по крайней мере одну ненулевую неподвижную точку*.

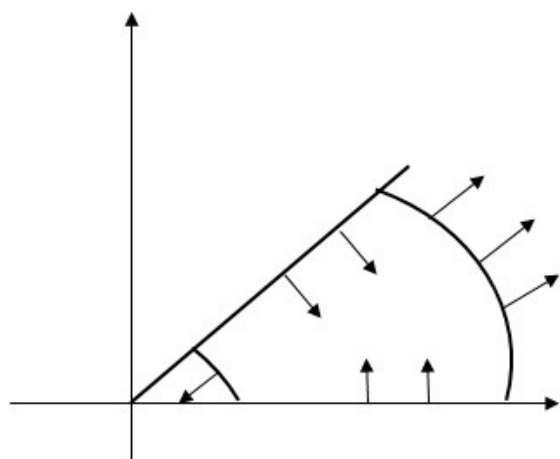


Рис. 2. Растяжение конуса в $\mathbb{R}^2$.

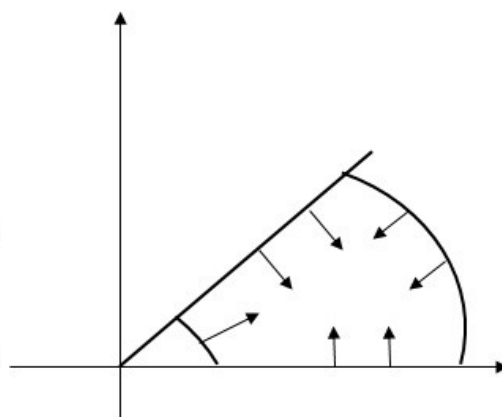


Рис. 3 Сжатие конуса в $\mathbb{R}^2$.

В работах воронежской школы нелинейного функционального анализа идея мажорирования операторов, высказанная Канторовичем, стала средством решения разнообразных задач как в рамках самой математики, так и её приложений (Красносельский, 1962).

Второе направление школы Красносельского относилось к области вариационных методов. Эта линия исследований шла от М. Голomba (1935), представившего схему доказательства разрешимости уравнения

$$AGy=y \quad (3)$$

для расщепляемых (линейных) операторов A в гильбертовом пространстве (Golomb, 1935). При этом оператор G (оператор Немыцкого) должен быть градиентом некоторого функционала F .

В зависимости от вида нелинейности (степенная, экспоненциальная и т.п.) оператора Немыцкого $G: E_1 \rightarrow E_2$, в качестве пространства E_i оказалось целесообразно выбирать пространства Лебега L^p или пространства Орлича $L_{M_i}^*$. Этот шаг был сделан М.А. Красносельским, причём результаты, относящиеся к пространству Орлича, были по

большей части получены совместно с его учеником Яковом Брониславовичем Рутицким (1958).



М.А. Красносельский

В частности, ими были распространены результаты Голомба *о существовании континуума собственных функций оператора AG* на случай существенно нестепенных нелинейностей. Ряд результатов в области существования критических точек потенциальных операторов был получен Красносельским вместе с его учеником из Ленинграда Абрамом Исаковичем Поволоцким.

Наиболее плодотворной была работа воронежской школы нелинейного функционального анализа в области топологических методов, к которым я буду относить принцип неподвижной точки и теорию степени отображения (Богатов, 2018).

Первая линия исследований шла от Шаудера (Schauder, 1927) и Андрея Николаевича Тихонова (Tychonoff, 1935), который доказал теорему о неподвижной точке для локально-выпуклых пространств. Дополненное принципом сжимающих отображений С. Банаха (Banach, 1922) оно привело Красносельского к теореме о неподвижной точке для операторов вида (вполне непрерывный)+(сжимающий) (1955). Через 10 лет данный результат был развит в нескольких направлениях, в том числе в Воронеже. Одним из наиболее интересных её обобщений является, на наш взгляд, принцип неподвижной точки Бориса Николаевича Садовского (1967), в котором фигурировал новый класс операторов U – *уплотняющих* операторов, уменьшающих меру некомпактности любого множества с некомпактным замыканием (Садовский, 1967). Примером такого оператора является указанная Красносельским сумма $U=B+C$.

Вторая линия – это нелокальный вариант геометрического развития теории степени отображения Лере-Шаудера (1934), начало которому было положено в работе немецкого математика Эриха Роте (Rothe, 1938). Красносельский связал степень отображения вполне непрерывного оператора A с *вращением* соответствующего *векторного поля Φ* на границе области G банахова пространства и получил на этом пути ряд достаточных признаков существования неподвижной точки A . Кроме того, в рамках этой теории Красносельским с учениками (Петром Петровичем Забрейко, Вадимом Васильевичем Стрыгиным и др.) был решён целый спектр задач качественного характера (Красносельский и др., 1975):

- исследована структура и свойства спектра нелинейного оператора A ;
- изучено множество собственных векторов нелинейного оператора A ;
- обоснована сходимост приближённых решений уравнений вида (2);
- получены условия законности линеаризации в задаче о точках бифуркации;
- исследованы свойства точек бифуркации и ветвления оператора A .

К середине 1960-х гг. теория вращения вполне непрерывных векторных полей была дополнена исследованиями Юрия Григорьевича Борисовича⁸, который дал определение *относительного вращения* (вращения поля относительно выпуклого замкнутого подмножества $Q \subset E$). Этот шаг позволил распространить теорию степени отображения на слабо непрерывные, положительные и



Ю.Г. Борисович

⁸ Борисович Ю.Г. (1930–2007), выпускник Казанского госуниверситета, ученик профессора Б.М. Гагаева и профессора М.А. Красносельского, заслуженный деятель науки РФ.

