

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Регистрационный номер средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, ректор ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики и методики ее преподавания (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики и методики ее преподавания (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик IHEAS, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Карапетян В.С.** – доктор психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии развития и педагогической психологии Армянского государственного педагогического университета им. Х. Абовяна (Ереван, Армения);

- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, помощник генерального директора ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова» Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории математического общего образования и информатизации Института стратегии развития образования Российской академии образования (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Александрова Л.Н.** – технический секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математического моделирования, компьютерных технологий и информационной безопасности Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Registration number: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S. V.	Editor-in-chief , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector, Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S. N.	Deputy Editor-in-Chief , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A. E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
Borovskikh A. V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Buldakova N. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);
Grinshkun V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Grozdev S. I.	Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);
Karakozov S. D.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
Karapetyan V.S.	Doctor of Psychology, Professor, Professor of the Department of Developmental and Educational Psychology of Armenian State Pedagogical University Kh. Abovyan (Yerevan, Armenia);
Klushina N. P.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);

Orlov V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
Razinkina E. M.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Assistant General Director of the Almazov National Medical Research Centre (St. Petersburg, Russia);
Ryzhova N. I.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Laboratory of Mathematical General Education and Informatization of the Institute of Educational Development Strategy of the Russian Academy of Education (Moscow, Russia);
Sergeeva T. F.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Smirnov E. I.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
Melnikov R. A.	Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Alexandrova L. N.	Technical Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling, Computer Technology and Information Security, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Овчинникова Е. Е. К ВОПРОСУ О МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ К ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ	8
Шабанова М. В., Булатова Э. С. МЕТОД ИСТОРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ В МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ	20

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Бескин А. Л., Музылев Н. В. ИНСТРУМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.....	29
Ганичева А. В., Ганичев А. В. ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЮ ПРОИЗВОДНЫХ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ.....	46
Дворяткина С. Н., Трофимец Е. Н. ПРАКТИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ МЧС РОССИИ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ.....	55
Игонина Е. В., Сафронова Т. М., Симоновская Г. А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЛИМПИАДНОЕ ДВИЖЕНИЕ КАК ФАКТОР СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛИЧНОСТИ	68

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Чванова М. С., Багин В. А. ПУБЛИКАЦИОННАЯ АКТИВНОСТЬ МЕЖДУНАРОДНОГО НАУЧНОГО СООБЩЕСТВА ПО ПРОБЛЕМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ	82
---	----

ПЕРСОНАЛИИ

Андреева И. А. АЛЕКСЕЙ ФЕДОРОВИЧ АНДРЕЕВ. МАТЕМАТИК И ЧЕЛОВЕК. К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ	93
---	----

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Ovchinnikova E. E. ON THE ISSUE OF METHODOLOGICAL PREPARATION OF
TEACHERS FOR THE FORMATION OF FUNCTIONAL LITERACY IN GEOMETRY
LESSONS.....8

Shabanova M. V., Bulatova E. S. HISTORICAL RECONSTRUCTION METHOD IN
THE METHODOLOGICAL SYSTEM OF TEACHING MATHEMATICS IN GENERAL
EDUCATION SCHOOLS 20

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Beskin A. L., Muzylev N. V. COMPUTER MODELING TOOLS IN THE
EDUCATIONAL PROCESS OF A TECHNICAL UNIVERSITY.....29

Ganicheva A. V., Ganichev A. V. TECHNOLOGY OF LEARNING TO CALCULATE
DERIVATIVES OF COMPLEX FUNCTIONS..... 46

Dvoryatkina S. N., Trofimets E. N. THE PRACTICE OF TEACHING HIGHER
MATHEMATICS IN UNIVERSITIES OF THE MINISTRY OF EMERGENCY
SITUATIONS OF RUSSIA IN THE CONTEXT OF DIGITAL TRANSFORMATION OF
EDUCATION 55

Igonina E. V., Safronova T. M., Simonovskaya G. A. MATHEMATICAL
OLYMPIAD MOVEMENT AS A FACTOR OF IMPROVING PROFESSIONAL
EDUCATION OF A PERSON 68

METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF VOCATIONAL EDUCATION IN THE ERA OF DIGITAL TRANSFORMATION

Chvanova M. S., Bagin V. A. PUBLICATION ACTIVITY OF THE INTERNATIONAL
SCIENTIFIC COMMUNITY ON THE PROBLEM OF USING NEURAL NETWORK
TECHNOLOGIES TO CREATE EDUCATIONAL VIDEO LECTURES..... 82

PERSONALITIES

Andreeva I. A. ALEXEY F. ANDREEV. MATHEMATICIAN AND PERSON. FOR THE
CENTENNIAL ANNIVERSARY 93

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-8-19

УДК
372.851

К ВОПРОСУ О МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ К ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ

Овчинникова Елена Евгеньевна

к.п.н.
eeov@mail.ru
г. Липецк

Липецкий государственный педагогический
университет им. П.П. Семенова-Тян-
Шанского

Аннотация. Статья посвящена проблеме формирования функциональной грамотности в контексте обучения решению геометрических задач. Школьники способны решать задачи в связи с изучаемым методом или темой, когда понимают, какая идея должна быть реализована. Не сформирован навык поиска способа решения задачи, когда через анализ условия и заключения после осмысления и оценки всей конструкции, всех связей между фигурами, соотношений, которые имеются в условии задачи или вытекают из данных фактов приходят к идее решения. Полагаем, что развитая функциональная грамотность ученика влияет не только на возможность его ориентации в жизненных ситуациях в настоящем и будущем, но и положительно отражается на качестве решения геометрических задач. Проведенное исследование описано с целью уточнения существующих теоретических и методических проблем по формированию функциональной грамотности на уроках геометрии через подтверждение их в реальной практике учителей математики Липецкой области. Отражены следующие аспекты: знакомство учителей с понятием функциональной грамотности; использование заданий на ее формирование на уроках геометрии; наличие проблем, препятствующих процессу формирования функциональной грамотности на уроках геометрии; анализ связи между компонентами действий по решению геометрических задач и функциональной грамотностью. Выявлено, что у учителей есть общее понимание, какого рода задания, направленные на формирование функциональной грамотности, необходимо использовать на уроках геометрии, однако они нуждаются в методической поддержке. Считаем, что необходима дальнейшая работа по разработке и апробации методических материалов, корректирующих и уточняющих методику работы учителя на этапах анализа условия и поиска решения геометрических задач как основы формирования функциональной грамотности в обучении геометрии.

Ключевые слова: функциональная грамотность, геометрические задачи, изучение опыта учителей математики.

Благодарности: статья выполнена в рамках государственного задания на НИР Министерства Просвещения РФ 2023 года на тему «Создание цифровой платформы формирования функциональной грамотности школьников», соглашение от 28.01.2023 № 073-03-2023-043.

Введение

В современном образовании одной из приоритетных задач выступает формирование функциональной грамотности у учеников. По определению А.А. Леонтьева, «функционально грамотный человек — это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» (Леонтьев, 2003). Учителя математики должны эффективно формировать функциональную грамотность учеников, обеспечивая не только понимание абстрактных концепций, но и способность применять их в разнообразных жизненных ситуациях. Функциональная грамотность включает в себя различные компоненты, среди них важное место занимают читательская и математическая грамотность.

«Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину» (PISA, 2018).

По результатам международных исследований, функциональная грамотность у российских школьников развита не на должном уровне, причем при оценке математической грамотности в блоке «Пространство и форма» исследования PISA, где требуется оперировать плоскими и пространственными образами при решении практических задач, наблюдается снижение результатов в период с 2012 по 2018 годы (PISA, 2018).

Многолетний опыт проверки ЕГЭ и ОГЭ по математике, анализ результатов ЕГЭ по профильной математике, письменной части ОГЭ, анализ методических рекомендаций предметных комиссий, анализ выполнения заданий муниципального и регионального этапов всероссийской олимпиады школьников по математике подтверждает, что наиболее низкие результаты ученики показывают при решении геометрических задач. Одной из причин такой ситуации считаем отсутствие у них идеи решения задачи. В работах наблюдается следующая ситуация: школьники вычисляют какие-то элементы конструкции, которые могут найти, но ответа на вопрос задачи не получают. Методически понятно, что они идут синтетическим путем рассуждений, с конца: зная это и это, что я могу найти? Однако навык поиска решения задачи, исходя из анализа условия, не сформирован. Учащиеся не умеют искать подсказки, находящиеся в тексте условия задачи. Активно декларируемые в настоящее время требования к формированию функциональной грамотности на каждом из учебных предметов есть, должна проводиться работа по формированию различных компонентов функциональной грамотности, в частности умение смыслового чтения к выпускным классам должно быть сформировано. Однако, по нашему мнению, именно отсутствие навыков функциональной грамотности достаточно высокого уровня не позволяет школьникам решать содержательные задачи по геометрии. Они не могут извлечь информацию из текста условия задачи, интерпретировать данные задачи, переложить их на конкретную ситуацию, осмыслить условие задачи и ее заключение. Не хватает опоры на внеконтекстные знания, когда из анализа условия и заключения возникает идея решения после осмысления и оценки всей конструкции, всех связей между фигурами, соотношений, которые имеются в условии задачи или вытекают из данных фактов.

В методической литературе есть определенное число работ, связанных с методикой обучения решению геометрических задач. Выделена система исследовательских умений, используемых при решении геометрических задач, которыми должны овладеть учащиеся (Гусев, 1994), схема поиска решения нестандартных задач, к каким и относятся содержательные геометрические задачи (Фридман, 1999). Описан процесс обучения решению математических задач, установлено, что умение оперировать информацией как

полученной из текста задачи, так и вторичной неявно заданной, значимо для процесса решения задачи; описан анализ требования и условия задач в контексте деятельностного подхода (Папышев, 2012).

Исследованию понятия функциональной грамотности посвящен широкий спектр работ (А.А. Леонтьев, Н.Ф. Виноградова, Л.М. Перминова, и др.), однако в контексте формирования функциональной грамотности на уроках математики, в частности геометрии, таких работ значительно меньше. Этой проблеме посвящен ряд исследований: перечисляются умения учеников 7 класса, на развитие которых нужно обратить внимание учителям в контексте формирования функциональной грамотности на уроках математики (Рослова, 2019); выделяется идея познания нового материала и закрепление старого в сочетании с необходимыми компетенциями по формированию функциональной грамотности учеников как подход к построению уроков математики, приводятся примеры разборов разноплановых практико-ориентированных задач с обоснованием всех этапов математического моделирования для формирования функциональной грамотности учеников среднего и старшего звена, в том числе показана работа с двумя задачами геометрического содержания (Денищева, 2021); описывается формирование умения анализировать условия математической задачи, как одно из необходимых умений при формировании функциональной грамотности (Ковалева, Слета, 2022); раскрываются основные направления работы учителя по формированию математической грамотности обучающихся на примере содержательной области «Пространство и форма» (Дорофеев, 2022).

Таким образом, можно утверждать, что проблема обучения решению геометрических задач в контексте формирования функциональной грамотности недостаточно изучена. Явно существует противоречие между необходимостью формирования функциональной грамотности на уроках геометрии и недостаточной проработанностью методики работы учителя по обучению решению геометрических задач в контексте формирования функциональной грамотности.

Методология исследования

Исследование проводилось в несколько этапов. На первом этапе проводился анализ источников для уточнения проблемы, анализ понятийного аппарата, наблюдение за учениками, наблюдение, собеседование с учителями, обобщение педагогического опыта, анализ результатов муниципального и регионального этапа Всероссийской олимпиады по математике, ОГЭ и ЕГЭ по математике. Выявленная невысокая результативность в решении геометрических задач послужила мотивом для уточнения причин этого факта.

На втором этапе разработали и провели исследование опыта учителей математики Липецкой области по формированию функциональной грамотности на уроках геометрии, сделали анализ и систематизацию полученных результатов. В основу было положено указанное выше определение функциональной грамотности, и учтены результаты следующих исследований: учителей всех предметов об общих затруднениях дидактического и методического характера в области формирования функциональной грамотности школьников (Аналитическая справка ЛИРО, 2021); готовности учителей к формированию на уроках математики функциональной грамотности (Рослова, 2020), отдельных общих вопросов представлений учителей математики о формировании математической грамотности (Денищева, 2021).

Наше исследование проводилось с целью уточнения существующих теоретических проблем по формированию функциональной грамотности на уроках геометрии через подтверждение их в реальной практике учителей математики.

Школьники могут решать задачи в контексте изучаемого метода или темы, когда понимают, какая идея должна быть реализована. Искать же способ решения задачи – это большая проблема. Полагаем, что развитая функциональная грамотность ученика влияет не только на возможность его ориентации в жизненных ситуациях в настоящем и будущем, но и положительно отражается на качестве решения геометрических задач.

На последнем, третьем этапе, предполагается исследование связи между уровнем сформированности функциональной грамотности у учащихся и их умением решать геометрические задачи, дополнение и уточнение методики работы учителя по формированию функциональной грамотности на уроках геометрии, уточнение методики работы на этапах анализа условия и поиска решения геометрических задач как основы формирования функциональной грамотности в обучении геометрии.

Результаты

В период 2023 года мы провели исследование среди учителей математики Липецкой области, в котором приняло участие 116 педагогов из различных школ города Липецка и области. Участвовали учителя, которые ведут геометрию в школах. Метод сбора данных – проведение онлайн-опроса. Ссылка на опрос распространялась при поддержке руководителей городского сообщества учителей математики Липецка и ассоциации учителей математики Липецкой области.

В исследовании представлений учителей о формировании функциональной грамотности на уроках геометрии нас интересовали следующие аспекты: знакомство учителей с понятием функциональной грамотности; использование заданий на формирование функциональной грамотности на уроках геометрии; наличие проблем, препятствующих формированию функциональной грамотности на уроках геометрии; анализ связи между компонентами действий по решению геометрических задач и функциональной грамотностью.

Анализ результатов ответов на первый блок вопросов показал, что практически все опрошенные (90,5%) знают определение функциональной грамотности. Мнения учителей об основном содержательном направлении функциональной грамотности разделились. Примерно четверть учителей выделили читательскую и математическую грамотность (27,6% и 23,3% соответственно). Каждый десятый учитель отдал приоритет естественно-научной грамотности и креативному мышлению (10,3% и 9,5% соответственно). Каждый седьмой – глобальным компетенциям и финансовой грамотности (15,5% и 13,8% соответственно). Анализ ответов показывает неоднозначность выбора отвечающих несмотря на то, что основным содержательным направлением функциональной грамотности считается читательская. На наш взгляд, именно развитые компоненты читательской грамотности позволяют вычленять главное, анализировать любые тексты, условия задач, способствуют осмыслению ситуации, что является необходимым для успешного решения геометрических задач.

Во втором блоке вопросов мы выясняли аспекты использования заданий на формирование функциональной грамотности на уроках геометрии.

Почти все учителя формируют функциональную грамотность на уроках математики и геометрии (98,3% и 94,8% соответственно). Только двое из опрошенных не делают этого на уроках математики и шесть на уроках геометрии.

Важно было узнать, насколько часто учителя включают задания на формирование функциональной грамотности в уроки геометрии (рис. 1). Около 13% респондентов дополняют каждый урок геометрии заданиями на формирование функциональной грамотности, примерно каждый третий учитель раз в неделю (35,3%). Анализ диаграммы показывает, что около половины используют задания один раз в месяц и реже, что, на наш взгляд, является недостаточным.

Далее мы выясняли мнение учителей о необходимости включения материалов для формирования функциональной грамотности в каждую из тем геометрии. Более половины опрошенных (56,6%) не имеют определенного мнения по этому вопросу или считают это ненужным.

В третьем блоке вопросов мы фиксировали проблемы методического характера, препятствующие формированию функциональной грамотности на уроках геометрии.

Как часто вы дополняете уроки геометрии заданиями на формирование функциональной грамотности?

116 ответов

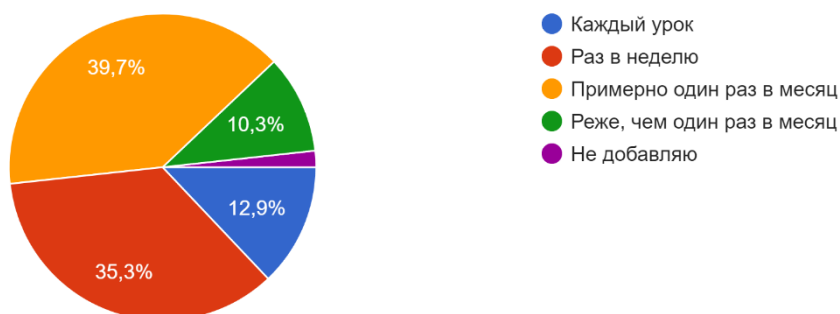


Рис. 1. Диаграмма о частоте использования заданий на формирование функциональной грамотности

Основными причинами редкого использования на уроках геометрии заданий на формирование функциональной грамотности, по мнению половины учителей, являются большое количество времени на поиск заданий, на их отсутствие в учебниках и дидактических материалах к ним (55,2% и 49,1% соответственно). Каждый третий респондент (29,3%) отметил сложность в подборе заданий, и каждый десятый (10,3%) указал на сложность в поиске заданий. Из других мнений учителей отметим: «Не считаю нужным на каждом уроке решать специфические задания, элементы функциональной грамотности можно выделять и в обычных геометрических задачах» (рис. 2).

Если Вы на уроках геометрии не используете или используете реже, чем хотелось бы задания на формирование функциональной грамотности, то почему? Выберите один или несколько ответов

116 ответов



Рис. 2. Результаты анализа причин редкого использования заданий на формирование функциональной грамотности

Среди проблем подготовки к качественному уроку всегда значимым оказывается фактор времени. Почти три четверти опрошенных (72,4%) отметили большее количество времени на подготовку к уроку геометрии, включающему задачи для формирования функциональной грамотности, каждый пятый высказал мнение о равнозначности времени подготовки к обычному уроку и к уроку по формированию функциональной грамотности.

Анализируя ответы учителей, нельзя выделить один источник информации, откуда они берут материалы для формирования функциональной грамотности (рис. 3). Однако в качестве основного источника выделяют разработки учителей из сети Интернет (75,9%). Используют материалы ФИПИ и Института стратегии развития образования РАО 64,7% учителей. Каждый пятый опрошенный разрабатывает свои материалы и использует задания из школьных учебников и дидактических материалов к ним (19,8% и 21,6% соответственно).

Откуда Вы берете материалы для формирования функциональной грамотности на уроках геометрии? Выберите один или несколько ответов
116 ответов



Рис. 3. Результаты анализа используемых источников информации

Анализ ответов на вопрос о наиболее значимых затруднениях в поиске материалов для формирования функциональной грамотности на уроках геометрии показал (рис. 4), что более половины учителей (56,9%) отмечают отсутствие банка задач для уроков геометрии, около двух пятых учителей выделяют отсутствие систематизированных материалов. Нет привязанности материалов к темам, недостаточно заданий для формирования разного уровня функциональной грамотности (41,4%, 42,2% и 37,9% соответственно).

Выберите наиболее значимые для Вас затруднения в поиске материалов для формирования функциональной грамотности на уроках геометрии. Выберите один или несколько ответов
116 ответов



Рис. 4. Результаты анализа затруднений в подборе материалов

Каждый третий опрошенный (30,2%) отмечает малое количество материалов по геометрии, каждый пятый (20,7%) – много материалов без рецензирования. Каждый десятый (11,2%) отмечает отсутствие связи материалов с классом. Мы выяснили, что если бы материалы для формирования функциональной грамотности на уроках геометрии были в

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

виде отдельного пособия и систематизированы по темам, то практически все респонденты (94%) чаще включали бы их в уроки.

Подчеркнем, что явное отсутствие материалов для уроков в учебных пособиях приводит к трудностям в отборе содержания материалов к урокам. Учителя, даже желающие и понимающие необходимость включения заданий на формирование функциональной грамотности в уроки геометрии, сталкиваются с большими проблемами в подборе материалов. Это требует и больших временных затрат, и определенной широты и эрудиции для составления своих разработок, и решение проблемы с оценкой разнообразных по содержанию материалов, представленных в сети Интернет. В такой ситуации ученики, очевидно, не имеют в полной мере возможностей для формирования функциональной грамотности.

Для реализации дальнейших направлений в исследовании важно было выяснить мнение учителей о связи между компонентами действий по решению геометрических задач и функциональной грамотностью. Подавляющее большинство учителей (87,1%) считают важным развитие функциональной грамотности учеников в качестве одного из факторов успешности решения содержательных геометрических задач.

Выберите одно или несколько затруднений, которые наиболее значимы как причина неуспеха обучающихся на этапе анализа геометрических задач
116 ответов



Рис. 5. Результаты анализа затруднений учащихся на этапе анализа геометрических задач

Выясняя, какие содержательные составляющие функциональной грамотности необходимы на этапе анализа условия задачи, мы получили следующие результаты: основная часть учителей выделила необходимость наличия математической и читательской грамотности на этапе анализа условия геометрической задачи (81,9% и 75% соответственно); каждый пятый (20,7%) выделил естественнонаучную грамотность, каждый четвертый (25%) – креативное мышление. По нашему мнению, именно сочетание читательской и математической грамотности на этом этапе работы с геометрической задачей является приоритетным, что нашло подтверждение у практикующих учителей.

При анализе вопроса о затруднениях, как причинах неуспеха обучающихся на этапе анализа геометрических задач, более половины учителей (56%) выбрали несформированность умений в выделении нужной информации (рис. 5). Чуть менее

половины учителей отметили неумение школьников выделять связи между данными в задаче (48,3%), делать анализ, выводы, применять знания в конкретной ситуации (46,6%) как причины неуспеха обучающихся на этапе анализа геометрических задач. 43,1% учителей отмечают неумение школьников выделять ключевые слова из условия. Каждый третий учитель считает причинами неуспеха неумение работать с данной информацией (31%), выделять условие и заключение (34,5%), непонимание формулировки задач (35,3%), недостаточный объем математических знаний (30,2%) и низкую учебную мотивацию (30,2%). Каждый пятый учитель считает одной из причин неуспеха неумение оценивать информацию (21,6%), каждый десятый - неумение осуществлять контроль своей деятельности (9,5%).

Выберите одно или несколько затруднений, которые наиболее значимы как причина неуспеха обучающихся на этапе поиска решения геометрических задач
116 ответов



Рис. 6. Результаты анализа затруднений учащихся на этапе поиска решения геометрических задач

Основная часть учителей выделила необходимость наличия математической грамотности на этапе поиска решения геометрической задачи (91,4%). Около половины учителей (48,3%) назвали читательскую грамотность. Чуть меньше половины учителей (42,2%) выбрали креативное мышление. Каждый пятый педагог (18,1%) отдал предпочтение естественнонаучной грамотности, каждый десятый (9,5%) – глобальным компетенциям.

При анализе вопроса о затруднениях, как причинах неуспеха обучающихся на этапе поиска решения геометрических задач, более половины учителей (54,3% и 62,1% соответственно) выбрали неумение выделять связи между данными в задаче и анализировать чертеж, выделять нужное (рис. 6). По мнению практически 40% опрошенных, ученики не умеют находить опорные конструкции на чертеже. Каждый третий респондент отметил низкую учебную мотивацию (29,3%), неумение находить связи между данными и заключением (28,4%), устанавливать связи между полученными связями (29,3%), видеть подсказки в тексте условия задачи (36,2%), обобщать полученную информацию (32,8%), осуществлять синтез новой информации из имеющейся (30,2%).

Наше предположение о существовании связи между необходимыми компонентами действий на этапах анализа условия и поиска решения геометрических задач и функциональной грамотностью подтверждается учителями-практиками. Выяснение описанных проблем поможет скорректировать методическую подготовку учителей по формированию функциональной грамотности на уроках геометрии.

Результаты ответа на вопрос о связи неумения решать геометрические задачи с недостаточными навыками функциональной грамотности показали, что чуть более половины учителей (53,4%) подтверждают наличие такой связи, каждый третий (27,6%) отрицает, каждый пятый опрошенный (19%) не знает.

Заключение

Проведя опрос и беседы с учителями, было установлено, что у них есть общее понимание, какого рода задания, направленные на формирование функциональной грамотности, можно использовать на уроках геометрии. Однако эти задания не систематизированы, нет связи ни между заданиями, ни между заданиями и тематикой учебников, нет заданий для каждой геометрической темы несмотря на то, что потенциал предмета для формирования функциональной грамотности огромен.

Для овладения школьниками определенным уровнем функциональной грамотности необходима целенаправленная комплексная работа учителей различных предметов, систематическая работа по развитию функциональной грамотности на уроках геометрии.

Анализируя литературу по проблеме исследования и результаты анкетирования учителей математики Липецкой области, можно утверждать, что существуют следующие проблемы формирования функциональной грамотности на уроках геометрии:

- 1) не уделяется должного внимания формированию функциональной грамотности на уроках геометрии;
- 2) недостаточно определенных работ, рассматривающих содержательные компоненты функциональной грамотности и их связь с обучением деятельности по решению геометрических задач;
- 3) недостаточно рецензируемых качественных методических материалов для включения заданий по формированию функциональной грамотности в уроки геометрии;
- 4) не описаны методы, приемы формирования функциональной грамотности на уроках геометрии и формы организации уроков геометрии, включающие задания по формированию функциональной грамотности;
- 5) формирование функциональной грамотности на уроках геометрии происходит спонтанно.

Выявлена необходимость методической поддержки учителей математики через включение заданий на формирование функциональной грамотности в учебники геометрии, дидактические материалы к учебникам или создание качественного структурированного банка с заданиями для формирования функциональной грамотности на уроках геометрии, стимулирующих активную познавательную деятельность ученика.

Необходима дальнейшая работа по разработке и апробации методических материалов, корректирующих и уточняющих методику работы учителя на этапах анализа условия и поиска решения геометрических задач как основы формирования функциональной грамотности в обучении геометрии. Тогда, развивая функциональную грамотность, мы получим и некоторое улучшение качества решения содержательных геометрических задач.

Список литературы

Аналитическая справка о результатах исследования педагогических затруднений дидактического и методического характера в области развития функциональной и иных видов грамотности школьников [Электронный ресурс]: URL: <https://iom48.ru/wp-content/uploads/2022/06/analiticheskaya-spravka-ob-issledovanii-pedagogicheskikh->

zatrudnenij-didakticheskogo-i-metodicheskogo-haraktera-v-oblasti-razvitiya-funkczionalnoj-i-inyh-vidov-gramotnosti-shkolnikov.pdf

Гусев В. А. Как помочь ученику полюбить математику? М.: Авангард, 1994.

Денищева Л.О. Математическое моделирование – важнейший этап формирования математической грамотности в условиях запросов современного общества // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2021. № 4 (58). С. 60–83.

Денищева Л.О., Савинцева Н.В., Сафьянов И.С., Ушаков А.В., Чугунов В.А., Семеняченко Ю.А. Особенности формирования и оценки математической грамотности школьников // Наука для образования сегодня. 2021. Т.11. № 4. С. 113–135.

Дорофеев А. В., Одинокоева О. В. Формирование функциональной грамотности школьников на уроках математики // Вестник Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы. 2022. № 1–3(62). С. 181–186.

Ковалева Г.И., Слета Ю.О. Анализ условия задач – основа формирования математической грамотности // Вестник Государственного гуманитарно-технологического университета. 2022. № 2. С. 34–40.

Методический анализ результатов ЕГЭ по предмету «Математика профильная» [Электронный ресурс]. URL: <http://cmoko48.lipetsk.ru/gia/data/2023/gia-11/EGE2023 MATH P.pdf>

Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. М.: Баласс, 2003.

Папышев А.А. Теоретико-методологические основы обучения учащихся решению математических задач в контексте деятельностного подхода: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 2012.

Перминова Л.М. Функциональная грамотность учащихся. Современный урок. М.: Департамент образования города Москвы; Московский институт открытого образования, 2009.

Рослова Л.О., Карамова И.И. О готовности учителей к формированию функциональной математической грамотности школьников // Профильная школа. 2020. Т.8. № 4. С. 14–26.

Рослова Л. О., Краснянская К. А., Квитко Е. С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т.1, 4 (61). С. 58–79.

Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике. М.: URSS, 2021.

Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / [Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова и др.]; под ред. Н. Ф. Виноградовой. М.: Российский учебник: Вентана-Граф, 2018.

PISA 2018. Draft Analytical Framework [Электронный ресурс]. URL: <https://www.oecd.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework-b25efab8-en.htm> (дата обращения: 10.11.2023).

PISA 2022. Mathematics framework. [Электронный ресурс]. URL: <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html> (дата обращения: 10.11.2023).

ON THE ISSUE OF METHODOLOGICAL PREPARATION OF TEACHERS FOR THE FORMATION OF FUNCTIONAL LITERACY IN GEOMETRY LESSONS

Ovchinnikova E. E.
Cand. Sci. (Pedagogy)
eeov@mail.ru
Lipetsk

Lipetsk State Pedagogical P. Semenov-Tyan-Shansky University

Abstract. The article is devoted to the problem of the formation of functional literacy in the context of learning to solve geometric problems. Students can solve problems in connection with

the studied method or topic when they understand what idea should be implemented. To look for a way to solve a problem when the idea of a solution arises from the analysis of the condition and conclusion after understanding and evaluating the entire structure, all the connections between the figures, the relations that exist in the condition of the problem or follow from these facts is a big problem. We believe that the developed functional literacy of a student affects not only the possibility of his orientation in life situations in the present and future, but also positively affects the quality of solving geometric problems. The conducted research is described in order to clarify the existing theoretical and methodological problems on the formation of functional literacy in geometry lessons through their confirmation in the real practice of mathematics teachers of the Lipetsk region. The following aspects are reflected: familiarity of teachers with the concept of functional literacy; the use of tasks for its formation in geometry lessons; the presence of problems that hinder the process of forming functional literacy in geometry lessons; analysis of the relationship between the components of actions to solve geometric problems and functional literacy. It is revealed that teachers have a common understanding of what kind of tasks aimed at the formation of functional literacy can be used in geometry lessons, but they need methodological support. We believe that further work is needed to develop and test methodological materials that correct and clarify the methodology of the teacher's work at the stages of analyzing conditions and finding solutions to geometric problems as the basis for the formation of functional literacy in geometry teaching.

Keywords: functional literacy, geometric problems, studying the experience of mathematics teachers.

References

- Analiticheskaya spravka o rezul'tatakh issledovaniya pedagogicheskikh zatrudneniy didakticheskogo i metodicheskogo kharaktera v oblasti razvitiya funktsional'noy i inykh vidov gramotnosti shkol'nikov. URL: <https://iom48.ru/wp-content/uploads/2022/06/analiticheskaya-spravka-ob-issledovanii-pedagogicheskikh-zatrudneniy-didakticheskogo-i-metodicheskogo-haraktera-v-oblasti-razvitiya-funkczionalnoj-i-inyh-vidov-gramotnosti-shkolnikov.pdf>. (In Russ)
- Denishcheva, L. O., Savintseva, N. V., Safuanov, I. S., Ushakov, A. V., Chugunov, V. A., Semenyachenko, Yu. A. (2021). Peculiarities of formation and assessment of schoolchildren's mathematical literacy. *Science for Education Today*, 11(4), 113-135. (In Russ., abstract in Eng.)
- Denishcheva, L. O. (2021). Mathematical modeling is the most important stage in the formation of mathematical literacy in the conditions of the demands of modern society. *Vestnik of the Moscow City Pedagogical University. Series: Computer science and informatization of education*, 4(58), 60-83. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dorofeev, A. V., Odinokova, O. V. (2022). Formirovanie funktsional'noy gramotnosti shkol'nikov na urokakh matematiki. *Vestnik Bashkirskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. M. Akmully*, 1-3(62), 181-186. (In Russ)
- Gusev, V. A. (1994) *Kak pomoch' ucheniku polyubit' matematiku?* Moscow: Avangard. (In Russ).
- Kovaleva, G. I., Sleta, Y. O. The analysis of the problem conditions is the basis for the formation of mathematical literacy. *Vestnik of State University of Humanities and Technology*, 2, 34-40. (In Russ., abstract in Eng.)
- Leontiev, A. A. (2003). *Pedagogika zdravogo smysla*. Moscow: Balans. (In Russ).
- Metodicheskii analiz rezul'tatov EGE po predmetu «Matematika profil'naya». URL: http://cmoko48.lipetsk.ru/gia/data/2023/gia-11/EGE2023_MATH_P.pdf. (accessed: 10.11.23). (In Russ.)

- Papyshev, A. A. (2012). *Teoretiko-metodologicheskie osnovy obucheniya uchashchikhsya resheniyu matematicheskikh zadach v kontekste deyatel'nostnogo podkhoda*. [Doctor Thesis] Moscow. (In Russ.)
- Perminova, L. M. (2009). *Funktsional'naya gramotnost' uchashchikhsya. Sovremennyy urok*. Moscow: Departament obrazovaniya goroda Moskvyy; Moskovskiy institut otkrytogo obrazovaniya. (In Russ.)
- PISA 2018. Draft Analytical Framework. URL: <https://www.oecd.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework-b25efab8-en.htm>
- PISA 2022. Mathematics framework. URL: <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html> (accessed: 10.11.23).
- Roslova, L. O., Karamova, I. I. (2020). On the readiness of teachers for the formation of functional mathematical literacy of schoolchildren. *Profile school*, 8(4), 14-26. (In Russ., abstract in Eng.)
- Roslova, L. O., Krasnianskaya, K. A., Kvitko, E. S. (2019). Conceptual foundations of the formation and evaluation of mathematical literacy. *Domestic and foreign pedagogy*, 1(4), 58-79. (In Russ., abstract in Eng.)
- Fridman, L. M. (2021). *Teoreticheskie osnovy metodiki obucheniya matematike*. Moscow: URSS. (In Russ.)
- Funktsional'naya gramotnost' mladshogo shkol'nika: kniga dlya uchitelya*. Pod red. N. F. Vinogradovoy. Moscow: Rossiyskiy uchebnik: Ventana-Graf. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 14.11.2023

Принята к публикации 14.12.2023

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-20-28

УДК
372.851

**МЕТОД ИСТОРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ В
МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ**

Шабанова Мария Валерьевна
д.п.н., профессор
shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
г. Архангельск

Северный Арктический федеральный
университет им. М.В. Ломоносова

Булатова Элеонора Сергеевна
магистрант
elyatufanova@yandex.ru
г. Архангельск

Северный Арктический федеральный
университет им. М.В. Ломоносова

Аннотация. Данные истории как науки, включенные в содержание школьных учебников математики, долгое время рассматривались как вспомогательный материал, повышающий познавательный интерес обучающихся. Новой редакцией ФГОС ООО перед математическим образованием поставлена принципиально новая задача – формирование системы знаний обучающихся об истории научных открытий в математике и вкладе в её развитие отдельных ученых. Эти изменения не только повышают требования к содержанию историко-научных данных, включаемых в учебники, но и ставят проблему пересмотра методической системы в целом. Данная статья рассматривает вопрос о внедрении метода исторической реконструкции в процесс обучения математике в общеобразовательной школе. Этот метод позволяет эффективно воссоздавать картину прошлого, используя фрагменты информации о предшествующих и сопутствующих событиях, найденных в исторических источниках. Он также знаком обучающимся по внеучебной деятельности. Авторами раскрыты сущность и возможности этого метода как метода обучения математике, позволяющего включать обучающихся в активную познавательную деятельность, связанную с воссозданием картин научных открытий с опорой на архивные материалы. Применение метода представлено на примере реконструкции рождения у Л. Эйлера педагогической идеи использования круговых диаграмм для раскрытия логической структуры сложных высказываний. Приведенный пример показывает, что применение метода исторической реконструкции позволяет не только познакомить обучающихся с трудами и биографией великого ученого, но и глубже понять назначение и суть предложенных им идей.

Ключевые слова: обучение математике, основное общее образование, история математики, метод исторической реконструкции, диаграммы Эйлера.

Введение

Сведения, относящиеся к истории математической науки, являются традиционным элементом содержания школьных учебников математики. К ним относятся преимущественно:

- краткие исторические справки, сопровождающие изложение основного материала и содержащие информацию об ученых, с именами которых он связан: их портрет,

краткие биографические сведения, описание их вклада в развитие математической науки;

- параграфы учебников, посвященные вопросам истории развития тех или иных разделов математики как изучаемых, так и содержательно связанных с ними, но выходящих за границы школьной программы.

В образовательной практике эти сведения используются учителями по-разному. Одни оставляют их для самостоятельного изучения обучающимся, другие включают в содержание урока, третьи используют исторические данные для создания кодированных упражнений, четвертые предлагают обучающимся поработать с дополнительными источниками историко-научных данных и подготовить выступление или реферат. Способов использования исторических сведений множество. Долгое время их выбор был в достаточной мере произвольным, так как в методической системе обучения математике исторические сведения рассматривались как вспомогательные, а не контролируемые элементы содержания обучения.

Все изменилось с переходом на использование новой редакции ФГОС ООО (утв. Приказом Министерства просвещения России от 18.05.2023 N 370). К результатам изучения истории математики в школе теперь предъявляется следующее требование: формирование «умений описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки; приводить примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории».

Необходимость модернизации компонентов методической системы обучения математике и пересмотр содержания историко-научных данных, включаемых в школьные учебники, регламентирует постановка новой образовательной задачи.

Обзор литературы

Как известно, система методов предметного обучения формируется из общепедагогических методов, а также из методов изучаемой науки (Подходова, 2020; Суховиенко, 2010). Это задает два направления поиска методов, использование которых при обучении математике позволит сформировать у обучающихся требуемые ФГОС ООО умения. В данной статье мы остановимся на возможностях, предоставляемых методами историко-научных исследований. К ним относят:

- нарративный (описательно-последовательный) метод – последовательное изложение исторических фактов, выстраиваемое согласно логике самих событий. Цепь событий интерпретируется, исходя из установленных фактов о существовании между ними причинно-следственных связей;

- историко-генетический (ретроспективный) метод – рассмотрение явления в его развитии: зарождение, становление и отмирание с выделением тех процессов и событий, что наиболее релевантны для поставленной задачи (Гринин, 2013);

- «метод исторической реконструкции событий – интегральный метод, направленный на целостное воссоздание картины прошлого по его фрагментам, сохранившимся в исторических источниках и результатах предшествующих исторических событий» (Ларина, 1984);

- метод сравнительного анализа – один из способов исследования исторических событий, с помощью которого мы можем сопоставить факты и выявить общие и особенные черты между двумя или более событиями. Этот метод позволяет нам понять различные этапы развития одного и того же явления или двух разных явлений, существующих одновременно.

Еще одним методом, который можно использовать для изучения исторических процессов, является метод исторической периодизации. Он заключается в разделении исторического процесса на временные отрезки, которые отражают качественные состояния изучаемого явления. Такое деление позволяет нам лучше понять изменения, происходящие в течение определенного периода времени.

Из представленного перечня, на наш взгляд, наиболее перспективным для внедрения в методическую систему обучения математике является метод исторической реконструкции, так как он известен обучающимся по внеучебной деятельности.

Например, участие в мероприятиях, посвященных исторической реконструкции тех или иных памятных событий, которые проводятся на уровне муниципалитета («Битва за Кавказ»), региона (Военно-историческая реконструкция «Битва за Елец», Фестиваль исторической реконструкции «Стрелец»), или страны (Военно-исторические фестивали «Времена и эпохи», «Бородинское поле», «День победы»); членство в сообществах реконструкторов, таких как Общероссийское общественное движение «Клубы Исторической Реконструкции России»¹, Клуб «Цербер»², Клуб военно-исторической реконструкции «Доброволец»³ и т.п.

