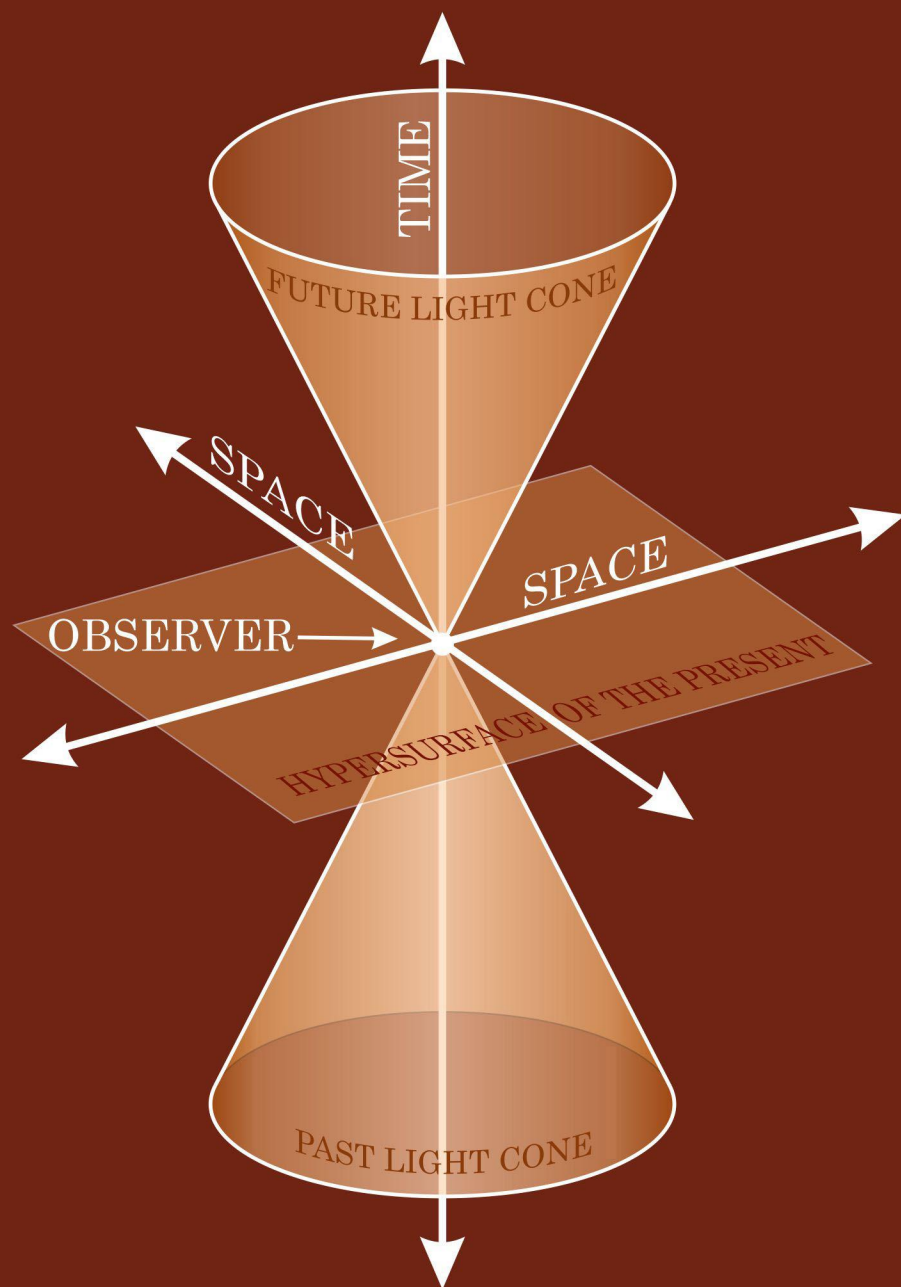




CONTINUUM

Математика. Информатика.
Образование



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе, профессор кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Асланов Р.М.** – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик IHEAS, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);

- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, проректор по образовательной деятельности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории математического общего образования и информатизации Института стратегии развития образования Российской академии образования (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Александрова Л.Н.** – технический секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математического моделирования, компьютерных технологий и информационной безопасности Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Certificate of registration: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S. V.	Editor-in-chief , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S. N.	Deputy Editor-in-Chief , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A. E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
Aslanov R. M.	Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Scientific and Technical Information of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan (Baku, Azerbaijan);
Borovskikh A. V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Buldakova N. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);
Grinshkun V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Grozdev S. I.	Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);
Karakozov S. D.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);

Klushina N. P.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);
Orlov V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
Razinkina E. M.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice-Rector for Educational Activities of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg, Russia);
Ryzhova N. I.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Laboratory of Mathematical General Education and Informatization of the Institute of Educational Development Strategy of the Russian Academy of Education (Moscow, Russia);
Sergeeva T. F.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Smirnov E. I.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
Melnikov R. A.	Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Alexandrova L. N.	Technical Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling, Computer Technology and Information Security, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

<i>Дворяткина С.Н., Жук Л.В.</i> Многоэтапные комплексы исследовательских задач по математике в гибридной интеллектуальной образовательной среде школы.....	8
<i>Лыкова К.Г.</i> Организация мировоззренчески направленного обучения стохастике старшеклассников.....	22
<i>Насонова Е.Д., Грибанова-Подкина М.Ю.</i> Системный подход к изучению оптимизационных задач в школьном курсе математики и информатики.....	32
<i>Павлова М.А.</i> Использование онлайн-сервисов для организации сетевого наставничества над учащимися при реализации проекта «Музей занимательной математики».....	51
<i>Сергеева Т.Ф., Мамий Д.К., Пронина Н.А.</i> Сетевая проектная школа как модель организации проектной и исследовательской деятельности с математически одаренными учащимися.....	60
<i>Томилова А.Е., Шабанова М.В., Ширикова Т.С., Безумова О.Л., Котова С.Н.</i> Формирование математической грамотности учащихся в краеведческих контекстах.....	68
<i>Тошматов М.З., Джанадилов Ш.У.</i> Математическая игра «Тожмот» для гимнастики разума.....	81

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

<i>Александрова Л.Н.</i> Потенциал социальных сетевых сервисов как инструментальной базы при организации контроля и оценки знаний обучаемых: некоторые теоретические и практические аспекты.....	88
<i>Елецких И.А., Елецких К.С.</i> Роль и значение дисциплин по выбору в качественной подготовке магистра прикладной математики и информатики.....	97
<i>Драгилева И.П., Потепалова А.Ю., Розанова С.А.</i> Необходимость использования потенциала раскрытия «проблемных зон» для улучшения качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации высшей школы.....	109
<i>Сотникова О.А., Симоновская Г.А.</i> Особенности изучения алгебраического материала при подготовке учителя математики.....	125
<i>Трунтаева Т.И.</i> Гуманитарная и профессионально-ориентированная составляющие обучения математической логике будущих учителей математики.....	137

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Dvoryatkina S.N., Zhuk L.V. Multi-stage complexes of research problems in mathematics in a hybrid intellectual educational environment of the school.....	8
Lykova K.G. Organization of worldview-oriented stochastic education for high school students.....	22
Nasonova E.D., Griбанова-Podkina M.Yu. System approach to studying optimization problems in the school course of math and informatics.....	32
Pavlova M.A. The use of online services for the organization of online mentoring of students in the implementation of the project «Museum of Entertaining Mathematics».....	51
Sergeeva T.F., Mamiy D.K., Pronina N. A. Network design school as models organization of design and research activities with mathematically gifted students.....	60
Tomilova A.E., Shabanova M.V., Shirikova T.S., Bezumova O.L., Kotova S.N. Formation of mathematical literacy of students in local history contexts.....	68
Toshmatov M.Z., Djanadilov Sh.O. «TOJMOT» mathematical game for gymnastics of the mind.....	81