уплотняющие векторные поля (Борисович, 1964). Последний случай был изучен Борисовичем со своим учеником Юрием Ивановичем Сапроновым (1968). В конце 1960-х гг. внимание воронежских математиков группы Борисовича (Борис Данилович Гельман, Эргашбой Мирзоевич Мухамадиев, Валерий Владимирович Обуховский и др.) переключилось на исследования многозначных векторных полей в банаховом пространстве.

Для вполне непрерывных мультиполей на этом пути было определено обычное и относительное вращение и выведены основные принципы неподвижной точки, имеющие приложение в теории игр и теории динамических систем (Борисович и др., 1969).

Московская школа вариационных методов решения нелинейных операторных уравнения и теории ветвления



М.М. Вайнберг

Параллельно с воронежской школой существенную роль в исследованиях потенциальных операторов играл представитель *московской* математической школы, Мордухай Моисеевич Вайнберг⁹. Достижения М.М. Вайнберга, учеником которого в области вариационных методов был рижский математик Яков Леопольдович Энгельсон, можно проследить по таблице 1, в которой ключевую роль играет понятие *мыслительного средства* (Боровских, 2024) – *того, что позволяет мыслить идеализированные объекты и отношения между ними* (действовать с ними мысленно). Немаловажным также являются *методы использования мыслительных средств* (Боровских, 2022), проявляющие себя как в рамках самой математики, так и её приложениях (физике, механике, экономике и т.п.).

Таблица 1.

Основные результаты М.М. Вайнберга в области вариационных методов исследования нелинейных операторных уравнений (1952-1956)

Мыслительное средство / метод использования средства (результат)	ФИО, период	Мыслительное средство / метод использования (источник)
Понятие потенциала оператора в банаховом пространстве/ Признаки потенциальности дифференцируемых и негладких операторов	М.К. Гавурин (1950)	Понятие дифференцируемости операторов в банаховом пространстве E
	М. Кернер (1933)	Критерий существования потенциала в банаховом пространстве E
Понятие слабой полунепрерывности снизу функционала / обобщение теоремы Вейерштрасса на функционалы	Л. Тонелли (1911)	Понятие полунепрерывности функционала
	К. Вейерштрасс (1817)	Критерий достижимости своих границ для функции
Понятие потенциального оператора/ доказательство разрешимости потенциальных	Л. Тонелли (1923)	Необходимое условие наличия точки минимума функционала

⁹ Вайнберг М.М. (1908 – 1980) – выпускник Саратовского государственного университета, ученик В.В. Немыцкого, доктор физико-математических наук, профессор.

операторных уравнений в банаховом пространстве	В.Р. Гантмахер, В.Л. Шмудль (1937)	Достаточное условие слабой компактности сферы в банаховом пространстве
	У.Ф. Эберлейн (1947)	Необходимое условие слабой компактности сферы в банаховом пространстве
Понятие второго дифференциала Гато функционала F / Критерий наличия точки минимума функционала F	Л. Тонелли (1923)	Критерий наличия точки минимума гладкого интегрального функционала

Большим подспорьем в работах Красносельского, Вайнберга и их учеников сыграли результаты Марка Константиновича Гавурина (1939), аспиранта Канторовича, осуществившего построение абстрактного дифференциального исчисления в духе Гато и Фреше (Гавурин, 1939).

Обратимся к следующей области нелинейного функционального анализа – теории ветвления. После выхода работ Александра Михайловича Ляпунова (Liapounoff, 1905) и Эрхарда Шмидта (Schmidt, 1908) основным инструментом обсуждаемой теории была редукция нелинейного интегрального уравнения к скалярному уравнению/системе (редукция Ляпунова-Шмидта). Для исследования уравнения Гаммерштейна и Урысона в нашей стране в начале 1940-х гг. использовалось разложение в ряд по дробным степеням малого параметра (Назаров, 1945). В 1950-е гг., в связи с развитием аналитической теории операторов, опирающейся на результаты М.К. Гавурина и др., оказалось возможным распространить метод Назарова на абстрактные нелинейные уравнения вида

$$u = \lambda F(u), \text{ где } \lambda \in \mathbb{C},$$

$F: X \rightarrow X$ – аналитический оператор; X – комплексное банахово пространство. Эта работа была выполнена азербайджанским математиком Кошкаром Теймур оглы Ахмедовым в под руководством Люстерника и Немыцкого во время обучения Ахмедова в докторантуре МГУ.

Новым словом в развитии теории ветвления стало использование диаграммы Ньютона для определения дробных степеней разложения искомого решения в ряд по параметру:

$$x(\lambda) = c\lambda^\varepsilon + c_1\lambda^{\varepsilon_1} + c_2\lambda^{\varepsilon_2} + \dots, \quad \varepsilon < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots.$$

Применительно к уравнению Гаммерштейна этот шаг был сделан латвийским математиком Артуром Эдвиновичем Стапаном (Стапан, 1951); переход к абстрактному случаю был осуществлён московскими математиками Владиленом Александровичем Треногиным¹⁰ и М.М. Вайнбергом (начало 1960-х гг.), а также учеником Вайнберга, псковским математиком П.Г. Айзенгендлером, которые опирались на результаты Роберта Бартла (США). Предметом исследования отечественных учёных был операторный аналог уравнения Ляпунова-Шмидта вида

$$L(x) + F(x, y) = 0,$$

рассматриваемый в банаховом пространстве E , линейная часть которого (L) являлась оператором типа Фредгольма или Нётера, а нелинейная (F) – представляла собой оператор, удовлетворяющий условиям теоремы о неявной функции Хильдебрандта-Грейвса (Hildebrandt et al., 1927).

В середине 1960-х гг. к обсуждаемой теме подключились бывшие¹¹ воронежские математики – Красносельский и Забрёйко. Они продемонстрировали отличие подходов

¹⁰ Ученик Л.А. Люстерника.

¹¹ К этому времени М.А. Красносельский переехал в г. Москву, а П.П. Забрёйко – в г. Ярославль (Забрёйко, 2000).