Сущность метода исторической реконструкции как метода обучения математике в высшей школе раскрыта в работах А.З. Салахова (Салахов, 2010). В своей статье автор указывает на широкие возможности метода исторической реконструкции в понимании не только содержания, но и природы математического знания.

А.З. Салахов отмечает, что данный метод как метод обучения состоит из нескольких уровней вовлеченности обучающихся в процесс воссоздания обстоятельств, приведших ученых к научному открытию: «...преподаватель может включать их в следующие виды деятельности:

- поиск студентами историко-научных данных, подтверждающих правильность представленных преподавателем исторических событий или их последовательности;
- обнаружение студентами неполноты представляемых преподавателем в ходе исторического экскурса историко-научных данных и постановка перед ними задания на восполнение этих пробелов в ходе исторической реконструкции;
- выполнение студентами заданий на реконструкцию исторических событий и их последовательности по представленным преподавателям данным;
- выполнение студентами заданий на реконструкцию исторических событий и их последовательности с самостоятельным подбором опорных историко-научных данных...» (Салахов, 2010, с. 151). Мету вовлеченности обучающихся при использовании данного метода он рекомендует определять исходя из имеющегося учебного времени, доступных историко-научных данных.

Полученные данные позволяют нам выдвинуть гипотезу о возможности включения в систему метода обучения математике в общеобразовательной школе метода исторической реконструкции как метода, являющегося отражением метода научного познания в области истории как науки.

В качестве метода обучения математике метод исторической реконструкции предполагает, что учитель и ученики выполняют совместную работу, чтобы воссоздать и понять логику рассуждений ученого или дискуссий ученых, которые привели к научному открытию. Опорой для их размышлений служат историко-научные данные, которые привели к научному открытию и способствовали представлению его в современной форме.

Результаты

Для подтверждения возможности практической реализации предлагаемого нами метода приведем пример его использования при изучении темы «Множество» (8 класс, курс «Вероятность и статистика»). В содержание данной темы включено изучение диаграмм Эйлера. Это хороший повод не только познакомить обучающихся с биографией учёного, его вкладом в развитие математики, физики и даже математического образования в России, но и раскрыть им обстоятельства, которые привели к рождению Леонардом Эйлером идеи наглядного представления отношения множеств в виде круговых диаграмм сначала в качестве

¹ <https://dobro.ru/organizations/10016575/info>

² <https://na-rusi.ru/>

³ <http://sdkromancevo.ru/dobrovolec/>

педагогического приёма, а затем в качестве научного метода, способствовавшего развитию теории множеств.

По данным специалистов в области истории науки, эта идея могла возникнуть у Л. Эйлера в 1738 году во время преподавания логики в Санкт-Петербургском университете. В своих выводах они опираются на записные книжки Л. Эйлера, которые рассматриваются учеными как хронологические записи, отражающие процесс его научной и педагогической работы (Кобзарь, 2005). Содержание одной из таких книжек, которая предположительно относится к этому периоду, содержит записи о логических тезисах с использованием кругов (рис. 1).

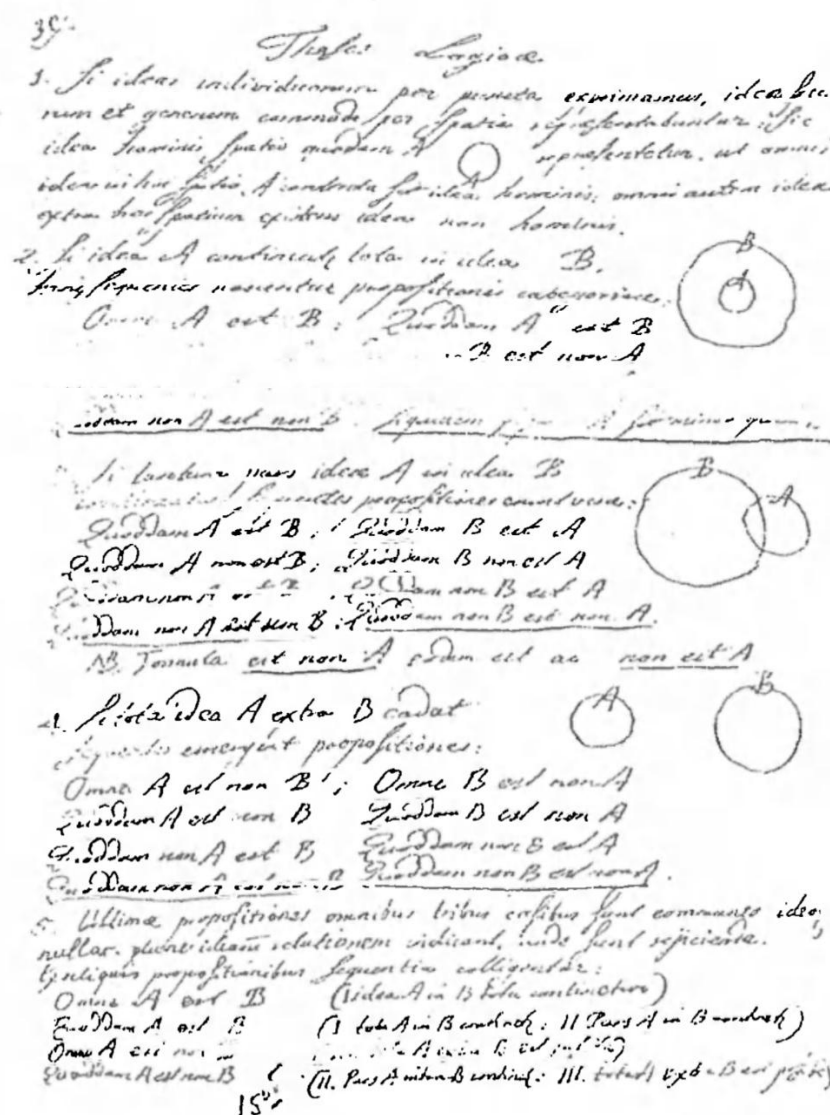


Рис. 1. Записи Л.Эйлера о логических тезисах. Латинский текст из записной книжки «F» (Архив ПАН. 136. Оп.1 Д.134. Л. 15 об.)

Позднее эта идея была использована Леонардом Эйлером для иллюстрации своих идей в области логики. В 1774 году в публикацию вышла книга «Письма», в которой представлено подробное описание кругов Эйлера. Именно она поспособствовала их популяризации. Сегодня данное издание переведено на множество языков и многократно переиздано (следует заметить, что вопрос о том, является ли данная идея собственной идеей Эйлера или он лишь нашел ей подходящее применение, остается открытым).

«Письма» были написаны Л. Эйлером в период преподавания основ наук племянникам прусского короля Фридриха II, дочерями его брата Генриха Бранденбург-Шведского, с

которым он был дружен. Их звали Фредерика Шарлотта Людовика Луиза (1745-1808) и Луиза Генриетта Вильгельмина (1750-1811).

Анализу логических конструкций суждений посвящено его 102 письмо. Эйлер использует в нем круговые диаграммы для раскрытия смысла следующих логических конструкций: «Все А есть В», «Ни одно А не есть В», «Некоторые А есть В», «Некоторые А не есть В».

В связи со сходством педагогических задач, решаемых Л. Эйлером в те времена, и на уроках математики, посвященных изучению наследия Эйлера, мы предлагаем использовать метод исторической реконструкции для вовлечения обучающихся в деятельность осмысления переписки Эйлера с немецкими принцессами, для того чтобы сформировать умения работы с архивными материалами, касающимися истории математики.

Работу с фрагментами 102 письма Эйлера на уроке мы предлагаем осуществить в форме сценарного чтения будущего спектакля, прерываемого разъяснениями учителя, выступающего в роли сценариста по поводу прочитанного. В основу сценария нами положены выдержки из письма Эйлера, дополненные вымышленными ответами его учениц для моделирования ситуации, связанной с образовательной перепиской.

Мизансцена 1. Эйлер сидит в пустой лекционной аудитории Петербургской академии за столом преподавателя. Сзади расположена доска. Перед ним лежат перо, лист бумаги и конверт.

Эйлер (пишет, проговаривая вслух, кладет написанное в конверт и передает посыльному): «...общие понятия, образуемые посредством абстрагирования, являются основой всех наших суждений и умозаключений. Суждение есть не что иное, как утверждение или отрицание применимости данного понятия. Суждение, выраженное словами, есть то, что называют предложением...».

Мизансцена 2. Двор прусского короля Фридриха II. Комната для занятий. В ней за столом сидят племянницы короля Фредерика Шарлотта Людовика Луиза (Принцесса 1) и Луиза Генриетта Вильгельмина (Принцесса 2), рядом доска на трехногой подставке и мел. Входит посыльный с письмом Леонарда Эйлера.

Принцесса I (получает письмо от посыльного, вскрывает конверт с письмом Эйлера, читает его и говорит): «Кажется, я поняла! Слово «человек» общее, так как я его могу применить как к придворному, так и простолюдину».

Принцесса II: «Ничего ты не поняла. Общее понятие не «человек», а «люди». Какое же это общее понятие, если человек только один?».

Режиссер (учитель останавливает чтение и обращается к классу): «Как вы думаете, кто из принцесс прав?» (Организует беседу, направленную на актуализацию знаний о множествах и элементах множества).

Мизансцена 1.

Эйлер (пишет, проговаривая вслух, кладет написанное в другой конверт и передает посыльному): «Так, например, в предложении «Все люди — смертны» входят два понятия: первое о человеке вообще и второе — о смертности, включающее в себя все то, что смертно. Поскольку это суждение выражено словами, оно является предложением, причем предложением утвердительным, ибо в нем нечто утверждается. Если бы оно отрицало, это было бы отрицательное предложение, как например: «Ни один человек не справедлив. Оба утверждения, которые служат мне примерами будут также общими, ибо первое утверждает, что все люди смертны, а другое отрицает, что кто-либо из людей справедлив...» (Эйлер, 1768-1774).

Мизансцена 2.

Принцесса II (получает письмо от посыльного, читает и говорит): «Вот видишь, я была права. Он использует понятие «люди» в утверждении «Все люди — смертны».

Принцесса I (выхватывает письмо у сестры, читает и говорит): «Тогда и я права тоже. Ведь в утверждении «ни один человек не справедлив» он использует понятие «человек».

Режиссер (Учитель): «Можно ли сохранить смысл обоих утверждений, но сформулировать их так, чтобы в первом использовать слово «человек», а во втором — «люди»?» (Учи-

тель выслушивает предложения: «Всякий человек смертен», «Каждый человек смертен», «Не существует справедливых людей», «Все люди не справедливы» и т.п.; организует обсуждение, позволяющее выделить понятия, о которых идет речь, охарактеризовать предложения как общие, разделить их на утвердительные и отрицательные).

Мизансцена 1.

Эйлер (пишет, кладет написанное в конверт и передает посыльному): «Имеются также частные предложения как утвердительные, так и отрицательные, например, «Некоторые люди – музыканты» и «Некоторые люди неблагоразумны». Здесь то, что утверждается и отрицается, относится не ко всем людям, а только к некоторым из них. Отсюда выводится четыре рода предложений: первый род составляют предложения утвердительные и общие, имеющие следующую общую форму «Всякое А есть В». Второй род содержит предложения отрицательные и общие; их общая форма будет: «Ни одно А не есть В». К третьему роду относятся предложения утвердительные, но частные, следующего типа: «Некоторые А есть В». И наконец, четвертый род составляют предложения отрицательные и частные, как-то: «Некоторые А не есть В» (Эйлер, 1768-1774).

Мизансцена 2.

Принцесса I (получает письмо от посыльного, читает и говорит грустно): «Ох, что-то я запуталась: общие, частные, утвердительные отрицательные. Да еще как-то по парам».

Принцесса II (подходит к доске и решительно говорит): «А давай таблицу составим (рисует на доске):

	Утвердительные	Отрицательные
Общие		
Частные		

Попробуй теперь. Может, понятнее станет».

Принцесса I (вписывает схемы предложений в таблицу, читая их вслух):

	Утвердительные	Отрицательные
Общие	«Все А есть В»	«Ни одно А не есть В»
Частные	«Некоторые А есть В»	«Некоторые А не есть В»

«Все равно не очень понятно, я ведь могу и другие утверждения придумать. Например, «Некоторые А есть не В» или «Ни одно А не есть не В». Куда их отнести?

Режиссер (Учитель): Как вы думаете, укладываются ли утверждения принцессы в схему, предложенную Эйлером, или перечень логических схем утверждений нужно продолжить? (Собирает предлагаемые учащимися новые схемы, не критикуя, выслушивает предложения по продолжению таблицы).

Мизансцена 1.

Эйлер (пишет, проговаривая вслух, кладет в конверт и передает посыльному): «Все эти предложения включают в себя два понятия А и В, которые называются терминами предложения: первое понятие, относительно которого нечто утверждается или отрицается, называется подлежащим, а второе понятие, где говорится о чем-то, присущем или не присущем первому, называется сказуемым (предикатом)». Так, в предложении: «Все люди смертны – слово «человек» или «люди» - подлежащее, а слово «смертны» - сказуемое» (Эйлер, 1768-1774).

Мизансцена 2.

Принцесса I (получает письмо от посыльного, читает его, подходит к доске, берет цветной мел и восторженно говорит): «Ага, значит в нашей таблице А – подлежащее, а В – сказуемое. Ну-ка, попробуем (пишет предложение, подчеркивает слова и говорит): «Некоторые люди – музыканты» (люди – подлежащее, музыканты – сказуемое). «Ни один человек не справедлив» (человек - подлежащее, справедлив - сказуемое)».

Принцесса II (говорит с сомнением): «Что-то не так! Во-первых, нас учили, что сказуемое – это глагол, а у нас – существительное. А во-вторых, не может быть сказуемым «справедлив», если мы утверждаем, что «не справедлив».

Режиссер (Учитель): «Как вы считаете, справедливо ли замечание второй принцессы?» (организует дискуссию, итогом которой является раскрытие смысла, в котором Л.Эйлер использовал в письме термины «подлежащее» и «сказуемое»).

Мизансцена 1. В аудитории сидят студенты. Леонард Эйлер плохо видит. Он читает лекцию по логике и вместо записей сопровождает изложение изображениями на доске, записи ведет студент, который затем складывает записанное в конверт, передает посыльному.

Эйлер (стоит у доски и говорит): «Чтобы зрительно представить особенности этих четырех родов предложений, можно изобразить их в виде фигур. Этот чудесный способ позволяет наглядно доказать правильность умозаключения. Поскольку в общее понятие входит бесконечное число индивидуальных объектов, можно рассматривать его как некое пространство или круг, внутри которого находятся все эти индивиды. Так, для понятия «человек» изображается круг, причем предполагается, что он включает всех людей (рисует круг, обозначает его A). Для понятия «смертный» также описываем круг, внутри которого находится все, что смертно (рисует круг, большего радиуса, чем A , и обозначает его B). Далее, когда я говорю: «Все люди — смертны», это означает, что первая фигура заключена во второй (переносит изображение круга A в круг B).

Мизансцена 2.

Принцессы I и II (принцессы получают письмо от посыльного, вместе читают его, затем вскакивают со своих мест, бегут, отталкивая друг друга к доске, споря по дороге): «Боже, как просто!», «Это так восхитительно!», «Дай, я нарисую», «Нет, я!» (одна из них рисует круг A внутри круга B в таблице под предложением: «Все A есть B », затем обе останавливаются в нерешительности, глядя на остальные предложения).

Режиссер (Учитель): «Помогите нашим принцессам найти положения кругов A и B , соответствующие остальным предложениям». Учитель организует сначала индивидуальную, а затем совместную работу обучающихся по правильному определению взаимного расположения кругов, соответствующих каждому случаю. Результатом этой работы является таблица, представленная на рис. 2.

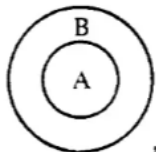
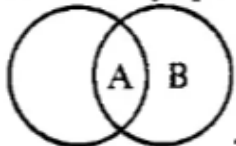
	Утвердительные	Отрицательные
Общие	«Все A есть B » 	«Ни одно A не есть B » 
Частные	«Некоторые A есть B » 	«Некоторые A не есть B » 

Рис. 2. Изображения логической структуры утверждений с помощью кругов, предложенных Леонардом Эйлером (С. 218)

Заключение

Представленный сценарий включения в образовательный процесс деятельности обучающихся по изучению историко-научных данных представляет собой творческую переработку исторических фактов, но в то же время закладывает правильные представления о сопутствующих обстоятельствах, которые привели ученого к идее представления логической

структуры утверждений в виде кругов. Он формирует у обучающихся потребность больше узнать о биографии деятеля науки, познакомиться и с другими его трудами. Введенные в сценарий персонажи принцесс позволяют заострить внимание обучающихся на трудностях понимания текстов Эйлера, создают проблемные ситуации, выходы из которых должны быть найдены в ходе обсуждения.

Список литературы

- Гринин Л.Е., Крадин Н.Н., Коротаев А.В. О методах исторического исследования // Вестник Кигит. 2013. № 6. С. 4-29.
- Кобзарь В.И. Элементарная логика Леонарда Эйлера // Логико-философские штудии: электронное научное периодическое издание. 2005. № 3. С. 130-152.
- Ларина Т.М. Методологические проблемы исторической реконструкции: дис. ... канд. филос. наук. Куйбышев, 1984.
- Подходова Н.С., Снегурова В.И. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 1: учебник для вузов. М: Юрайт, 2020.
- Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» // ГАРАНТ. РУ информационно-правовой портал URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 17.10.23).
- Приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 N 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования» // ГАРАНТ. РУ информационно-правовой портал URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407288976/> (дата обращения: 17.10.23).
- Салахов А.З. Метод исторической реконструкции в системе методов обучения математике студентов вуза // Вестник поморского университета. Серия: гуманитарные и социальные науки. 2010. №6. С. 149-152.
- Сухоиенко Е.А., Самигуллина З.П., Севостьянова С.А., Эрентраут Е.Н. Теория и методика обучения математике: общая методика. Челябинск: Изд-во «Образование», 2010.
- Эйлер Л. Письма о разных физических и философических материях, писанные к некоторой немецкой принцессе. СПб, 1768-1774.

HISTORICAL RECONSTRUCTION METHOD IN THE METHODOLOGICAL SYSTEM OF TEACHING MATHEMATICS IN GENERAL EDUCATION SCHOOLS

Shabanova M. V.
Dr. Sci. (Pedagogy), Professor
shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
Arkhangelsk

Northern (Arctic) Federal University named after
M. V. Lomonosov

Bulatova E. S.
graduate student
elyatufanova@yandex.ru
Arkhangelsk

Northern (Arctic) Federal University named after
M. V. Lomonosov

Abstract. These stories as sciences included in the content of school mathematics textbooks have long been considered as auxiliary material that increases the cognitive interest of students. The new edition of the Federal State Educational Institution LLC has set a fundamentally new task for mathematical education – the formation of a

system of knowledge of students about the history of scientific discoveries in mathematics and the contribution to its development of individual scientists. These changes not only increase the requirements for the content of historical and scientific data included in textbooks, but also raise the problem of revising the methodological system as a whole. This article is devoted to the issue of including in the system of methods of teaching mathematics in a comprehensive school one of the techniques borrowed from the system of methods of conducting historical and scientific research, namely the method of historical reconstruction. This technique is one of the effective methods of recreating the picture of the past from its fragments and fragments of data on previous and related events preserved in historical sources. He is also familiar to those studying extracurricular activities. The authors disclose the essence and possibilities of this method as a method of teaching mathematics, which allows students to be included in active cognitive activity related to the reconstruction of paintings of scientific discoveries based on archival materials. The application of the method is presented on the example of the reconstruction of birth in L. Euler of the pedagogical idea of using pie diagrams to reveal the logical structure of complex statements. The above example shows that the use of the method of historical reconstruction allows not only to acquaint students with the works and biography of the great scientist, but also to understand more deeply the purpose and essence of the ideas proposed by him.

Keywords: teaching mathematics, basic general education, history of mathematics, method of historical reconstruction, Euler diagrams.

References

- Euler, L. (1768-1774). *Pis'ma o raznyh fizicheskikh i filosoficheskikh materiayah, pisannyya k nekotoroj nemeckoj princesse*. St. Petersburg.
- Grinin, L. E., Kradin, N. N., Korotaev, A.V. (2013). O metodah istoricheskogo issledovaniya. *Vestnik Kigit*, 6, 4-29. (In Russ.)
- Kobzar, V. I. (2005). Elementarnaya logika Leonarda Ejlera. *Logiko-filosofskie shtudii: elektronnoe nauchnoe periodicheskoe izdanie*, 3, 130-152. (In Russ)
- Larina, T. M. (1984). *Metodologicheskie problemy istoricheskoy rekonstrukcii* [Candidate Dissertation]. Kuibyshev. (In Russ.)
- Podhodova, N. S., Snegurova, V. I. (2020). *Metodika obucheniya matematike v 2 ch. CHast' 1: uchebnik dlya vuzov*. Moscow: Youright. (In Russ.)
- Order of the Ministry of Education of the Russian Federation of May 31, 2021 No. 287 "On Approval of the Federal State Educational Standard for Basic General Education" GARANT. RU information and legal portal URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (date of appeal: 17.10.23).
- Order of the Ministry of Education of Russia dated 18.05.2023 N 370 "On Approval of the Federal Educational Program of Basic General Education" //GARANT. RU information and legal portal URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407288976/> (date of appeal: 17.10.23).
- Salakhov, A. Z. (2010). The method of historical reconstruction in the system of methods of teaching mathematics to students of the university. *Bulletin of Pomeranian University. Series: Humanities and Social Sciences*, 6, 149-152. (In Russ., abstract in Eng.)
- Sukhovienko, E. A., Samigullina, Z. P., Sevostyanova, S. A., Erentraut, E. N. (2010). *Teoriya i metodika obucheniya matematike: obshchaya metodika*. Chelyabinsk: Publishing House "Education". (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 06.11.2023

Принята к публикации 14.12.2023

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-29-45

УДК
378.14ИНСТРУМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**Бескин Андрей Леонидович**к.т.н., доцент
beskin@mirea.ru
г. МоскваМИРЭА – Российский технологический
университет**Музылев Николай Викторович**к.ф-м.н., доцент
muzylev@mirea.ru
г. МоскваМИРЭА – Российский технологический
университет

Аннотация. Подготовка инженеров в России в настоящее время – одна из главных задач высшей школы. Их острая нехватка ощущается во всех сферах экономики, также изменились требования к компетенциям современного инженера. Происходящая технологическая революция – переход к Индустрии 4.0 – требует новых цифровых компетенций инженера, в том числе, свободного владения инструментами компьютерного моделирования. Этим определяется актуальность данного исследования. В статье излагается методика применения таких инструментов в учебном процессе подготовки студентов и аспирантов инженерных направлений в техническом университете, в том числе, в преподавании дисциплин из учебного плана, в проведении научно-исследовательской работы и в подготовке выпускных работ. В 2020-2023 годах был проведен эксперимент по применению шести инструментов компьютерного моделирования в рамках освоения учебных дисциплин: «Моделирование систем» и «Моделирование программных систем» на втором курсе направления подготовки бакалавров «Программная инженерия», на третьем курсе направления «Математическое моделирование и информатика» в дисциплине «Алгоритмы и теория сложности» и на третьем курсе подготовки аспирантов разных направлений. Эксперимент завершился успешно: процент отличных оценок в разных группах достиг 70-85%, многие проекты моделей были использованы в выпускных работах, аспиранты запланировали включить свои исследования в диссертации. В ходе эксперимента были использованы облачные и дистанционные технологии. Все результаты эксперимента сохранены в облачном архиве и доступны преподавателям и студентам с любого устройства, подключенного к интернету. В перспективе данная методика планируется к использованию в преподавании разных учебных дисциплин, но в большей степени – в курсовых, выпускных работах и диссертациях.

Ключевые слова: профессиональная подготовка, программная инженерия, дискретно-событийная модель, агентное моделирование, модельный эксперимент.

Введение

Опыт преподавания учебных дисциплин по инженерным направлениям позволил авторам прийти к выводу о полезности и даже необходимости использования имитационных моделей для выявления сущности объектов и процессов. Пример изучения операционных систем, параллельных приложений, отказоустойчивых и высокопроизводительных вычислительных систем доказывает этот тезис: проведение реальных экспериментов либо недоступно студентам в принципе, либо затрудняет выявление причинно-следственных связей между входными параметрами и результатами.

Модели дают выявить наиболее существенные свойства и зависимости в системах быстро и точно. Для создания таких моделей требуются подходящие инструменты. Их выбор для применения в конкретной учебной дисциплине важен для достижения целей обучения. Зачастую содержание классической учебной дисциплины по моделированию систем сводится к освоению сложного пакета моделирования и выполнению типовых практических заданий. Предлагается расширить выбор инструментов моделирования быстрыми в освоении и бесплатными программами, специализированными на изучении важных компонентов сложных систем. К примеру, алгоритмов работы планировщиков операционных систем или схем отказоустойчивых программно-аппаратных комплексов.

Легкие в освоении и бесплатные инструменты моделирования могут быть полезны при изучении различных учебных дисциплин в инженерных и IT направлениях подготовки, а также при выполнении курсовых работ, НИР, на практиках, при подготовке выпускных квалификационных работ.

Выбор средств моделирования

В настоящее время доступны десятки инструментов компьютерного моделирования, как универсальные (Matlab-Simulink, Anylogic, GPSS World, Arena, CPNTools/CPN IDE), так и специализированные (Anylogic, Flexsim, iThink, Boson NetSim, AGNES). Основной проблемой их применения в учебном процессе является высокая стоимость лицензий и достаточно долгий период их освоения студентами. Поэтому в учебных дисциплинах продолжительностью один семестр трудно применить более одного из перечисленных пакетов.

Одним из решений данной проблемы стало создание собственных специализированных программ моделирования, не требующих инсталляции и больших ресурсов компьютера, полностью бесплатных. Учитывая направленность подготовки студентов на кафедре – программная инженерия, студенты, участвующие в таких проектах, получают неоценимый практический опыт разработки и внедрения полезных приложений.

За последние 25 лет работы в МИРЭА было инициировано несколько десятков студенческих проектов по созданию подобных инструментов. Часть из них оказалась успешной, и до сих пор применяется в преподавании IT-дисциплин (Бескин, 2023).

Отметим плюсы и минусы применения самописных инструментов в учебном процессе, их конкурентные преимущества:

1. Простота освоения: от 10 минут до 1 часа.
 2. Компактность кода, низкие требования к мощности компьютера, портативность (не требуют инсталляции).
 3. Быстродействие: задания выполняются от нескольких секунд, до нескольких минут (при статистических исследованиях).
 4. Открытый код (некоторые хранятся в GitHub), возможность доработки.
- Недостатки большинства таких проектов (из-за нехватки времени у разработчиков):
1. Нет надежного авторского сопровождения, из-за чего затруднительно устранять остаточные ошибки в коде.
 2. Ограниченный функционал (не введены очевидные полезные функции).
 3. Некачественная программная документация (или ее отсутствие).
 4. Привязка к конкретному программному окружению: обычно требуется Windows,

библиотеки (QT, .Net).

Несмотря на определенные недостатки, следующие самописные программы моделирования (Бескин, 2023) до сих пор успешно применяются в учебном процессе:

1. Симуляторы сетей Петри: QPNet версий 1.2 и 1.3.2.
2. Имитатор планировщиков ОС: VMOS версии 1.8.
3. Эмулятор канальных процессоров мейнфреймов IBM версии NewLoch.
4. Построитель PGVMT временных диаграмм многопоточных планировщиков ОС версии ПГБ4.
5. Генератор хеш-функций и графический анализатор их качества версии OSPGen 2.2.

В рабочие программы таких дисциплин, как «Операционные системы», «Параллельное программирование», «Организация вычислительных процессов», «Высокопроизводительные вычисления» введены задания с использованием нескольких перечисленных программ. Для дисциплин, где главное содержание – собственно моделирование, например, «Моделирование программных систем», применяются все перечисленные самописные программы плюс более мощные пакеты, такие как (Anylogic PLE).

Применение инструментов моделирования

Выбор инструментов компьютерного моделирования зависит от направления подготовки: для будущих программистов и тестировщиков требуются специальные модели, основанные на коде программ (Бескин, 2015), средств их статического анализа (Бескин, 2016). Для проектирования больших и сложных дискретных систем последние года всё чаще используется парадигма мультиагентного моделирования (Weins, 2019). Для моделирования дискретно-непрерывных и крупномасштабных систем применяются три парадигмы имитационного моделирования — дискретно-событийная, системная динамика и агентный подход. В пакете Anylogic реализованы все три подхода, что дает возможность создавать гибридные модели. В учебном процессе в МИРЭА используется студенческая PLE версия пакета (Anylogic PLE).

Универсальные пакеты. На кафедре применялись лицензионные программы Anylogic, GPSS World, True и другие. Из самописных – эмуляторы сетей Петри, позволяющие создавать и исследовать детальные модели систем массового обслуживания ограниченной сложности.

Специализированные пакеты. Разработаны на кафедре МОСИТ (ранее МОВС) Института ИТ РТУ МИРЭА в рамках курсового проектирования и выпускных работ.

Высокоскоростные эмуляторы сетей Петри QPNet. Используются в учебном процессе как простые в освоении инструменты дискретно-событийного моделирования. Не требуют установки, объем 14 Мбайт.

В мировом сообществе наиболее популярна программа моделирования CPNTools, которая в настоящее время трансформировалась в CPN IDE (CPNTools/CPN IDE). Несмотря на большую популярность программы, содержательные примеры и полное руководство труднодоступны. Так же, как пакет Anylogic, CPNTools использует встроенный в ОС Java движок. Поэтому быстроедействие этих систем недостаточно для проведения длительных испытаний с миллиардами событий. Для QPNet, написанном на профессиональном языке программирования с оптимизацией, нет подобных ограничений, возможны испытания с миллиардами событий на обычном офисном компьютере.

В МИРЭА тема сетей Петри и их эмуляторов актуальна с начала 90-х годов. Регулярно появляются научные статьи на эту тему (Кулагин, 2021; Кудж, 2015). Но многолетнее внедрение в учебный процесс получил пакет программ QPNet. Доступны в облаке как программы, так и подробное руководство по их применению с примерами (Бескин, 2023).

Решаемые задачи. Построение моделей, их статистическое исследование, оптимизация ресурсов и алгоритмов обслуживания заявок, определение показателей эффективности. За счет высокого быстрогодействия возможно испытание устойчивости систем к редким и крайне редким нештатным ситуациям.

Построитель временных диаграмм параллельных и многопоточных процессов ПГБ4. Применяется в учебном процессе при изучении управления процессами в операционных

системах, в том числе синхронизация процессов, управление ресурсами, взаимные блокировки. Сразу выдает готовую временную диаграмму или определяет тупиковую ситуацию.

Эмулятор планировщиков операционных систем VMOS. Визуализирует выполнение вычислений и операций обмена данными для нескольких параллельных процессов и каналов ввода-вывода. Имеет встроенный абстрактный язык описания процессов и систем процессов. Позволяет визуализировать тупики в ОС, имеет несколько вариантов настройки систем процессов для устранения тупика.

Эмулятор канальной системы ввода-вывода мейнфреймов NewLoch. Визуализирует процессы обмена данными в каналах и устройствах, потери данных при нехватке времени на обмен. Имеет систему настройки параметров каналов и устройств. Ведет протокол всех действий пользователя и журнал операций ввода-вывода.

Анализатор качества и скорости хеш-функций OSPGEN. Генерирует пять типов стандартных хеш-функций по заданным параметрам, определяет процент коллизий при обработке словарей в диапазоне 10-50000 слов, визуализирует результат в форме графиков или двумерных цветных диаграмм. Имеет встроенный генератор словарей из случайных слов с различными наборами допустимых символов и заданного диапазона длины слов.

Приведенные выше программные средства созданы студентами в ходе выполнения курсовых и выпускных работ. Все эти проекты прошли многолетнюю стадию разработки и модернизации, многие имели до 10 релизов. Апробация выполнялась в рамках различных учебных дисциплин. Необходимые изменения вносились авторами или создавался новый релиз другими разработчиками.

Плюсы и минусы собственных инструментов моделирования приведены выше. Для повышения качества собственных разработок необходима организация творческих коллективов, которые могут вести проект не один семестр в рамках конкретной учебной дисциплины, а несколько лет под руководством опытных преподавателей.

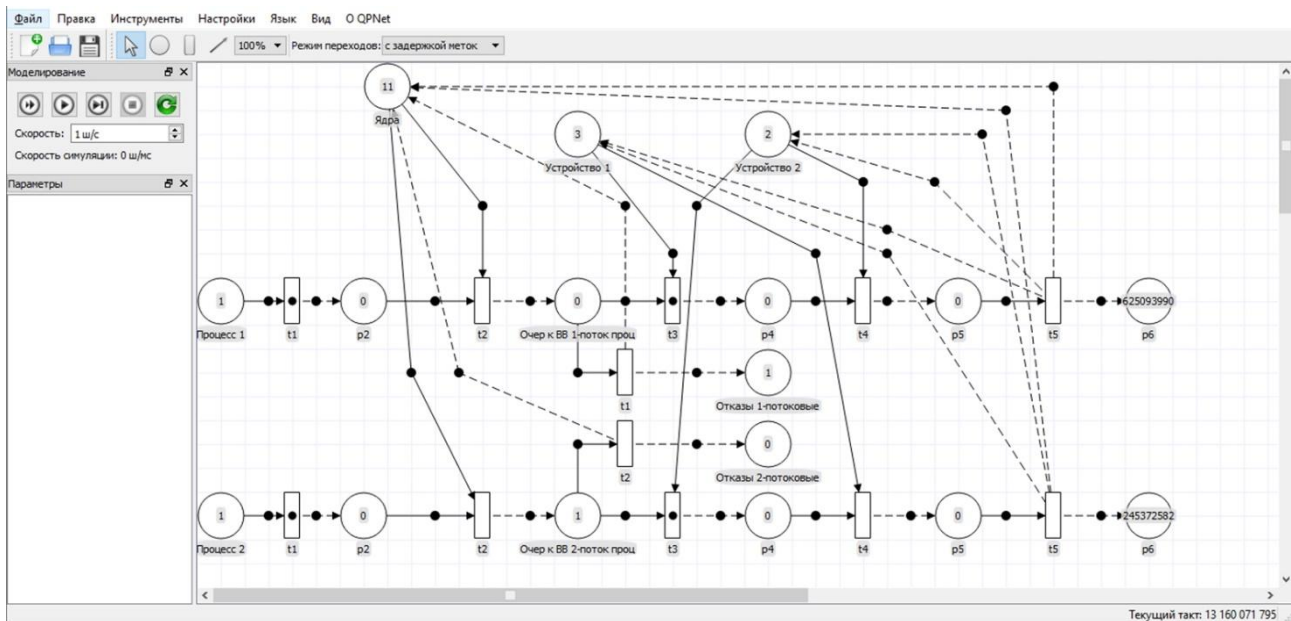


Рис. 1. QPNet 1.3.2: один отказ планировщика ОС на 870 млн процессов

Наиболее интересный проект QPNet прошел стадию развития с 90-х годов до 2014 года. Его эволюция отражена в сетевом ресурсе <https://sourceforge.net/projects/qpnet/>. Некоторые версии не нашли применения в учебном процессе из-за их излишней сложности, другие не были реализованы из-за организационных проблем (проект модульных сетей Петри с параллельными вычислениями на удаленном сервере, языком управления экспериментами и мощной встроенной статистикой).

Примеры.

П1. Планировщик реального времени (рис. 1). Две очереди процессов, 1-поточные и 2-поточные, частота второй заявки ниже в 2,5 раза первой. Ресурсы системы – вычислительные ядра (24), два типа устройств ввода-вывода (по 4 экз.), порядок захвата устройств процессами взаимно-обратный (из-за чего возможны тупики). 2-поточные процессы имеют приоритет при выделении ресурсов. Время моделирования 13 млрд системных тактов. Один отказ (т.е. длина очереди 10 или более) в очереди однопоточных процессов (прошло 625 млн). Нет отказов (длина очереди 6 или более) для 2-поточных (245 млн).

П2. Трехканальная память с мажоритарным клапаном (рис. 2). Основной параметр – частота сбоев в каналах (в примере установлено 50 тыс. тактов или секунд, что достаточно часто для высоконадежных компонентов). 3 варианта общего сбоя памяти: сбой сразу в двух каналах, 1-2, 1-3, и 2-3. Критерий работоспособности памяти – ноль общих сбоев за N лет. Скорость работы модели: около 10 секунд счета на 1 год работы памяти (для офисного компьютера типа Core i3, 4 млн событий в секунду).

Увеличение частоты сбоев в каналах в 5 раз приводит к отказу системы уже на 2-м году работы. Для исходной частоты сбоев в каналах время безотказной работы измеряется многими десятками лет, что не соответствует реальности, т.к. не учтена вероятность отказа каналов.

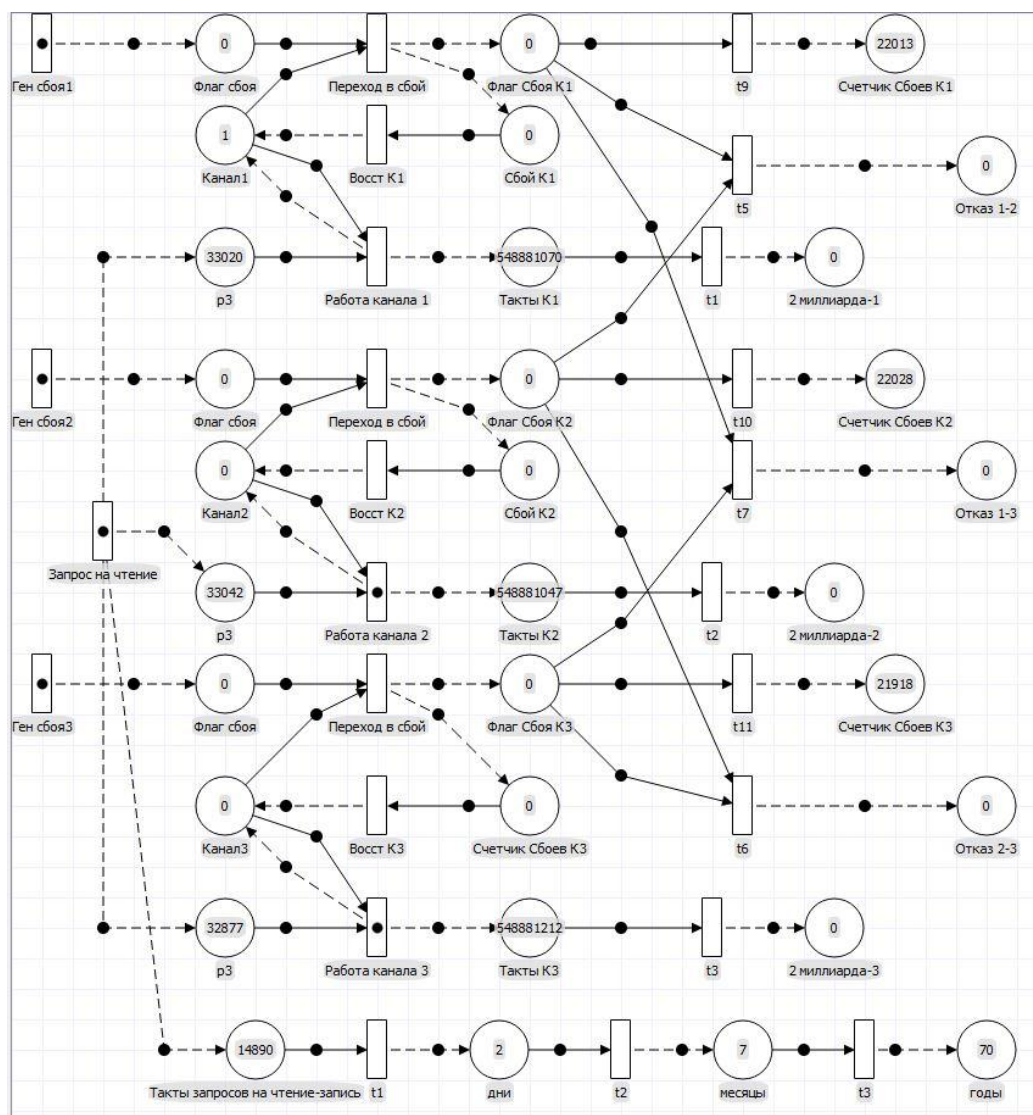


Рис. 2. QPNet 1.3.2: 70 лет безотказной работы 3-канальной памяти

При отказе одного из каналов система становится неработоспособной. Решение этой проблемы будет рассмотрено ниже (5-канальная схема памяти).