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Alexandrova L.N. The potential of social network services as an instrumental base for the organization of monitoring and evaluation of students' knowledge: some theoretical and practical aspects.....	88
Yeletskikh I.A., Yeletskikh K.S. The role and significance of the discipline of choice in the qualitative training of the master of applied mathematics and informatics.....	97
Dragileva I.P., Potepalova A.Y., Rozanova C.A. The need to use the potential of "problem areas" disclosure to improve the quality of mathematical education in technical universities in the context of digitalization of higher education.....	109
Sotnikova O. A., Simonovskaya G. A. Specifics of studying algebraic material for mathematics teacher training.....	125
Truntaeva T. I. Humanitarian and professional-oriented components of teaching mathematical logic to future teachers of mathematics.....	137

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-8-21

УДК
372.851

МНОГОЭТАПНЫЕ КОМПЛЕКСЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ В ГИБРИДНОЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ ШКОЛЫ

Дворяткина Светлана Николаевна

д.п.н., профессор
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
г. Елец

Жук Лариса Викторовна

к.п.н., доцент
krasnikovalarisa@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Проблема совершенствования процесса организации и сопровождения проектно-исследовательской деятельности школьников посредством интеллектуального управления является актуальной и далеко не решенной. Интеллектуальные системы способны обеспечить процессы самоорганизации, саморегуляции личности и индивидуализации обучения, установления персонифицированной и компьютеризированной обратной связи когнитивных и творческих процедур в ходе освоения сложного математического знания. Целью исследования является организация педагогического сопровождения и поддержки экспертных систем через разработку базы данных и предметных знаний тематики исследовательской деятельности в форме кластеров проблемно-ориентированных исследовательских заданий. Представлено организационно-методическое обеспечение гибридной интеллектуальной системы обучения в школе в виде иерархических и многоэтапных комплексов исследовательских задач по математике. Данный комплекс дополнен подробными инструкциями и правилами освоения исследовательской деятельности, детализированными по уровням роста научного потенциала школьника, базами данных и знаний информационного сопровождения с учетом факторов параметров научности познания, состояния модальностей восприятия информации и предпочтений, а также успешности освоения исследовательской деятельности школьником. Построение цепочки многоэтапных исследовательских заданий показано на примере актуализации сущности одного из обобщенных конструкторов сложного знания – предел функции. Разработанный комплекс исследовательских заданий дает качественный прогноз результатов процесса обучения и возможность эффективно управлять проектно-исследовательской деятельностью школьников, выявлять проблемные ситуации и совершенствовать информационно-методические материалы. *В качестве обобщенных конструкторов сложного знания для организации и управления проектно-исследовательской*

деятельностью школьников в гибридной интеллектуальной среде в дальнейшем авторами будут исследованы такие «зоны современных достижений в науке» как нечеткие множества, элементы фрактальной геометрии, комплексные числа, оптимизационные модели и методы, случайные события, величины и процессы.

Ключевые слова: обучение математике, проектно-исследовательская деятельность, интеллектуальные системы обучения, сложное знание, исследовательские задания.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №19-29-14009).

Введение

На протяжении последних двух десятилетий ученые, исследователи, учителя, политики и руководители предприятий отмечали необходимость формирования и развития у современных школьников навыков «двадцать первого века». Компетенции 21 века можно представить в виде трех кластеров:

- когнитивные компетенции (навыки критического мышления для оперативного решения интеллектуальных задач; способности поиска, анализа, синтеза и применения знаний в новых ситуациях; функциональная и цифровая грамотность);
- межличностные компетенции (навыки межличностного общения, которые позволяют работать в команде и эффективно участвовать в межкультурных контекстах);
- внутриличностные компетенции (навыки взаимодействия с собой (управления собой), которые позволяют управлять собственной учебной деятельностью, формулировать учебные цели, выбирать стратегии обучения, использовать различные цифровые инструменты и среды для самостоятельного обучения и личностного роста; способность к саморегуляции).