Ляпунова и Шмидта в получении уравнений разветвления и предложили вариант асимптотического приближения к этим уравнениям. Дальнейшее совершенствование теории ветвления было связано, по большей части, с использованием аппарата теории операторов (линейной и нелинейной) и методов исследования конечных систем алгебраических уравнений (Вайнберг и др., 1969), (Красносельский и др., 1969). Свои коррективы вносили также потребности новых прикладных задач (теория нелинейной теплопроводности, задача об изгибании упругих континуумов, теория сверхпроводимости и др. (Келлер и др., 1974)).

Близкой к теории ветвления является *теория бифуркаций*, приоритет в разработке которой в 1950-е-1960-е гг. принадлежал школе Красносельского. Здесь достаточно упомянуть два результата:

1. Бифуркационная теорема Красносельского (1951)

Пусть A – вполне непрерывный, дифференцируемый в нуле оператор, $A(\theta)=\theta$, имеющий в нуле вполне непрерывную производную Фреше – оператор B . Тогда каждое собственное значение нечётной кратности линейного оператора B является точкой бифуркации оператора A .

2. Принцип смены индекса (1956).

Пусть при переходе через λ_0 индекс $\gamma(\lambda)$ векторного поля $\Phi_\lambda \varphi = \varphi - A(\lambda, \varphi)$ в нуле θ меняет свою величину, где θ – изолированная особая точка векторного поля Φ_λ , тогда λ_0 – точка бифуркации уравнения $\varphi = A(\lambda, \varphi)$.

Каждый из этих результатов нашёл своё продолжение как в работах отечественных математиков (П.П. Забрёйко, М.М. Вайнберг, Владимир Борисович Меламед, Алексей Вадимович Покровский и др.), так и в статьях их зарубежных коллег (Дж. Шварц, П. Рабинович и др.) – см. (Богатов, 2023).

Качественные аспекты приближённых методов решения нелинейных операторных уравнений: школы Канторовича и Красносельского

Как уже упоминалось выше, концептуальной основой для использования K -пространств Y в обосновании приближённых методов была возможность абстрактной трактовки метода мажорант. В простейшем случае нелинейное операторное уравнение

$$y = F(y) + y_0, \quad y, y_0 \in Y \quad (4)$$

с непрерывным оператором $F:Y \rightarrow Y$, мажорируется в Y положительно разрешимым уравнением

$$y = \hat{F}(y) + \hat{y}_0$$

с непрерывным оператором $\hat{F}:Y \rightarrow Y$, где $|F| \leq \hat{F}$, $|y_0| \leq \hat{y}_0$, $|y| = \sup(y, -y)$.

При этом последовательность $\{y_n\}$, построенная по правилу

$$y_n = F(y_{n-1}) + y_0$$

будет сходиться к решению уравнения (4) (Канторович, 1937, § 9).

Уже в такой постановке принцип мажорирования Канторовича позволяет доказывать сходимость итерационной последовательности для уравнений с операторами, не удовлетворяющими условию сжимаемости.

Для гладких операторов F Канторович смог провести обоснование сходимости итерационного процесса

$$x_{k+1} = x_k - [F'(x_k)]^{-1}F(x_k), \quad (5)$$

соответствующего методу Ньютона (Канторович, 1951). Идея заключалась в сравнении процесса (5) с процессом скалярных итераций, для которых сходимость уже была известна (Канторович, 1951). Дальнейшее исследование сходимости методов решения различных вычислительных задач укрепили Канторовича в его убеждённости в том, что наиболее

подходящей «системой координат» в этом вопросе является функциональный анализ (Канторович, 1948). К подобному умозаключению пришёл также немецкий математик Лотар Коллатц, только на 5-8 лет позже (Collatz, 1953).

Наличие хорошего начального приближения позволяло сделать заключение о существовании, единственности и области расположения решения уравнения $F(x)=0$ методом Ньютона. Преодоление локальности последнего было осуществлено в рамках развития градиентных методов. Наиболее естественным представлялось рассматривать подобные методы для операторов, заданных в гильбертовом пространстве H , поскольку для них решение уравнения $F(x)=0$ эквивалентно нахождению минимума функционала

$$\Phi(x) = (Fx, x),$$

если таковой существует. Для линейных операторов в H метод наискорейшего спуска был предложен и развит Л.В. Канторовичем (1945–1948). В середине 1950-х гг. он был применён для решения нелинейных операторных уравнений в гильбертовом пространстве в работах эстонского математика Юло Гориевича Лумисте (Лумисте, 1955) и в начале 1960-х гг. обобщён на банаховы пространства М.М. Вайнбергом (Вайнберг, 1961).

Перейдём к идее использования *топологического* инструментария в обосновании приближённых методов, восходящей к М.А. Красносельскому (Красносельский, 1956).

Находясь в рамках теории индекса, берущей начало от работы Ж. Лере и Ю. Шаудера (Leray et al., 1934), Красносельский осуществил переход от уравнения

$$Ax = x,$$

где A – вполне непрерывный нелинейный оператор, к приближённому уравнению

$$A_1x \equiv P_n Ax = x,$$

где P_n – проекционный оператор, с сохранением свойств оператора A . Этот шаг позволил доказать сходимость решений (произвольной) проекционной задачи, оценить её скорость и получить условие устойчивости метода Петрова-Галёркина для гладкого оператора A (Красносельский и др., 1969). Метод оказался действенным и в более общей ситуации – при анализе сходимости приближенных методов решения уравнений вида

$$Au = Bu,$$

где A – линейный непрерывный оператор, B – нелинейный непрерывный оператор, действующие из банахова пространства E в банахово пространство F . Соответствующий результат был получен эстонским докторантом Красносельского Геннадием Михайловичем Вайникко¹². В своей диссертации он предложил безоценочное определение близости операторов – *принцип компактной аппроксимации*, который нашёл своё применение в обосновании проекционных алгоритмов решения нелинейных операторных уравнений и задач на собственные значения (Вайникко, 1967).