Для моделирования отказоустойчивых вычислительных систем обычно разрабатываются проблемно-ориентированные программные средства, опирающиеся на платформу Java, которые неприменимы в других приложениях (Винс, 2016). В примерах П.2 и П.3 показано, что универсальный инструмент QPNet способен решать подобные задачи.

П3. Определение показателей эффективности по заданным критериям. Используется вторая составная часть пакета QPNet, автоматически выполняющая множество прогонов модели с их рестартом по достижению одного из заданных параметров. В качестве примера рассмотрим решение проблемы 3-канальной памяти, связанной с вероятным отказом каналов при длительной работе (рис. 2). Предлагается 5-канальная модель памяти с голосованием 4:1 и 3:2 при сбое в одном и двух каналах. Также вводится вероятность отказа каналов с заданной частотой.

Предложенная структура 5-канальной памяти устойчива к одномоментному сбою в двух разных каналах, а также к отказу 2 каналов из 5 (при этом сохраняется устойчивость к сбою в одном канале). Модель получилась значительно сложнее 3-канальной памяти, но скорость ее работы осталась приемлемой: около 1 млн тактов в секунду или 1 год за 40 секунд.

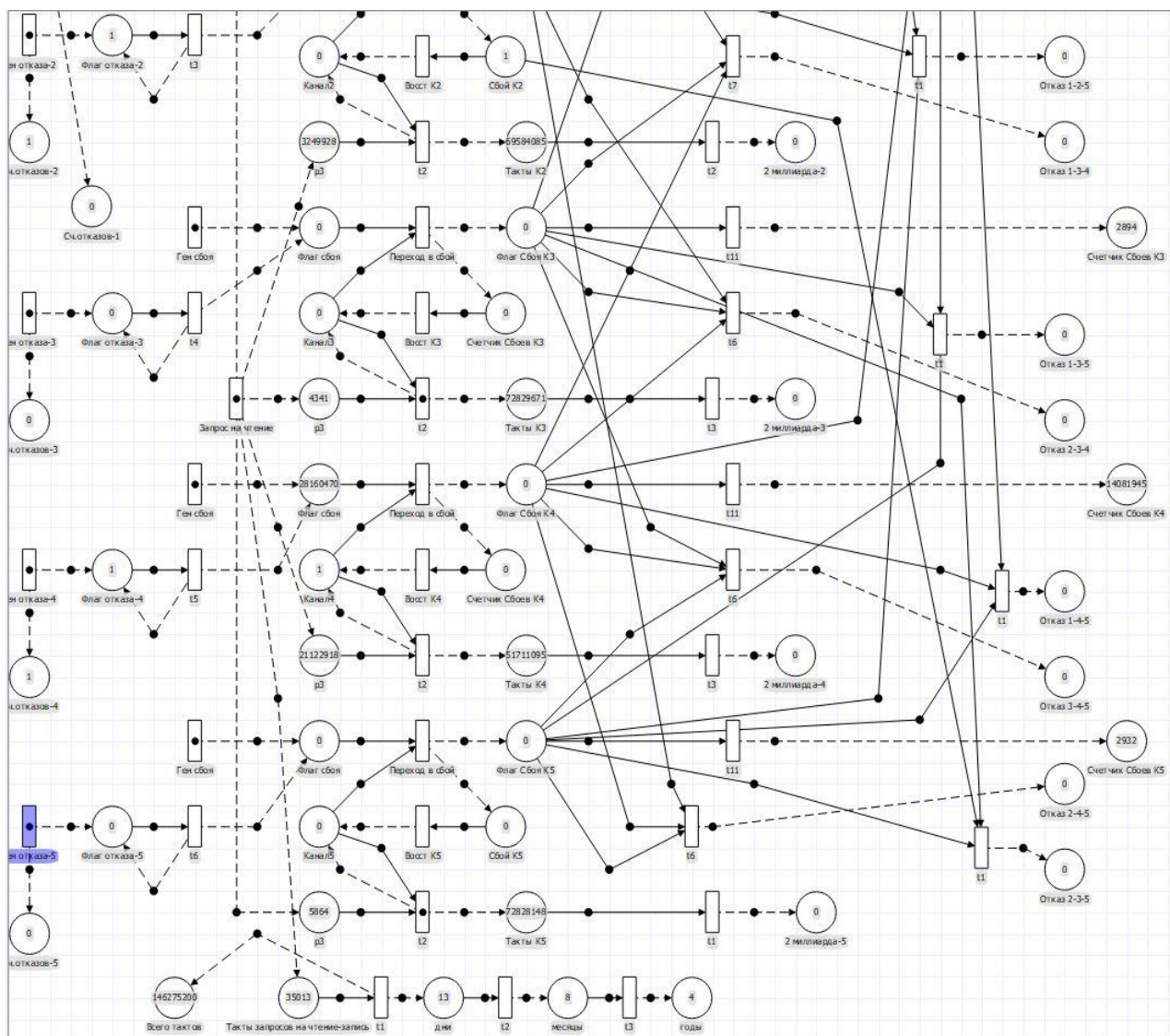


Рис. 3. Модель 5-канальной памяти. Ноль отказов за 4 года 8 месяцев

На рисунке 3 представлена основная часть модели 5-канальной памяти. Отказом считается одновременная ошибка в 3-х каналах (при отказе канала считается, что на его выходе – постоянная ошибка). Всего 10 вариантов отказов (тройные сбои в каналах): 1-2-3, 1-2-4,..., 3-4-5. В данном примере среднее время наработки канала на отказ составляет 150 млн тактов или 4 года 8 месяцев. Частота сбоев в каналах 50 тыс. тактов, это чаще чем один раз в сутки. Увеличение этой частоты в 5 раз практически не влияет на работоспособность системы.

Полученный результат не дает необходимой оценки надежности системы, т.к. не определена вероятность того, что система проработает безотказно не менее N лет с заданной достоверностью. Для получения такой оценки необходимо провести серию экспериментов (от 5 до 10 достаточно), в каждом из которых определяется доля успешных прогонов модели (например, ноль отказов за 5 лет). Вторая часть пакета (QPNet, версия 1.2), выполняет проведение одного эксперимента, если задать критерии успеха (5 лет работы системы) и провала (число отказов системы больше нуля).

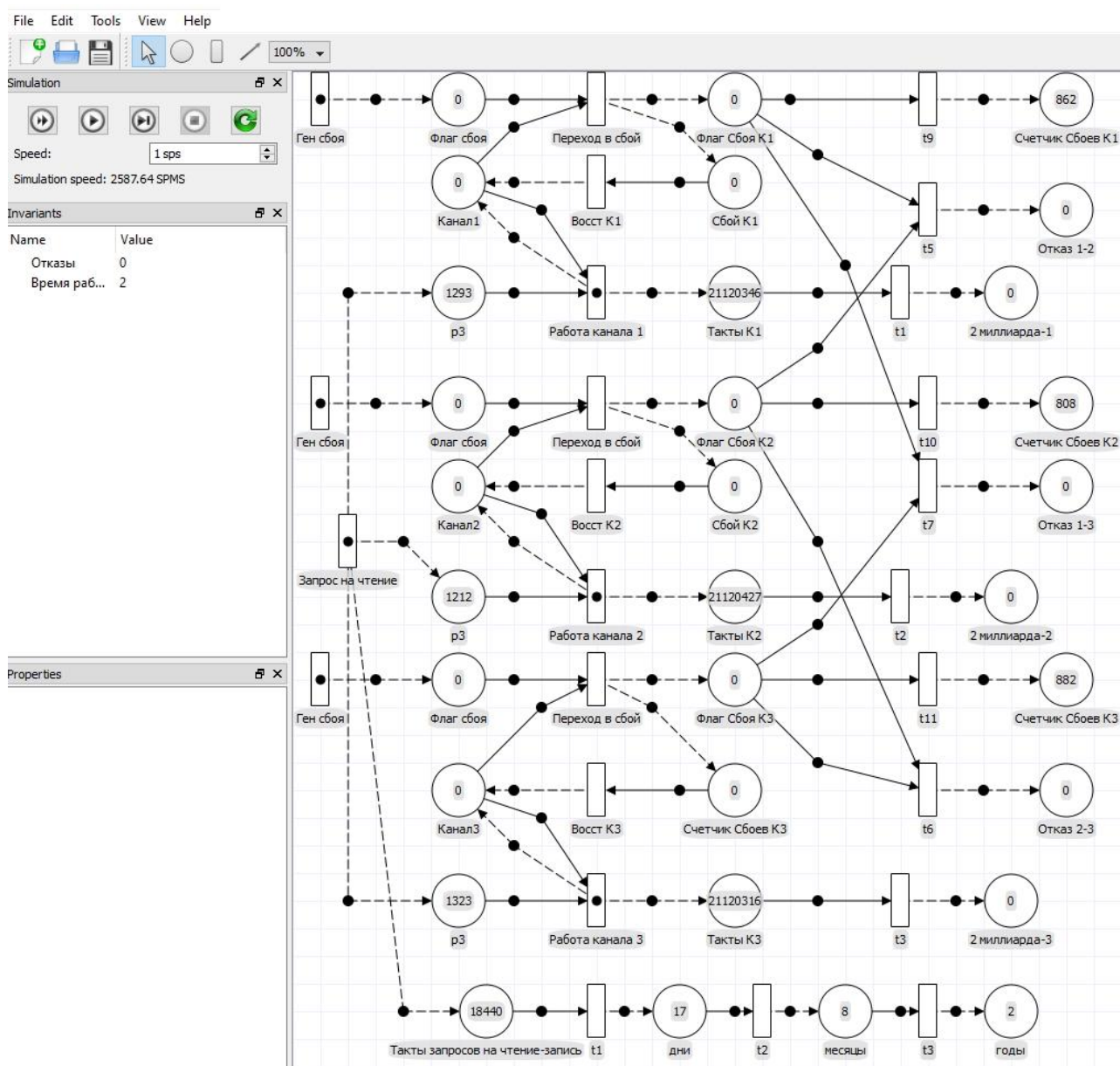


Рис.4. Эксперимент по определению успешности модели по заданным критериям

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

На рисунке 4 приведен пример такого эксперимента для 3-канальной памяти. Вероятность успеха составила более 89%. Для повышения точности оценки (что потребуется для моделирования сверхнадежных систем) необходимо проводить эксперимент намного дольше (ограничение на число прогонов составляет 2^{31}). Количество экспериментов и обработка их результатов будут рассмотрены в разделе «Технология моделирования».

П4. Моделирование параллельных процессов и многопоточных процессов в построителе временных диаграмм типичной операционной системе реального времени ПГБ4. Программа позволяет исследовать такие временные диаграммы и возможные тупиковые ситуации при распределении ресурсов ОС (S1, S2,...). Моделируется также процесс управления каналным вводом-выводом (рис. 5). Процессы описаны на абстрактном языке, в котором различаются только операторы счета, захвата и освобождения ресурсов, запроса канала и ожидания завершения обмена. При фиксации тупика предлагается метод выхода.

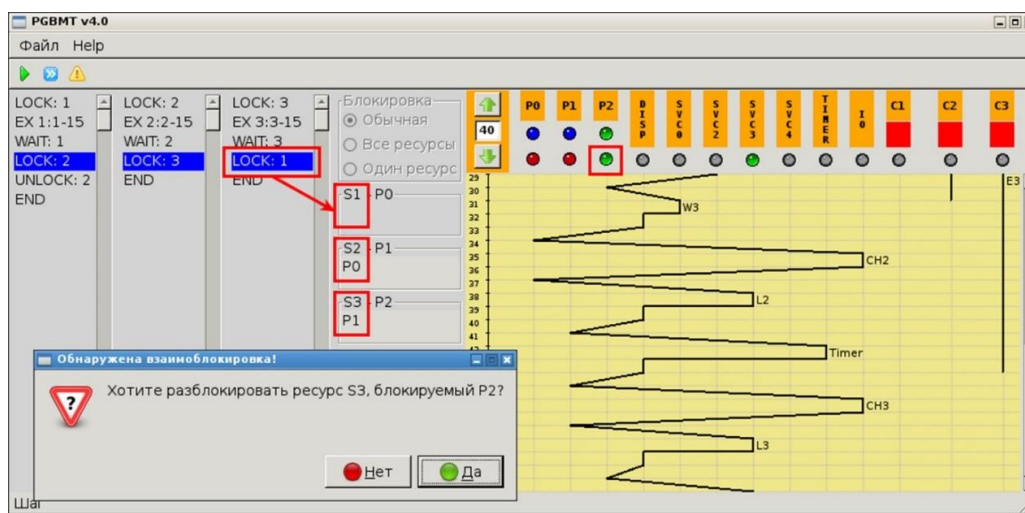


Рис. 5 Временная диаграмма ПГБ4. Ситуация взаимной блокировки процессов

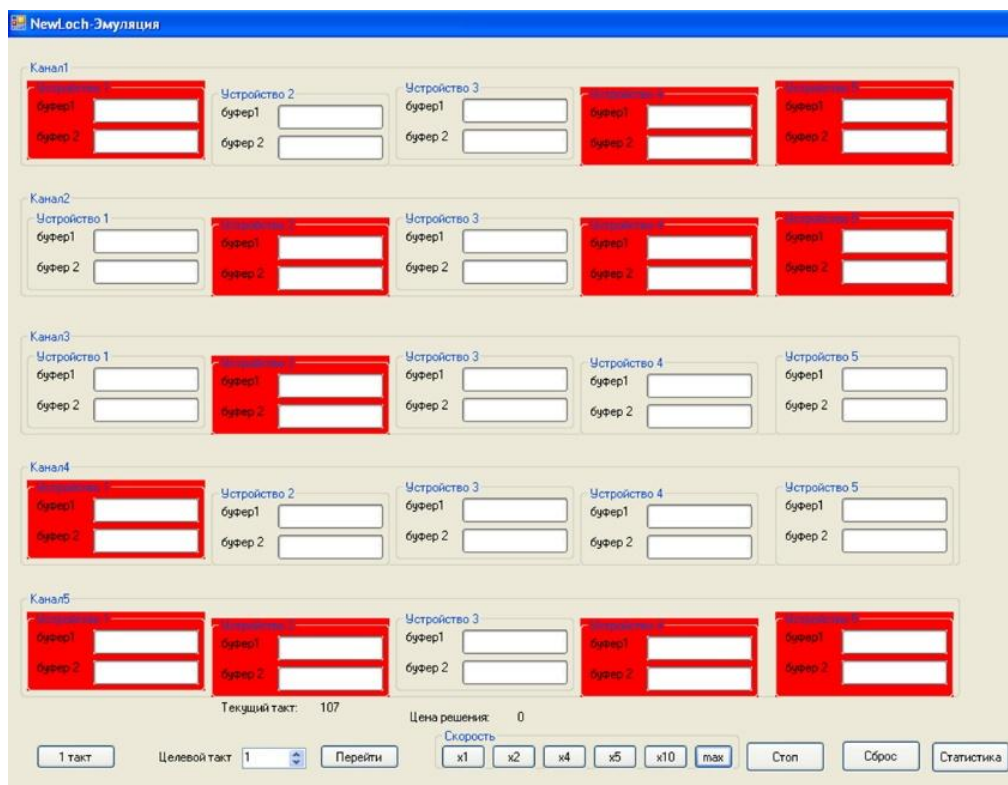


Рис. 6. Симуляция работы каналов и устройств ввода-вывода мейнфрейма

Также можно исследовать влияния частоты работы интервального таймера на временные диаграммы, а также различные режимы управления ресурсами (захват процессом не более одного ресурса, захват процессом сразу всех необходимых ресурсов и динамическое распределение ресурсов по запросам).

П5. Симулятор каналов ввода-вывода мейнфреймов NewLoch (рис. 6). Учитывая труднодоступность реальных компьютеров с канальной системой ввода-вывода, симулятор может дать представление об алгоритмах работы системы, методах настройки параметров на заданную нагрузку. Пользователь программы имеет возможность настройки параметров каналов и устройств ввода-вывода (пропускная способность, задержка, размер буфера).

Также есть возможность выбора типа канала: последовательный (селекторный) или параллельный (мультиплексный).

Условная стоимость изменения параметров системы исчисляется в баллах. При снижении требований сумма баллов уменьшается, иначе – увеличивается. Ставится задача при заданной нагрузке на систему ввода-вывода в реальном времени настроить ее так, чтобы не было потерь данных (красный цвет на рисунке 6) с минимальной суммой баллов.

П6. Симулятор многозадачных планировщиков операционных систем VMOS (рис. 7). Показывает в динамике выполнение параллельных процессов вычисления и ввода-вывода. Имеет панель настроек, позволяющую выбрать скорость симуляции, один из вариантов планировщика, загрузить отдельные процессы или целую систему процессов, изменить частоту интервального таймера. Задания описаны на абстрактном языке, включающем операторы счета, захвата и освобождения канала, обмена данными по каналу, изменения приоритета процесса

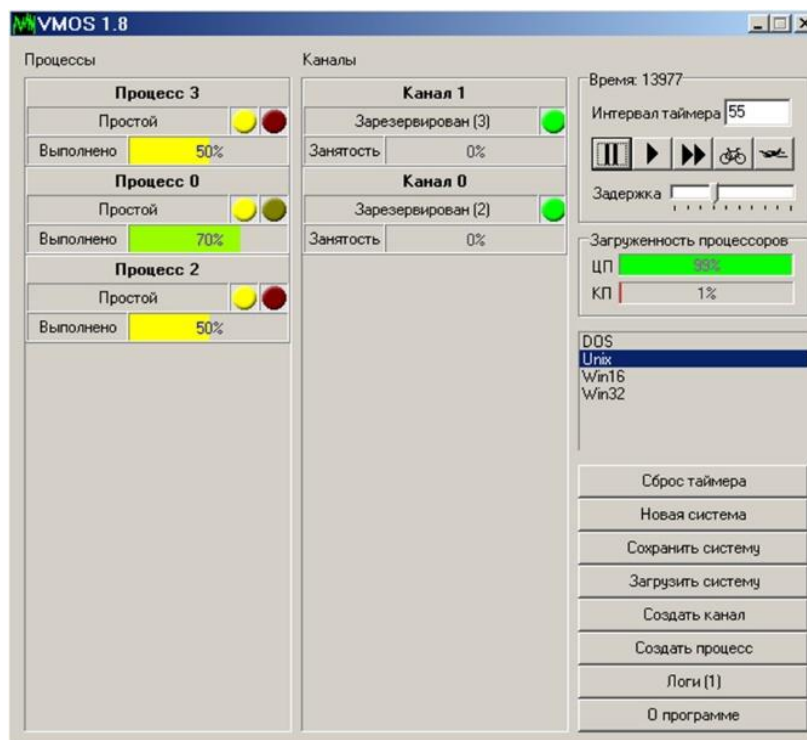


Рис. 7. Симулятор планировщиков операционных систем

Симулятор позволяет исследовать системы процессов в разных режимах, в том числе создавать тупиковые ситуации при управлении каналами, искать методы их разрешения. Незавершенная версия симулятора позволяет исследовать до 16 вариантов многозадачных и многопоточных планировщиков ОС.

П7. Анализатор качества и скорости хеш-функций OSPGEN 2. Помимо числовой оценки работы хеш-функций выводит графический образ, который может идентифицировать скрытые дефекты вычислителя и функции (рис. 8). В данном примере показано следствие ошибки целочисленного деления некоторых степпингов процессоров Интел выпуска 2003-

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

2004 гг. Большинство процессоров выполняли эту операцию без ошибки (вертикальная линия ровная), некоторые давали ошибку в последнем бите машинного слова (излом линии). Обнаружить данную ошибку другими средствами было крайне сложно, и подавляющее большинство владельцев дефектных процессоров не замечали никаких проблем с вычислениями.

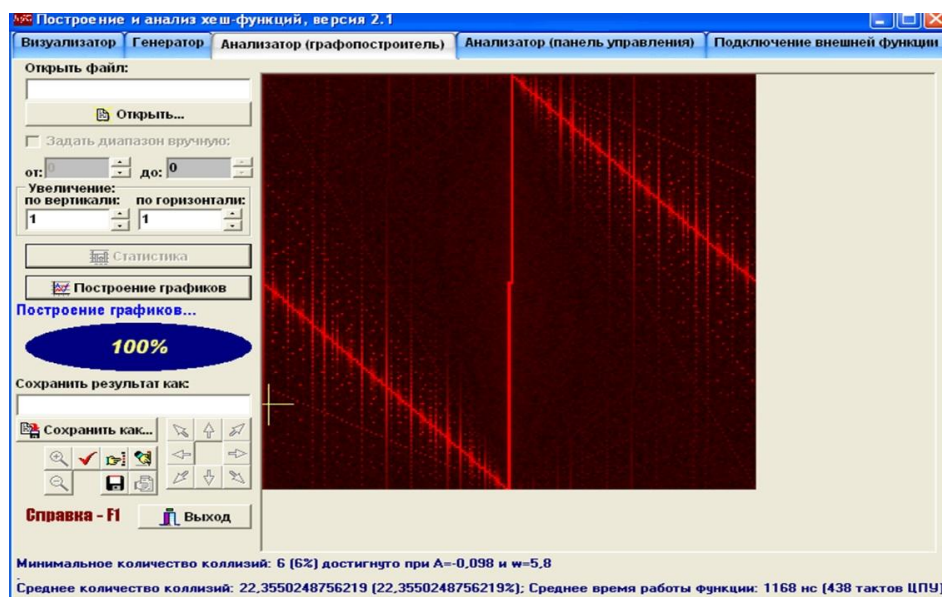


Рис.8. Образ мультипликативной хеш-функции с дефектом в центре

Программа рассчитана на генерацию и анализ стандартных простейших хеш-функций, главное достоинство которых – короткий ключ (8 или 16 бит) и высокое быстродействие. Область применения таких функций (помимо чисто учебных целей) – организация прямого доступа к небольшим массивам данных (несколько десятков записей для однобайтовой функции, сотни и тысячи записей – для двухбайтовой).

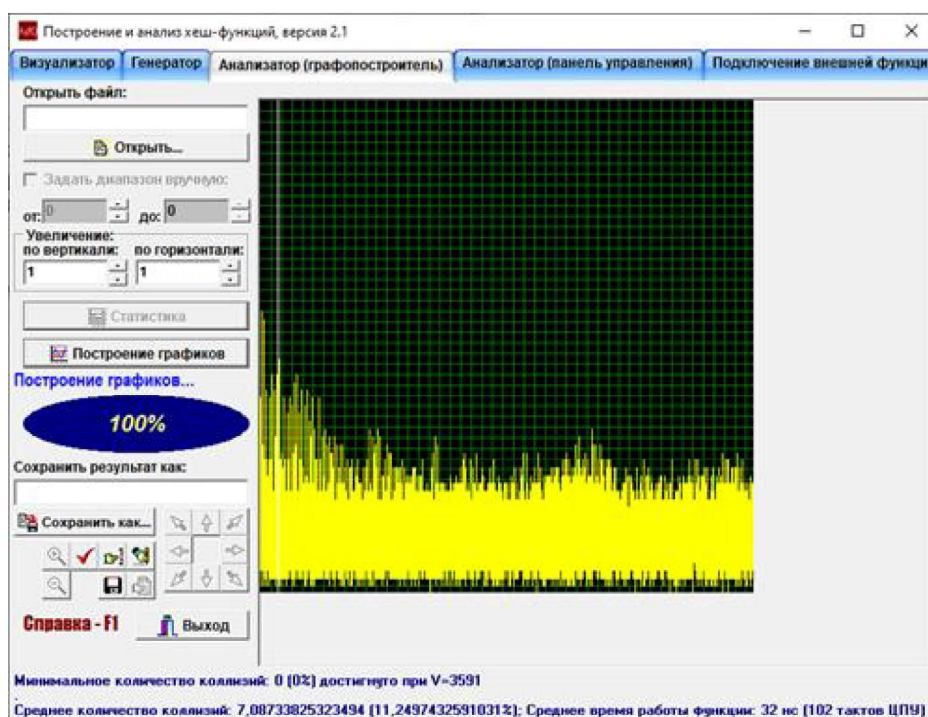


Рис. 9. Хеш-функция для языка ассемблера машины Бека SIQ

Пример простейшей хеш-функции (деления) полезной для ассемблирования исходного кода учебной машины Л. Бека УУМ/ДС (SIQ) (Бек, 1988) приведен на рисунке 9. Идеальный вариант (ноль коллизий) найден быстро, время выполнения функции 32 наносекунды. Словарь языка макроассемблера учебной машины включает 73 ключевых слова, включая директивы.

Графики на рисунке 8 и рисунке 9 отличаются по характеру: первый отображает количество коллизий в зависимости от двух параметров функции (чем ярче цвет, тем больше коллизий). На втором графике показана функция с одним параметром V (ось абсцисс), количество коллизий показывает ось ординат, вертикальная черта – первое значение V , при котором нет коллизий.

Данный пример иллюстрирует визуальный способ моделирования сложных объектов, который может дать гораздо больше полезной информации, чем изучение огромных массивов цифровых данных.

П8. Модель фрагмента российской сети суперкомпьютеров «Синтерра», созданная в профессиональном пакете моделирования Anylogic (студенческая версия PLE). Модель включает две части: вычислительную (рис. 10) и сетевую (рис. 11).

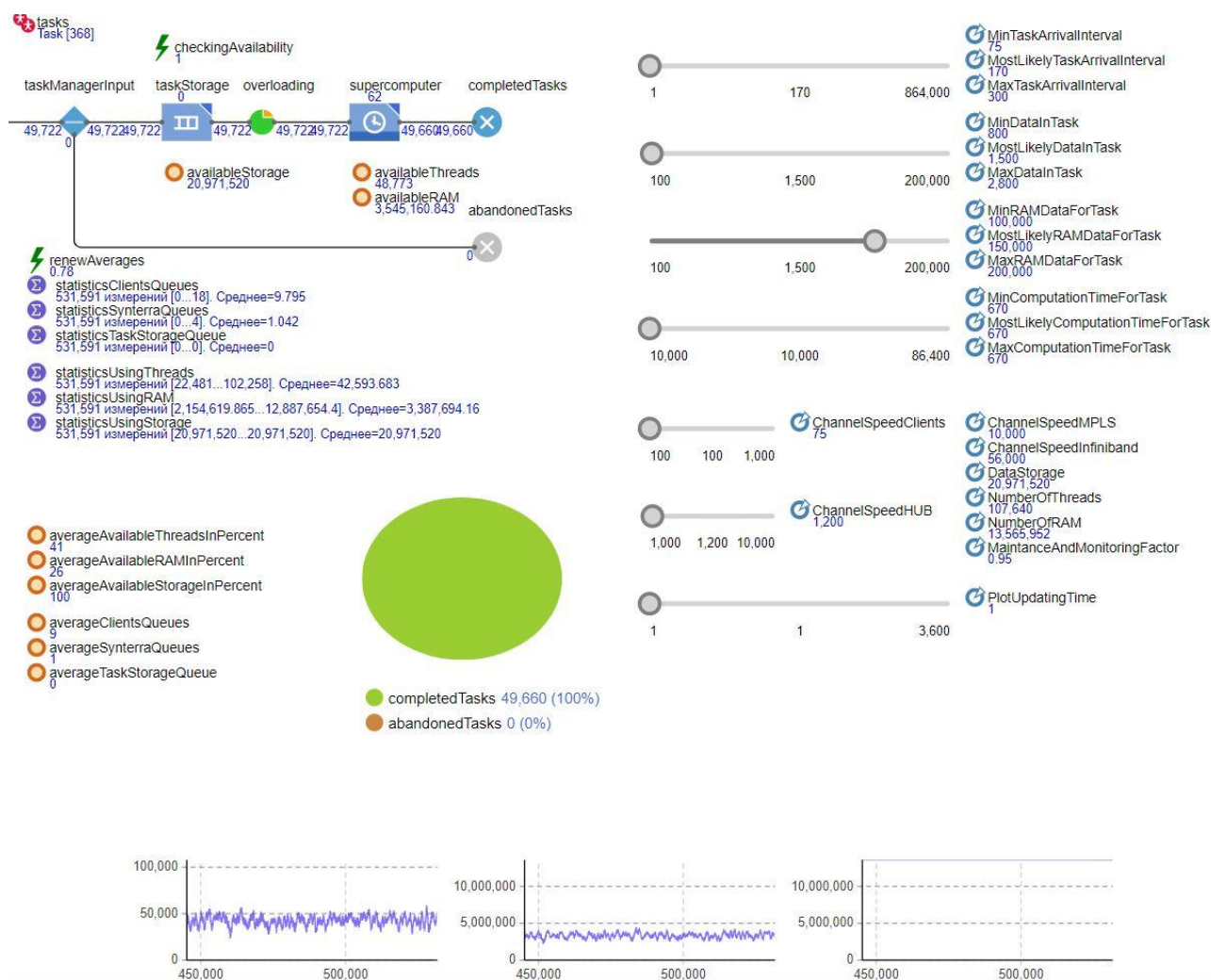


Рис.10. Вычислительная часть фрагмента «Синтерра» и ее параметры

Модель позволяет определять пропускную способность сети и вычислителя для потока заданий с разными параметрами (число ядер для задачи – до 65 тыс., объем оперативной памяти – до сотен гигабайт, объем передаваемых данных – до сотен гигабайт, время вычисления от десятков до тысяч секунд). Если образуется очередь заданий в сети или очередь к вычислителю растет, необходимо увеличить мощность системы (пропускная

способность каналов, количество ядер вычислителя, объем оперативной памяти суперкомпьютера).

На рисунке 11 представлен результат прохождения по сети 50 тыс. заданий от региональных конечных пользователей к московскому вычислительному центру. Из-за большого объема передаваемых на обработку данных в сети образуются очереди: от 766 до 796 в региональных центрах приема заявок и 6253 – в московском хабе. Таким образом, до вычислительного центра дошло 31303 заявки из 50000.

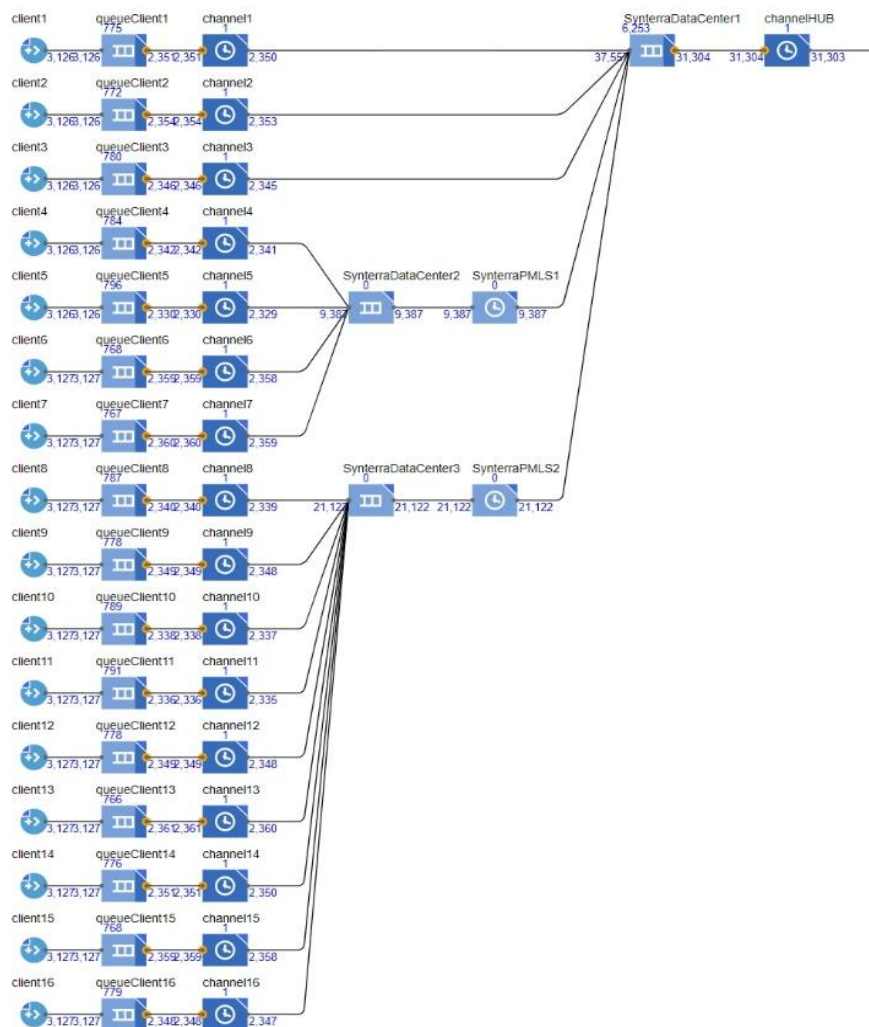


Рис. 11. Сетевая часть модели «Синтерра»

Технология моделирования

Приведенные примеры демонстрируют конечную стадию процесса моделирования – испытание отлаженных моделей. Процесс создания моделей весьма трудоемок и требует применения определенной технологии, зависящей в деталях от средств моделирования, но имеющей общую каскадную схему от постановки задачи до статистической обработки полученных результатов и формулированию правильных выводов о системе.

При использовании эмуляторов сетей Петри такой цикл включает этапы:

- постановка задачи (согласование ТЗ);
- создание конвейера обработки одного типа заявок, его быстрая визуальная отладка;
- контроль очередей и оптимизация ресурсов с применением встроенной статистики

(рис.12);

- клонирование до 2-4 конвейеров асинхронной обработки разных типов заявок с общими ресурсами и балансирование нагрузки;
- введение 4 типов нештатных ситуаций, исследование устойчивости к ним, настройка ресурсов системы и алгоритма в новых условиях;
- определение показателей эффективности (инварианты), внесение в код модели, привязка событий к ним (рис. 4). Здесь использовано 2 инварианта – количество отказов (прибавка +1 в случае любого из трех отказов) и число лет работы. В данном примере критерий успеха есть 5 лет работы и ноль отказов, критерий провала – первый отказ до 5 лет работы;
- проведение серии из 5-10 экспериментов с количеством прогонов модели по 10-100 тысяч в каждом. Число прогонов зависит от требуемой точности оценки. Если ставится задача синтеза высоконадежной модели с вероятностью безотказной работы 99.9% и достоверностью оценки 99%, может потребоваться порядка 100 тысяч прогонов и более.

Обработка полученных результатов: определение показателя эффективности как доверительного интервала с заданной достоверностью (рис. 13). Если доверительный интервал оказывается слишком широким, увеличивают число прогонов в испытаниях на предыдущем этапе. Если среднее значение процента успехов не соответствует заданию, возвращаются к начальным этапам, вплоть до корректировки ТЗ.

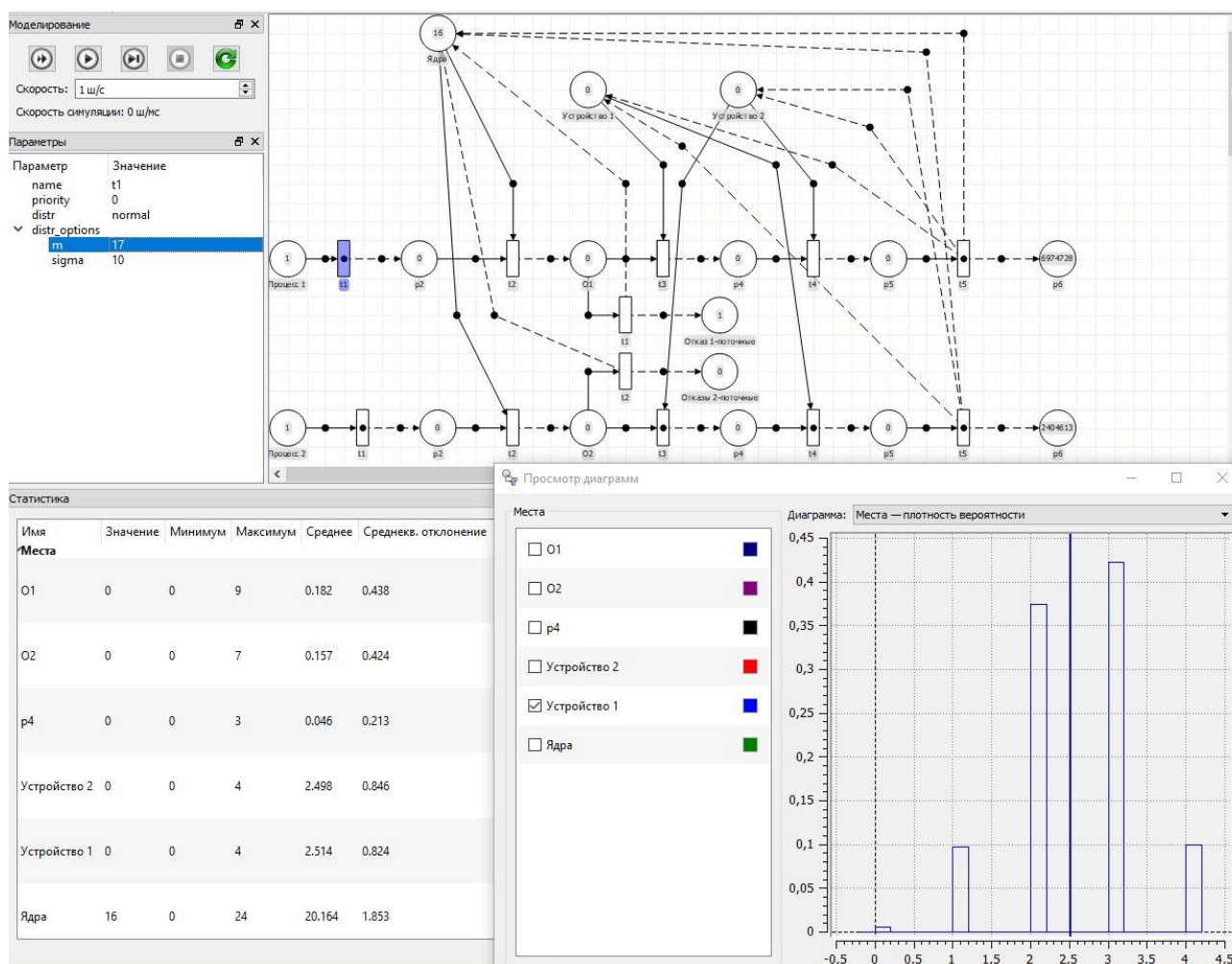


Рис. 12. Встроенная статистика для примера III

С использованием распределения Стьюдента получаем следующие значения доверительных интервалов:

- $13,2456 \pm 0,0250$ % вероятность провала с достоверностью 95%;
- $13,2456 \pm 0,0415$ % вероятность провала с достоверностью 99%.

Точность определения среднего значения и доверительных интервалов явно избыточ-

на, как минимум, можно сократить точность на 2-3 знака без влияния на результаты испытаний. Соответственно, длительность каждого испытания можно было сократить в десятки раз.

Но в случае высоких требований к надежности (например, вероятность отказа не более 0,1%) может потребоваться увеличение длительности испытаний. В пакете QPNet пока не предусмотрена автоматическая остановка испытания по достижению заданного числа прогонов модели. Эта остановка выполняется вручную, как и сохранения скриншота с результатом.

- Оформление отчета и его публичная защита.
- Сохранение файлов модели и других материалов в архиве полезных моделей (если модель представляет достаточную ценность и новизну).

Полезные модели

В ходе выполнения практических заданий, курсовых и дипломных проектов было создано несколько десятков моделей, представляющих ценность для учебного процесса и инженерных разработок:



Рис. 13. Результаты серии испытаний с избыточным числом прогонов модели

- Сегмент университетской сети суперкомпьютеров РФ «Синтерра».
- Модели 3- и 5-канальной мажоритарной памяти.
- Модель функционирования ОС Android для смартфонов.
- Модель приложения интернета вещей для смартфона.
- Модель отказоустойчивого кластера ЦП для долгоживущего спутника.
- Модель «Антикафе» со случайными циклами обслуживания заявок (часть заявок остается в системе, проходя повторно по разным конвейерам обслуживания).
- Модель производства вычислительных комплексов на базе процессоров «Эльбрус».
- Модель планировщика процессов в ОС с приоритетами.
- Модели конвейеризации операций в процессоре.
- Логистика аэропортового хозяйства и ВПП.
- Безопасность системы жизнеобеспечения на космической станции.
- Модель управления трафиком в районе станции метро Юго-Западная.
- Модель конвейера в цехе контроля герметичности электронных изделий.
- Модель системы обратного водоснабжения.
- Модель подсистемы кэш памяти микропроцессора.

Полезные модели сохраняются в облачном архиве и доступны студентам и аспирантам следующих лет обучения.

Выводы

1. Оптимальный набор инструментов компьютерного моделирования повышает качество подготовки инженеров в рамках учебных планов бакалавров, специалистов и магистров. Не менее полезен он и при обучении в аспирантуре.
2. В преподавании дисциплин инженерного профиля целесообразно применение легких в освоении и бесплатных средств моделирования.
3. Учебная дисциплина типа «Моделирование систем» не должна быть основана на

изучении единственного пакета компьютерного моделирования, особенно, если он требует дорогостоящей лицензии и мощных компьютеров.

4. В учебном процессе подготовки инженеров полезно сочетание универсальных пакетов компьютерного моделирования и специализированных программ, легких в освоении и не требующих лицензирования.

5. Применение в качестве основного программного средства в односеместровом курсе моделирования мощных и сложных пакетов требует значительного времени на освоение интерфейса, функций, языка моделирования. На выполнение практических заданий с помощью таких средств остается мало времени, построенные модели получаются достаточно упрощенными. Используя простые в освоении быстродействующие инструменты моделирования, такие как QPNet, слушатели имеют достаточно времени для создания и глубокого исследования содержательных моделей, представляющих практический интерес.

6. Разработка в технических вузах собственных программ компьютерного моделирования решает две задачи:

- создание легких в освоении и полезных в преподавании различных дисциплин специализированных или универсальных программных средств;
- повышение общих компетенций в IT-сфере участников данных проектов.

7. Применение в учебном процессе различных инструментов компьютерного моделирования дает более глубокое представление о парадигмах и методах моделирования:

- дискретно-событийный подход;
- системная динамика;
- агентное моделирование;
- визуальное моделирование;
- специальные алгоритмы и интерфейсы проблемно-ориентированных средств компьютерного моделирования.

8. В ходе многолетнего применения различных средств компьютерного моделирования целесообразно поддерживать облачный архив полезных моделей, включающий полный набор файлов по каждому проекту (задание, проект модели, коды, программа испытаний и оптимизации, отчет по проведению статистических испытаний, математическая обработка полученных результатов, общий отчет по проекту, включая скриншоты и выводы по результатам моделирования). Подобный архив является ценным учебно-методическим пособием для будущих инженеров.

9. Описанные в статье инструменты, созданные в МИРЭА, методические материалы, полезные модели доступны бесплатно в облачном хранилище <https://disk.yandex.ru/d/TfUQMNhDMJ2DhA>. Также эти материалы выложены в системе дистанционного обучения РТУ МИРЭА <https://online-edu.mirea.ru/course/view.php?id=8774>

Список литературы

- Бек Л. Введение в системное программирование. Пер. с англ. Н.А. Богомолова, В.М. Вязовского, С.Е. Морковина; под ред. Л.Н. Королева. М.: Мир, 1988.
- Бескин А.Л., Кублик Е.И. Моделирование программных систем [Электронный ресурс]: Учебное пособие. М.: Российский технологический университет, 2023.
- Бескин А.Л. Задания к практическим занятиям по дисциплине «Моделирование программных систем»: учебно-методическое пособие. М.: Российский технологический университет, 2023.
- Бескин А.Л. Графовая модель как основа верификации бортовых программ // АНО ИТ-Стандарт: сборник трудов VI международной конференции «ИТ-Стандарт 2015». М., 2015.
- Бескин А.Л. О тестировании и доказательстве правильности программ // АНО ИТ-Стандарт: сборник трудов VII международной конференции «ИТ-Стандарт 2016». М., 2016.
- Бескин А.Л. Моделирование программных систем [Электронный ресурс]: Методические

- указания по использованию эмуляторов сетей Петри. М.: Российский технологический университет, 2023
- Винс Д.В. Имитационное моделирование управляющих и вычислительных процессов в высокопроизводительных вычислительных системах: дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 2016.
- Кудж С.А., Логинова А.С. Моделирование с использованием сетей Петри // Вестник МГТУ МИРЭА. 2015. № 1 (6). С. 10–22.
- Кулагин В.П., Логинов А.А. Анализ программных средств для работы с сетями Петри // Информационные технологии. 2021. №2. С. 89–96. DOI: 10.17587/it.27.89-96.
- Anylogic PLE – загрузка <https://www.anylogic.ru/downloads/personal-learning-edition-download/>
- CPNTools/CPN IDE – загрузка приложений. <https://cpntools.org/>
- QPNNet – эмуляторы модифицированных асинхронных сетей Петри QPNNet 1.3.2 дизайн и отладка моделей со встроенной статистикой.
- QPNNet 1.2 – автоматическое выполнение моделей по достижению заданных показателей эффективности (инварианты) с рестартом
- Weins D. Chernykh I. Vorobyev V. Logashenko I. Development of simulation model of HPC system for super charm-tau factory. // Journal of physics: conference series 2. Sep. 2nd Workshop on Numerical Modeling in MHD and Plasma Physics: Methods, Tools, and Outcomes. Том 1336. 2019. С 12-25.

COMPUTER MODELING TOOLS IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF A TECHNICAL UNIVERSITY

Beskin A. L.
associate professor
beskin@mirea.ru
Moscow

MIREA – Russian State University

Muzylev N. V.
associate professor
muzylev@mirea.ru
Moscow

MIREA – Russian State University

Abstract. The training of engineers in Russia is currently one of the main tasks of higher education. Their acute shortage is felt in all spheres of the economy, and the requirements for the competencies of a modern engineer have also changed. The ongoing technological revolution – the transition to Industry 4.0 – requires new digital competencies of an engineer, including fluency in computer modeling tools. The article describes the methodology of using such tools in the educational process of preparing students and postgraduates of engineering fields at a technical university. Including teaching subjects from the curriculum, conducting research and preparing graduation papers. In 2020-2023, an experiment was conducted on the use of six computer modeling tools as part of the development of the academic disciplines "System Modeling" and "Software Systems Modeling" in the second year of the bachelor's degree program "Software Engineering", in the third year of the direction "Mathematical Modeling and Computer Science" in the discipline "Algorithms and complexity Theory" and in the third year training of graduate students in various fields. The experiment was completed successfully: the percentage of excellent grades in different groups reached 70-85%, many models were used in graduation papers, graduate students planned to include their research in their dissertations. During the experiment, cloud and remote technologies were used. All the results of the experiment are stored in a cloud archive and are available to teachers and students

from any device connected to the Internet. In the future, this technique is planned to be used in teaching various academic disciplines, but to a greater extent – in term papers, graduation papers and dissertations.

Keywords: professional training, software engineering, discrete event model, agent-based modeling, model experiment.

References

- Anylogic PLE. <https://www.anylogic.ru/downloads/personal-learning-edition-download/>
- Beck, L. L. (1997). An introduction to system programming. Addison-Wesley.
- Beskin, A. L., Kublik, E. I. (2023). Modeling of software systems [Electronic resource]: Textbook. Moscow: Russian Technological University. (In Russ.)
- Beskin, A. L. (2023). Assignments for practical classes in the discipline “Modeling of software systems”: an educational and methodological guide. Moscow: Russian Technological University. (In Russ.)
- Beskin, A. L. (2015). Grafovaya model' kak osnova verifikacii bortovyh programm [Graph model as the basis for verification of on-board programs]. *ANO IT-Standart: sbornik trudov VI mezhdunarodnoj konferencii «IT-Standart 2015»*. Moscow. (In Russ.)
- Beskin, A. L. (2016). O testirovanii i dokazatel'stve pravil'nosti program [About testing and proving the correctness of programs]. *ANO IT-Standart: sbornik trudov VII mezhdunarodnoj konferencii «IT-Standart 2016»*. Moscow. (In Russ.)
- Beskin, A. L. (2023). Modeling of software systems [Electronic resource]: Methodological guidelines for the use of Petri net emulators. Moscow: Russian Technological University. (In Russ.)
- CPNTools/CPN IDE – downloads: <https://cpntools.org/>
- Kudzh, S. A., Loginova, A. S. (2015). Modeling using Petri nets. *Herald of MSTU MIREA*, 1 (6). 10-22. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kulagin, V. P., Loginov, A. A. (2021). Analysis of software tools for working with Petri nets. *Information technology*, 2, 89-96. DOI: 10.17587/it.27.89-96. (In Russ., abstract in Eng.)
- QPNet – emulators of modified asynchronous Petri nets QPNet 1.3.2: design and debugging of models with built-in statistics.
- QPNet 1.2 Automatic execution of Petri nets models to achieve specified quality indicators (invariants) with restart.
- Weins, D. (2016). *Imitacionnoe modelirovanie upravlyayushchih i vychislitel'nyh processov v vysokoproizvoditel'nyh vychislitel'nyh sistemah*. [Ph.D. Dissertation]. Novosibirsk. (In Russ.)
- Weins, D. Chernykh, I. Vorobyev, V. Logashenko, I. (2019). Development of simulation model of HPC system for super charm-tau factory. *Journal of physics: conference series 2. Ser. "2nd Workshop on Numerical Modeling in MHD and Plasma Physics: Methods, Tools, and Outcomes"*, 1336.

Статья поступила в редакцию 11.12.2023

Принята к публикации 14.12.2023

УДК
372.851

**ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЮ
ПРОИЗВОДНЫХ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ**

Ганичева Антонина Валериановна

к. ф.-м. н., доцент
tgan55@yandex.ru
г. Тверь

Ганичев Алексей Валерианович

alexej.ganichev@yandex.ru
г. Тверь

Тверская государственная
сельскохозяйственная академия

Тверской государственный технический
университет

Аннотация. Статья относится к предметной области информатизации технологий обучения. Разработан новый метод алгоритмизации процесса вычисления производных сложных функций. В результате рассмотрения характерных ошибок обучаемых при вычислении сложных производных сделан вывод о необходимости использования инновационной технологии обучения решению задач данного класса. Для вычисления производных сложных функций элементарные функции разбиты на два класса, различающихся применяемыми алгоритмами. Метод обучения вычислению производных сложных функций описан с помощью двух видов алгоритмов. Практическая реализация рассмотрена на конкретных примерах. Отдельно рассмотрен вопрос вычисления производной степенно-показательной функции, требующий применения алгоритмов обоих видов. Сформулированы основные ситуации, вызывающие трудности практической реализации классического метода. Рассмотрены преимущества предложенного метода по сравнению с классическим методом. Разработанный метод и алгоритмы можно использовать для вычисления производных сложных функций в рамках реализации данной цифровой технологии обучения на компьютерах.

Ключевые слова: алгоритм, символ, цепочка, аргумент, фрагмент, строки алгоритма, ошибки вычисления.

Введение

Одной из важнейших тем в курсе «Математика» является тема «Производная сложной функции». Эта тема, как отмечают авторы работы (Пинчук, 2015) имеет большое образовательное значение и является недостаточно разработанной в методическом плане, она формирует математическую грамотность обучающихся (Батолина, 2017). Тема «Производная сложной функции» является трудной в математическом образовании учащихся. Задача разработки новых методик освоения данной темы является актуальной. Новые подходы к обучению вычисления студентами производных сложных функций связаны с элементами формализации процесса вычисления сложных производных (таблицы, схемы). Дальнейшим развитием данных подходов является алгоритмизация вычислений.

Целью данной работы является разработка метода вычисления производных сложных функций путем алгоритмизации набора элементарных действий (мнемонических правил).

Для реализации поставленной цели следует решить следующие задачи:

- 1) разработать набор мнемонических правил вычисления;
- 2) разработать алгоритмы вычисления;

- 3) представить примеры реализации разработанного метода;
- 4) привести результаты практической реализации разработанного метода.

Обзор литературы

Данную тему автор статьи (Чуприна, 2017) считает ключевой и предлагает для ее усвоения студентами посредственного уровня подготовки новую методику, при которой результаты вычисления производной сложной функции оформляются в виде специальной таблицы. В работе (Алейникова, 2016) автором отмечаются трудности при изучении студентами темы «Производная сложной функции» и предложена методическая схема ее изучения. Методика обучения студентов нахождению производных сложных функций рассмотрена в статье (Махнев, 2015). В работах (Шабалина, 2023; Табачкова, 2014) для изучения производной сложной функции предлагается использовать кейс-технологии обучения и цифровые технологии (например, ситуационный анализ). Статья (Дмитриев, 2017) посвящена разработке программного продукта, который позволяет оперировать математическими выражениями в аналитической (символьной форме), вычислять производные и неопределенные интегралы элементарных функций. Для разъяснения техники дифференцирования сложной функции нескольких переменных в работе (Баранова, 2017) предлагается графическая схема, при помощи которой изображается зависимость исходной функции от ее конечных аргументов и разработаны простые правила, позволяющие по виду схемы составить общую формулу. В монографии (Евтушенко, 2013) изложен общий подход к дифференцированию сложных функций, возникающих в многошаговых процессах, и показано, что из найденных результатов следуют формулы быстрого автоматического дифференцирования.

Подход к разработке математического шаблона вычисления производных сложных функций рассмотрен в статье (Ганичева, 2023). Предлагаемая работа является дальнейшим продолжением изложенного подхода и доведения его до строго формализованных алгоритмов.

Основная часть

1. Метод обучения вычислению производных сложных функций

Сложная функция – это функция, аргумент которой тоже является функцией. Общий вид сложной функции:

$$y = f(u(v(\dots(w(x))\dots))). \quad (1)$$

Здесь $u, v, \dots, w$ – промежуточные аргументы, x – основной аргумент.

Будем считать, что все рассматриваемые в данной статье функции дифференцируемы в области определения.

Нахождение производной сложной функции является для многих обучаемых достаточно сложной задачей и не вызывает у них положительных эмоций. Поэтому многие обучаемые допускают большое количество ошибок при ее решении. В частности, обучаемые плохо воспринимают сложные записи и интуитивно стараются их упростить. Так, для функции $y = \sin(\cos(e^{2x+3}))$ записывается ошибочное значение производной в виде

$$y' = \sin x \cdot (-\cos x) e^x \cdot 2.$$

Разработанный в данной статье метод позволяет устранить подобные ошибки.

В данной работе предлагается алгоритмизировать процесс вычисления производных сложных функций с привлечением элементов игрового подхода для решения задачи. Такой подход стимулирует интерес обучаемых к освоению сложного материала.

При вычислении производных сложных функций можно все элементарные функции разбить на 2 класса.

В первый класс попадают функции:

$e^x, a^x, \sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x, \operatorname{sc} x, \operatorname{csc} x, \arcsin x, \arccos x, \operatorname{arctg} x, \operatorname{arcctg} x, \log_a x, \ln x$.

Во второй класс отнесем степенную функцию x^n . Сначала рассмотрим метод для первого класса функций.

Алгоритм 1.

Каждое действие будем записывать в отдельную строку. В дальнейшем цепочкой будем называть последовательность символов.

1. В первой строчке записывается функция y ; нумеруем (слева направо) обозначения внутренних функций.

2. Двигаемся по цепочке, представляющей запись функции y , слева направо. Встречаем обозначение функции y (строка 1 или 3 табл. 1). Будем называть это обозначение определяющим. Вычеркиваем его.

3. В следующей строке записываем первый фрагмент производной $y' = u_1$, ставим символ « $y' =$ » и записываем символ функции согласно таблице 1:

Таблица 1. Символы функций

y	e	a	$\sin$	$\cos$	tg	ctg	sc
y'	e	a	$\cos$	$-\sin$	$\frac{1}{\cos^2}$	$-\frac{1}{\sin^2}$	$tguscscu$
y	$\arcsin$	$\arccos$	$arctg$	$arcctg$	$\log_a$	$\ln$	csc
y'	$\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$	$\frac{1}{1+u^2}$	$-\frac{1}{1+u^2}$	$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{u}$	$-ctguscscu$

Отметим, что процесс отыскания производной многошаговый, u_1 – фрагмент вычисления y' на первом шаге.

После знака функции в строке для u_1 записывается соответствующий аргумент функции y , т.е. вся цепочка из первой строки, следующая в y за определяющим обозначением.

4. При движении слева направо в этой строке перемножаются все константы, встретившиеся перед символами функций или перед x в первой строке.

5. При этом если верхняя цепочка

1) представляет собой показательную функцию с основанием « a », то после записанной во второй строке цепочки ставится цепочка $\ln a$;

2) аналогично для логарифмической функции по основанию « a » ставится цепочка $\log_a e$;

3) для функций sc во второй строке записываются две функции tg и sc – обе с аргументом из верхней строки, представляющим собой цепочку, стоящую после символа sc ;

4) для функции csc во второй строке записываются две функции – ctg и csc – с аргументом из верхней строки, представляющим собой цепочку, стоящую после символа csc .

6. Если после вычеркивания в правой части в записи y остается только $ax + b$, $a, b = \text{const}$, то к правой части приписывается произведение всех констант из п. 4 и переход на 9 (конец).

В противном случае вычеркивается символ самой левой невычеркнутой функции, который будет теперь определяющим, переход на 7.

7. Полагаем $k = k + 1$, во второй строке слева будет $y' = u_k$. К записанной справа цепочке приписывается символ « $\cdot$ » (умножение). Затем записывается знак функции из таблицы согласно определяющему обозначению и цепочка из первой строки, следующая в y за данным определяющим обозначением или стоящая в показателе, если определяющее обозначение это e или a , или в знаменателе, если это $\ln$ или $\log_a$. Переход к пункту 3.

8. Арифметическое преобразование ответа: знаки « $-$ » и произведение констант ставятся вначале, четное количество знаков « $-$ » их ликвидирует, при нечетном – остается один « $-$ ». При получении в ответе тригонометрических функций используются их преобразования согласно свойствам тригонометрических функций.

9. Конец вычисления производной.

Рассмотрим теперь этот метод для сложных функций, содержащих в качестве вспомогательных аргументов степенные функции.

Алгоритм 2.

1. Пункт 1 тот же, что и для первого класса.

2. Если при движении слева направо по цепочке, представляющей функцию y , после знака « $=$ » стоит левая скобка, это указывает на то, что имеем степенную функцию $y = (v)^n$. На первом шаге будем записывать v как v_1 .

Движемся до конца цепочки y , фиксируем значение n и работаем по формуле:

$$y' = u_1 = n \cdot (v_1)^{n-1}. \quad (2)$$

3. Далее анализируем цепочку v_1 . Движемся слева направо по цепочке v_1 . Здесь используются пп. 4 – 7 Алгоритма 1, но вместо y рассматривается v . из п. 2 Алгоритма 2.

Полученные цепочки умножаются на правую часть (2).

4. Если внутри v_1 перед знаком функции появятся левые скобки, то движемся слева направо по цепочке v_1 и ищем фрагмент типа $(w)^m$, содержащейся внутри v . Здесь имеется в виду, что $v=v(s)$ и $s = (w)^m$. Обозначим w через v_2 .

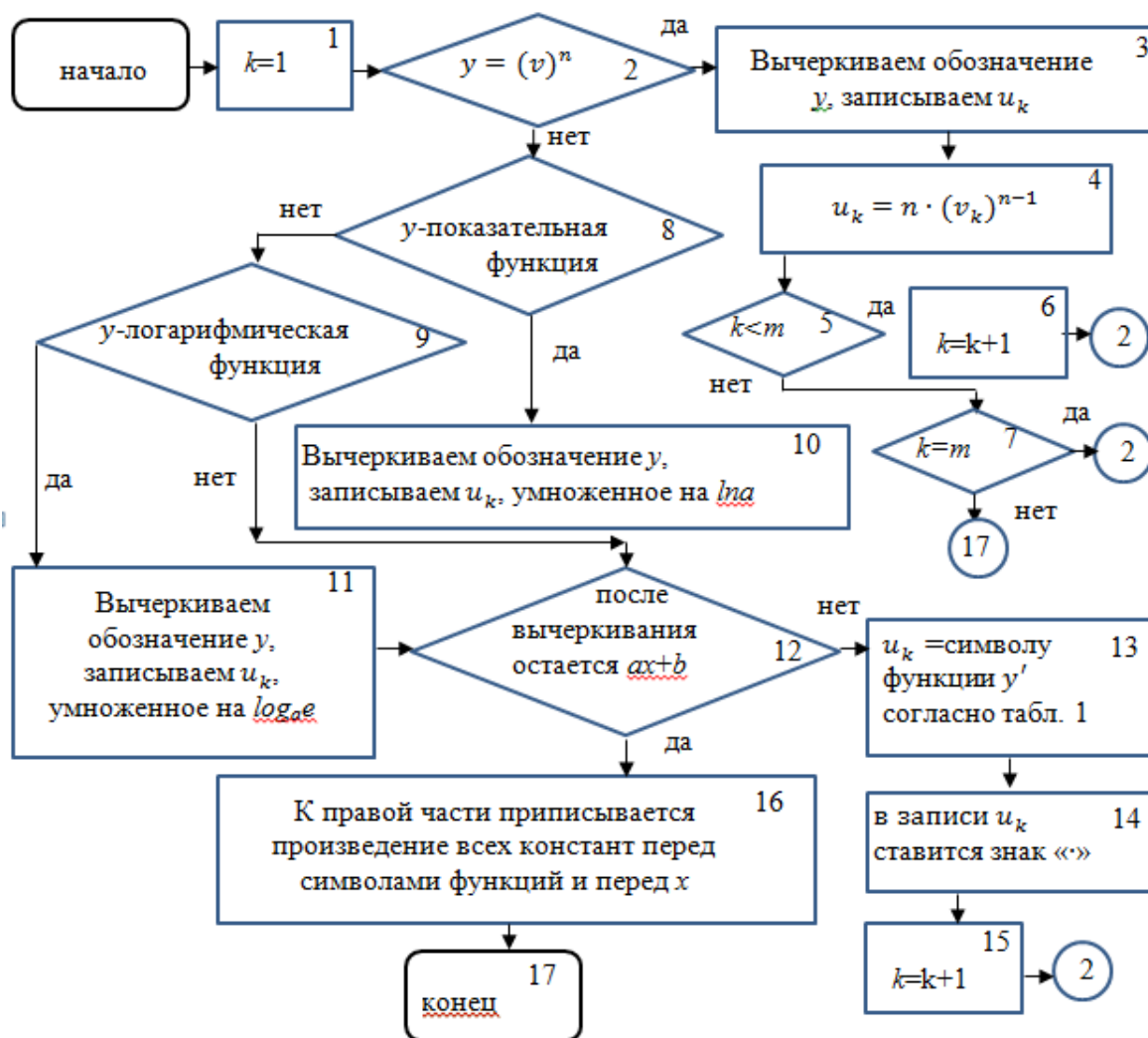


Рис. 1. Блок-схема обобщенного алгоритма

5. Умножаем y' на $m(v_2)^{m-1}$. Далее переходим к п. 3 Алгоритма 2, но вместо v_1 теперь рассматриваем цепочку v_2 .

6. Конец вычислений определяется согласно п.6 Алгоритма 1.

Если аргументы функций, образующих сложную функцию, на данном шаге, в свою очередь, представляют собой произведение, сумму, разность, частное сложных функций, то в этом случае каждый из таких аргументов надо преобразовать согласно формулам производных суммы, разности, произведения и частного, соответственно. Затем к каждой из полученных функций применяются Алгоритмы 1 и 2.

При этом для упрощения выкладок случаи, когда аргумент равен произведению, сумме или сумме произведений функций рассматривать не будем.

Приведем блок-схему обобщенного алгоритма (рис. 1).

2. Примеры реализации разработанного метода

Практическую реализацию рассмотрим на конкретных примерах.

Пример 1 (рассмотрен в п. 1). Найти производную функции

$$y = \sin(\cos(e^{2x+3})).$$

В данном примере имеются только функции первого класса, поэтому используем Алгоритм 1. Запишем шаги алгоритма, полагая, что определяющие обозначения вычеркиваются.

1. $y = \sin(\cos(e^{2x+3}))$.
2. $y = \sin(\cos(e^{2x+3}))$.
3. $y' = u_1 = \cos(\cos(e^{2x+3}))$.
6. $y = \sin(\cos(e^{2x+3}))$.
- 7, 3. $y' = u_2 = \cos(\cos(e^{2x+3})) \cdot (-\sin(e^{2x+3}))$.
6. $y = \sin(\cos(e^{2x+3}))$.
- 7, 3. $y' = u_3 = \cos(\cos(e^{2x+3})) \cdot (-\sin(e^{2x+3})) \cdot e^{2x+3}$.
6. Константа 2 (стоит множителем перед x)
8. $y' = -2 \cdot \cos(\cos(e^{2x+3})) \cdot \sin(e^{2x+3}) \cdot e^{2x+3}$.
9. Конец.

Пример 2. Найти производную функции $y = (\sin(\ln(\cos(x^2 + 1))))^2$.

В данном примере имеются функции первого и второго класса, поэтому используем Алгоритмы 1 и 2.

1. $y = (\sin(\ln(\cos(x^2 + 1))))^2$ Алгоритм 2.
2. $y = (\sin(\ln(\cos(x^2 + 1))))^2$.
3. $y' = 2(\sin(\ln(\cos(x^2 + 1))))^{2-1} = 2(\sin(\ln(\cos(x^2 + 1))))$.
6. (Алгоритм 1) $v = 2\sin(\ln(\cos(x^2 + 1)))$.
- 7, 3. $v' = u_2 = 2 \cos(\ln(\cos(x^2 + 1)))$.
6. (Алгоритм 1) $v = 2\sin(\ln(\cos(x^2 + 1)))$.
- 7,3. $v' = u_3 = 2 \cos(\ln(\cos(x^2 + 1))) \cdot \frac{1}{\cos(x^2 + 1)}$.
6. (Алгоритм 1) $v = 2\sin(\ln(\cos(x^2 + 1)))$.
- 7,3. $v' = u_4 = 2 \cos(\ln(\cos(x^2 + 1))) \cdot \frac{1}{\cos(x^2 + 1)} \cdot (-\sin(x^2 + 1))$.
6. (Алгоритм 1) $v = 2\sin(\ln(\cos(x^2 + 1)))$.
- 7,3. $v' = u_5 = 2 \cos(\ln(\cos(x^2 + 1))) \cdot \frac{1}{\cos(x^2 + 1)} \cdot (-\sin(x^2 + 1)) \cdot 2x$.
- 6,8. (Алгоритм 1) $y' = -2 \cdot 2 \cos(\ln(\cos(x^2 + 1))) \cdot \frac{\sin(x^2 + 1)}{\cos(x^2 + 1)} \cdot x$,
- $y' = -4 \cdot x \cdot \cos(\ln(\cos(x^2 + 1))) \cdot \operatorname{tg}(x^2 + 1)$.
9. Конец вычисления производной.

3. Производная степенно-показательной функции

Это функция вида

$$y = v(x)^{r(x)},$$

где $v(x)$ и $r(x)$ - непрерывные функции и $v(x) > 0$. Тогда

$$y' = v(x)^{r(x)} \left[r'(x)v(x) + r(x) \cdot \frac{v'(x)}{v(x)} \right]. \quad (3)$$

Интересен случай, когда $v(x)$ и $r(x)$ являются сложными функциями. В этом случае к ним применяются Алгоритмы 1 и 2. После этого полученные выражения для $v'(x)$ и $r'(x)$ подставляются в формулу 3. Например, если $v(x)$ равна функции y из Примера 1, а $r(x) = x$, то имеем степенно-показательную функцию

$$y = v(x)^{r(x)} = (\sin(\cos(e^{2x+3})))^x.$$

К функции $u(x)$ применяем Алгоритм 1, $v'(x) = 1$.

Отсюда находим

$$y' = (\sin(\cos(e^{2x+3})))^x \cdot (\ln(\sin(\cos(e^{2x+3})))) - \frac{2x \cdot \cos(\cos(e^{2x+3})) \cdot (-\sin(e^{2x+3}) \cdot e^{2x+3})}{\sin(\cos(e^{2x+3}))}.$$

В данном случае выражение получается громоздкое. Учащиеся не должны бояться таких выражений. Потому что, в частности, такого рода выражения описывают окружающую действительность.

4. Результаты практической реализации разработанного метода

Исследования проводились в Тверской государственной сельскохозяйственной академии при изучении курса математики на инженерном, экономическом и технологическом факультетах для очной, заочной и очно-заочной форм обучения во время практических занятий, связанных с индивидуальной работой учащихся после объяснения и решения нескольких типовых задач у доски.

В качестве критериев усвоения учебного материала рассматривались общее количество сделанных ошибок в группе, процент усвоения и среднее время решения задач данной сложности. Под сложностью понимается количество внутренних функций.

Проведем статистические данные по результатам проверки работы студентов с использованием классического правила вычисления производных сложных функций (назовем его кратко КП) и предложенного авторами, использующего мнемонические правила, который назовем методом мнемонических правил (сокращенно ММП).

В табл. 2, 3 систематизированы для примера данные обучения по теме вычисления производных сложных функций группы инженеров дневного отделения (25 человек):

Таблица 2. Результаты усвоения темы

Сложность задачи	Общее количество ошибок КП	Процент усвоения КП	Общее количество ошибок ММП	Процент усвоения ММП
1	3	88	0	100
2	4	84	0	100
3	4	84	2	92
4	6	76	2	92
5	8	68	4	84

Таблица 3. Время решения задач

Сложность задачи	Среднее время решения КП (мин)	Среднее время решения ММП (мин)
1	1,5	0,3
2	2	0,4
3	6	1,1
4	10	1,5
5	15	3

Заключение

В статье разработан новый метод вычисления производных сложных функций. Его основу составляет алгоритмизация набора элементарных действий (мнемонических правил).

Основные результаты работы заключаются в следующем:

- 1) выделены два класса функций с точки зрения особенностей вычисления производных;
- 2) для каждого из вида функций разработаны алгоритмы вычисления производных сложных функций;
- 3) алгоритмы представлены в виде наборов мнемонических правил и блок-схемы;
- 4) показаны примеры вычисления производных сложных функций разработанным методом;
- 5) приведены результаты практической реализации разработанного метода.

Можно отметить следующие преимущества предложенного метода по сравнению с традиционным:

- 1) во время показа метода на доске с устным пояснением 50 % обучаемых усваивали метод сразу, 45 % - после повторного решения одного-двух подобных примеров;
- 2) метод алгоритмизирован.

Недостаток метода – при самостоятельном изучении метод трудно воспринимается по сравнению с разбором соответствующих примеров у доски с преподавателем.

Рассмотренные метод и алгоритмы его реализации можно использовать для машинного вычисления производных сложных функций. Разработанный в статье метод прошел успешную апробацию на студентах очного и заочного обучения в Тверской государственной сельскохозяйственной академии в течение 2021-2023 годов.

Список литературы

- Алейникова Н.Ю. К вопросу об изучении темы «производная» в курсе алгебры и начал математического анализа // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Сер. «Педагогика». 2016. № 37. С. 204-207.
- Баранова Е.С., Попов А.М. Разъяснение техники дифференцирования сложной функции нескольких переменных // Системный анализ и аналитика. 2017. № 4 (5). С. 64-71.
- Батолина Ю.В. Производная как фактор развития математической грамотности на уроках математики // Студенческая наука и XXI век. 2017. № 15. С. 204-205.
- Ганичева А.В. Технология задачных конструкций для обучения математическим дисциплинам // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №3. С. 69-77. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-3-69-77.
- Дмитриев В.М. Символьное вычисление неопределенных интегралов и производных элементарных функций // Гагаринские чтения: материалы XLIII Международной молодежной научной конференции. М: Изд-во МАИ, 2017. С. 716-717.
- Евтушенко Ю.Г. Оптимизация и быстрое автоматическое дифференцирование: монография. М: Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН. 2013. 144 с.
- Махнев А.С. Методика обучения студентов нахождению производных сложных функций // Преподавание математики, физики, информатики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Глазов: «Глазовская типография». 2015. С. 89-90.
- Пинчук И.А., Тимошенкова Н.И. Методические рекомендации изучения производной в старших математических классах // Проблемы современной науки и образования. 2015. № 4 (34). С. 6-7.
- Табачкова М.Ю., Борискина И.П. Интерактивные методы обучения в математике // Интеграция образования. 2014. Т. 18. № 3 (76). С. 65-70. DOI: 10.15507/Inted.076.018.201403.065.

- Чуприна И.А. Методика преподавания производной сложной функции // Актуальные научные исследования в современном мире. 2017. № 11-14 (31). С. 52-55.
- Шабалина М.Ф., Михайлов И.Р., Бабенко А.С. Изучение производных сложной функции с использованием кейс-технологии обучения и цифровых технологий // Белкинские чтения: материалы Всероссийской научно-методической конференции. Кострома: Изд-во Костромской ГУ, 2023. С. 49-52.

TECHNOLOGY OF LEARNING TO CALCULATE DERIVATIVES OF COMPLEX FUNCTIONS

Ganicheva A. V. PhD (Physical and mathematical sciences), Associate Professor tgan55@yandex.ru Tver Ganichev A. V. alexej.ganichev@yandex.ru Tver	Tver State Agricultural Academy Tver State Technical University
---	---

Abstract. The article relates to the subject area of informatization of learning technologies. A new method of algorithmization of the calculation of derivatives of complex functions has been developed. As a result of the consideration of the characteristic errors of the trainees when calculating complex derivatives, the conclusion is made about the need to use innovative technology for teaching solving problems of this class. To calculate the derivatives of complex functions, elementary functions are divided into two classes, differing in the algorithms used. The method of teaching the calculation of derivatives of complex functions is described using two types of algorithms. Practical implementation is considered on concrete examples. The issue of calculating the derivative of a power-exponential function, which requires the use of algorithms of both types, is considered separately. The main situations causing difficulties in the practical implementation of the classical method are formulated. The advantages of the proposed method in comparison with the classical method are considered. The developed method and algorithms can be used to calculate derivatives of complex functions as part of the implementation of this digital learning technology on computers.

Keywords: algorithm, symbol, chain, argument, fragment, algorithm strings, calculation errors.

References

- Aleynikova, N. Yu. (2016). On the question of studying the topic «derivative» in the course of algebra and the principles of mathematical analysis. *Bulletin of the Yelets State University named after I.A. Bunin*. Ser. «Pedagogy», 37, 204-207. (In Russ.)
- Baranova, E. S., Popov, A. M. (2017). Explanation of the technique of differentiation of a complex function of several variables. *System analysis and analytics*, 4 (5), 64-71. (In Russ.)
- Batolina, Yu. V. (2017). Derivative as a factor in the development of mathematical literacy in mathematics lessons. *Student Science and the XXI century*, 15, 204-205. (In Russ.)
- Chuprina I. A. (2017). Methodology of teaching a derivative of a complex function. *Actual scientific research in the modern world*, 11-14 (31), 52-55. (In Russ.)

- Dmitriev, V. M. (2017). Symbolic computation of indefinite integrals and derivatives of elementary functions. *Gagarin readings: Proceedings of the XLIII International Youth Scientific Conference*. Moscow: Publishing House of MAI, 716-717. (In Russ., abstract in Eng.)
- Evtushenko Yu. G. (2013). Optimization and fast automatic differentiation: monograph. *M: Computing Center named after. A.A. Dorodnitsyn RAS*, 144. (In Russ.)
- Ganicheva, A. V. Ganichev A. V. (2023). Technology of problem constructions for teaching mathematical disciplines. *Continuum Maths. Informatics*, 3, 69-77. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-3-69-77. (In Russ., abstract in Eng.)
- Makhnev A. S. (2015). Methods of teaching students to find derivatives of complex functions. *Teaching mathematics, physics, computer science in universities and schools: problems of content, technology and methodology: materials of the All-Russian scientific and practical conference*, Glazov: «Glazov Printing House», 89-90. (In Russ.)
- Pinchuk I. A., Timoshenkova N. I. (2015). Methodological recommendations for studying the derivative in senior mathematics classes. *Problems of modern science and education*, 4 (34), 6-7. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shabalina M. F., Mikhailov I. R., Babenko A .S. (2023). Studying derivatives of a complex function using case-based learning technology and digital technologies. *Belkin readings: materials of the All-Russian Scientific and Methodological Conference*. *Kostroma: Publishing House of Kostroma State University*, 49-52. (In Russ.)
- Tabachkova M. Yu., Boriskina I. P. (2014). Interactive teaching methods in mathematics. *Integration of education*, 18, 3 (76), 65-70. DOI: 10.15507/Inted.076.018.201403.065

Статья поступила в редакцию 29.11.2023

Принята к публикации 14.12.2023

УДК
372.851

**ПРАКТИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В
ВУЗАХ МЧС РОССИИ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ
ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ**

Дворяткина Светлана Николаевна
д.п.н., профессор
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Трофимец Елена Николаевна
к.п.н., доцент
trofimec.e@igps.ru
г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский университет
Государственной противопожарной
службы МЧС России им. Героя Российской
Федерации генерала армии Е.Н. Зиничева

Аннотация. Обоснованы роль и место цифровых технологий в системе математического образования вузов МЧС России. Показано, что разумное сбалансированное сочетание традиционных способов обучения высшей математике с использованием в образовательном процессе цифровых технологий ведет к повышению мотивации обучающихся при изучении математических дисциплин и, в конечном итоге, позволяет получить положительный дидактический эффект. В качестве примеров экспериментальной апробации рассмотрены постановки и технологии решения профессионально-ориентированных задач, отработанных в рамках проведения межведомственного опытно-исследовательского учения «Безопасная Арктика-2023». Показана целесообразность дополнения классического (ручного) подхода к решению теоретико-вероятностных задач цифровыми технологиями, особенно при рассмотрении задач большой размерности. Продемонстрирована дидактическая наглядность компьютерного эксперимента при исследовании свойств биномиального распределения, показана его методологическая связь с физическим экспериментом, проводимым с помощью доски Гальтона. Предложена концептуальная модель информационно-математической подготовки инженеров техносферной безопасности. Определены направления дальнейшего совершенствования математического образования вузов МЧС России.