Интересные утверждения были получены М.А. Красносельским вместе с его учеником И.А. Бахтиным в рамках теории конусов (Бахтин и др., 1961). Оказалось, что итерационная последовательность $x_n = Ax_{n-1}$ будет сходиться к ненулевому решению уравнения $x = Ax$ в конусе *при любом выборе начального приближения* в том случае, когда оператор A удовлетворяет условию *u_0 -вогнутости*. Это условие заключается в том, что оператор A должен быть *вогнутым*¹³, непрерывным, монотонным и переводить все элементы конуса K внутрь конусного отрезка $[au_0; \beta u_0]$.

¹² В настоящее время - академик эстонской Академии наук.

¹³ Для любого t из интервала $(0;1)$ существует положительная функция η , такая, что $A(tu) \geq (1 + \eta)Au$,

причём неравенство $x \geq y$ означает, что $(x - y) \in K$.

Заключение

Научные школы нелинейного функционального анализа, функционирующие в СССР в период с 1940 г. по 1970 г., удобно представить схемой (рис. 4). Если проводить их сравнение по широте охвата разделов и по числу изданных монографий с середины 1950-х до конца 1960-х гг., то станет ясно, что и по первому (топологические методы, вариационные методы, теория положительных операторов, теория ветвления и бифуркаций, приближённые методы), и по второму (семь монографий, см. (Красносельский, 2000; с. 176-178) пункту воронежская математическая школа превосходила все остальные школы СССР и других ведущих научных держав.

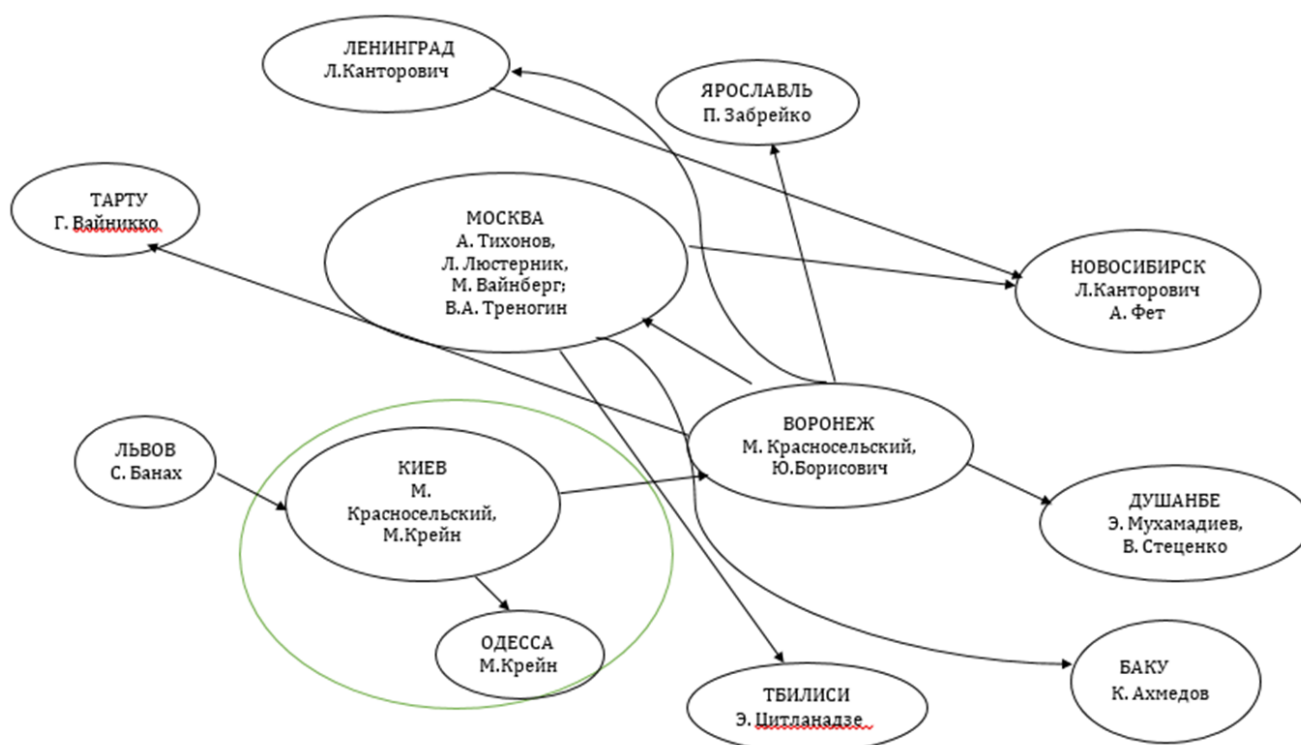


Рис. 4. Отечественные центры нелинейного функционального анализа со схемой перехода / ответвления

Следует также отметить, что в силу обширности своего кругозора и специфики предмета М.А. Красносельский и многие его ученики развивали как линейный, так и нелинейный функциональный анализ. После защиты докторских диссертаций значительная часть его учеников (Б.Н. Садовский, В.Я. Стеценко, Э.М. Мухамадиев, И.А. Бахтин, Ю.В. Покорный, В.В. Стрыгин и др.) создала свои научные коллективы (см. генеалогическое древо математиков в (Ну, 2008), (Ну, 2006)), которые обогащают математику новыми мыслительными средствами и по настоящее время.