Ключевые слова: инженерное образование, цифровые ресурсы, профессионально-ориентированные задачи, высшая математика, hard skills, MS Excel.

Введение

В условиях цифровой трансформации образования при подготовке будущих инженеров техносферной безопасности МЧС России перед преподавателями общеобразовательных кафедр естественнонаучных и математических дисциплин стоит задача фундаментальной математической подготовки для освоения специальности на высоком научно-методическом уровне. Фокус внимания в XXI веке смещается на применение математического аппарата при решении и анализе профессионально-ориентированных задач с использованием цифровых ресурсов.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Вопросам цифровизации математического образования посвящены научные работы отечественных ученых-педагогов: А.Е. Абылкасымовой, В.В. Гриншкуна, А.Л. Семенова, Е.И. Смирнова, С.В. Щербатых и других (Абылкасымова, Шишов, Жумалиева, 2023), (Семенов, Абылкасымова, Поликарпов, 2023), (Бахтеев, Гафаров, Гриншкун, Дятлова, Косарецкий, Кудинов, Леонов, Сергеев, Щербатых, 2022), (Смирнов, Попова, 2022), (Щербатых, Лыкова, 2020), (Trofimets, 2021).

Прежде всего преподаватели должны сами владеть цифровыми технологиями и развивать *hard skills*, адаптироваться к условиям цифровой трансформации образования, непрерывно повышать цифровую грамотность в быстроизменяющихся условиях. Высокопрофессиональный и компетентный в области цифровых ресурсов преподаватель математических дисциплин способен увлечь и сформировать мотивационную составляющую у курсантов и студентов вузов МЧС России к высшей математике. Таким образом, сочетание традиционных способов обучения высшей математике с инновационными задает вектор направления в условиях цифровизации математического образования. Развитие логического мышления, приобретение навыков мыслительной деятельности, формирование *soft skills* и *hard skills*, неразрывная тесная связь теории с практикой в процессе обучения высшей математике способствует становлению высокопрофессиональному инженеру техносферной безопасности МЧС России.

Методология

Цифровой вектор направления в процессе обучения высшей математике формируется за счет внедрения на практических занятиях профессионально-ориентированных задач (ПОЗ). Практика преподавания высшей математики в век цифровой трансформации должна содержать элементы математического моделирования в процессе решения как простых, так и сложных ПОЗ. Элементы математического моделирования, освоение сложных систем и знаний с эффектом формирования математической грамотности представлены в работах ученых С.Н. Дворяткиной, Е.И. Смирнова, С.В. Щербатых (Смирнов, 2022; Смирнов, Дворяткина, Щербатых, 2020), (Смирнов, Тихомиров, 2023).

Разработка практико-ориентированных задач должна базироваться на реальных данных системы МЧС России. Тогда процесс усвоения математического аппарата курсантами и студентами будет наиболее эффективен и позволит оперативнее накапливать математические знания для их дальнейшего использования в профессиональной деятельности.

Переходим к рассмотрению двух ПОЗ, сформулированных авторами на основе данных по чрезвычайным ситуациям, смоделированным в рамках проведения межведомственного опытно-исследовательского учения «Безопасная Арктика-2023». Рассмотрим теоретические и прикладные аспекты методов решения ПОЗ, приведенных в таблице 1 как с использованием классического подхода, так и с использованием цифровых технологий.

Таблица 1.
Категории ПОЗ высшей математики (фрагмент)

Категории ПОЗ	Внутридисциплинарная интеграция	Междисциплинарная интеграция	Постановки практико-ориентированных задач
ПОЗ 1 с использованием методов теории вероятностей (ТВ) и	Основные теоремы теории вероятностей (ТВ), законы распределений, законы больших чисел ТВ, основные понятия	Высшая математика; Информационные технологии; Физика; Прикладная механика; Основы	В 13.00 (мск.) 5 апреля 2023 года в результате сложной метеорологической обстановки (сильного снегопада и налипания мокрого снега) произошло аварийное отключение на линии Л-220/163220 кВ протяжённостью 49 км,

Категории ПОЗ	Внутридисциплинарная интеграция	Междисциплинарная интеграция	Постановки практико-ориентированных задач
математической статистики (МС)	математической статистики (МС), статистическая вероятность, основные формулы математической статистики (МС), корреляционно-регрессионный анализ, проверка статистических гипотез, функции MS Excel в решении задач ТВ и МС, «Пакет анализа».	электротехники и электроники; Теоретические основы процессов горения и тушения; Прогнозирование опасных факторов пожара; Тактика применения сил и средств РСЧС и ГО.	которая питает 28 трансформаторных подстанций (ТП), из них 24 ТП располагаются в г. Костомукша. В результате происшествия без электроснабжения остался Костомукшский ГОК АО «Карельский Окамыш» и город Костомукша. Кроме того, в результате отключения электроэнергии на АО «Карельский Окамыш» от теплоснабжения отключен г. Костомукша. а) <i>Определите</i> вероятность возобновления теплоснабжения в г. Костомукша к 16.30 (мск.) 5 апреля 2023 года, если для этого требуется восстановление на территории АО «Карельский Окамыш» по крайней мере трех трансформаторных подстанций (ТП). Вероятность восстановления в течение трех часов каждой из четырех ТП, служащих источником электроэнергии для АО «Карельский Окамыш», составляет 0,9. Учтите, что к ликвидации последствий аварийного отключения электроэнергии удалось приступить через 30 мин. после аварии (процесс восстановления ТП на территории АО «Карельский Окамыш» считать независимым). б) Составьте ряд (закон) распределения случайной величины X – числа трансформаторных подстанций (ТП), восстановленных в течение трех часов на территории АО «Карельский Окамыш». Определите математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение случайной величины X. Постройте гистограмму и полигон биномиального распределения, проанализируйте полученные результаты. Вероятность восстановления в течение трех часов каждой из четырех ТП, служащих источником электроэнергии для АО «Карельский Окамыш», составляет 0,9 (процесс восстановления ТП считать независимым).

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Категории ПОЗ	Внутридисциплинарная интеграция	Междисциплинарная интеграция	Постановки практико-ориентированных задач
ПОЗ 2 с использованием методов теории вероятностей (ТВ) и математической статистики (МС)	Основные теоремы теории вероятностей (ТВ), законы распределений, законы больших чисел ТВ, основные понятия математической статистики (МС), статистическая вероятность, основные формулы математической статистики (МС), корреляционно- регрессионный анализ, проверка статистических гипотез, функции MS Excel в решении задач ТВ и МС, «Пакет анализа».	Высшая математика; Информационные технологии; Физика; Прикладная механика; Основы электротехники и электроники; Теоретические основы процессов горения и тушения; Прогнозирование опасных факторов пожара; Тактика применения сил и средств РСЧС и ГО.	18 апреля 2023 г. в 11 часов 05 минут старшему оперативному дежурному Главного управления МЧС России по Мурманской области поступила информация от диспетчера ФГУП «Атомфлот» (г. Мурманск), что в 11 часов 01 минуту в процессе проведения работ на ФГУП «Атомфлот» по выгрузке транспортного упаковочного комплекта с судна обеспечения «Лотта» («Имандра») на причале №2, в результате технической неисправности произошел обрыв одного стропа подъемного устройства (СТП 6,0/6000). Транспортный упаковочный комплект задел борт судна обеспечения «Лотта» («Имандра») и упал на бетонное основание пирса. Произошла разгерметизация контейнера с выбросом радиоактивных веществ в окружающую среду с загрязнением пирса и борта судна. Сцепное устройство (тросы, зацепы) упало в воду. Обнаружено трое пострадавших один из них получил травму (открытый перелом ноги), находится без сознания, два члена экипажа судна обеспечения «Лотта» («Имандра») выпали за борт (пропали без вести). Всего на ФГУП «Атомфлот» при выгрузке транспортного упаковочного комплекта с судна обеспечения «Лотта» («Имандра») на причале №2 в зоне аварии оказались 38 человек. Индивидуальный риск (вероятность) тяжелых последствий, являющихся следствием выброса радиоактивных веществ в окружающую среду, радиоактивного загрязнения пирса и борта судна, для каждого пострадавшего составляет 0,78. <i>Определите</i> вероятность того, что не менее чем 20 человек, находившихся в зоне аварии, будут иметь тяжелые последствия для жизни и здоровья (учесть только радиационные риски).

Постановка и этапы решения ПОЗ 1.

Ситуация аварийного отключения на линии Л-220/163220 кВ:

причина – сложная метеорологическая обстановка;

следствие – отключение теплоснабжения в г. Костомукша.

ПОЗ 1а. В 13.00 (мск.) 5 апреля 2023 года в результате сложной метеорологической обстановки (сильного снегопада и налипания мокрого снега) произошло аварийное отключение на линии Л-220/163220 кВ протяжённостью 49 км, которая питает 28 трансформаторных подстанций (ТП), из них 24 ТП располагаются в г. Костомукша.

В результате происшествия без электроснабжения остался Костомукшский ГОК АО «Карельский окатыш» (рис. 1) и город Костомукша. Кроме того, в результате отключения электроэнергии на АО «Карельский Окатыш» от теплоснабжения отключен г. Костомукша.

Определите вероятность возобновления теплоснабжения в г. Костомукша к 16.30 (мск.) 5 апреля 2023 года, если для этого требуется восстановление на территории АО «Карельский Окатыш» по крайней мере трех трансформаторных подстанций (ТП). Вероятность восстановления в течение трех часов каждой из четырех ТП, служащих источником электроэнергии для АО «Карельский Окатыш», составляет 0,9. Учсть, что к ликвидации последствий аварийного отключения электроэнергии удалось приступить через 30 мин. после аварии (процесс восстановления ТП на территории АО «Карельский Окатыш» считать независимым).

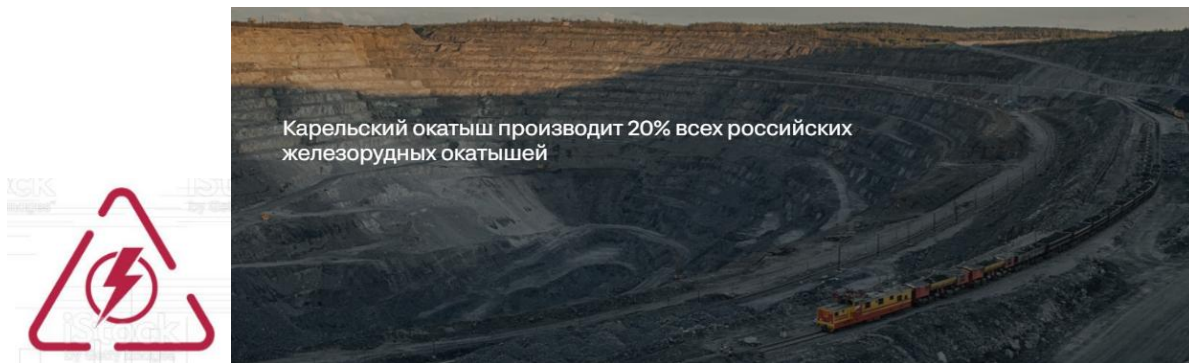


Рис. 1. Костомукшский ГОК АО «Карельский окатыш»

Этапы решения

Классическое решение ПОЗ базируется на теоремах умножения и сложения вероятностей или более оптимальном способе решения по формуле Бернулли.

Пусть в рассматриваемой профессионально-ориентированной задаче событие A – восстановление на территории АО «Карельский Окатыш» по крайней мере 3-х трансформаторных подстанций – составное событие, которое состоит из событий восстановления 3-х ТП и 4-х ТП.

Согласно условию задачи: $p = 0,9$, $q = 1 - 0,9 = 0,1$.

1. С использованием теорем умножения и сложения вероятностей:

$$P(A) = 0,9 * 0,9 * 0,9 * 0,1 + 0,9 * 0,9 * 0,1 * 0,9 + 0,9 * 0,1 * 0,9 * 0,9 + 0,1 * 0,9 * 0,9 * 0,9 = 0,2916 + 0,6561 = 0,9477$$

2. С использованием формулы Бернулли при $n = 4$, $p = 0,9$, $q = 1 - 0,9 = 0,1$

вероятность того, что в четырех испытаниях событие наступит не менее трех раз, получим в результате суммирования вероятностей двух несовместных событий:

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

$P_4(3) = C_4^3 \cdot 0,9^3 \cdot 0,1^1 = 0,2916$ (вероятность того, что три из четырех трансформаторных подстанций, находящихся на территории АО «Карельский Окамыш», в течение трех часов восстановлены);

$P_4(4) = 0,9^4 = 0,6561$ (вероятность того, что все четыре трансформаторные подстанции, находящиеся на территории АО «Карельский Окамыш» в течение трех часов восстановлены).

Искомая вероятность принимает значение:

$$P_4(3) + P_4(4) = 0,2916 + 0,6561 = 0,9477.$$

$$P(A) = \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} \cdot 0,9^3 \cdot 0,1^{4-3} + 0,9^4 = 4 \cdot 0,729 \cdot 0,1 + 0,6561 = 0,9477$$

Ответ: Вероятность того, что в четырех испытаниях событие наступит не менее трех раз, равна 0,9477.

Рассмотрим технологию решения ПОЗ 1а в табличном процессоре MS Excel.

Этапы решения

1. Этап 1 – с использованием функции ЧИСЛКОМБ (рис. 2, 3).

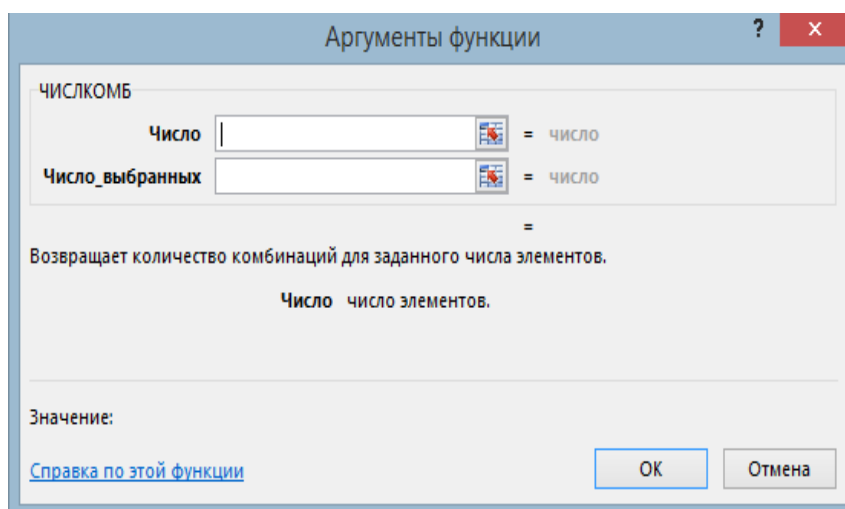


Рис. 2. Аргументы функции ЧИСЛКОМБ

D11 X ✓ fx =ЧИСЛКОМБ(4;C11)*0,9^C11*0,1^(4-C11)				
	A	B	C	D
9	Решение:			
10		Ситуация	Число восст. ТП	Вероятность
11		а)	4	0,6561
12		б)	3	0,2916
13		в)	2	0,0486
14		г)	1	0,0036
15		д)	0	0,0001
16			Проверка:	1
17	P(A)	0,9477		

Рис. 3. Решение ПОЗ при помощи функции ЧИСЛКОМБ

Ответ: Вероятность того, что в четырех испытаниях событие наступит не менее трех раз, равна 0,9477.

2. Этап 2 – с использованием функции БИНОМ.РАСП (рис. 4-6).

Биномиальное распределение случайных величин является дискретным.

Поэтому для решения рассматриваемой ПОЗ можно воспользоваться как функцией распределения, так и рядом распределения.

Вначале рассмотрим решение задачи, опираясь на ряд распределения, т.е. аргумент Интегральная = 0.

Рис. 4. Аргументы функции БИНОМ.РАСП

C37			=БИНОМРАСП(В37;4;0,9;0)
	A	B	C
31			
32		Число восст. ТП	Вероятность
33		0	0,0001000
34		1	0,0036000
35		2	0,0486000
36		3	0,2916000
37		4	0,6561000
38			1,000
39			
40	P	0,9477000	

Рис. 5. Решение ПОЗ при помощи функции БИНОМ.РАСП

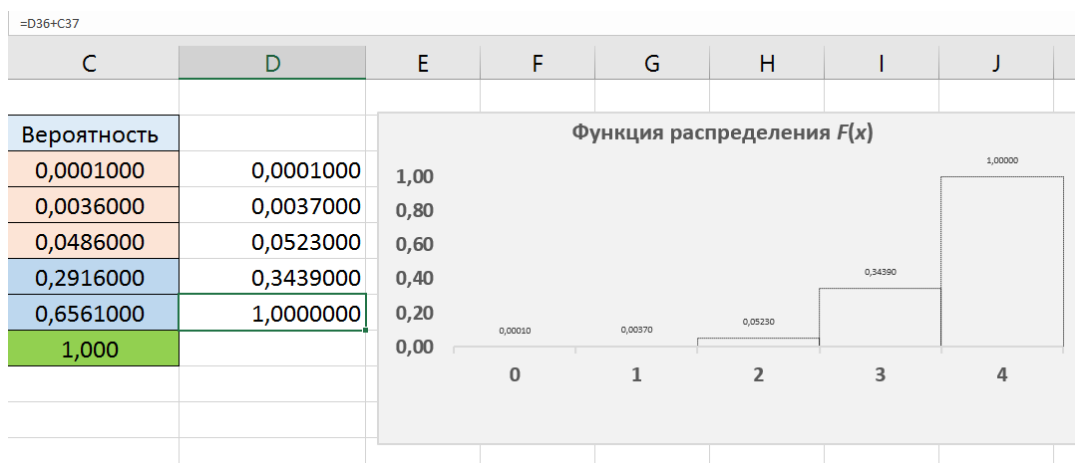


Рис. 6. Функция распределения $F(x)$

Ответ: вероятность того, что в четырех испытаниях событие наступит не менее трех раз, равна 0,9477.

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

ПОЗ 16. Составьте ряд распределения случайной величины X – числа трансформаторных подстанций (ТП), восстановленных в течение трех часов на территории АО «Карельский Окатыш». Определите числовые характеристики (случайной величины X). Постройте гистограмму и полигон биномиального распределения, проанализируйте полученные результаты.

Вероятность восстановления в течение трех часов каждой из четырех ТП, служащих источником электроэнергии для АО «Карельский Окатыш», составляет 0,9 (процесс восстановления ТП считать независимым).

Решение.

Классическое решение ПОЗ 16 базируется на формуле Бернулли и построении ряда распределения случайной величины.

Дискретная случайная величина X принимает следующие возможные значения:

$x_1 = 0$ (ни одна из четырех трансформаторных подстанций, находящихся на территории АО «Карельский Окатыш» в течение трех часов не восстановлена);

$x_1 = 1$ (одна из четырех трансформаторных подстанций, находящихся на территории АО «Карельский Окатыш», в течение трех часов восстановлена);

$x_1 = 2$ (две из четырех трансформаторных подстанций восстановлены);

$x_1 = 3$ (три из четырех трансформаторных подстанций восстановлены);

$x_1 = 4$ (все четыре трансформаторные подстанции, находящиеся на территории АО «Карельский Окатыш» в течение трех часов восстановлены).

Находим вероятности возможных значений случайной величины X по формуле Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}.$$

Учитывая, условия задачи:

$$n = 4, p = 0,9, q = 1 - 0,9 = 0,1$$

получим следующий ряд (закон) распределения:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,0001	0,0036	0,0486	0,2916	0,6561

Так как случайная величина X имеет биномиальный закон распределения, то числовые характеристики распределения можно найти по формулам:

$$M(X) = n \cdot p; D(X) = n \cdot p \cdot q; \sigma = \sqrt{D(X)}$$

В результате подстановки и вычислений получим:

$$M(X) = 4 \cdot 0,9 = 3,6; D(X) = 3,6 \cdot 0,1 = 0,36, \sigma = 0,6$$

Ответ: 3,6; 0,36; 0,6

Технология решения ПОЗ 16 в MS Excel представлена на рис. 7, 8.

D11							
	A	B	C	D	E	F	G
5							
6	x	0	1	2	3	4	
7	p	0,00010	0,00360	0,04860	0,29160	0,65610	1,00000
8							
9		Числовая хар-ка	Формула бином расп.	Проверка по типовой формуле			
10		M(X)	3,60	3,60			
11		D(X)	0,36	0,36			
12		σ	0,60	0,60			

Рис. 7. Ряд распределения

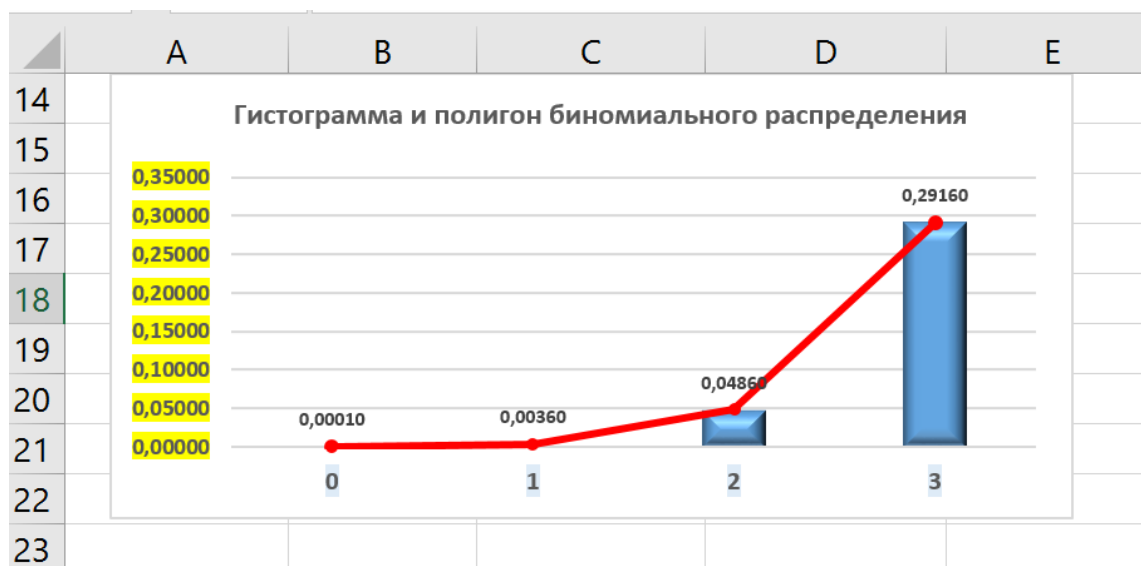


Рис. 8. Гистограмма и полигон биномиального распределения



Рис. 9. Демонстрация биномиального распределения при помощи доски Гальтона



Рис. 10. Демонстрация нормального распределения при помощи доски Гальтона

Результаты

Когда значение вероятности $p = 0,5$ распределение становится симметричным.

Так как по условию ПОЗ 1 значение вероятности $p = 0,9$, то построенное биномиальное распределение является ассиметричным. При $p \neq 0,5$ распределение приближается к симметричному при увеличении числа испытаний n . Чем ближе значение вероятности p к $0,5$, тем быстрее распределение будет переходить в симметричное.

Кроме того, следует отметить, что при увеличении n биномиальное распределение можно аппроксимировать нормальным распределением с теми же математическим ожиданием и дисперсией. Аппроксимация биномиального распределения нормальным представлена на рис. 9, 10 при помощи доски Гальтона.

При использовании профессионально-ориентированных задач в процессе обучения высшей математике проявляется творческая активность курсантов и студентов во время их анализа, решения и рассмотрения различных практических ситуаций в области техносферной безопасности с применением цифровых технологий.

Дискуссия и заключение

Цель внедрения профессионально-ориентированных задач в образовательный процесс изучения высшей математики по направлению подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» состоит в развитии у курсантов и студентов навыков применения математического аппарата к решению профессионально-ориентированных задач, умений анализировать ситуации техносферной безопасности, принятия верных решений по предотвращению чрезвычайных ситуаций и ликвидации последствий стихийных бедствий в будущей профессиональной деятельности.

Наши выводы полностью согласуются с исследованиями по внедрению профессионально-ориентированных задач в образовательный процесс по высшей математике и сопровождением данного процесса интерактивным обучением (Щербатых, Артюхина, 2023), (Щербатых, Артюхина, 2022), (Shcherbatykh, Lykova, 2022), (Morgacheva, Sotnikova, Shcherbatykh, 2022), (Dvoryatkina, Zhuk, Smirnov, Shcherbatykh, 2023). На данном этапе мотивационная составляющая у курсантов и студентов становится наиболее активной и продуктивной.

Тем не менее в настоящее время наблюдается противоречие между существующими инновационными методиками, способствующими повысить математическое образование у будущих инженеров техносферной безопасности и недостаточной разработанностью методов организации и управления математической подготовкой специалистов МЧС России в условиях цифровой трансформации математического образования. Разрешение данного противоречия связано с развитием теоретических основ и методов организации управления математической подготовкой инженеров техносферной безопасности МЧС России.

Список литературы

- Абылкасымова А.Е., Шишов С.Е., Жумалиева Л.Д. О теории модернизации цифрового образования, формирующего множественность идентичности и интеллект обучающихся // Научные исследования и разработки. Социально-гуманитарные исследования и технологии. 2023. Т.12. №3. С. 3-16. DOI: 10.12737/2306-1731-2023-12-3-3-16
- Бахтеев О.Ю., Гафаров Ф.М., Гриншкун В.В., Дятлова О.В, Косарецкий С.Г., Кудинов В.А., Леонов А.Г., Сергеев А.Н., Щербатых С. В. Цифровая платформа образования // Вестник Российского фонда фундаментальных исследований. 2022. №1 (113). С. 87-103.
- Семенов А.Л., Абылкасымова А.Е., Поликарпов С.А. Основания математического образования в цифровой век // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. 2023. Т. 511. №1. С. 3-12. DOI: 10.31857/S2686954323700157
- Смирнов Е.И. Измерители готовности педагога к управлению математическим и компьютерным моделированием обучающихся в освоении сложных систем и знаний с эффектом формирования математической грамотности. Формирование функциональной грамотности школьников: Трансфер дидактических решений. Коллективная монография. Сер. «Новая дидактика». Под научной редакцией Е.И. Смирнова. Ярославль, 2022. С. 86-119.
- Смирнов Е.И., Дворяткина С.Н., Щербатых С.В. Интеллектуальное управление в математическом моделировании исследовательской деятельности школьников // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. №3 (19). С. 48-61. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-3-48-61
- Смирнов Е.И., Попова Т.С. Модель формирования самостоятельной деятельности школьников при углубленном обучении математике в цифровой образовательной среде // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. №2 (26). С. 57-68. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-2-57-68
- Смирнов Е.И., Тихомиров С.А. «Проблемные зоны» и парадигма сложности в математическом образовании // Наставничество в математике и в математическом

- образовании – 2023: материалы международной научно-практической конференции, посвященной 120-летию со дня рождения академика А.Н. Колмогорова, Киров, 14-15 сентября 2023 г. Киров: Вятский государственный университет, 2023. С. 45-58.
- Щербатых С.В., Артюхина М.С. Краудсорсинг как элемент интерактивного обучения математике на гуманитарных направлениях подготовки // Психология образования в поликультурном пространстве. 2022. №4 (60). С. 98-105. DOI: 10.24888/2073-8439-2022-60-4-98-105
- Щербатых С.В., Артюхина М.С. Модус интерактивности в процессе обучения математике в вузе // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования – 2023: материалы международной научной конференции, Елец, 29 сентября – 1 октября 2023 г. Елец: Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина, 2023. С. 165-167.
- Щербатых С.В., Лыкова К.Г. Влияние цифровой среды на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников // Информатизация образования – 2020: материалы международной научно-практической конференции, посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского образования, великого педагога и математика, академика РАН С.М. Никольского, Орел, 29-31 октября 2020 г. Орел: Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, 2020. С. 247-252.
- Dvoryatkina S.N., Zhuk L.V., Smirnov E.I., Shcherbatykh S.V. Development managing stages of hybrid intelligent learning environment for student's mathematics research activities // Perspectives of Science and Education. 2023. №2 (62). P. 174-190. DOI: 10.32744/pse.2023.2.10
- Morgacheva N., Sotnikova E., Shcherbatykh S., Shcherbatykh L. Interactive technologies of teaching disciplines of the natural science cycle as a means of forming a socially adapted student's personality // Proceedings II International Scientific Conference on Advances in Science, Engineering and Digital Education – 2021: Conference Proceedings. Krasnoyarsk, Russia, 28 October 2021. AIP Publishing, 2022. P. 20011. DOI: 10.1063/5.0104364
- Shcherbatykh S.V., Lykova K.G. Improving the efficiency of mathematics education through the development of a stochastic worldview of students // International Journal of Instruction. 2022. T. 15. №2. P. 1057-1074. DOI: 10.29333/iji.2022.15258a
- Trofimets E., Trofimets A. Digital technologies in mathematical education // European proceedings of Social and Behavioural Sciences EpSBS – 2021: II International Conference on Economic and Social Trends for Sustainability of Modern Society, Krasnoyarsk, Russia, 19-21 May 2021. ISO London LIMITED, European Publisher, 2021. P. 1506-1512. DOI: 10.15405/epsbs.2021.09.02.168

THE PRACTICE OF TEACHING HIGHER MATHEMATICS IN UNIVERSITIES OF THE MINISTRY OF EMERGENCY SITUATIONS OF RUSSIA IN THE CONTEXT OF DIGITAL TRANSFORMATION OF EDUCATION

Dvoryatkina S. N.

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
Yelets

Trofimets E. N.

PhD. (Pedagogy), associate professor
trofimec.e@igps.ru
Saint Petersburg

Bunin Yelets State University

Saint Petersburg University of the State Fire
Service of the EMERCOM of Russia

Abstract. The role and place of digital technologies in the system of mathematical education of universities of the Ministry of Emergency Situations of Russia is

substantiated. It is shown that a reasonable, balanced combination of traditional methods of teaching higher mathematics with the use of digital technologies in the educational process leads to an increase in the motivation of those communicating when studying mathematical disciplines and, ultimately, allows for a positive didactic effect. As examples of experimental testing, the formulations and technologies for solving professionally-oriented problems, worked out within the framework of the interdepartmental experimental research exercise «Safe Arctic-2023», are considered. The feasibility of supplementing the classical (manual) approach to solving probability-theoretic problems with digital technologies is shown, especially when considering large-scale problems. The didactic clarity of a computer experiment in studying the properties of the binomial distribution is demonstrated, and its methodological connection with a physical experiment carried out using a Galton board is shown. A conceptual model of information and mathematical training of technosphere safety engineers is proposed. The directions for further improvement of mathematical education at universities of the Ministry of Emergency Situations of Russia have been determined.

Keywords: engineering education, digital resources, professionally oriented tasks, higher mathematics, hard skills, MS Excel.

References

- Abylkasymova, A., Shishov, S., Zhumaliev, L. (2023). O teorii modernizatsii cifrovogo obrazovaniya, formiruyushhego mnozhestvennost identichnosti i intellekt obuchayushsya [On the theory of modernization of digital education, which forms the plurality of identities and the intellect of students]. *Nauchnye issledovaniya i razrabotki. Socialno-gumanitarnye issledovaniya i tekhnologii*, 12 (3), 3-16. DOI: 10.12737/2306-1731-2023-12-3-3-16. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bakhteev, O. Yu., Gafarov, F. M., Grinshkun, V. V., Dyatlova, O. V., Kosaretsky, S. G., Kudinov, V. A., Leonov, A. G., Sergeev, A. N., Shcherbatykh, S. V. (2022). Cifrovaya platforma obrazovaniya [Digital education platform]. *Vestnik Rossijskogo fonda fundamentalnykh issledovaniy*, 1 (113), 87-103. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Zhuk, L. V., Smirnov, E. I., Shcherbatykh S. V. (2023). Development managing stages of hybrid intelligent learning environment for student's mathematics research activities. *Perspectives of Science and Education*, 2(62), 174-190. DOI: 10.32744/pse.2023.2.10. (In Russ., abstract in Eng.)
- Morgacheva, N., Sotnikova, E., Shcherbatykh, S., Shcherbatykh, L. (2021). Interactive technologies of teaching disciplines of the natural science cycle as a means of forming a socially adapted student's personality. *Proceedings II International Scientific Conference on Advances in Science, Engineering and Digital Education – 2021: Conference Proceedings*. Krasnoyarsk, Russia. AIP Publishing, 2022. (p. 20011). DOI: 10.1063/5.0104364. (In Eng.)
- Semenov, A. L., Abylkassymova, A. E., Polikarpov, S. A. (2023). Osnovaniya matematicheskogo obrazovaniya v cifrovoy vek [Foundations of mathematical education in the digital age]. *Doklady Rossijskoj akademii nauk. Matematika, informatika, processy upravleniya*, 511(1), 3-12. DOI: 10.31857/S2686954323700157. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shcherbatykh, S. V., Lykova, K. G. (2022). Improving the efficiency of mathematics education through the development of a stochastic worldview of students. *International Journal of Instruction*, 15(2), 1057-1074. DOI: 10.29333/iji.2022.15258a. (In Eng.)
- Shcherbatykh, S. V., Artyukhina, M. S. (2022). Kraudsorsing kak e'lement interaktivnogo obucheniya matematike na humanitarnykh napravleniyah podgotovki [Crowdsourcing as an element of interactive teaching of mathematics in the humanitie]. *Psihologiya obrazovaniya*

- v polikul'turnom prostranstve*, 4 (60), 98-105. DOI: 10.24888/2073-8439-2022-60-4-98-105. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shcherbatykh, S. V., Artyukhina, M. S. (2023). Modus interaktivnosti v processe obucheniya matematike v vuze [Modus of interactivity in the process of teaching mathematics in university]. *Fundamental'ny'e problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya – 2023: materialy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii*, (pp. 165-167). Eletskij gosudarstvennyj universitet imeni I.A. Bunina. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shcherbatykh, S. V., Lykova, K. G. (2020). Vliyanie cifrovoj sredy na formirovanie stohasticheskogo mirovozzreniya starsheklassnikov [The influence of the digital environment on the formation of a stochastic worldview of high school students]. *Informatizaciya obrazovaniya – 2020: materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvyashchennoj 115-letiyu so dnya rozhdeniya patriarha rossijskogo obrazovaniya, velikogo pedagoga i matematika, akademika RAN S.M. Nikol'skogo* (pp. 247-252). Orel: Orlovskij gosudarstvennyj universitet imeni I.S. Turgeneva. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov, E. I. (2022). 3.1. Izmeriteli gotovnosti pedagoga k upravleniyu matematicheskim i kompyuternym modelirovaniem obuchayushhixsya v osvoenii slozhnyx sistem i znaniy s efektom formirovaniya matematicheskoy gramotnosti. Formirovanie funkcionalnoj gramotnosti shkolnikov: Transfer didakticheskix reshenij. (pp. 86-119). Kollektivnaya monografiya. Ser. «Novaya didaktika». Pod nauchnoj redakciej E. I. Smirnova. Yaroslavl. (In Russ.)
- Smirnov, E. I., Dvoryatkina, S. N., Shcherbatykh, S. V. (2020). Intellektnoe upravlenie v matematicheskom modelirovanii issledovatel'skoj deyatel'nosti shkolnikov [Intellectual management in mathematical modeling of students' research activities]. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 3 (19), 48-61. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-3-48-61. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov, E. I., Popova, T. S. (2022). Model formirovaniya samostoyatel'noj deyatel'nosti shkolnikov pri uglublennom obuchenii matematike v cifrovoj obrazovatel'noj srede [The model for independent formation of student's activity in advanced mathematics education in digital educational environment]. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 2 (26), 57-68. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-2-57-68. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov, E. I., Tikhomirov, S. A. (2023). «Problemnye zony» i paradigma slozhnosti v matematicheskom obrazovanii [«Problem zones» and the complexity paradigm in mathematics education]. *Nastavnichestvo v matematike i v matematicheskom obrazovanii – 2023: materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvyashchennoj 120-letiyu so dnya rozhdeniya akademika A. N. Kolmogorova* (pp. 45-58). Kirov: Vyatskij gosudarstvennyj universitet. (In Russ., abstract in Eng.)
- Trofimets, E., Trofimets, A. (2021). Digital technologies in mathematical education. *European proceedings of Social and Behavioural Sciences EpSBS – 2021: II International Conference on Economic and Social Trends for Sustainability of Modern Society*, Krasnoyarsk, Russia. ISO London LIMITED, European Publisher, 2021. (pp. 1506-1512). DOI: 10.15405/epsbs.2021.09.02.168. (In Eng.)

Статья поступила в редакцию 08.12.2023

Принята к публикации 14.12.2023

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-68-81

УДК
372.851

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЛИМПИАДНОЕ ДВИЖЕНИЕ КАК
ФАКТОР СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ ЛИЧНОСТИ**

Иголина Елена Викторовна
к.ф.-м.н., доцент
elenaigonina7@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Сафронова Татьяна Михайловна
к.п.н., доцент
stm657@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Симоновская Галина Александровна
к.п.н., доцент
simonovskaj_g@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. При подготовке специалиста в вузе, несомненно, особое внимание уделяется профессиональной направленности. Обычно традиционная подготовка включает получение теоретических знаний, практических навыков, а также развитие критического мышления, способностей к решению проблем профессионального характера, коммуникативных навыков, специфичных для выбранной будущей профессии. Кроме того, упор часто делается на формирование исследовательских навыков, умений адаптировать полученные инновационные знания в будущей профессии. Математическое олимпиадное движение играет важную роль в профессиональной подготовке студента. Данный вид деятельности позволяет развивать у будущего специалиста критическое мышление, творческие способности, навыки решения нестандартных задач, умения выстраивать логические математические рассуждения и делать выводы. Участие в олимпиадах приводит к расширению аналитических способностей участников, более глубокому пониманию математических концепций их приложений и повышению академической успеваемости и уровня профессиональных знаний, связанных с математикой и смежными областями. В статье рассматривается роль предметных олимпиад при подготовке будущего специалиста, выявляются функции олимпиадного движения. В исследовании выделяются и описываются этапы подготовки студентов к участию в предметной олимпиаде по математике на примере участия в открытых международных студенческих Интернет-олимпиадах, приводится анализ успешности участия студентов института математики, естествознания и техники ЕГУ им. И.А. Бунина в открытых международных студенческих Интернет-олимпиадах по математике.

Ключевые слова: профессиональное образование, олимпиадное движение, предметная олимпиада по математике.

Введение

Первостепенной задачей любой образовательной организации является подготовка интеллектуально, профессионально и культурно развитого специалиста в соответствии с современными потребностями общества. Ключевую роль в решении указанной задачи играет профессиональное образование. В обобщенных научных трудах А.Н. Лейбовича под профессиональным образованием (ПО) понимается «процесс и результат профессионального становления и развития личности, сопровождающийся овладением установленными знаниями, умениями, навыками и компетенциями по конкретным специальностям и профессиям» (Лейбович, 2016).

Профессиональному образованию в России уже более 300 лет. Его становление связывают с именем Петра I, под патронажем которого в 1700 году в Москве была открыта первая ремесленная школа «Школа навигационных и математических наук». Интересным остается тот факт, что задачи, поставленные перед ПО в различные исторические периоды, не утратили актуальности и сегодня. Кроме вопроса об определении востребованности рынка труда в том или ином специалисте на данный момент времени или в будущем особое внимание уделялось вопросу о том, как построить процесс ПО, обеспечивающий высокий уровень профессионального развития личности будущего специалиста. Отметим, что в период с 1888 до 1917 гг. происходило наиболее активное развитие российской системы ПО: появились учебные планы, которые определяли основные пути подготовки квалифицированных специалистов. Ведущее место в этих планах занимали специальные предметы, в том числе и математика, которая обладала исключительным правом находиться в первых рядах. Высказывание величайшего ученого XIX века Карла Фридриха Гаусса о том, что «математика – царица всех наук», подчеркивало значимость и важность данного предмета уже в ту историческую эпоху.

На сегодняшний день основной целью системы высшего и среднего ПО является «выпуск на рынок труда компетентного специалиста, который способен быстро адаптироваться к постоянно меняющимся требованиям времени» (Тарасенко, 2017). Необходимо отметить, что поддержка талантливой молодежи является одним из приоритетных направлений деятельности Министерства науки и высшего образования РФ. Одним из ключевых факторов для реализации мероприятий, направленных на развитие и пропаганду интереса у студентов к научно-исследовательской деятельности и решению практико-ориентированных заданий, осуществления взаимодействия отдельных научных школ, максимального раскрытия интеллектуальных способностей, формирования и развития имиджа социально успешного и творчески активного молодого специалиста являются предметные олимпиады.

В Российской педагогической энциклопедии отмечено, что «предметная олимпиада (греч. *Olympíās* – состязание, соревнование) – это форма интеллектуального соревнования обучающихся в определенной научной области, позволяющая выявить не только знания фактического материала, но и умение применять эти знания в практической деятельности» (Российская педагогическая энциклопедия, 1993). Стоит также отметить, что предметные олимпиады являются не только фактором, средством эффективного развития личности обучающегося, но являются образовательной средой для профессионального роста преподавателей, участвующих в подготовке и их проведении. «Совместная деятельность в ходе олимпиады обеспечивает содержательное взаимодействие между преподавателями и студентами, способствует передаче и закреплению социального опыта, создает условия для установления личностного контакта и заинтересованного диалога между представителями различных поколений» (Вахитова, 2013).

Можно выделить основные функции олимпиадной деятельности, реализуемой в ходе целостного образовательного процесса:

1. Стимулирование учебного процесса. Олимпиады мотивируют обучающихся к углубленному изучению предметов, так как успешность участия в них повышает уровень

личностных ценностей студентов, в том числе уровень креативности, собственных интересов и достижений;

2. Развитие навыков решения проблем. Соревнования часто требуют от участников решения сложных задач, что способствует развитию аналитических и творческих навыков, полезных в будущей профессиональной деятельности;

3. Поиск и выявление талантливых специалистов. Олимпиады способствуют выявлению молодых талантливых людей в различных областях, что, несомненно, дает дополнительный стимул в продолжении развития профессиональных компетенций;

4. Подготовка к конкуренции. Участие в олимпиадах помогает будущим специалистам осваивать навыки конкуренции, преодолевать психологические барьеры, справляться с трудностями, стремиться к высоким результатам, что полезно в профессиональной деятельности;

5. Популяризация науки и образования. Олимпиады способствуют популяризации образования и науки, что стимулирует интерес к обучению и научно-исследовательской деятельности;

6. Создание общности и обмен знаниями. Участники олимпиад, общаясь друг с другом, обмениваются знаниями и опытом, что способствует созданию общности студентов и ученых.

В совершенствовании подготовки обучающихся, как будущих специалистов, обладающих гибким, критичным, оригинальным мышлением среди предметных олимпиад не оспорима роль олимпиады по математике. Отметим, что общая панорама развития математических олимпиад в России с момента их появления до наших дней и картина современного состояния российского олимпиадного движения по школьной и вузовской математике представлены в работе «История математических олимпиад в России» (Ретюнских, 2020). В работах ученых, исследователей, математиков-методистов приведены содержание и формы работы с математически одаренными детьми в многоуровневой системе олимпиад и конкурсов по математике (Агаханов, 2018), рассмотрена роль математических олимпиад в формировании активной личности и развитии ее способностей, а также представлен анализ истории становления математических олимпиад, подходов к определению понятий «олимпиада», «олимпиадной среды вуза» (Заринова, 2018).

Большинство профессий, так или иначе, взаимосвязаны с «царицей всех наук». Для гуманитарных профессий требуются базовые знания математики в том объеме, в котором мы все привыкли пользоваться этим универсальным инструментом на бытовом уровне для решения прикладных задач в повседневной жизни. Для профессий технических, связанных со сложными инженерными вычислениями различного вида, для профессий, связанных с экономикой, требующих финансовых расчетов и конечно для высокотехнологичных производственных отраслей, требующих построения математических моделей, необходимы знания математики на качественно ином, высоком уровне. Сегодня на рынке труда представлен широкий спектр профессий, связанных с математикой, начиная от преподавателей и учителей математики, бухгалтеров, экономистов, аналитиков, инженеров, программистов, математиков и др. Имеют место и «экзотические» профессии, в которых математика занимает одно из центральных мест в формировании профессиональных знаний: блокчейн-инженер, криптограф, веб-разработчик, дата-сайентист, специалист по робототехнике, налоговый консультант, специалист по кибербезопасности, разработчик искусственного интеллекта, специалист по планированию городов, биоинженер и др.

Цель исследования заключается в выявлении основных функций олимпиадного движения по предмету «Математика», разработке механизмов подготовки студентов к участию в конкурсах и олимпиадах.

Открытые международные студенческие Интернет-олимпиады

Использование для проведения предметных олимпиад инфокоммуникационных технологий позволяет сделать данное мероприятие массовым и расширить географию участников вплоть до международного уровня. Ярким примером таких олимпиад служат

открытые международные студенческие Интернет-олимпиады (Open International Internet-Olympiad, ОПО-олимпиады), которые проводятся с 2008 года под эгидой Национального фонда поддержки инноваций в сфере образования. ОПО-олимпиады стали самыми массовыми студенческими олимпиадами на постсоветском образовательном пространстве. В международных Интернет-олимпиадах ежегодно принимают участие более 50 тысяч студентов вузов и 13 тысяч студентов СПО из 20 стран (Азербайджан, Армения, Белоруссия, Бельгия, Болгария, Венгрия, Грузия, Израиль, Казахстан, Китай, Кыргызстан, Польша, Россия, Румыния, Словения, Таджикистан, Туркменистан, Украина, Узбекистан, Эстония) по 17 дисциплинам высшего и 6 дисциплинам среднего профессионального образования [<https://olymp.i-exam.ru/>].

Интернет-олимпиады играют значимую роль в совершенствовании профессионального образования личности, что определяется следующими ее функциональными возможностями (Бемянская, 2016):

- системная массовая работа по выявлению одаренной молодежи;
 - оценка качества подготовки студентов (на российском и международном уровнях);
- "драйв" для повышения качества подготовки студентов.

Результаты Интернет-олимпиад учитываются:

1. При процедуре профессионально-общественной аккредитации вузов.
2. В проекте «Лучшие образовательные программы инновационной России».
3. В Национальном агрегированном рейтинге (показатель «Международное признание»).

Технология проведения предметных ОПО-олимпиад представляется в основном двумя турами: региональный, который проходит на площадках вузов-участников в дистанционном формате, и заключительный этап, который проходит в базовых университетах с организацией видеотрансляции в сети Интернет. Немного сложнее представляется технология проведения олимпиады по математике (рис. 1.), что связано, несомненно, со значимой ролью математики в подготовке будущих специалистов любого направления подготовки.



Рис. 1. Технология проведения ОПО-олимпиады по математике

К участию приглашаются студенты 1-3 курсов бакалавриата и специалитета высших учебных заведений. Олимпиадные задания составляются для обобщенных профилей направлений подготовки, которые представлены следующими видами: биотехнологии и медицина, гуманитарный и юридический, специализированный (с углубленным изучением дисциплины), техника и технологии, экономика и управление. Каждый тур олимпиады включает 16 заданий, различной степени сложности, причем имеют место задания, которые целесообразно выполнять с помощью написания программного кода (на любом известном участнику языке программирования), реализующего решение задачи с большим числом вычислительных итераций. Продолжительность тестирования составляет 180 минут

(Игонина, 2023). Для участия в ОПО-олимпиаде по математике необходимо знание таких ее разделов, изучаемых в вузе, как: линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной, дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, кратные интегралы, комплексные числа, обыкновенные дифференциальные уравнения, числовые и степенные ряды.

Важность участия вузов в ОПО-олимпиаде заключается не только в определении рейтинга образовательного учреждения среди вузов, но и в возможности получения независимой качественной оценки подготовки обучающихся. Организаторы олимпиады формируют подробный информационно-аналитический отчет по результатам первого тура, который содержит количественные показатели участия студентов как в целом по вузу, так и в сравнении с результатами всех участников (по всероссийскому и международному рейтингу), анализ уровня сформированности предметных компетенций студентов вузов-участников и развернутый анализ результатов Интернет-олимпиады по конкретной дисциплине. Таким образом, наставник-преподаватель по результатам отчета может увидеть и проследить уровень развития каждого студента-участника в разрезе тематических заданий, степень подготовленности и знаний, наметить дальнейшую траекторию в подготовке обучающегося с учетом специфики олимпиадных заданий, оценить возможность дальнейшего участия в олимпиадном движении.

Этапы подготовки обучающихся к участию в предметной олимпиаде по математике

В настоящем исследовании рассматривается опыт преподавателей кафедры математики и методики ее преподавания ЕГУ им. И.А. Бунина по подготовке обучающихся института математики, естествознания и техники (МЕиТ) к участию в ОПО-олимпиаде по математике. Авторами настоящей работы предлагаются этапы подготовки студентов к участию в вышеназванной олимпиаде, проводится анализ и дается характеристика содержания олимпиадных заданий, которые позволяют оценить необходимый уровень базовых знаний обучающихся, синергию межпредметных связей и объем знаний, выходящий за пределы рабочих программ дисциплин математического цикла.

Выделяются следующие основные этапы подготовки учащихся к предметной олимпиаде (Игонина, 2023):

1 этап. Выбор олимпиады. Первый этап заключается в определении предметной олимпиады, в которой будут участвовать обучающиеся, а также в понимании формата и требований конкурса;

2 этап. Оценка имеющихся у будущих участников знаний и навыков в предметной области. Указанная оценка проводится с целью выявления областей, в которых обучающиеся имеют недостаточные знания, или, наоборот, имеют достаточно высокую подготовку;

3 этап. Составление плана работы. На основе оценки создается план работы, который фокусируется на улучшении слабых сторон учащихся, а также на развитии их существующих сильных сторон. Это может включать изучение учебной, научной, специализированной литературы, работу над практическими задачами и прохождение практических тестов;

4 этап. Предоставление ресурсов и поддержки. Студентам может потребоваться доступ к дополнительным ресурсам, таким как учебники, онлайн-материалы или помощь наставников. Предоставление этих ресурсов может помочь будущим участникам укрепить свои знания и уверенность в предметной области;

5 этап. Практика и повторение. Регулярные практические занятия и повторение пройденного материала являются важным звеном в подготовке обучающихся к предметной олимпиаде. Студенты могут работать над практическими задачами и проходить практические тесты, а также получать отзывы о своей работе, чтобы определить области знаний, которые нуждаются в доработке;

6 этап. Разработка стратегии участия. По мере приближения соревнований участники должны разработать стратегии для решения конкретного формата и требований олимпиады. Это может включать практику управления временем, определение ключевых понятий, на которых следует сосредоточиться, и разработку стратегий прохождения теста.

При реализации каждого этапа учитывается тематическая составляющая олимпиады, наполняемость и сложность заданий которой в свою очередь зависит от направления подготовки обучающегося.

Примеры решения олимпиадных задач по математике

Олимпиадные математические задачи охватывают широкий круг тем, включая алгебру, математический анализ, геометрию, теорию чисел, комбинаторику и другие разделы. Они часто связаны с решением сложных задач и требуют глубокого понимания математических концепций. Такие задачи варьируются от сложных до чрезвычайно сложных и проверяют творческие способности участников, логическое мышление и математическую изобретательность.

При формировании задачного материала для различных этапов математических олимпиад или турниров организаторы обращаются к авторским задачам, решения которых невозможно найти в открытых банках до проведения испытаний. Хотя после окончания испытаний для участников организуются разборы предложенных задач. Вот на таких мероприятиях (самых олимпиадах и последующих разборах) каждый участник и получает опыт, который позволит ему успешно участвовать в олимпиадном математическом движении. Получить представление об уровне и сложности математических олимпиадных задач можно, рассматривая открытые базы материалов различных олимпиад. Приведем некоторые примеры из Интернет-олимпиад по математическим дисциплинам последних двух лет.

Задача 1. Найдите наибольшее по абсолютной величине возможное значение определителя

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & \frac{1}{2} \\ \sin \alpha & \cos \alpha & -\sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} & 7 & 2 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Определенная и ограниченная на отрезке $[-1; 1]$ функция $f(x)$ для любого $x \in [-1; 1]$ удовлетворяет равенству $f(x) + xf(x^2) = 2$. Найдите значение производной данной функции в точке $x = 0$.

Задача 3. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет вершину в точке C и пересекает ось абсцисс в двух различных точках A и B . Известно, что точки A , B , C являются вершинами правильного треугольника. Вычислите дискриминант этой параболы $D = b^2 - 4ac$.

Задача 4. Основания равносторонних треугольников со сторонами 1, 3, 5, 7, ... расположены последовательно на одной прямой так, что касаются друг друга (рис. 2). Известно, что вершины этих треугольников $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$, противоположные основаниям, лежат на некоторой параболе. Расстояние от фокуса этой параболы до вершины сотового треугольника A_{100} равно ...

При решении такого рода задач участник должен не только владеть прочной базой математических знаний по различным разделам математики, но и должен обладать навыками корректуры и творческого мышления. Умения синхронизировать имеющуюся информацию, интерпретировать её к новой необычной модели и строить план решения позволяет прийти к успеху.

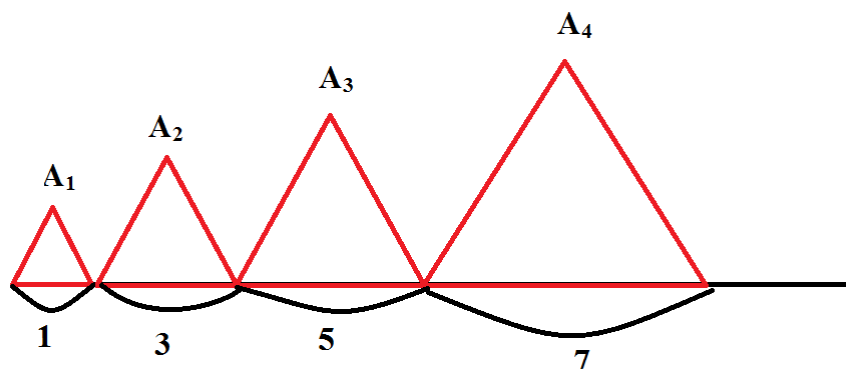


Рис. 2. Чертеж к задаче 4

Так, например, при решении четвертой задачи необходимо правильно интерпретировать данные, уточнить спектр основных разделов математики необходимых для решения. Первый этап – это работа с рисунком, переход от данных к геометрической модели (рис. 3).

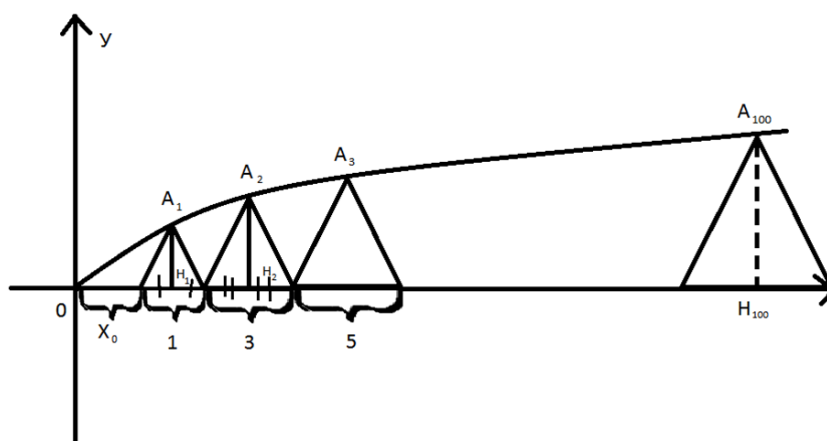


Рис. 3. Геометрическая интерпретация данных задачи 4

Далее происходит переход к аналитическому решению. Так как длины сторон треугольников образуют арифметическую прогрессию, можно найти длину сотового треугольника:

$$a_n = a_1 + (n-1)d,$$

$$a_1 = 1, \quad d = 2, \quad a_{100} = a_1 + (100-1)d = 1 + 99 \cdot 2 = 1 + 198 = 199.$$

Получив, что сторона треугольника с вершиной A_{100} равна 199. Можно найти высоту равностороннего треугольника:

$$|A_{100}H_{100}| = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{199\sqrt{3}}{2}.$$

Следующий этап – нахождение уравнения параболы $y^2 = 2px$, проходящей через точки $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{100}$.

Используя информацию о кривых второго порядка, находят координаты фокуса $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ параболы, для найденной кривой $F\left(\frac{3}{4}; 0\right)$. Далее находят расстояние от фокуса до

точки A_{100} и с учётом условия $x_0 = \frac{1}{4}$, получают что ось Oy располагается правее точки B_1 (рис. 4).

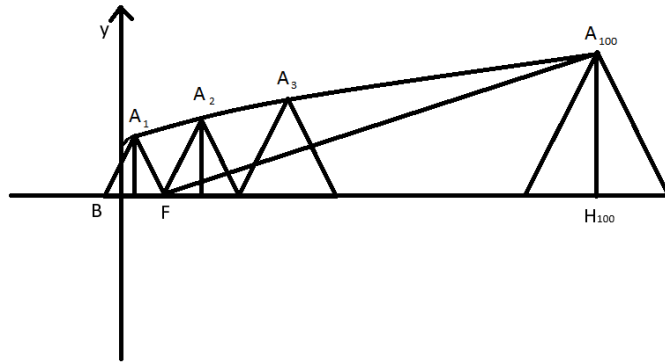


Рис. 4. Уточненный чертеж к задаче 4

На последнем этапе – рассматривая прямоугольный треугольник $FA_{100}H_{100}$, по теореме Пифагора вычисляют расстояние от фокуса найденной параболы до вершины сотого треугольника A_{100} :

$$|FA_{100}| = \sqrt{9899,5^2 + \left(\frac{199\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{98000100,25 + 29700,75} = \sqrt{98029801} = 9901.$$

Ответ: 9901.

Для успешного решения данной задачи участник, несомненно, должен обладать прочными знаниями из следующих разделов математики: числовые последовательности (арифметическая прогрессия), геометрия правильного треугольника, кривые второго порядка. Кроме того, участник ограничен и временными рамками, следовательно, времени на размышления очень мало. Необходимо выполнять решение достаточно быстро и делать записи кратко, четко, информативно и ясно. Далее представлены записи участника олимпиады, который решал данную задачу (рис. 5).

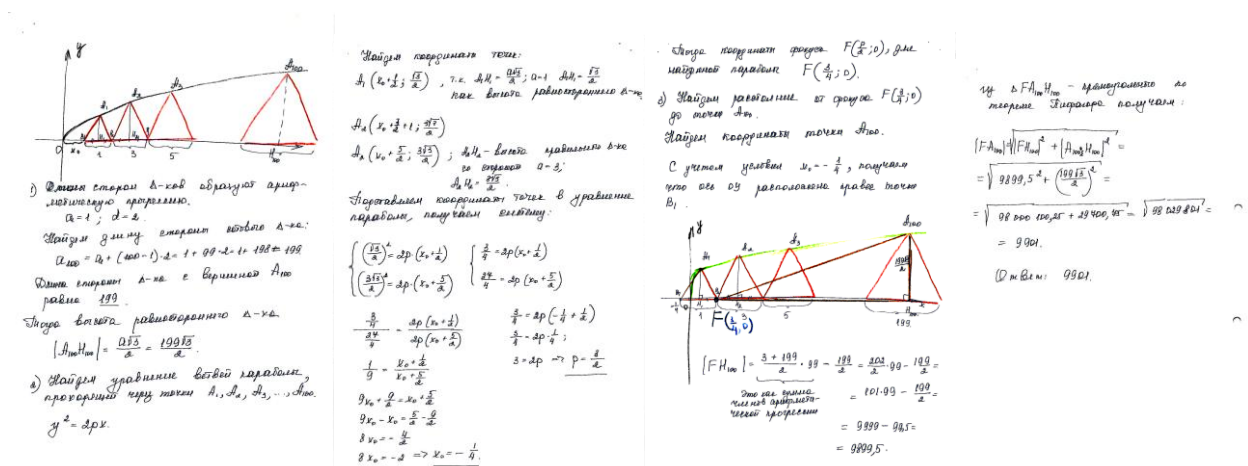


Рис. 5. Решение задачи 4 участником олимпиады

Результативность участия

Приведем результаты участия в ОПО-олимпиаде по математике студентов института математики, естествознания и техники (ИМЕиТ) по двум профилям за 2023 год в сравнении с результатами обучающихся других вузов. Для студентов направления подготовки 44.03.05

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Педагогическое образование были рекомендованы для решения олимпиадные задания гуманитарного профиля (ГП), задания специализированного (углубленного) профиля (СП) были предложены для студентов направлений подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

На рисунке 6 представлены результаты первого тура, показывающие процент студентов, решивших задание с учетом его принадлежности к основным разделам высшей математики (данные за 2023 год). Статистика приведена по отношению к результатам студентов других вузов и с учетом профилей заданий (для СП и ГП).

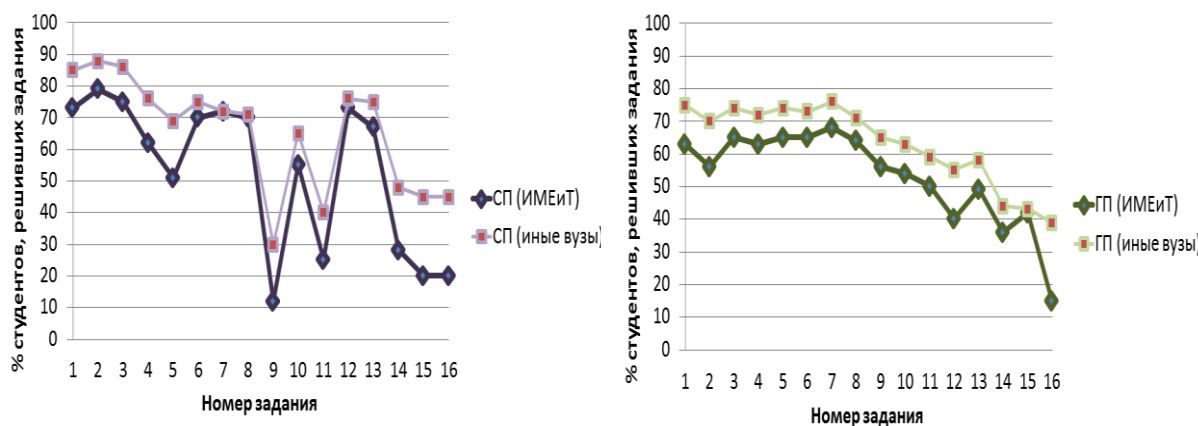


Рис.6. Процент выполнения олимпиадных заданий участниками первого тура

Распределение олимпиадных заданий по разделам представлено в таблице 1.

Таблица 1.

Распределение олимпиадных заданий по разделам высшей математики

Раздел	Номер задания
Линейная и векторная алгебра	1, 2, 4, 5, 6, 9, 11
Аналитическая геометрия	3, 14
Введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной, дифференциальное исчисление функции нескольких переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, кратные интегралы, комплексные числа, обыкновенные дифференциальные уравнения, числовые и степенные ряды.	7, 8, 10, 12, 13, 15, 16

Для подсчета набранных участниками баллов в первом туре учитывался коэффициент решаемости задания, и использовалась следующая методика расчета баллов (Белянская, 2016):

весовой коэффициент B_j за верно выполненное j -ое задание зависит от коэффициента решаемости этого задания и определяется следующим образом:

$$B_j = \begin{cases} 4; & \text{если } k_j \leq 0,04 \\ 3; & \text{если } 0,04 < k_j \leq 0,18 \\ 2; & \text{если } 0,18 < k_j \leq 0,31 \\ 1; & \text{если } k_j > 0,31 \end{cases},$$

где k_j – коэффициент решаемости j -ого задания, равный отношению числа студентов, верно решивших задание, к общему числу студентов, решавших задание.

Таким образом, набранный балл i -ого студента равен:

$$m_i = \sum_{j=1}^{16} B_j \cdot \alpha_{ij}$$

где $\alpha_{ij} = 1$, если i -ый студент верно решил j -ое задание, и $\alpha_{ij} = 0$ в противном случае. Максимально возможный результат равен $M = \sum_{j=1}^{16} B_j$.

Отсюда индивидуальный результат студента в процентах равен:

$$D_i = \frac{m_i}{M} \cdot 100\% = \frac{\sum_{j=1}^{16} B_j \cdot \alpha_{ij}}{\sum_{j=1}^{16} B_j} \cdot 100\%$$

Баллы, начисляемые за каждое задание, и коэффициент решаемости заданий ОПО-олимпиады по математике представлены в таблице 2. Также в этой таблице приведены результаты по значению среднего и медианного балла, максимального балла с учетом профиля.

Таблица 2.
Распределение баллов и коэффициент решаемости заданий

Профиль	Специализированный		Гуманитарный	
Номер задания	Коэффициент решаемости	Общий балл за задание	Коэффициент решаемости	Общий балл за задание
1	0,39	1	0,40	1
2	0,65	1	0,06	3
3	0,41	1	0,32	1
4	0,25	2	0,19	2
5	0,13	3	0,21	2
6	0,36	1	0,17	3
7	0,46	1	0,29	2
8	0,26	2	0,16	3
9	0,08	3	0,10	3
10	0,18	3	0,11	3
11	0,07	3	0,14	3
12	0,39	1	0,03	4
13	0,28	2	0,12	3
14	0,05	3	0,04	4
15	0,03	4	0,28	2
16	0,03	4	0,01	4
Максимально возможный балл		35		43
Средний набранный балл		6,06 (17,31%)		5,63 (13,09%)
Медианный балл		5 (14,29%)		3 (6,98%)
Количество студентов, набравших максимальный балл		0		0

На рисунке 7 представлены диаграммы ранжирования результатов первого тура ОПО-олимпиады по математике по двум профилям за 2022 г. и 2023 г. Стоит отметить повышение качества подготовки обучающихся и как следствие большее количество участников, набравших 50 и более баллов по сравнению с предыдущими годами.

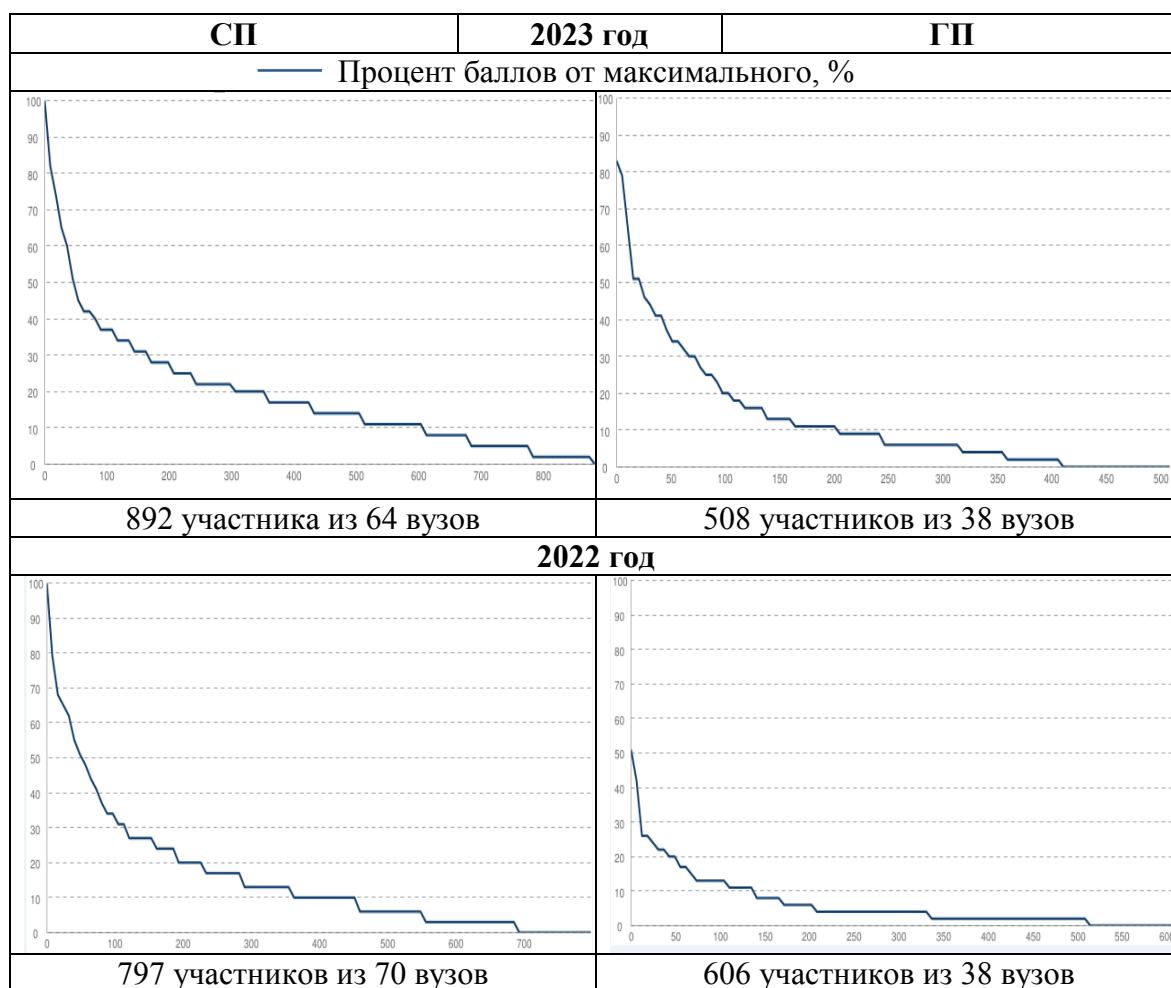


Рис. 7. Диаграммы ранжирования результатов первого тура ОПО-олимпиады по математике за 2022 г. и 2023 г.

На рисунке 8 представлена гистограмма распределения итоговых баллов к процентному числу участников (в отдельности ИМЕиТ, студенты иных вузов) по двум профилям олимпиады. Количественные соотношения характеризуют качество подготовки студентов ИМЕиТ по сравнению с обучающимися других вузов.

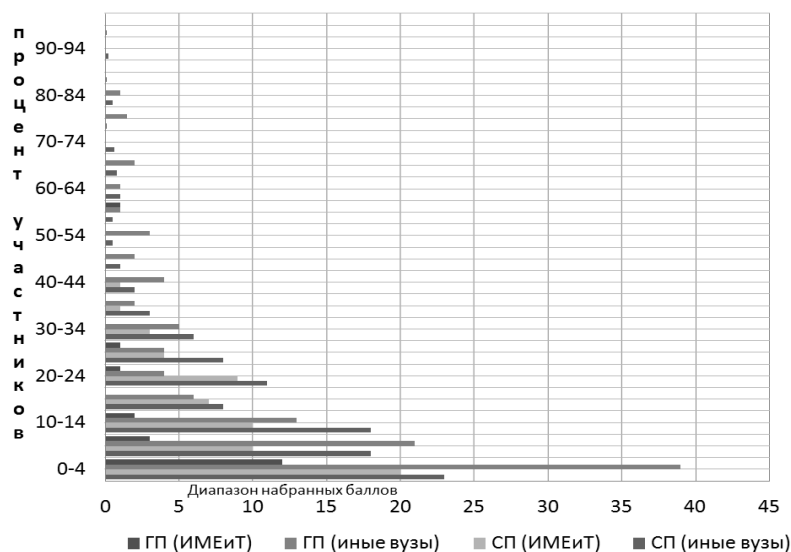


Рис. 8. Гистограмма распределения итоговых баллов к процентному числу участников

Почти десять лет студенты института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина принимают активное участие в ОПО-олимпиаде по математике. Первый опыт участия был не совсем удачным, но анализ содержательной составляющей контрольных заданий, организация этапов подготовки студентов к участию в олимпиадах дал положительный результат. Количество желающих участвовать в таком виде деятельности стало возрастать, спектр направлений подготовки участников с каждым годом расширялся, и студенты начали получать приглашения к участию в дальнейших турах, занимать призовые места. В 2023 году студентка института ИМЕиТ Анастасия Жигулина была приглашена на III заключительный тур ОПО-олимпиады, в котором приняли участие 109 студентов из 59 вузов и филиалов вузов Российской Федерации, а также из Кыргызской Республики, Таджикистана и Узбекистана. Третий (заключительный) тур студенческой Интернет-олимпиады по математике проводился в городе Йошкар-Оле (Республика Марий Эл) на базе Поволжского государственного технологического университета. Форма проведения была традиционной: студентам-участникам были предложены печатные тексты заданий олимпиады, устанавливались временные рамки, решения задач оформлялись в письменном виде. Выполненные работы проверялись членами международного жюри. Была предусмотрена подача апелляционных заявлений. Важно отметить, что каждый участник имел возможность защитить предложенный им вариант решения задачи. Наставнику елецкой студентки представилась возможность принять участие в работе жюри третьего (заключительного) тура олимпиады. Опыт работы в составе жюри позволил качественно проанализировать формы и содержание внутривузовской подготовки студентов к олимпиаде, внести коррективы, разработать эффективные механизмы обозначенной деятельности.

Предложенные в настоящей работе этапы подготовки обучающихся помогают студентам ИМЕиТ активно и результативно принимать участие в других математических олимпиадах. Среди них: Всероссийская олимпиада студентов по элементарной геометрии, которая проводится по инициативе института математики и информатики Северо-Восточного федерального университета имени М.К. Аммосова и при поддержке Дальневосточного центра математических исследований; олимпиада по математике «Спектр» Липецкого государственного педагогического университета имени П.П. Семенова-Тян-Шанского и другие. Преподаватели кафедры (наставники) в процессе подготовки к олимпиаде учитывают индивидуальные математические способности и интеллектуальные особенности каждого студента, помогают разработать стратегию выполнения олимпиадной работы, что как следствие, в дальнейшем позволяет выстроить траекторию профессионального становления личности.

Выводы

Олимпиады способствуют здоровой конкуренции среди обучающихся, мотивируют их на успехи в учебе, помогают развивать дух соперничества, умения выстраивать отношения в команде, совершенствовать профессиональные качества личности.

Анализ результатов математических олимпиад дает представление о сильных и слабых сторонах участников, позволяет наставникам совершенствовать механизмы и стратегии процессов их подготовки к участию в олимпиадах. Эта обратная связь помогает студентам сосредоточиться на областях, требующих улучшения, скорректировать свои стратегии поведения и поставить конкретные цели для будущих соревнований. Все сказанное мотивирует обучающихся стремиться к более высоким результатам, улучшать математическую и профессиональную подготовку.

В целом математическое олимпиадное движение можно рассматривать не только как один из существенных факторов совершенствования профессионального образования личности обучающегося, но также как ключевой компонент профессионального развития молодого специалиста либо как показатель эффективности наставника-преподавателя.

Список литературы

- Белянская Е.С., Тусюк С.К. Интернет-олимпиада в сфере профессионального образования // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. № 12-2. С. 236-239.
- Вахитова Г.Х. Предметные олимпиады как способ повышения качества образования студентов педагогических вузов // Научно-педагогическое обозрение. 2013. № 1(1). С. 36-39.
- Иголина Е.В., Симоновская Г.А. Предметные олимпиады как средство эффективного развития личности обучающихся высшей школы // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: Сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 29 сентября – 01 октября 2023 года. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2023. С. 64-67.
- Зарипова З.Ф. Олимпиада по математике как психолого-педагогический феномен // Проблемы современного педагогического образования. 2018. №58-4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/olimpiada-po-matematike-kak-psiologo-pedagogicheskiy-fenomen> (дата обращения: 29.10.2023).
- Лейбович А.Н. Механизмы развития профессионального образования и обучения в зеркале международных сравнительных исследований. М.: Федеральный институт развития образования, 2016.
- Ретюнских И.В., Волоткович Д.А. История математических олимпиад в России // Гуманитарные проблемы военного дела. 2020. № 3(24). С. 183-187.
- Российская педагогическая энциклопедия / гл. ред. Давыдов В.В. М.: Научн. изд. «Большая Российская энциклопедия», 1993.
- Тарасенко Ю.А. Роль предметной олимпиады в формировании профессиональных компетенций // Образование и воспитание. 2017. № 1 (11). С. 50-54.

MATHEMATICAL OLYMPIAD MOVEMENT AS A FACTOR OF IMPROVING PROFESSIONAL EDUCATION OF A PERSON

Igonina E. V. PhD (Physical and mathematical sciences), associate professor elenaigonina7@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University
Safronova T. M. PhD in Education (Pedagogy), associate professor stm657@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University
Simonovskaya G.A. PhD in Education (Pedagogy), associate professor simonovskaj_g@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University

Abstract. When preparing a specialist at a university, special attention is undoubtedly paid to professional orientation. Usually, traditional training includes the acquisition of theoretical knowledge, practical skills, as well as the development of critical thinking,

abilities to solve professional problems, and communication skills specific to the chosen future profession. In addition, emphasis is often placed on the formation of research skills, the ability to adapt the acquired innovative knowledge in a future profession. The mathematical Olympiad movement plays an important role in the professional training of a student. This type of activity allows the future specialist to develop critical thinking, creativity, skills for solving non-standard tasks, the ability to build logical mathematical reasoning and draw conclusions. Participation in Olympiads leads to an expansion of the analytical abilities of participants, a deeper understanding of mathematical concepts of their applications and an increase in academic performance and the level of professional knowledge related to mathematics and related fields. The article examines the role of subject Olympiads in the preparation of a future specialist, identifies the functions of the Olympiad movement. The study highlights and describes the stages of preparing students to participate in the subject Olympiad in mathematics using the example of participation in open international student Internet Olympiads. The article also provides an analysis of the success of the participation of students of the Institute of Mathematics, Natural Sciences and Technology of I.A. Bunin YSU in open international student Internet Olympiads in mathematics.