Обратим внимание на то, что наряду с отечественной школой нелинейного функционального анализа значительный вес имели:

- итальянская математическая школа (В. Вольтерра, Ч. Арцела, Л. Тонелли, Р. Каччиополи и др.);
- французская математическая школа (М. Фреше, Р. Гато, Ж. Адамар, Ж. Лере, Ж. Дьедонне);
- польская математическая школа (С. Банах, Ю. Шаудер, В. Орлич, С. Мазур, С. Улам, К. Борсук, М. Альтман и др.);
- японская математическая школа (С. Какутани, Т. Симидзу, М. Нагумо, Х. Накано, С. Сасаки);

- немецкая математическая школа (Д. Гильберт, Э. Шмидт, Л. Лихтенштейн, В. Ритц, Р. Курант, Х. Хопф, А. Гаммерштейн, М. Голомб, Э. Роте, Л. Коллатц, Й. Шрёдер и др.);
- американская математическая школа (Э. Мур, О. Келлог, Дж. Биркгоф, К. Лэмсон, Т. Хильденбрандт, Л. Грейвс, М. Морс, Дж. фон Нейман, Д. Кронин, Р. Бартл, С. Ленг, Р. Пале, С. Смейл, П. Рабинович и др.).

При этом ни одна из иностранных школ нелинейного функционального анализа не могла сравниться с советской школой ни по глубине полученных результатов, ни по диапазону охвата разделов, ни по количеству защищённых диссертаций.

Интересно было бы провести параллели с развитием нелинейного функционального анализа в Германии, Франции, Италии и США и исследовать взаимное влияние идей, выработанных в рамках национальных математических школ (ориентиром здесь может служить работа (Bogatov, 2017)), а также изучить историю научных коммуникаций, институтов, научно-образовательных систем и научно-биографических аспектов обсуждаемой области в их взаимосвязи, следуя, например, (Кудрявцев, 2018).

Список литературы

- Ахмедов К.Т. Аналитический метод Некрасова–Назарова в нелинейном анализе // Успехи математических наук. 1957. Т. 12. №4 (76). С. 135–153.
- Бахтин И.А., Красносельский М.А. Метод последовательных приближений в теории уравнений с вогнутыми операторами // Сибирский математический журнал. 1961. Т. 2. № 3. С. 313–330.
- Богатов Е.М. Об истории метода неподвижной точки и вкладе советских математиков (1920-е-1950-е гг.) // Чебышевский сборник. 2018. Т. 19. Вып. 2. С. 30–55. DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-30-55
- Богатов Е.М. Об основных положениях нелинейного функционального анализа, как одного из базовых инструментов качественного исследования нелинейных систем // История педагогики и естествознания. 2023. № 3-4. С. 44–54. DOI:10.24412/2226-2296-2023-3-4-44-54
- Богатов Е.М. Об отечественных научных школах нелинейного функционального анализа в 1940-х-1960-х гг. // Сб. тезисов IV конференции математических центров России, СПб: СПбГУ. 2024. С. 111–112.
- Богатов Е.М., Богатова В.П. О вкладе математиков первой величины в Атомный проект СССР // Научные ведомости БелГУ. Серия Прикладная математика, физика. 2022. Т. 54. № 2. С. 98–113. DOI 10.52575/2687-0959-2022-54-2-98-113
- Борисович Ю.Г. Теория слабо непрерывных векторных полей и некоторые её приложения: дис. доктора физ.-мат. наук. Воронеж, 1964.
- Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мухамадиев Э.М., Обуховский В.В. О вращении многозначных векторных полей // Докл. АН СССР. 1969. Том 187. Вып. 5. С. 971–973.
- Боровских А.В. О содержании математического образования. Математика для нематематиков // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 4(28). С. 51–65. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-4-51-65
- Боровских А.В. О содержании школьного математического образования // Вестник Московского Университета. Серия 20. Педагогическое образование 2024. № 2. С. 61–82. DOI: 10.55959/LPEJ-24-16
- Вайнберг М.М. Вариационные методы исследования нелинейных операторов. М.: ГИТТЛ, 1956.
- Вайнберг М.М. О сходимости процесса наискорейшего спуска для нелинейных уравнений // Сибирский математический журнал. 1961. Т. 2. № 2. С. 201–220.
- Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. М.: Наука, 1969.

- Вайникко Г.М. Принцип компактной аппроксимации в теории приближенных методов // Журнал вычислительной математики и математической физики 1969. Т. 9:4. С. 739–761.
- Визгин В.П., Кессених А.В. Научно-школьный подход к истории отечественной физики // История науки и техники. 2016. № 1. С. 3–23.
- Гавурин М.К. К построению дифференциального и интегрального исчисления в пространствах Банаха // ДАН СССР. 1939. Т.22. №9. С. 552–556.
- Гантмахер Ф.Р., Крейн М.Г. Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем. М.-Л.: ГИТТЛ, 1941.
- Забрейко П.П. М.А. Красносельский – мой учитель и друг / В кн. Марк Александрович Красносельский. К 80-летию со дня рождения. Сб. статей. М.: ИППИ РАН. 2000. С. 28–54.
- Институт математики АН УССР. Сост. Ю.А. Митропольский, В.В. Строк. Отв ред. Митропольский Ю. А. Киев: Наукова думка, 1988.
- Канторович Л.В. Линейные полуупорядоченные пространства и их применение к теории линейных операций // ДАН СССР. 1935. Т.4. № 1-2. С.11-14.
- Канторович Л.В. О полуупорядоченных пространствах // Известия АН СССР. Сер. матем. 1937. Т.1:1. С. 91–110.
- Канторович Л.В. Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи математических наук. 1948. Т. 3:6. № 28. С. 89–185.
- Канторович Л.В. Принцип мажорант и метод Ньютона // ДАН СССР. 1951. Т. 76. №1. С. 17–20.
- Красносельский М.А. Топологические методы в теории интегральных уравнений. М.: ГИТЛ, 1956.
- Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. М.: ФИЗМАТГИЗ, 1962.
- Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рutiцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. М.: Наука, 1969.
- Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. М.: Наука, 1975.
- Крейн М.Г., Рутман М.А. Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха // Успехи математических наук. 1948. Т. 3:1. № 23. С. 3–95.
- Кудрявцев В.В. Научные школы в отечественной радиофизике: зарождение, развитие, творческое наследие: дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: 2018.
- Лумисте Ю.Г. Метод наискорейшего спуска при нелинейных уравнениях // Учёные записки Тартуского ун-та. 1955. № 37. С. 106–113.
- Люстерник Л.А., Шнирельман Л.Г. Топологические методы в вариационных задачах. М.: Иссл. ин-т матем. и мех. при 1-м МГУ. 1930.
- Марк Александрович Красносельский. К 80-летию со дня рождения. Сб. статей. М.: ИППИ РАН, 2000.
- Мирская Е.З. Научные школы: история, проблемы и перспективы // Науковедение и новые тенденции в развитии российской науки. Под ред. А.Г. Аллахвердяна и др. М.: Логос. 2005. С.244–265.
- Назаров Н.Н. Методы решения нелинейных интегральных уравнений типа Гаммерштейна // Труды Среднеазиатского гос. ун-та. Серия 6. Физ.-мат. науки. 1945. С. 3–14.
- Садовский Б.Н. Об одном принципе неподвижной точки // Функциональный анализ и его приложения. 1967. Т.1. № 2. С. 74–76.
- Стапан А. Э. Разветвление решений нелинейных интегральных уравнений: автореферат дис. ... кандидата физ.-мат. наук. Рига, 1951.
- Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения / ред. Д.Б. Келлер и С. Антман; пер. с англ. Б.В. Логинова и Л.С. Срубщика под ред. В.А. Треногина и В.И. Юдовича. М.: Мир, 1974.

- Фаддеев Л.Д., Лавров И.А. Российские математические школы // Вестник Российской академии наук. 1999. Т.69. №5. С. 391–397.
- Banach S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae*. 1922. Vol. 3. Pp. 133–181.
- Bogatov E. M. Key moments of the mutual influence of the Polish and Soviet schools of nonlinear functional analysis in the 1920s – 1950s. *Antiquitates Mathematicae*. 2017. V. 11. Pp. 131–156. DOI: 10.14708/am.v14i1.6418
- Collatz L. Funktion analytische Methoden in der praktischen Analysis. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*. 1953. T.4. Pp. 327–357.
- Demidov S. L'histoire des mathématiques en Russie et l'URSS en tant qu'histoire des écoles. Историко-математические исследования. 2-я серия. Спец. Вып. 1997. С.9–21.
- Golomb M. Zur Theorie der nichtlinearen Integralgleichungen, Integralgleichungssysteme und allgemeinen Funktionalgleichungen // *Mathematische Zeitschrift*. 1935. V. 39. Pp. 45–75.
- Hildebrandt T.H., Graves L M. Implicit functions and their differentials in general analysis. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1927. Vol. 29. Iss. 1. Pp. 127–153.
- Hu Y. The largest tree in the Mathematical Genealogy Project. Total 21382 mathematicians. 2006. <https://web.cs.ucla.edu/~dt/genealogy3.pdf> (дата обращения 06.05.2024)
- Hu Y. The 4th largest tree in the Mathematical Genealogy Project. Total 2130 mathematicians. 2008 http://yifanhu.net/GALLERY/MATH_GENEALOGY/plot_comp4_p2.2_font8.pdf
- Krein M.G. and Smulian V.L. On regularly convex sets in the space conjugate to a Banach space. *Annals of Mathematics*. 1940. V. 41. Pp. 556–583.
- Leray J., Schauder J. Topologie et équations fonctionnelles. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*. 1934. V. 6. Pp. 45–73.
- Liapounoff A. Sur un problème de Tchebycheff. *Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de St. Petersburg*. 1905. Vol. 17 (8). No. 3. Pp. 1–31.
- Morse M. Relations between the critical points of a real function of n independent variables. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1925. V. 22. Pp. 84–110.
- Schauder J. Zur Theorie stetiger Abbildungen in Funktionalräumen. *Mathematische Zeitschrift*. 1927. Vol. 26. Iss. 1. Pp. 47–65.
- Schmidt E. Zur Theorie der linearen und nichtlinearen Integralgleichungen. III. Teil. Über die Auflösung der nichtlinearen Integralgleichung und die Verzweigung ihrer Lösungen. *Mathematische Annalen*. 1908. Vol. 65. Iss. 3. Pp. 370–399.
- Tychonoff A. Ein Fixpunktsatz. *Mathematische Annalen*. 1935. Vol. 111. Pp. 767–776.

THE HISTORY OF SOVIET SCHOOLS OF NONLINEAR FUNCTIONAL ANALYSIS IN THE SECOND THIRD OF THE 20TH CENTURY

Bogatov E. M.
PhD (Mathematics),
associate professor,
embogatov@inbox.ru
Sary Oskol

Branch of National Research University of
Science and Technology “MISIS” in Gubkin
town of Belgorod Region;
Sary Oskol Technological Institute of National
Research University of Science and Technology
“MISIS”

Abstract. This paper presents for the first time the Russian schools of nonlinear functional analysis originated in the 1930s (Moscow school led by L.A. Lyusternik, Leningrad school led by L.V. Kantorovich), in the 1940s (Kiev-Odessa school led by M.G. Krein), in the 1950s (Voronezh school led by M.A. Krasnoselskii, Moscow school led by M.M. Vainberg). It is determined that Voronezh school of nonlinear functional

analysis, which contributed to the development of its following sections: topological methods of nonlinear analysis, variational methods for solving operator equations, theory of positive operators, branching and bifurcation theory, qualitative aspects of approximate methods for solving operator equations, was the largest. The main directions of the work of the mentioned schools are singled out, the qualitative composition of the performers and the results obtained in the 1930s-1960s are specified. A new method of presenting mathematical results – based on the table of thinking tools - is stated. A schematic representation of nonlinear functional analysis centers in the USSR is given, considering the transition and branches. The first steps of comparative analysis of achievements of the Soviet school of nonlinear functional analysis and similar schools in the West are made. The work can be continued in several directions: a) drawing parallels with the development of nonlinear functional analysis in Western countries and with the development of nonlinear mechanics in our country and abroad; b) study of mutual influence of ideas developed within the framework of national mathematical schools; c) study the history of scientific communications, institutions, scientific and educational systems and scientific and biographical aspects of the discussed field in their interrelation..