Keywords: professional education, Olympiad movement, subject Olympiad in mathematics

References

- Belyanskaya, E. S., Tussyuk, S. K. (2016). *Internet-olimpiada v sfere professional'nogo obrazovaniya*. Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki. 12-2, 236-239. (In Russ.)
- Igonina, E. V., Simonovskaya, G. A. (2023). *Predmetnye olimpiady kak sredstvo effektivnogo razvitiya lichnosti obuchayushchihnya vysshej shkoly*. Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya: Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii, Elec, 29 sentyabrya – 01 oktyabrya 2023 goda. Yelets: Eleckij gosudarstvennyj universitet im. I.A. Bunina, 64-67. (In Russ.)
- Lejbovich, A. N. (2016). *Mekhanizmy razvitiya professional'nogo obrazovaniya i obucheniya v zerkale mezhdunarodnyh sravnitel'nyh issledovanij*. M.: Federal'nyj institut razvitiya obrazovaniya, 2016. (In Russ.)
- Retyunskih, I. V., Volotkovich, D. A. (2020). Istoriya matematicheskikh olimpiad v Rossii. Gumanitarnye problemy voennogo dela. № 3(24), 183-187. (In Russ.)
- Rossiyskaya pedagogicheskaya enciklopediya. Gl. red. Davydov V. V. M.: Nauchn. izd. «Bol'shaya Rossiyskaya enciklopediya», 1993. (In Russ.)
- Tarasenko, Yu. A. (2017). *Rol' predmetnoj olimpiady v formirovanii professional'nyh kompetencij*. Obrazovanie i vospitanie. 1 (11), 50-54. (In Russ.)
- Vahitova, G. H. (2013). *Predmetnye olimpiady kak sposob povysheniya kachestva obrazovaniya studentov pedagogicheskikh vuzov*. Nauchno-pedagogicheskoe obozrenie. 1(1), 36-39. (In Russ.)
- Zaripova, Z. F. (2018). *Olimpiada po matematike kak psihologo-pedagogicheskij fenomen. Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya*. №58-4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/olimpiada-po-matematike-kak-psihologo-pedagogicheskij-fenomen> (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 05.12.2023

Принята к публикации 14.12.2023

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-82-92

УДК
37.012.3

**ПУБЛИКАЦИОННАЯ АКТИВНОСТЬ МЕЖДУНАРОДНОГО
НАУЧНОГО СООБЩЕСТВА ПО ПРОБЛЕМЕ
ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ
СОЗДАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ**

Чванова Марина Сергеевна
д.п.н., профессор
tmbtsu@gmail.com
г. Москва

Багин Вадим Анатольевич
vadimbaginwork@gmail.com
г. Москва

Московский государственный университет
технологий и управления имени
К.Г. Разумовского (Первый казачий
университет)
«Российский биотехнологический
университет» (РОСБИОТЕХ)

Аннотация. В статье рассматривается публикационная активность исследователей мира по проблеме использования нейросетевых технологий при создании образовательных видеолекций. Определен период максимальной публикационной активности, выявлена ее динамика. С использованием инструментария в информационных системах для работы с научными публикациями: Lens.org, Scopus, Web of Scienc, VOSviewer проведен анализ публикаций: по ключевым словам построены терминологические карты, диаграммы распределения публикационной активности авторов, тепловая карта публикационной активности стран. Методология представленного в статье исследования основана на методах анализа и синтеза, а также на применении системного подхода для проведения структурного анализа публикационной активности в отношении применения нейросетевых технологий в образовательной деятельности. Рассмотренное в статье отношение к нейросетевым технологиям позволяет обосновать, что рассматриваемая область исследования начинает обсуждаться в мире, однако всё еще остается недостаточно развитой. Проблема применения нейросетевых технологий при создании видеолекций для системы образования является мало исследуемой, что тормозит их применение в образовательных целях по причине отсутствия понимания функциональных возможностей этих технологий в образовании и их педагогического потенциала. Результаты исследования могут представлять практический интерес для системы образования, в частности, для преподавателей высших учебных заведений в качестве использования нейросетевых технологий как новой функциональной возможности преподавателя и помощи в преподавательской деятельности.

Ключевые слова: видеолекции, нейросетевые технологии, цифровые образовательные видеолекции.

Введение

Активность педагогов-исследователей в области освоения появляющихся информационных технологий усиливается с каждым витком их совершенствования. Такой интерес связан, прежде всего, с желанием снять рутинную нагрузку с участников образовательного процесса, с поиском технологий активизации образовательной деятельности, поиском путей индивидуализации обучения и др. (Reiss, 2021; Тимохин, 2022; Иванова, 2023).

В настоящее время достижения в области генеративного искусственного интеллекта (ИИ) привлекли внимание исследователей мира. Появившиеся инструменты, такие как Dalle-2 и ChatGPT, ранее считались неподвластными ИИ, теперь могут повысить производительность творческих медиа новыми способами, в том числе за счет создания синтетического видео (Pataranutaporn, 2021; Кахаров, 2023). Например, компании OpenAI и IBM используют алгоритмы на основе искусственного интеллекта для создания текстовых материалов, которые затем могут быть преобразованы в видеолекции. Также есть системы автоматического генерирования видео на основе текста, которые также используют нейросети.

С одной стороны, становится очевидным, что искусственный интеллект сам по себе не может создавать медиа, он лишь помогает в этом процессе. Например, алгоритмы машинного обучения могут использоваться для анализа данных и предсказания тенденций, что может помочь в создании более эффективных медиа. С другой стороны, нейросети могут использоваться непосредственно для обработки изображений и видео, что позволяет создавать более качественные и реалистичные медиа (Суходолов, 2019).

Вместе с тем сегодня существует достаточно ограниченное количество исследований, посвященных педагогической значимости синтетических медиа, созданных искусственным интеллектом (Leiker, 2023; Vázquez-Cano, 2021). В связи с этим необходимо определить научные направления, в которых представлены применение нейросетевых технологий, для создания цифрового образовательного видеоконтента, активность исследователей в близких направлениях, а также понять, какие существуют проблемы в применении нейросетевых технологий для создания образовательных видеолекций.

Для проведения исследования публикационной активности занимающихся этой работой людей важно адекватно определить ключевые слова для получения системного представления. Например, в работах отечественных авторов зачастую рассматриваются общие проблемы и значимость использования нейросетевых технологий в образовании, дистанционном обучении (Катханова, 2022; Курбанова, 2023), что может дать некоторые фрагментарные результаты. При необходимости, можно уточнить ключевые фразы и сузить поиск – что не всегда приводит к искомому результату, но позволяет выявить интересные факты. Например, понять, что работы научного сообщества в области применения нейросетевых технологий для создания образовательных видеолекций рассматриваются весьма фрагментарно (Кичигина, 2022; Беленкова 2020), что говорит о практическом отсутствии или недостаточной заинтересованности научного сообщества в использовании нейросетевых технологий для создания цифрового образовательного видеоконтента.

Методология

Для анализа публикационной активности выбраны следующие ключевые слова: «video digital educational content» (видео цифровой образовательный контент), «educational courses Neural networks» (образовательные курсы с использованием нейросетевых технологий) и «educational video courses Neural networks» (образовательный видеоконтент с использованием нейросетевых технологий). Анализ по приведенным сочетаниям ключевых слов позволит проанализировать заинтересованность научного сообщества, связанную с применением нейросетевых технологий для создания образовательных видеолекций, а также уровень развития близких к данной теме в мировом научном сообществе.

Для проведения исследования был использован функционал, предлагаемый системой Lens.org (Скворцов, 2023), которая содержит инструменты поиска и анализа, способные

обеспечить доступ к глобальным данным научной литературы с индексацией цитирования: названия статей, имена авторов, ключевые слова, страны, годы публикаций, другие категории данных, необходимых для анализа научных публикаций и исследований по проблеме. Использование данной системы позволило собрать статистику по количеству опубликованных научных статей по выделенным ключевым словам для оценки заинтересованности научного сообщества в области использования нейросетевых технологий для создания цифрового образовательного видеоконтента. Анализ тепловой карты по сферам написания научных работ показывает области, в которых анализ данной проблемы рассматривается наиболее широко, а также практически не затронутые области. Статистика по количеству научных публикаций (относительно времени) позволяет определить период возникновения интереса в данной области, когда произошел пик по количеству научных работ и на каком уровне интереса и развития находится на данный момент. Диаграмма распределения публикационной активности авторов позволяет выявить наиболее заинтересованных из них в данной проблеме, более подробно рассмотреть направления их исследования, а также изучить результаты этих исследований.

Второй инструмент, используемый для построения и анализа библиометрических данных – VOSviewer (Bukar, 2023). Система использовалась для анализа созданной и загруженной базы данных из Lens.org, полученной на основе анализа ключевых слов «video digital educational content», «educational courses Neural networks» и «educational video courses Neural networks». Результаты, полученные с помощью системы VOSviewer, позволили визуализировать основные направления исследования на основе предоставляемых системе ключевых слов, а также визуализировать опубликованные статьи по наличию взаимосвязей между авторами, публикациями и терминами (Chvanova, 2021).

Данные инструменты позволяют определить уровень актуальности выбранной тематики исследования.

Результаты

Основной проблемой в данном исследовании стоит анализ публикационной активности авторов по проблеме использования нейросетевых технологий для создания видеолекций, поэтому необходимо проанализировать насколько актуально использование такого рода видеоконтента в образовательной среде в классическом понимании. Поанализированы статьи из базы данных Lens.org по набору ключевых слов “**video digital educational content**”. По результатам поиска в данной системе было найдено более 24 тысяч публикаций, в которых встречается данное сочетание ключевых слов.

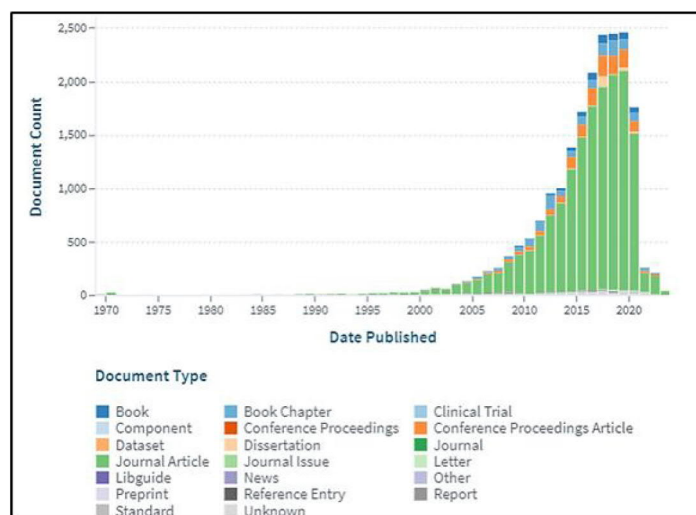


Рис. 1. Результат распределения количество и даты публикаций на гистограмме, по ключевым словам «video digital educational content» в системе Lens.org

Первые публикации, упоминающие видео цифровой образовательный контент, начали появляться в 1990 году. Стремительному развитию электронных и цифровых ресурсов в период 1990-2010 гг. сопутствовало и соответствие тенденций в образовательной среде, которое подтверждается увеличением количества публикаций о цифровом образовании с каждым годом. Пик активности по публикациям происходит с 2018 по 2020 гг. (рис. 1).

Принимая во внимание тот факт, что библиографическая база данных Lens.org содержит информацию по публикациям мирового уровня, мы не можем построить четкую взаимосвязь такой активности по публикациям с правовыми законами, связанными с политикой в области цифровой трансформации, и можем лишь утверждать, что такой рост связан с карантинными ограничениями по всему миру во всех социальных областях функционирования общества.

На основе результатов базы данных Lens.org, можно также определить основные направления публикаций, которые имеют взаимосвязь с видео цифровыми образовательными ресурсами. Основные направления, которые можно выделить на карте распределения публикаций (рис. 2), затрагивают такие направления исследования, как психология (5493 публикации за весь период), социология (3710 публикаций), педагогика (2477 публикаций). Также присутствуют публикации по мультимедиа технологиям (2355 публикаций). Стоит обратить внимание на то, что видео цифровой образовательный контент затрагивает и искусственный интеллект (737 публикаций), однако эта область встречается достаточно редко.



Рис. 2. Результат распределения публикаций по ключевым словам “video digital educational content” по научным направлениям системы Lens.org

Для визуализации наиболее часто повторяющихся ключевых слов в публикациях и отображения связей между ними была использована система построения визуальных карт VOSviewer. Обработав массив данных посредством программного обеспечения VOSviewer, были установлены взаимосвязи между такими кластерами, как видеозапись и обучение, что говорит о тенденции к применению видеоматериалов в процессе обучения (рис. 3.).

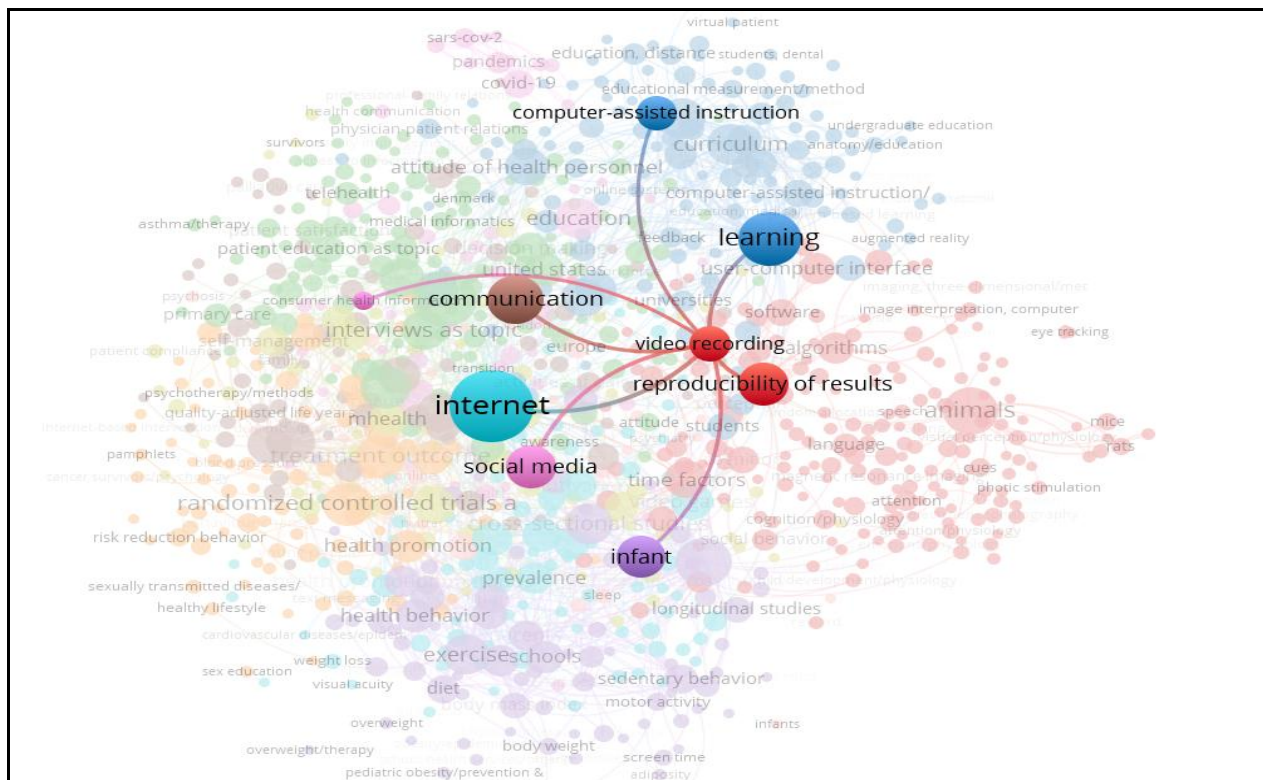


Рис. 3. Результат построения терминологической карты по ключевым словам
«video digital educational content»

Для определения актуальности поставленной проблемы исследования необходимо было провести анализ непосредственно по применению нейросетевых технологий при создании видеоконтента в сфере образования и определить, была ли заявлена подобная проблема другими авторами в мире. В связи с этим была подобрана такая совокупность ключевых слов, которая удовлетворяет тематике данного исследования. Такой совокупностью является сочетание следующих терминов – “educational courses Neural networks”.

Используя ту же систему анализа посредством программного обеспечения VOSviewer в взаимодействии с базой данной научной литературы Lens.Org и основываясь на поиске научных публикаций по таким ключевым словам “educational courses Neural networks”, был получен результат в объеме 4,140 публикаций, в которой встречаются данные ключевые слова. На основе полученной базы данных, содержащей данные результаты, была построена визуальная карта взаимосвязей и совпадений, при условии исключения таких распространенных слов (human, female и т.д.). Полученный результат имел очень плотную структуру взаимосвязей, в которой одним из крупных элементов являлся кластер, соответствующий сфере обучения (learning). На рисунке видно, что данный кластер связан с не менее крупным кластером, относящимся к компьютерным нейросетевым технологиям (neural networks, computer) (рис. 4), который в свою очередь связан с кластерами искусственного интеллекта (artificial intelligence) и обучающимися (students). Такое количество связей и значений по ключевым словам говорит об активном развитии и применении нейросетевых технологий в сфере обучения, а также об активном научно-исследовательском процессе в данном направлении.

При изменении запроса по минимальному числу вхождения ключевых слов “educational video courses Neural networks” выстраивается другая карта по количеству публикаций. На ней отчетливо видно, что между сферой искусственного интеллекта, к которому относятся нейросетевые технологии, и сферой образовательных видео нет отчетливых связей, что может свидетельствовать о еще не исследованной области взаимосвязи создания образовательного видеоконтента и использования нейросетевых технологий.

Проведенный анализ публикационной активности авторов на основе связей между ключевыми словами “educational video courses Neural networks” доказывает актуальность исследуемой темы. Авторами, которые больше всего заинтересованы в исследовании данной темы, являются Arthur Tatnall (16 научных работ в период с 2018 по 2023 год, публикующихся в журналах, связанных с тематикой математического образования и компьютерными науками) и James M Tien (8 научных работ в период с 2003 по 2021 год, публикующихся в журналах с тематикой в области системных наук и системной инженерии).

исследования: применение нейросетевых технологий (с использованием «синтетических персонажей – лекторов») при разработке видеолекций.

Было проанализировано содержание двух статей, которые напрямую отражают направление исследования. Первая статья (Pataranutaporn, 2021) отражает вопрос использования синтетических персонажей, сгенерированных технологиями искусственного интеллекта, который поднимался в исследовательской работе Pat Pataranutaporn, посвященной персонажам, созданным искусственным интеллектом для поддержки персонализированного обучения. Авторы рассматривают генеративные МЕДИА как важнейшую часть постоянно растущего ландшафта человеческого Взаимодействия с искусственным интеллектом. Предлагают свой алгоритм действий и технологических инструментов искусственного интеллекта, который позволяет создать видео с любым персонажем, например, с исторической личностью, способной выражать эмоции, озвучивать необходимый текст и тем самым доносить информацию до слушателя, при этом не затрагивая больших трудозатрат человека для создания подобного контента.

Во второй статье (Leiker, 2023) рассматривается вопрос качества обучения при использовании видеолекций, созданных искусственным интеллектом. Для сравнения качества получаемых знаний обучающимися, было создано два видеоролика с синтетическим лектором и с настоящим. В этом исследовании использовался смешанный методический подход, при котором собиралась и изучалась как количественные, так и качественные данные. По завершении изучения данного обучающего материала участникам было предложено пройти опрос на основе 5-балльной шкалы Лайкерта. По заявлению авторов текущее исследование является первым, которое показывает, что учащиеся получают равные выгоды и опыт обучения с виртуальным инструктором, созданным искусственным интеллектом, как и с традиционным инструктором.

Исследование публикационной активности по странам показало интерес ученых к теме обучающих видеокурсов с использованием нейронных сетей в 77 странах. Наиболее активно данная тема развивается в США (160 публикаций), Великобритании (71 публикация), Китае (58 публикаций) и Канаде (41 публикация). Россия не сильно отстает от лидеров, имея при этом 22 публикации с 2003 по 2023 года.

Заключение

Проведенный анализ публикационной активности ученых по проблеме применения нейросетевых технологий при создании видеолекций, позволяет сделать вывод о том, что несмотря на широкое развитие темы видеолекций в области обучения, мультимедиа, психологии и социологии, область применения нейросетевых технологий в области образования на момент исследования достаточно слабо развита и фактически не включает исследований по данной теме. В связи с этим проблема применения нейросетевых технологий при создании видеолекций в образовательной среде является фрагментарной, несистемной, а также можно сделать вывод о том, что данная область является практически неисследованной.

В последние годы появляются работы, связанные с применением видео цифрового образовательного контента, а также работы, посвященные видеолекциям, разработанным с помощью нейросетевых сервисов и технологий (Родионов, 2022; Амиров, 2020). В то же время, недостаточно научных работ для построения системного видения для изучения проблемы. Наиболее полно данные проблемы рассматриваются в работе (Leiker, 2023), посвященной исследованию потенциала синтетических обучающих видеороликов, а также в работе (Pataranutaporn, 2021), которая рассматривает использование «синтетических персонажей» при создании видеолекций для персонализированного обучения.

Наличие небольшого числа публикаций по исследуемой проблеме, предположительно, может говорить о несформированности представлений о педагогическом потенциале рассматриваемых технологий в научном сообществе в теме применения нейросетевых технологий для создания видео цифрового образовательного контента на широком уровне.

Список литературы

- Амиров Р.А., Билалова У.М. Перспективы внедрения технологий искусственного интеллекта в сфере высшего образования // Управленческое консультирование. 2020. № 3. С. 80-88. DOI: 10.22394/1726-1139-2020-3-80-88
- Беленкова И.В. Создание видеолекций для сопровождения образовательного процесса // Наука и перспективы. 2020. № 1. С. 18-27.
- Иванова Н.А., Архипова И.И. Информационные технологии и образовательный процесс // Журнал прикладных исследований. 2023. № 7. С. 152-157. DOI: 10.47576/2949-1878-2023-7-152.
- Катханова Ю.Ф., Юй С., Корыгин А.И. Искусственный интеллект в образовательном пространстве // Преподаватель XXI век. 2022. № 3-1. С. 215-223. DOI: 10.31862/2073-9613-2022-3-215-223
- Кахаров З.В., Исломов А.С. Организация образовательного процесса с использованием информационных технологий // Вестник науки. 2023. Т.1. № 4 (61). С. 178-184.
- Кичигина О.Ю. Особенности создания видеолекций для образовательного процесса высшей школы // Теория и практика социогуманитарных наук. 2022. № 2 (18). С. 14-20.
- Курбанова З.С., Исмаилова Н.П. Нейросети в контексте цифровизации образования и науки // Мир науки, культуры, образования. 2023. № 3 (100). С. 309-311. DOI: 10.24412/1991-5497-2023-3100-309-311
- Родионов О.В., Тамп Н.В. Технологии искусственного интеллекта в образовании // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2022. № 22. С. 64-74.
- Скворцов А.А., Молчанов А.А. Анализ публикационной активности исследователей мира по проблеме формирования цифровой образовательной экосистемы для студентов университета // Вестник Тамбовского университета. Серия: гуманитарные науки. 2023. Т.28. № 4 (205). С. 770-782. DOI: 10.20310/1810-0201-2023-28-4-770-782.
- Суходолов А.П., Бычкова А.М., Ованесян С.С. Журналистика с искусственным интеллектом // Вопросы теории и практики журналистики. 2019. Т.8 № 4. С. 647-667. DOI: 10.17150/2308-6203.2019.8(4).647-667
- Тимохин А.М. Методы и системы искусственного интеллекта в образовательном процессе // Проблемы современного педагогического образования. 2022. № 77-2. С. 360–362.
- Bukar U.A., Sayeed M.S., Razak S.F. A., Yogarayan S, Amodu O.A., Mahmood R.A.R. A method for analyzing text using VOSviewer // MethodsX. 2023. Vol. 11. No 1. P. 1-9. DOI: 10.1016/j.mex.2023.102339
- Chvanova, M.S., Mitrofanova, I.P., Molchanov, A.A., Shlenov, Y.V., Podlesny, D.V. (2021). Terminological Maps of Publications on the Transformation of Students' Professional Orientations in the Context of their Internet Socialization. Proceedings of the 2021 IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies", IT and QM and IS 2021 (pp. 605–611). Yaroslavl: Pastukhov State Academy of Industrial Management. DOI:10.1109/ITQMIS53292.2021.9642758
- Chvanova, M.S., Vasilyev, F.V., Isaev, V.V., Baranov, V.Y. (2021). Modeling Publication Terminology Maps on Quality Assessment Problems of Printed Circuit Boards. Proceedings of the 2021 IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies", IT and QM and IS 2021 (pp. 267–273). Yaroslavl: Pastukhov State Academy of Industrial Management. DOI:10.1109/ITQMIS53292.2021.9642844.
- Leiker, D., Gyllen, A.R., Eldesouky, I., Cukurova, M. (2023). Generative AI for learning: investigating the potential of learning videos with synthetic virtual instructors. Artificial Intelligence in Education. Posters and Late Breaking Results, Workshops and Tutorials, Industry and Innovation Tracks, Practitioners, Doctoral Consortium and Blue Sky. AIED 2023. Communications in Computer and Information Science. (pp. 523-529). Tokyo. DOI: 10.1007/978-3-031-36336-8_81

- Pataranutaporn, P., Danry, V., Leong, J. et al. AI-generated characters for supporting personalized learning and well-being // *Nature Machine Intelligence*. 2021. No 3. P. 1013–1022. DOI: <https://doi.org/10.1038/s42256-021-00417-9>
- Reiss M.J. The use of AI in education: Practicalities and ethical considerations // *London Review of Education*. 2021. Vol. 19. No 1. DOI: 10.14324/LRE.19.1.05
- Vázquez-Cano E. Artificial intelligence and education: A pedagogical challenge for the 21st century // *London Review of Education*. 2021. Vol. 10. No 3. P. 7-12. DOI: 10.22521/edupij.19.103.1

**PUBLICATION ACTIVITY OF THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC
COMMUNITY ON THE PROBLEM OF USING NEURAL NETWORK
TECHNOLOGIES TO CREATE EDUCATIONAL VIDEO LECTURES**

Chvanova M. S.
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
tmbtsu@gmail.com

Moscow

Bagin V. A.
vadimbaginwork@gmail.com
Moscow

K.G. Razumovsky Moscow State University of
Technology and Management (First Cossack
University)

Russian Biotechnological University

Abstract. The article discusses the publication activity of researchers of the world on the problem of using neural network technologies in the creation of educational video lectures. The period of maximum publication activity is determined, its dynamics is revealed. Using tools in information systems for working with scientific publications: Lens.org, Scopus, Web of Science, VOSviewer the analysis of publications was carried out: terminological maps, diagrams of the distribution of authors' publication activity, a heat map of countries' publication activity were constructed by keywords. The methodology of the research presented in the article is based on the methods of analysis and synthesis, as well as on the application of a systematic approach to the structural analysis of publication activity in relation to the use of neural network technologies in educational activities. The attitude to neural network technologies considered in the article allows us to substantiate that the field of research under consideration is beginning to be discussed in the world, but it still remains insufficiently developed. The problem of using neural network technologies in creating video lectures for the education system is poorly researched, which hinders their use for educational purposes due to the lack of understanding of the functionality of these technologies in education and their pedagogical potential. The results of the study may be of practical interest for the education system, in particular for teachers of higher educational institutions, as the use of neural technologies as a new functional capability of a teacher and assistance in teaching.

Keywords: video lectures, neural network technologies, digital educational video lectures.

References

- Amirov, R. A., Bilalova, U. M. (2020). Prospects for the introduction of artificial intelligence technologies in higher education. *Administrative Consulting*, (3), 80-88. DOI: 10.22394/1726-1139-2020-3-80-88 (In Russ., abstract in Eng.)

- Belenkova, I. V. (2020). Creation of video lectures to support the educational process. *Nauka I perspektivy*, (1), 18-27. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bukar, U. A., Sayeed, M. S., Razak, S. F. A., Yogarayan S, Amodu O. A., Mahmood R. A. R. (2023). A method for analyzing text using VOSviewer. *MethodsX*, 11(1), 1-9. DOI: 10.1016/j.mex.2023.102339
- Chvanova, M. S., Mitrofanova, I. P., Molchanov, A. A., Shlenov, Y. V., Podlesny, D. V. (2021). Terminological Maps of Publications on the Transformation of Students' Professional Orientations in the Context of their Internet Socialization. *Proceedings of the 2021 IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies", IT and QM and IS 2021* (pp. 605–611). Yaroslavl: Pastukhov State Academy of Industrial Management. DOI:10.1109/ITQMIS53292.2021.9642758
- Chvanova, M. S., Vasilyev, F. V., Isaev, V. V., Baranov, V. Y. (2021). Modeling Publication Terminology Maps on Quality Assessment Problems of Printed Circuit Boards. *Proceedings of the 2021 IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies", IT and QM and IS 2021* (pp. 267–273). Yaroslavl: Pastukhov State Academy of Industrial Management. DOI:10.1109/ITQMIS53292.2021.9642844.
- Ivanova, N. A., Arkhipova, I. I. (2023). Information technology and educational process. *Journal of Applied Research*, 7, 152-157. DOI 10.47576/2949-1878-2023-7-152 (In Russ., abstract in Eng.)
- Kakharov, Z. V., Islomov, A. S. (2023). Organization of educational process using information technologies. *Science Bulletin*, 4(61), 178-184 (In Russ., abstract in Eng.)
- Katkhanova, Yu. F., Yu. Xi., Korygin, A. I. (2022). Artificial intelligence in educational space. *Prepodavatel XXI vek*, (3-1), 215-223. DOI: 10.31862/2073-9613-2022-3-215-223 (In Russ., abstract in Eng.)
- Kichigina, O. Yu. (2022). Features of creating video lectures for the educational process of higher education. *Theory and practice of socio-humanitarian studies*. 2(18), 14-20. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kurbanova, Z. S., Ismailova, N. P. (2023). Neural networks in the context of digitalization of education and science. *Mir Nauki, Kul'tury, Obrazovaniy*, 3(100), 309-311. DOI: 10.24412/1991-5497-2023-3100-309-311 (In Russ., abstract in Eng.)
- Leiker, D., Gyllen, A. R., Eldesouky, I., Cukurova, M. (2023). Generative AI for learning: investigating the potential of learning videos with synthetic virtual instructors. *Artificial Intelligence in Education. Posters and Late Breaking Results, Workshops and Tutorials, Industry and Innovation Tracks, Practitioners, Doctoral Consortium and Blue Sky. AIED 2023. Communications in Computer and Information Science*. (pp. 523-529). Tokyo. DOI: 10.1007/978-3-031-36336-8_81
- Pataranutaporn, P., Danry, V., Leong, J. et al (2021). AI-generated characters for supporting personalized learning and well-being. *Nature Machine Intelligence*, 3, 1013–1022. DOI: <https://doi.org/10.1038/s42256-021-00417-9>
- Reiss, M. J. (2021). The use of AI in education: Practicalities and ethical considerations. *London Review of Education*, 19(1). DOI: 10.14324/LRE.19.1.05
- Rodionov, O. V., Tamp, N. V. (2022). Artificial intelligence technologies in education. *Aerospace forces. Theory and practice*, 22, 64-74. (In Russ., abstract in Eng.)
- Skvortsov, A. A., Molchanov, A. A. (2023). Analysis of the publication activity of world researchers on the problem of forming a digital educational ecosystem for university students. *Tambov University Review. Series: Humanities*, 28(205), 770-782. DOI: 10.20310/1810-0201-2023-28-4-770-782 (In Russ., abstract in Eng.)
- Sukhodolov, A. P., Bychkova, A. M., Ovanesyan, S. S. (2019). Journalism featuring artificial intelligence. Theoretical and practical issues of journalism. 8(4), 647-667. (In Russ., abstract in Eng.)

- Timokhin, A. M. (2022). Methods and systems of artificial intelligence in the educational process. *Problems of modern pedagogical education*, 77-2, 360–362. (In Russ., abstract in Eng.)
- Vázquez-Cano E. (2021). Artificial intelligence and education: A pedagogical challenge for the 21st century. *London Review of Education*, 10(3), 7-12. DOI: 10.22521/edupij.19.103.1

Статья поступила в редакцию 23.11.2023
Принята к публикации 14.12.2023

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-93-108

УДК
517.91
**АЛЕКСЕЙ ФЕДОРОВИЧ АНДРЕЕВ. МАТЕМАТИК И
ЧЕЛОВЕК. К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**
Андреева Ирина Алексеевна

к.ф.-м.н., доцент

irandr@inbox.ru

г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого

Аннотация. В статье рассказывается о яркой и нелёгкой судьбе научной и человеческой, а также систематизируются наиболее значимые математические достижения профессора кафедры дифференциальных уравнений математико-механического факультета ЛГУ – СПбГУ, почётного профессора СПбГУ (2008), заслуженного деятеля науки РФ (1999) Алексея Фёдоровича Андреева (1923 – 2017). В жизнь Алексея Фёдоровича, без семи лет вековую, вместились и отразились в ней целые эпохи жизни нашей страны и общества. Родился он в крестьянской семье, его родители практически все необходимые для жизни предметы, вещи и продукты производили самостоятельным крестьянским трудом. Алексей Фёдорович сквозь горнило Великой Отечественной войны и тяжелое ранение, приведшее к ампутации правой ноги в возрасте 19 лет, пронёс неукротимое стремление к знанию, любовь к науке, творчеству и людям. Сферой его научных интересов стала качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем. А.Ф. Андреев, в частности, привёл к успешному завершению изучение изолированной особой точки O плоской автономной аналитической системы ОДУ с ненулевым линейным приближением, рассмотрев случай нильпотентной особой точки (имеющей два нулевых характеристических корня), не поддававшийся исследованию со времён А. Пуанкаре и И. Бендиксона. В его работах зафиксирован первый в математике случай решения проблемы различения центра и фокуса для обширного класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих нильпотентную особенность. Проработав в ЛГУ – СПбГУ свыше 60 лет, с 1956 по 2017 гг., А.Ф. Андреев воспитал несколько поколений математиков, определивших и продолжающих определять научную атмосферу российских ВУЗов и бережно хранящих память о своём Учителе.

Ключевые слова: обыкновенные дифференциальные уравнения, сложные особые точки, нильпотентные особенности, метод Фроммера, качественная теория динамических систем.

Благодарности: Автор выражает глубокую благодарность Редакции журнала «Continuum. Математика. Информатика. Образование» за внимание, проявленное к судьбе Алексея Фёдоровича Андреева и его научной деятельности, и предоставленную возможность рассказать о ней на страницах издания, а также уважаемым рецензентам и читателям.

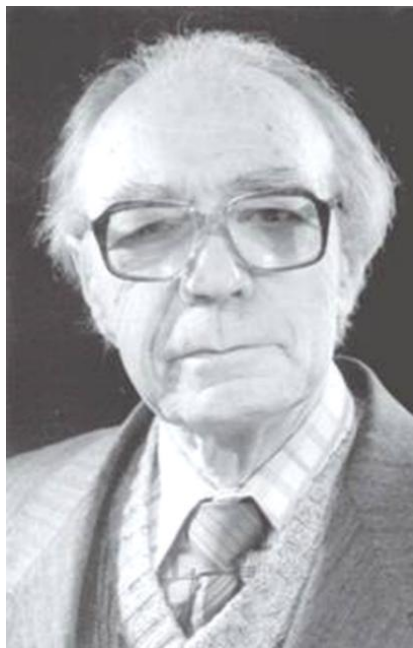


Рис. 1. Алексей Федорович Андреев (20.12.1923 – 22.03.2017)

Судьба Человека

Алексей Федорович Андреев родился около полуночи в морозную ночь с 19 на 20 декабря 1923 года в небольшой деревне Черес-Межник, расположенной примерно в 90 км на юго-восток от Пскова и в 4 километрах от поселка Верхний Мост, где были и есть школа, огромная каменная церковь и старинный погост при ней. В те поры Псков и Новгород относились к Ленинградской области, намного более обширной, чем ныне. Сейчас в Межнике не осталось ни одного обитателя, хотя стены под крышей родного дома Алексея Федоровича, построенного, вероятно, лет 110 назад, стоят у грунтовой дороги, являя собою пример деревянной крестьянской постройки «на века». Внутреннее убранство и даже перекрытия в доме практически не сохранились, будучи в свое время разобраны, но прочные скрипучие ступени крыльца и мощная деревянная дверь способны приоткрыть завесу в мир, которым этот дом когда-то был наполнен. На современных картах деревня называется «Черес-Межник», однако историческое её название происходит от имени протекающей неподалёку речушки Чересок, а вовсе не означает «через межу», как ошибочно полагают современные картографы.

Отец Алексея Федоровича Федор Андреевич был грамотным человеком, ценимым жителями окрестных селений мастером-плотником и рачительным хозяином; он держал несколько пчелиных ульев. Мать, Евфимия Васильевна, была второй его супругой (первая жена умерла от черной оспы в 1919 или 1920 году, оставив крошечную дочку Таисию, чудом от той же оспы выздоровевшую и навсегда сохранившую во внешности ее печать). Евфимия Васильевна также имела образование, считавшееся для тех времен в небольшой деревне очень хорошим, особенно для женщины – 4 класса церковно-приходской школы. Она умела писать, считать и читать даже рукописный текст, имела в доме немало (именно рукописных!) книг, по преимуществу священных, конечно. Жизнь же была суровой (как и будущая фамилия Таисии Федоровны – Суровая). В крестьянских хозяйствах того времени и места люди почти всем необходимым обеспечивали себя и детей сами. Так, родители Алексея Федоровича сажали лен, убирали его, сушили, трепали, мать пряла на ручной прялке, затем на домашнем станке ткала полотно, красила его и шила одежду всем членам семьи. Держали домашний скот: коз, свинью, корову, лошадь. Сами готовили молочные продукты из коровьего и козьего молока. Творог на зиму солили в бочке, а затем разводили водой и ели с репой и позднее – с картошкой. Алексей Федорович на всю жизнь сохранил любовь к брынзе

с картошкой и простой, умеренной, естественной пище своей полосы. К помидорам, например, привыкал долго и уже во взрослом возрасте. Всем фруктам предпочитал яблоки.



Рис. 2. Слева направо: Николай, брат Алексея Федоровича (1922-1983), мать Евфимия Васильевна (1898-1983), сестра Таисия (1918-2003), отец Федор Андреевич (1890-1959), младший сын Алексей в возрасте 8-10 лет. Деревня Черес-Межник, около 1933 г.

До 1929-30 года жили при лучине, следуя распорядку светового дня. Электричество появилось, когда Алексею Федоровичу было уже лет 7. Он и его старший брат Николай Федорович (1922 года рождения) вначале учились в школе-семилетке в поселке Верхний Мост, куда приходилось ходить пешком за 4 км в любую погоду, а морозы зимой стояли крепкие. Алексей Федорович проявлял большую тягу к знаниям и демонстрировал блестящие успехи, поэтому для продолжения школьного курса обучения сначала его поселили у родственников в районном центре, а в выпускной 10-й класс он приехал учиться в Ленинград (жил в общежитии возле Нарвских ворот у сестры Таисии, которая к тому времени уже работала в Ленинграде на фабрике). Десятилетку закончил с отличием, и 18 июня 1941 года в их 370-й школе прошел выпускной вечер.

Через 4 дня грянуло 22 июня 1941 года. В Ленинграде с утра стояла ясная погода, и пятна солнца играли в свежей листве деревьев. Как только прозвучала речь В.М. Молотова, Алексей Федорович, которому было 17,5 лет, незамедлительно направился добровольцем в военкомат. В те годы людей с законченным десятилетним образованием было гораздо меньше, чем сегодня с высшим образованием. Руководство понимало, что война с фашистской Германией будет долгой. Поэтому образованных людей направляли по возможности в военные училища для подготовки военспецов и младшего командного состава. Алексею Федоровичу вручили повестку, которая предписывала ему явиться в Артиллерийское командное училище. Прибыв туда, Алексей Федорович узнал, что мест уже нет. Списочный состав курсантов укомплектован!

К вечеру того же дня вестовой принес ему новую повестку – в Военно-топографическое училище. Придя туда наутро, А.Ф. Андреев получил ручку и лист бумаги, на котором нужно было, как в мирных условиях, написать заявление о приеме в училище: «Прошу зачислить меня курсантом...».

Уже в начале июля 1941 года вновь набранных курсантов и преподавателей Ленинградского Высшего Военно-топографического училища эвакуировали на Волгу, где

училище было размещено в стенах покинутого монастыря. Курс обучения был сокращен с 5 лет до 1 года. Но все основные значимые предметы читались в нужном объеме: топография, геодезия, картография, военные дисциплины. Алексею Федоровичу при его склонности к точным наукам, высочайшей работоспособности и врожденной пунктуальности все предметы давались легко и усвоены им были блестяще.

По окончании училища, весной 1942 года, курсанты-выпускники проходили распределение на основании их успеваемости! Лучшие выпускники могли выбирать места службы из всего списка фронтов Великой Отечественной войны, существовавших на тот исторический момент. Слабые курсанты направлялись служить по остаточному принципу. Алексей Федорович был одним из первых по успеваемости и без колебаний выбрал Ленинградский фронт, стремясь защищать родные места. В блокадном Ленинграде у него оставалась старшая сводная сестра Таисия Федоровна, а на оккупированной Псковщине – родители. Отец его, Федор Андреевич Андреев, по возрасту уже не воевал (он был героем Первой мировой, участвовал в Брусиловском прорыве и имел Георгиевский крест). Старший брат отца Николай Федорович после ранения лечился в госпитале в Кирове.

Алексей Федорович получил назначение в 9-й топографический отряд 55-й Армии, дислоцированной тогда под Ленинградом, и прибыл туда в начале лета 1942 года. Армия в то время вела бои и атаки на противника в районах Колпино, Ям-Ижоры, в долине реки Большая Ижорка. С 19 августа 1942 года Армия проводила Усть-Тосненскую десантную операцию, в ходе которой был создан плацдарм на реке Тосна. Тяжелейшие бои на плацдарме велись до 9 сентября 1942 года, в итоге он был сохранен за советскими войсками до окончания блокады Ленинграда. В боевых действиях Армии важнейшую роль играла работа фронтовых топографов, поскольку расположение и численность войск – своих и противника – непрерывно менялись, и командованию каждого соединения необходимо было точно представлять на карте оперативную обстановку. Требовалась строгая привязка к местности и для работы артиллерии. Старые карты не отражали действительность, поскольку от населенных пунктов, где было до войны по 1,5 тысячи домов, оставались одни колокольни. Отец рассказывал, как их однажды разместили... внутри доменных печей Ижорского завода. Эти печи имели толщину стен около 2 метров. Внутри было достаточно места и воздуха для десятка человек. Только слой копоти на стенах огромный. Алексей Федорович сидел вечером внутри и читал при огарке свечи «Анну Каренину». Он постоянно носил в солдатском (лейтенантском!) вещмешке книги – непременно по математике, т.к. собирался после войны поступать в Ленинградский университет на математико-механический факультет, и что-то из художественной литературы. Кроме этих печей и колокольни ни одного целого здания в округе не оставалось. Наутро А.Ф.Андреев и его сослуживцы вышли перепачканные сажей, но невредимые, из печи и увидели, что их отрядные лошади лежат, убитые минометным обстрелом. Топографы же внутри печи даже не услышали ничего.

Алексей Федорович рассказывал, как в первые недели пребывания на переднем крае фронта он и другие молодые бойцы старались передвигаться ползком, потому что кругом летали трассирующие пули, выпущенные зачастую наугад. На излете они двигались даже, по его словам, «медленно», но ранить и убить еще могли. Напоминали они светлячков... Одна из таких пуль оставила в феврале 1943-го шрам на его подбородке. А через некоторое время, вспоминал Алексей Федорович, никто из его товарищей даже не пригибался, ходили между этими опасными «светлячками», думая лишь о деле и своей задаче. Прилетали и мины, и крупные снаряды. Обстрелы имели некоторую непросто выявляемую периодичность. Он научился распознавать по изменению высоты и тембра звука направление движения и размер летящего снаряда. Так, однажды он шел на задание и услышал: летит крупнокалиберный снаряд, должен упасть неподалеку. Оставалась пара секунд. Алексей Федорович успел прыгнуть в оказавшуюся рядом воронку и прижаться к той ее стенке, за которой ожидал падения снаряда. Действительно, снаряд тут же разорвался в правильно оцененном месте, а противоположная для него стенка воронки оказалась мгновенно изрыта множеством

осколков. Эти осколки попали бы в него, не прояви он быстроту оценки и реакции. Некоторой контузии, конечно, избежать не удалось.

На фронтовой день рождения – девятнадцатилетие – однополчане подарили Алексею большую стальную столовую ложку, которую было удобно носить за голенищем.

В феврале 1943 года Он получил очередное привычное задание – нанести на топографическую карту расположение передовых взводов в месте стыка расположений 55-й и соседней с ней армий. Важно было понять, нет ли разрыва в защищенных участках фронта, и не могут ли в такой разрыв вклиниться вражеские части. Надо отметить, что, поскольку работа топографа требует оборудования – теодолита, рейки, топографа, и военный в том числе, имеет помощника. У девятнадцатилетнего лейтенанта Алексея Федоровича Андреева таковым помощником был сорокалетний опытный рядовой по фамилии Самоц. Идя на это опасное задание, Андреев оставил своего рядового в расположении отряда, чтобы не подвергать лишней опасности, и отправился на разведку один. Он шел без оборудования, вернее, полз, т.к. это была передовая линия обороны, и не было ясно, где свои, а где чужие; полз, держась за провода телефонной связи, протянутые связистами между землянками. Таким образом, он посетил несколько окопов и нанес их расположение на карту, установив, что между линиями обороны действительно имеется километровый зазор, а в окопах и землянках, где должны были находиться, по мнению генерала, командующего 55-й Армией, сотни бойцов, в действительности оставалось по 3 – 5 человек. Тем же методом, вдоль проводов, Алексей возвратился в расположение отряда и доложил о добытых сведениях командиру.

Некоторое время спустя его вызвали...к командующему 55-й Армией генералу Владимиру Петровичу Свиридову.

Выяснилось, что на одно и то же задание, ввиду его особой важности, были направлены три топографа, причем о «дублировании» («триplete») ни один из них не знал. Но двое никуда не поползли, а взяли имевшиеся данные в штабной землянке и представили как свои. Один лишь Алексей Федорович математически строго, на своих коленях и животе, провел топографическую разведку лично. В итоге его данные полностью разошлись с данными, представленными двоими другими «коллегами». Он подробно доложил генералу о всех деталях обстановки, о своем пути и реальной численности находящихся в окопах бойцов. И 1 мая 1943 года от имени генерала В.П. Свиридова Алексей Федорович Андреев был награжден орденом Красной Звезды.



Рис. 3. 19-летний лейтенант-топограф А.Ф. Андреев 1 мая 1943 г. на Ленинградском фронте в день вручения ему ордена Красной Звезды. До ранения остается 1,5 месяца

55-я Армия к концу февраля освободила Красный Бор, Старую Мызу, Чернышево. С 19 марта 1943 года Армия предприняла попытку наступления на красноборском направлении навстречу 8-й армии, но на тот момент успеха не удалось добиться, и Армия закрепилась на достигнутых рубежах до 1944 года.

13 июня 1943 года под Красным Бором Алексей Федорович вместе с красноармейцем Самоцем вёл текущую топографическую съёмку местности для привязки артиллерии и не заметил в высоком травостое минной растяжки. У Алексея оказались раздробленными обе ноги. Красноармеец Самоц вынес его, истекающего кровью, в полевой эвакуогоспиталь. Там Андрееву перелили 12 литров крови. Здесь поражают два момента: во-первых, само число – ведь в организме мужчины приблизительно 5 литров крови. Это означает, что Алексей Федорович потерял почти всю кровь трижды. Во-вторых, в тяжелейших фронтовых условиях в госпитале на лесной поляне имелаась эта кровь.

Когда жизнь Андреева Алексея Федоровича была «условно спасена» в первый момент, его на барже по Неве отправили в госпиталь, располагавшийся в Александро-Невской лавре. Там была проведена ему первая из последовавших трех операций по ампутации правой ноги. Низкий поклон хирургам, сохранившим ему коленный сустав. После первой операции продолжилась гангрена, и потребовалась вторая ампутация, выше. При второй ампутации забыли оставить кожу, чтобы закрыть срез. Пришлось пилить в третий раз.

В общей сложности Алексей Федорович провел в госпиталях блокадного Ленинграда 15 месяцев. Но молодой организм, выросший на природе, на натуральных продуктах, справился. В 1944 году он, еще не демобилизованный, учась ходить на протезе, преподавал в одной из школ Ленинграда военное дело.

Летом 1945-го, лишь только пришла Победа, Алексей Федорович поступил без экзаменов (как обладатель школьного аттестата с отличием, выпускник Военно-топографического училища и фронтовик) на 1-й курс математико-механического факультета Ленинградского государственного университета. На 1-м курсе набора сорок пятого встретились фронтовики и выпускники школ. Разница в возрасте велика не была, но имелаась огромная разница в пережитом опыте. Среди однокурсников-фронтовиков у одного не хватало руки, у А.Ф. – ноги, у одного из сокурсников не было половины черепной коробки, и под кожей пугающе дышал неприкрытый мозг... Ходили многие в шинелях, в форме, другой одежды не имея. Брали картофельный суп из университетской столовой домой. Но вдохновение испытывали невероятное. Это был взрыв и кипение талантов, страстей и радости молодой жизни.

На первом же курсе Алексей Федорович встретил Людмилу Ивановну Антонову, ленинградку 1927 года рождения, и в начале 1946 года они вступили в брак, в котором прожили вместе целую эпоху – 68,5 лет, и непростых, и счастливых.

Алексея Федоровича Андреева всегда отличали целеустремленность, предельная добросовестность и аккуратность, глубочайшая доброжелательность к людям и порядочность, строгость подхода как к вопросам математических рассуждений, так и к задачам жизни.

Неправильно полагать, будто потеря ноги сделала Андреева «инвалидом» в прямом понимании этого термина как «лишенного возможностей». Он ходил на протезе без палочки до 70 лет, потом еще 20 – с элегантной тростью ради дополнительной устойчивости; катался на лыжах на протезе, причем в молодые годы даже и с горок, прекрасно ездил на велосипеде; водил автомобиль, хотя и с ручным управлением. С другой стороны, безусловно, разрыв большого круга кровообращения и тяжелейшая травма в юности ограничили природные возможности организма Алексея Федоровича.

Он прожил 93 года и 3 месяца – жизнь долгую, ярчайшую, насыщенную научными достижениями, увлеченностью научного поиска и горением творчества, уважением и вдохновением, радостью бытия.

Творчество математика

На математико-механическом факультете Ленинградского университета математический талант А.Ф. Андреева был замечен крупным специалистом в области дифференциальных уравнений профессором Николаем Павловичем Еругиным (1907 – 1990), ставшим его научным руководителем. По стечению обстоятельств, Н.П. Еругин также воевал и получил серьезное ранение и контузию под Красным Бором за год до того, как в тех же местах был тяжело ранен Алексей Федорович.

В 1953 году Алексей Федорович Андреев защитил в Московском отделении математического института им. Стеклова кандидатскую диссертацию под названием "Исследование поведения интегральных кривых системы двух дифференциальных уравнений в окрестности особой точки".



Рис. 4. Аспирант Н.П. Еругина (начало 1950-х годов)

По отзыву Н.П. Еругина, каждая из трёх глав этой диссертации по своему научному весу могла бы послужить отдельной кандидатской диссертацией (Адрианова и др., 40). В работе Алексеем Федоровичем был решен ряд проблем, имевших первостепенную важность на соответствующем этапе построения теории дифференциальных уравнений. Дадим краткий очерк полученных им результатов и их дальнейшего развития.

1. А.Ф. Андреевым приведено к успешному завершению «изучение изолированной особой точки O плоской автономной аналитической системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с ненулевым линейным приближением в точке O ».

Начало исследованиям в этом направлении положил основоположник многих ветвей в современной математике, физике и космологии (включая качественную теорию дифференциальных уравнений), глава Парижской Академии наук с 1906 года, иностранный член-корреспондент Петербургской Академии наук с 1895 года (и еще более чем 30 академий научного мира своей эпохи) Жюль Анри Пуанкаре (1854–1912).

На рубеже XIX и XX столетий проблемой занимался знаменитый российский математик Александр Михайлович Ляпунов (1857–1918), заложивший фундамент теории устойчивости равновесия и движения механических систем с конечным числом параметров. Трагический уход из жизни в 1918 году оборвал его научный поиск.

Исследования оказались выполненными в три этапа.

Первый этап осуществил сам А. Пуанкаре в восьмидесятых годах XIX века, рассмотрев случай простой особой точки аналитической системы ОДУ, т.е. особой точки, не

имеющей нулевых собственных значений, и доказательно определив, что таковая точка может являться только узлом, фокусом, центром или седлом.

«Второй этап реализовал шведский математик Ивар Отто Бендиксон (1861–1935), в 1901 году изучивший случай особой точки с одним нулевым характеристическим корнем и установивший, что она может оказаться лишь седлом, узлом или седло-узлом» (Немыцкий, 2017).

Третий и последний, наиболее сложный этап, а именно остававшийся неисследованным случай нильпотентной особой точки, т.е. особой точки с двумя нулевыми характеристическими корнями, полностью изучил А.Ф. Андреев. Он установил, что нильпотентная особая точка может иметь «7 различных топологических типов, к коим относятся: центр, фокус, узел, седло, седло-узел, острие (двухсепаратрисное седло) и точка с эллиптическим сектором. Также сформулировал и доказал коэффициентные критерии возникновения каждого из перечисленных типов (с точностью до проблемы различения центра и фокуса)» (Андреев, 1958, 1970, 1974).

2. Проблему различения «центра и фокуса Алексей Федорович Андреев решил для (x, y) – системы ОДУ, имеющей нильпотентную линейную часть и нелинейности в виде кубических форм от x и y с произвольными постоянными коэффициентами, удовлетворяющими только тому условию, что для данной системы особая точка O является фокусом либо центром. А именно, определил коэффициентные необходимые и достаточные условия центра» (Андреев, 1953).

Это был первый в математике случай решения проблемы различения центра и фокуса для обширного класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих нильпотентную особенность.

3. «А.Ф. Андреев изучил вопрос о единственности O -кривой системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной области Фроммера 2-го типа, решил первую проблему различения М. Фроммера и доказал теорему единственности принципиально нового типа (Андреев, 1962, 1962), которая вобрала в себя на правах частных случаев все существовавшие на тот момент признаки единственности O -кривой (а именно, признаки Е.Р. Лонна, Р.Э. Винограда и Д.М. Гробмана, И.С. Куклеса)» (Андреев, 1964, 1962, 1965).

4. В 1979 году опубликовал монографию «Особые точки дифференциальных уравнений» (Андреев, 1979), где приведено строгое и детально проработанное изложение метода исследования изолированных особых точек, предложенного М. Фроммером в 1941 году (Фроммер, 1941), но намеченного последним лишь пунктирно, в общих чертах.

Монография А.Ф. Андреева на протяжении долгих лет оставалась (и, без особого преувеличения можно сказать, поныне остается, превратившись в раритетное издание) одной из наиболее востребованных в своей области. В 2003 году Алексей Федорович выпустил учебное пособие «Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений» (Андреев, 2003), в котором эти исследования и их толкование продолжены.

5. «В 1981 году А.Ф. Андреев защитил в ЛГУ докторскую диссертацию под названием “Исследование сложных особых точек систем дифференциальных уравнений” (Андреев, 1979), посвященную детальной разработке метода изучения сложной особой точки покоя O аналитической динамической системы второго порядка общего вида». «Основой метода служит исследование асимптотики O -кривых, т.е. характеристических кривых рассматриваемой системы, при условии стремления x к нулю».

«Ядром метода выступает процесс расщепления сложной особой точки первичной, исходной, системы на несколько особых точек вторичных, производных, систем».

«А.Ф. Андреев показал, что за счет выполнения конечного числа шагов такого процесса всегда можно выявить топологический тип расположения траекторий исходной системы в малой окрестности особой точки O (с точностью до различия расположений траекторий системы, относящихся к типам центр и фокус)».

«А.Ф. Андреев решал и другие задачи качественной теории дифференциальных уравнений на плоскости и в пространстве» (Andreev, 2003, Пилюгин, 2003).

«Время показало, что научные результаты Алексея Федоровича Андреева приобрели в мировой математической литературе существенный резонанс».

6. «Разработанный А.Ф. Андреевым каталог топологических типов нильпотентных сингулярностей плоских векторных полей, сопровождающийся строгим указанием критериев появления каждого типа, несомненно, послужил для многих современных исследователей стимулом к рассмотрению и изучению бифуркаций таковых сингулярностей, возникающих в условиях малых деформаций, определяющих их векторных полей в пространстве V всех аналитических (x, y) – векторных полей с особой точкой $O(0, 0)$ ».

7. «Из результатов, полученных А.Ф. Андреевым, вытекает, что нильпотентная особенность (сингулярность) типа острие (т.е. двухсепаратрисное седло) возможна для векторных полей, образующих множество коразмерности 2 в V , а нильпотентная особенность любого иного типа реализуема лишь для полей, образующих множество коразмерности 3 в V ». По пути, проложенному А.Ф. Андреевым, известные математики Р.И. Богданов и Ф. Дюмортье (F. Dumortier), Дж. Сотомайор (J. Sotomayor), Р. Руссари (R. Roussarie), исследуя плоские векторные поля, занимались изучением бифуркаций их нильпотентных особенностей O .

Успешно развивая тему исследований, белорусский математик А.П. Садовский решил «проблему различения центра и фокуса для нильпотентной особой точки O в случае динамических систем с однородными нелинейностями 5-й степени, и вместе с соавторами решил эту проблему в случае однородных нелинейностей 7-й степени, далее исследовав вопрос о цикличности точки O в случаях нелинейностей k -й степени для значений k , равных 3, 5, 7».

8. «Труды А.Ф. Андреева переведены на иностранные языки и широко известны математикам России и мира» (Андреев, 1958, Andreev, 2017, 2018, 2018, 2017, 2020).

«Принадлежащий А.Ф. Андрееву метод разрешения сложных особенностей широко применяется как в теоретических исследованиях математиками - специалистами в областях локальной и глобальной качественной теории дифференциальных уравнений», так и в прикладных разработках (Адрианова, 2009). По его книгам учились и учатся поколения студентов и аспирантов математических специальностей.

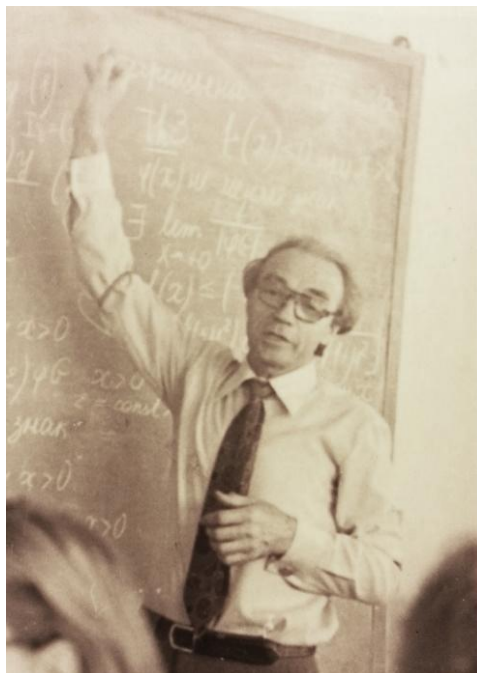


Рис. 5. Во время лекции на матмехе ЛГУ. 1985 г.

9. С наступлением XXI века внимание Алексея Федоровича Андреева привлекла новая объемная задача локальной качественной теории обыкновенных дифференциальных

уравнений. В ходе решения этой задачи А.Ф. Андреев в соавторстве с И.А. Андреевой опубликовал вторую монографию под названием: "Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре" (Андреев, Андреева, 2017) и ряд статей (Андреев, Андреева, 2007, 2008, 2008, 2009, 2010, 2017, 2018, 2019, 2018, 2020, 2007, 2017, 2018; Andreev, Andreeva, 2017, 2018, 2017; Andreev, Bibikov, 2003; Пилюгин, 2003). В настоящее время исследования продолжают ученики А.Ф. Андреева и научные его последователи (Andreev, Sadovskii 2017; Андреева, 2019, 2020, 2021, 2021, 2019; Андреева, Ефимова, 2020, 2021, 2020, 2022; Egorov 2020).

Алексей Федорович Андреев был замечательным педагогом, он воспитал 17 кандидатов наук, из которых двое стали впоследствии докторами наук, и множество поколений студентов математико-механического факультета ЛГУ– СПбГУ, где работал с 1956 по 2017 год, в том числе дипломников кафедры дифференциальных уравнений.



Рис. 6. На защите дипломных работ. Кафедра Дифференциальных уравнений ЛГУ (ныне СПбГУ), 1985 г. Сидят, слева направо: В.Е. Чернышев, А.Ф. Андреев, Л.Я. Адрианова, А.В. Осипов, Ю.В. Чурин, С.Ю. Пилюгин. За спиной В.Е. Чернышева стоит Д.Ю. Волков.

Основные награды А.Ф. Андреева: 1942 г. – медаль «За оборону Ленинграда», 1943 г. – орден Красной Звезды, 1985 г. – орден Отечественной войны I степени, 1999 г. – почетное звание «Заслуженный деятель науки Российской Федерации», 2003 г. – медаль «В память 300-летия Санкт-Петербурга», 2008 г. – звание Почетного профессора СПбГУ, 2013 г. – памятная медаль «Санкт-Петербургский государственный университет» за пребывание в стенах университета более 50 лет.

Основные вехи жизненного пути А.Ф. Андреева

- Родился 19/20.12.1923 в деревне Черес-Межник под Псковом в крестьянской семье.
- 18 июня 1941 – окончил 10 класс 370-й средней школы г. Ленинграда с отличием.
- 22 июня 1941 – пошел добровольцем на фронт и был направлен в военное училище.
- 1941-42 – Ленинградское Высшее Военно-топографическое училище (в эвакуации на Волге), курсант.
- 1942-43 – Ленинградский фронт, лейтенант.
- 1943-44 – Ранение (подорвался на mine при выполнении топографической съемки на передовой), 1,5 года в госпиталях в блокадном Ленинграде, ампутация правой ноги.
- 1945-50 – Мат-мех факультет ЛГУ, студент. Окончил с отличием.
- 1950-53 – Аспирант профессора Н.П. Еругина, ЛОМИ.

- 1953 – Защитил в МИАН СССР кандидатскую диссертацию «Исследование поведения интегральных кривых системы двух дифференциальных уравнений в окрестности особой точки», в которой решил ряд актуальных для того времени проблем, завершив начатые Пуанкаре исследования изолированной особой точки плоской автономной аналитической системы. В 1958 – Диссертация переведена и издана в США (без вмешательства автора).
- 1953-56 - Научный сотрудник, затем ученый секретарь ЛОМИ.
- 1956-66 – Доцент ЛИТМО, параллельно читает лекции в ЛГУ.
- 1966-82 – Доцент кафедры Дифференциальных уравнений ЛГУ.
- 1981 – Защитил в ЛГУ докторскую диссертацию «Исследование сложных особых точек систем дифференциальных уравнений», в которой разработал методы исследования сложной особой точки покоя аналитической динамической системы.
- 1982-2017 – Профессор кафедры Дифференциальных уравнений ЛГУ-СПбГУ.

Список литературы

- Андреев А.Ф. Особые точки дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1979.
- Андреев А. Ф. Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений. СПб: Изд-во С.-Петербурга. Университета, 2003.
- Андреев А.Ф. Решение проблемы центра и фокуса в одном случае // Прикладная математика и механика. 1953. 3 (17). С. 333–338.
- Андреев А.Ф. О методе Фроммера исследования особой точки дифференциального уравнения первого порядка // Вестник Ленингр. университета. Сер. мат. 1962. 1 (1). С. 5–21.
- Андреев А.Ф. Теорема единственности для нормальной области Фроммера второго типа // Доклады АН СССР. 1962. 4. Т. 142. С.754–757.
- Андреев А.Ф. О проблемах различия Фроммера // Труды 4-го Всесоюзного математического съезда. 1964. Т. 2. С. 394–402.
- Андреев А.Ф. Исследование поведения интегральных кривых системы // Американское Математическое Общество, переводная серия. 1958. 2. Т. 8. С. 183–207.
- Андреев А.Ф. Усиление теоремы единственности O -кривой в N_2 // Доклады АН СССР. 1962. 1. Т. 146. С. 9–10.
- Андреев А.Ф. О числе операций при исследовании особой точки дифференциального уравнения методом Фроммера // Дифференциальные уравнения. 1965. 9 (1). С. 1155–1176.
- Андреев А.Ф. О локальной схеме состояния равновесия // Дифференциальные уравнения. 1970. 4 (6). С. 677–686.
- Андреев А.Ф. Об исключительном направлении системы n -го порядка в точке покоя // Дифференциальные уравнения. 1974. 2 (10). С. 187–194.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. I // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2007. № 4 С. 17–26.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. II // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2008. № 1. С. 1–13.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. III // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2008. № 3. С. 39–53.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. IV(1) // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2009. № 4. С. 181–212.

- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. IV(2) // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2010. № 4. С. 6–17.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. Saarbrücken: Lambert Academic Publ, 2017.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. I // Вестник РАЕН. 2017. 4 (17). С. 8–18.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре. II // Вестник РАЕН. 2018. 4 (18). С. 11–15.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты некоторого семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре. III // Вестник РАЕН. 2019. 2 (19). С. 20–24.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Результаты исследования семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре // Геометрические методы в теории управления и математической физике. 2018. Рязань: Изд-во РГУ им. С.А. Есенина. С. 6–7.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты некоторых классов кубических динамических систем в круге Пуанкаре // Теория управления и математическое моделирование. 2020. Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет». С. 30–33.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Локальное исследование одного семейства плоских кубических систем // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2007. Вып. 1. С. 11–16.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре // Сборник материалов международной конференции "XXVIII Крымская осенняя 20 математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2017". 2017. С. 53–55.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. О картине траекторий некоторого семейства кубических динамических систем // Сборник материалов международной конференции "XXIX Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам"КРОМШ-2018". 2018. С. 99–101.
- Андреева И.А. Об исследовании семейства динамических систем с полиномиальными правыми частями // Сборник материалов международной конференции "XXX Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2019". 2019. С. 96–98.
- Андреева И.А. Качественное исследование ряда семейств динамических систем // Сборник материалов международной конференции "XXXI Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2020". 2020. С. 84–86.
- Андреева И.А., Ефимова Т.О. Поведение траекторий специальных семейств полиномиальных динамических систем // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (АМУР-2020). 2020. С. 11–14.
- Андреева И.А., Ефимова Т.О. О качественном исследовании некоторого семейства кубических динамических систем // Математические методы в технологиях и технике. 2021. 6. С. 12–15.
- Адрианова Л.Я., Бибииков Ю.Н., Изобов Н.А. и др. К восьмидесятипятилетию А.Ф. Андреева // Дифференциальные уравнения. 2009. 3 (45). С. 291–296.
- Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966.
- Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Ленанд, 2017.
- Пилюгин С.Ю. Исследования по глобальной качественной теории дифференциальных уравнений на кафедре дифференциальных уравнений Петербургского университета // Differential Equations and Control Processes. 2003. № 1. С. 29–58.

- Фроммер М. Интегральные кривые обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка в окрестности особой точки, имеющей рациональный характер // Успехи математических наук. 1941. 9. С. 212–253.
- Andreev A., Andreeva I. Investigation of a Family of Cubic Dynamic Systems. *Vibroengineering Procedia*. In Ser. 29th International Conference on Vibroengineering. 2017. Vol. 15. P. 88–93.
- Andreev A.F., Andreeva I.A. On a Behavior of Trajectories of a Certain Family of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1141(1). 012114.
- Andreev A.F., Andreeva I.A. Phase Portraits of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *Differential Equations. Theory and Current Research*. 2018. London: IntechOpen Publ. P. 65–80. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.75527>
- Andreev A.F., Andreeva I.A., Detchenya L.V., Makovetskaya T.V., Sadovskii A.P. Nilpotent centers of cubic systems. *Differential Equations*. 2017. Vol. 53(8). P. 975–980.
- Andreev A.F., Bibikov Yu.N. Studies on the Local Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St.Petersburg University // *Дифференциальные уравнения и процессы управления*. 2003. № 1. С. 59–92.
- Andreeva I.A. Several Classes of Plain Dynamic Systems Qualitative Investigation *IOP. Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1730(1). 012053.
- Andreeva I.A. Classes of Dynamic Systems with Various Combinations of Multipliers in Their Reciprocal Polynomial Right Parts. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2090(1). 012095.
- Andreeva I.A. Investigation of a Family of Dynamic Systems with Reciprocal Polynomial Right Parts in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1391(1). 012039. DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012039
- Andreeva I.A., Efimova T.O. Investigation of Phase Portraits Belonging to Polynomial Dynamic Systems in a Poincare Disk. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1425(1). 012140.
- Andreeva I.A., Efimova T.O. On the Qualitative Study of Phase Portraits for Some Categories of Polynomial Dynamic Systems. *Studies in Systems, Decision and Control*. Springer. 2022. Vol. 418. P. 39–50.
- Egorov V., Maksimova O., Andreeva I. Stochastic Fluid Dynamics Simulations of the Velocity Distribution in Protoplasmic Streaming. *Physics of Fluids*. 2020. 12 (32). 121902. DOI: 10.1063/5.0019225.

ALEXEY F. ANDREEV. MATHEMATICIAN AND PERSON. FOR THE CENTENNIAL ANNIVERSARY

Andreeva I. A.
Cand. Sci. (Phys. and Math.),
associate professor
irandr@inbox.ru
St. Petersburg

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University

Abstract. The article tells about the bright and difficult fate of scientific and human, and also systematizes the most significant mathematical achievements of Professor of the Department of Differential Equations of the Faculty of Mathematics and Mechanics of LSU - St. Petersburg State University, Honorary Professor of St. Petersburg State University (2008), Honored Scientist of the Russian Federation (1999) Alexey Fedorovich Andreev (1923–2017). In the seven-year-old life of Alexei Fedorovich, whole epochs of the life of

our country and society were contained and reflected in it. Having started his career in a peasant family under Luchin, when his parents produced almost all the items and products necessary for existence by independent peasant labor, Alexey Fedorovich carried an indomitable desire for knowledge, love for science, creativity and people through the crucible of the Great Patriotic War and a serious injury that led to the amputation of his right leg at the age of 19. The sphere of his scientific interests was the qualitative theory of ordinary differential equations and dynamical systems. A.F. Andreev, in particular, he led to the successful completion of the study of an isolated singular point O of a planar autonomous analytical ODE system with a non-zero linear approximation, considering the case of a nilpotent singular point (having two zero characteristic roots), which has not been amenable to research since the time of A. Poincare and I. Bendixon. In his works, the first case in mathematics of solving the problem of distinguishing the center and focus for an extensive class of systems of ordinary differential equations with a nilpotent singularity is recorded. Having worked at LSU – St. Petersburg State University for over 60 years, from 1956 to 2017, A.F. Andreev brought up several generations of mathematicians who defined and continue to define the scientific atmosphere of Russian universities and cherish the memory of their Teacher.

Keywords: differential equations, qualitative theory of ODEs, singular points, dynamic systems, nilpotent singularities.

References

- Andreev, A. F. (1979). *Osobyе točki differentsial'nyh uravnenij*. Minsk: Vysheishaya shkola Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F. (2003). *Vvedenie v lokal'nyuyu kachestvennyuyu teoriyu differentsial'nyh uravnenij*. St.Petersburg: St.Petersburg University Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1953). Reshenie problemy centra i fokusa v odnom sluchae. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 3 (17), 333–338 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). O metode Frommera issledovaniya osoboj točki differentsial'nogo uravneniya pervogo poryadka. *Vestnik Leningr. universiteta. I. Ser. mat.*, 1 (1), 5–21 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). Teorema edinstvennosti dlya normal'noj oblasti Frommera vtorogo tipa. *Doklady AN SSSR*, 142 (4), 754–757 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1964). O problemah razlicheniya Frommera. *Trudy 4-go Vsesoyuznogo matematicheskogo s"ezda*, Vol. 2, 394–402 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1958). Issledovanie povedeniya integral'nyh krivyh sistemy. *Amerikanskoe Matematicheskoe Obshchestvo, perevodnaya seriya*, 8(2), 183–207 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). Usilenie teoremy edinstvennosti O -krivoj v N^2 . *Doklady AN SSSR*, 1, Vol. 146, 9–10 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1965). O chisle operacij pri issledovanii osoboj točki differentsial'nogo uravneniya metodom Frommera. *Differential Equations*, 9 (1), 1155–1176 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1970). O lokal'noj skheme sostoyaniya ravnovesiya. *Differential Equations*, 4 (6), 677–686 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1974). Ob isklyuchitel'nom napravlenii sistemy n -go poryadka v točke pokoya. *Differential Equations*, 2 (10), 187–194 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2007). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. I. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 17–26. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2008). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. II. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 1, 1–13 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2008). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. III. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 3, 39–53. (In Russ.)

- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2009). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. IV(1). *Differencial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 181–212 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2010). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. IV(2). *Differencial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 6–17. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). *Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare*. Saarbrucken: Lambert Academic Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. I. *Vestnik RAEN*, 4 (17), 8–18 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Fazovye portrety semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare. II. *Vestnik RAEN*, 4 (18), 11–15 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2019). Fazovye portrety nekotorogo semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare. III. *Vestnik RAEN*, 2 (19), 20–24 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Rezul'taty issledovaniya semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare [The Results of the Study of a Family of Cubic Dynamic Systems in the Poincare Circle]. *Geometricheskie metody v teorii upravleniya i matematicheskoy fizike* (pp.6–7). Ryazan: Izd-vo RGU im. S.A. Esenina. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2020). Fazovye portrety nekotorykh klassov kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare [Phase Portraits for Some Classes of Cubic Dynamic Systems in the Poincare Circle]. *Teoriya upravleniya i matematicheskoe modelirovanie* (pp. 30–33). Ijevsk: Izdatel'skij centr «Udmurtskij universitet». (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2007). The Local Study of One Family of Plain Cubic Systems. *Vestnik of the St.Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 1(2), 11–16. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare [Phase Portraits for One Family of Cubic Systems in the Poincare Circle]. *"XXVIII Krymskaya osenniyaya 20 matematicheskaya shkola-simpozium po spektral'nyim i evolyucionnyim zadacham "KROMSH-2017"* (pp. 53–55). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). O kartine traektorij nekotorogo semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem [On the Pattern of Trajectories for Some Family of Cubic Dynamic Systems]. *"XXIX Krymskaya osenniyaya matematicheskaya shkola-simpozium po spektral'nyim i evolyucionnyim zadacham "KROMSH-2018"*. (pp. 99–101). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreev, A., Andreeva, I. (2017). Investigation of a Family of Cubic Dynamic Systems. *Vibroengineering Procedia. 29th International Conference on Vibroengineering*. Vol. 15, 88–93.
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). On a Behavior of Trajectories of a Certain Family of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1141(1), 012114.
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Phase Portraits of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. Chapter 4. *Differential Equations. Theory and Current Research*, 65–80. London: IntechOpen Publ. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.75527>
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A., Detchenya, L. V., Makovetskaya, T. V., Sadovskii, A. P. (2017). Nilpotent centers of cubic systems. *Differential Equations*, 53(8), 975–980.
- Andreev, A. F., Bibikov, Yu. N. (2003). Studies on the Local Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St.Petersburg University. *Differential Equations and Control Processes*, 1, 59–92. (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2019). Ob issledovanii semejstva dinamicheskikh sistem s polinomial'nymi pravymi chastyami [On the Study of a Family of Dynamic Systems with Polynomial Right Parts]. *"XXX Krymskaya osenniyaya matematicheskaya shkola - simpozium po spektral'nyim i*

- evolyucionnym zadacham "KROMSH-2019"*. (pp. 96–98). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2020). Kachestvennoe issledovanie ryada semejstv dinamicheskikh sistem [The Qualitative Study of a Series of Dynamic Systems Families]. *"XXXI Krymskaya osennaya matematicheskaya shkola - simpozium po spektral'nyh i evolyucionnym zadacham "KROMSH-2020"*. (pp. 84–86). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2021). Several Classes of Plain Dynamic Systems Qualitative Investigation. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1730 (1), 012053.
- Andreeva, I. A. (2021). Classes of Dynamic Systems with Various Combinations of Multipliers in Their Reciprocal Polynomial Right Parts. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2090(1), 012095.
- Andreeva, I. A. (2019). Investigation of a Family of Dynamic Systems with Reciprocal Polynomial Right Parts in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1391(1), 012039 DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012039
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2020). Povedenie traektorij special'nyh semejstv polinomial'nyh dinamicheskikh sistem [The Behavior of Trajectories of Special Families of Polynomial Dynamic Systems]. *Analiz, modelirovanie, upravlenie, razvitie social'no-ekonomicheskikh sistem (AMUR-2020)*. (pp. 11–14). Simferopol. (In Russ.)
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2021). On the Qualitative Study of Some Family of Cubic Dynamic Systems. *Mathematical Methods in Technology and Technics*, 6, 12–15. (In Russ.)
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2020). Investigation of Phase Portraits Belonging to Polynomial Dynamic Systems in a Poincare Disk. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1425(1), 012140.
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2022). On the Qualitative Study of Phase Portraits for Some Categories of Polynomial Dynamic Systems. *Studies in Systems, Decision and Control*. Vol. 418, 39–50. Springer
- Adrianova, L. Ya., Bibikov, Yu. N., Izobov, N. A. (2009). To the 85th Anniversary of A.F. Andreev. *Differential Equations*, 3 (45), 291–296 (In Russ.)
- Andronov, A. A., Leontovich, E. V., Gordon, I. I., Mayer, A. G. (1966). *The Qualitative Theory of Second Order Dynamic Systems*. Moscow: Nauka Publ. (In Russ.)
- Egorov, V., Maksimova, O., Andreeva, I. (2020). Stochastic Fluid Dynamics Simulations of the Velocity Distribution in Protoplasmic Streaming. *Physics of Fluids*, 12 (32), 121902. DOI: 10.1063/5.0019225.
- Frommer, M. (1941). Integral'nye krivye obyknovennogo differencial'nogo uravneniya pervogo poryadka v okrestnosti oboj točki, imeyushchej racional'nyj harakter. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, 9, 212–253.
- Nemytzkiy, V. V., Stepanov, V. V. (2017). *Kachestvennaya teoriya differencial'nyh uravnenij*. Moscow: Lenand. (In Russ.)
- Pilyugin, S. Yu. (2003). Studies on the Global Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St. Petersburg University. *Differential Equations and Control Processes*, 1, 29–58. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 30.10.2023
Принята к публикации 14.12.2023

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №4(32) / 2023

Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – К.С. Елецких
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 18.12.2023
Дата выхода в свет 19.12.2023

Бумага формат А-4 (54,5 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 111
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
Е-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в объединенном каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1