Keywords: nonlinear functional analysis, L.A. Lyusternik, L.V. Kantorovich, M.G. Krein, M.A. Krasnoselski, M.M. Vainberg, V.A. Trenogin, Yu.G. Borisovich.

References

- Akhmedov, K. T. (1957). The analytic method of Nekrasov–Nazarov in non-linear analysis. *Uspekhi Mat. Nauk*, 12:4 (76), 135–153. (In Russ., abstract in Eng.)
- Banach, S. (1922). Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae*, 3, 133–181.
- Bakhtin, I. A., Krasnosel'skii, M. A. (1961). The method of successive approximations in the theory of equations with concave operators. *Sibirsk. Mat. Zh.*, 2:3, 313–330. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bogatov, E. M. (2017). Key moments of the mutual influence of the Polish and Soviet schools of nonlinear functional analysis in the 1920s – 1950s. *Antiquitates Mathematicae*, 11, 131–156. DOI: 10.14708/am.v14i1.6418
- Bogatov, E. M. (2018). On the history of the fixed point method and the contribution of the soviet mathematicians (1920s–1950s.). *Chebyshevskii Sb.*, 19:2, 30–55. DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-30-55. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bogatov, E. M. (2023). On the contribution of Russian mathematicians to the development of nonlinear functional analysis (1920–1960). *History and Pedagogy of Natural Science*, 3-4, 44–54. DOI:10.24412/2226-2296-2023-3-4-44-54 (In Russ., abstract in Eng.)
- Bogatov, E. M. (2024). Ob otechestvennyh nauchnyh shkolah nelinejnogo funktsional'nogo analiza v 1940-h-1960-h gg. [On domestic scientific schools of nonlinear functional analysis in the 1940s-1960s]. *Sb. tezisov IV konferencii matematicheskikh centrov Rossii* (pp. 111–112). SPb: SpbGU (In Russ.).
- Bogatov, E. M., Bogatova, V.P. (2022). O vklade matematikov pervoj velichiny v Atomnyj proekt SSSR. *Applied Mathematics & Physics*, 54, 2, 98–113. DOI 10.52575/2687-0959-2022-54-2-98-113 (In Russ., abstract in Eng.)
- Borisovich, Yu.G. (1964). Teoriya slabo nepreryvnyh vektornykh polej i nekotorye ee prilozheniya. [Doctoral Disertation] Voronezh. (In Russ.)
- Borisovich, Yu. G., Gel'man, B. D., Muhamadiev, È., Obukhovskii, V. V. (1969). The rotation of multivalued vector fields. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 187:5, 971–973. (In Russ., abstract in Eng.)

- Borovskih, A. V. (2022). On the Contents of Mathematical Education. Mathematics for Non-Mathematicians. Continuum. Maths. Informatics. Education 4(28), 51-65. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-4-51-65. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Borovskih, A. V. (2024). On the Content of School Mathematics Education. From Contents to Content: Mathematics as a System of Mental Means. *Lomonosov Pedagogical Education Journal*, 2, 61–82. DOI: 10.55959/ LPEJ-24-16 (In Russ., abstarct in Eng.)
- Demidov, S. (1997). L'histoire des mathématiques en Russie et l'URSS en tant qu'histoire des écoles. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2-ya seriya, Spec. Vyp., 9–21.
- Faddeev, L. D., Lavrov, I. A. (1999). Rossijskie matematicheskie shkoly. *Vestnik Rossijskoj akademii nauk*, 69, 5, 391–397. (In Russ.)
- Gavurin, M. K. (1939) K postroeniyu differencial'nogo i integral'nogo ischisleniya v prostranstvakh Banaha. *Doklady AN SSSR*, 22, 9, 552-556. (In Russ.)
- Gantmaher, F. R., Krejn, M. G. (1941). *Oscillyacionnye matricy i yadra i malye kolebaniya mekhanicheskikh sistem*. Moscow-Leningrad: GITTL. (In Russ.)
- Golomb M. (1935). Zur Theorie der nichtlinearen Integralgleichungen, Integralgleichungssysteme und allgemeinen Funktionalgleichungen. *Mathematische Zeitschrift*, 39, 45–75.
- Hildebrandt, T. H., Graves, L. M. (1927). Implicit functions and their differentials in general analysis. *Transactions of the American Mathematical Society*, 29, 1, 127-153.
- Hu, Yifan. (2006). The largest tree in the Mathematical Genealogy Project. Total 21382 mathematicians. Retrieved from <https://web.cs.ucla.edu/~dt/genealogy3.pdf>
- Hu Yifan. (2008). The 4-th largest tree in the Mathematical Genealogy Project. Total 2130 mathematicians. http://yifanhu.net/GALLERY/MATH_GENEALOGY/plot_comp4_p2.2_font8.pdf
- Institut matematiki AN USSR (1988). Sost. YU. A. Mitropol'skij, V. V. Strok. Otv red. Mitropol'skij YU. A. Kiev: Nauk. dumka. (In Russ.)
- Kantorovich, L.V. (1935). Linejnye poluuporyadochennye prostranstva i ih primenenie k teorii linejnyh operacij. *Doklady AN SSSR*, 4, 1-2, 11–14. (In Russ.)
- Kantorovich, L. V. (1937). O poluuporyadochennyh prostranstvakh. *Izvestiya AN SSSR. Ser. Matem.*, 1:1. 91–110. (In Russ., abstarct in French.)
- Kantorovich, L. V. (1948). Functional analysis and applied mathematics. *Uspekhi Mat. Nauk*, 3:6 (28), 89–185. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Kantorovich, L. V. (1951). Princip mazhorant i metod N'yutona. *Doklady AN SSSR*, 76, 1, 17–20. (In Russ.)
- Collatz, L. (1953). Funktion analytische Methoden in der praktischen Analysis. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 4, 327–357.
- Krasnosel'skij, M. A. (1956). *Topologicheskie metody v teorii integral'nyh uravnenij*. Moscow: GITL. (In Russ.)
- Krasnosel'skij, M. A. (1962). *Polozhitel'nye resheniya operatornyh uravnenij*. Moscow: FIZMATGIZ. (In Russ.)
- Krasnosel'skij, M. A., Vajnikko, G. M., Zabrejko, P. P., Rutickij, YA. B., Stecenko, V. Ya. (1969). *Priblizhennoe reshenie operatornyh uravnenij*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Krasnosel'skij, M. A., Zabrejko, P. P. (1975). *Geometricheskie metody nelinejnogo analiza*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Krein, M. G., Rutman, M. A. (1948). Linear operators leaving invariant a cone in a Banach space. *Uspekhi Mat. Nauk*, 3:1(23), 3–95. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Krein, M. G., Smulian, V. L. (1940). On regularly convex sets in the space conjugate to a Banach space. *Annals of Math.*, 41, 556–583.
- Kudryavcev, V.V. (2018). Nauchnye shkoly v otechestvennoj radiofizike: zarozhdenie, razvitie, tvorcheskoe nasledie [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Leray, J., .Schauder, J. (1934). Topologie et équations fonctionnelles *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 6, 45–73.

- Lumiste, Yu. G. (1955). Metod naiskorejshego spуска pri nelinejnyh uravneniyah. *Uchyonye zapiski Tartusskogo universiteta*, 37, 106–113. (In Russ.)
- Liapounoff, A. (1905). Sur un problème de Tchebycheff. *Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de St. Petersburg*, 17 (8), 3, 1–31.
- Lyusternik, L. A., Shnirel'man, L. G. (1930). *Topologicheskie metody v variacionnyh zadachah*. Moscow: Issl. in-t matem. i mekh. pri 1-m MGU. (In Russ.)
- Mark Aleksandrovich Krasnosel'skij (2000). *K 80-letiyu so dnya rozhdeniya. Sb. statej*. Moscow: IPPI RAN. (In Russ.)
- Mirskaya, E. Z. (2005). *Nauchnye shkoly: istoriya, problemy i perspektivy. Naukovedenie i novye tendencii v razvitii rossijskoj nauki*. Pod red. A.G. Allahverdyana i dr. Moscow: Logos, 244–265. (In Russ.)
- Morse, M. (1925). Relations between the critical points of a real function of n independent variables. *Transactions of the American Mathematical Society*, 22, 84–110.
- Nazarov, N. N. (1945). Metody resheniya nelinejnyh integral'nyh uravnenij tipa Gammershtejna. *Trudy Sredneaziat. gos. un-ta. Seriya 6. Fiz.-mat. nauki*, 3–14.
- Sadovskii, B. N. (1967). A fixed-point principle. *Funct. Anal. Appl.*, 1:2, 151–153.
- Schauder, J. (1927). Zur Theorie stetiger Abbildungen in Funktionalräumen. *Mathematische Zeitschrift*, 26, 1, 47–65.
- Schmidt, E. (1908). Zur Theorie der linearen und nichtlinearen Integralgleichungen. III. Teil. Über die Auflösung der nichtlinearen Integralgleichung und die Verzweigung ihrer Lösungen. *Mathematische Annalen*, 65, 3, 370–399.
- Stapan, A. E. (1951). Razvetvlenie reshenij nelinejnyh integral'nyh uravnenij. [PhD Thesis]. Riga (In Russ.)
- Teoriya vetvleniya i nelinejnye zadachi na sobstvennye znacheniya* (1974) red. D.B. Keller i S. Antman. per. s angl. B. V. Loginova i L. S. Srubshchika pod red. V.A. Trenogina i V.I. Yudovicha. Moscow: Mir. (In Russ.)
- Tychonoff, A. (1935). Ein Fixpunktsatz. *Mathematische Annalen*, 111, 767–776.
- Vajnberg, M. M. (1956). *Variacionnye metody issledovaniya nelinejnyh operatorov*. Moscow: GITTL. (In Russ.)
- Vainberg, M. M. (1961). On the convergence of the process of steepest descent for nonlinear equations. *Sibirsk. Mat. Zh.*, 2:2, 201–220. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Vainberg, M. M., Trenogin V. A. (1969). *Teoriya vetvleniya reshenij nelinejnyh uravnenij*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Vainikko, G. M. (1969). The compact approximation principle in the theory of approximation methods. *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, 9:4, 739–761. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Vizgin, V. P., Kessenih, A.V. (2016.) Nauchno-shkol'nyj podhod k istorii otechestvennoj fiziki. *Istoriya nauki i tekhn.* 1, 3–23. (In Russ., abstarct in Eng.)
- Zabrejko, P. P. (2000). M.A. Krasnosel'skij – moj uchitel' i drug / V kn. *Mark Aleksandrovich Krasnosel'skij. K 80-letiyu so dnya rozhdeniya. Sb. statej*. Moscow: IPPI RAN, 28–54. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 16.09.2024
Принята к публикации 20.09.2024

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №3(35) / 2024

Корректор – С.Е. Гридчина
Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – К.С. Елецких
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 23.09.2024
Дата выхода в свет 24.09.2024

Бумага формат А-4 (59,5 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 62
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в объединенном каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1