Развитие данных навыков (компетенций 21 века) требует иных форм как преподавания, так и обучения, отличных от характерных для предыдущей эпохи образования, когда обучение концептуализировалось на приобретение фактов, а преподавание – на передаче информации, которая должна быть принята и усвоена. Результаты многолетних исследований Национального исследовательского совета (National Research Council, 2012a), указывают на то, что данные навыки, лучше всего развиваются через исследовательскую деятельность, направленную на применение знаний к новым ситуациям и проблемам, на генерирование нестандартных идей и решений, а также на поиск комплексного решения проблем. Исследовательская деятельность инициирует развитие навыков саморегуляции (самоконтроль, самооценка, самоукрепление) и метакогнитивных навыков (критическое мышление, анализ, рассуждение, аргументация, интерпретация, принятие решений); инициативы, самостоятельности и настойчивости в ситуациях неопределенности; способности к самообучению; высокой мотивации, изобретательности и творчества. В работе (Дворяткина, Меренкова, 2021) авторами были определены персонализированные параметры научного потенциала школьников, распределенные по кластерам готовности обучаемых к исследовательской деятельности на основе личностного, деятельностного, коммуникативного и результативного критериев, коррелируемые с группами компетенций 21 века. Комплексное изучение параметров готовности к исследовательской деятельности учащихся, эмпирическим путем определенные весовые значения каждого параметра научного потенциала не только полностью согласуются с научными достижениями, полученными в ранее проводимых международных исследованиях (National Research Council, 2012a), но стали также основой для создания программного продукта, входящего в структуру гибридной интеллектуальной системы сопровождения исследовательской деятельности обучающихся с использованием экспертных систем.

Учитывая, что не только в педагогической науке, но и в законодательстве терминологии придается большое значение, рассмотрение и анализ ряда общенаучных и дидактических категорий приобретает особое звучание и смысл. Раскроем кратко содержание дефиниций «исследовательская деятельность» и «проектная деятельность».

Исследовательская (учебно-исследовательская) и проектная деятельности обозначены в основных нормативных образовательных документах России (ФГОС СОО, 2012) и Европы (NGSS, 2013; NRC, 2012) как важные направления в математическом и естественнонаучном образовании. В ФГОС СОО владение навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности выступают как обязательные требования к результатам освоения основной образовательной программы, в частности, предметные результаты освоения основной образовательной программы должны обеспечивать «возможность создания условий для развития навыков учебной, проектно-исследовательской деятельности, мотивации обучающихся к саморазвитию»; «сформированность навыков безопасной работы во время проектно-исследовательской деятельности»; «сформированность навыков проектной деятельности: умение разрабатывать и реализовывать проекты междисциплинарной направленности» и др. Программа развития универсальных учебных действий при получении среднего общего образования включает формирование компетенций обучающихся в области учебно-исследовательской и проектной деятельности, в том числе программа должна быть направлена на «формирование у обучающихся системных представлений и опыта применения методов, технологий и форм организации проектной и учебно-исследовательской деятельности для достижения практико-ориентированных результатов образования». Согласно требованиям ФГОС СОО проектно-исследовательская деятельность ориентирована на формирование у обучающихся основ культуры исследовательской и проектной деятельности.

В нормативных документах по образовательной политике, таких как NRC Framework (2012) и NGSS (2013), исследовательская и проектная деятельности упоминаются в качестве важных координационных аспектов в области естественнонаучного и инженерного образования. Обучение исследовательской и проектной деятельности формирует знания, навыки и осведомленность студентов о науке и инженерной практике, представления о возможных будущих профессиях. Законодатель определяет следующие цели для данных видов деятельности:

- (1) умение формулировать вопросы (для исследований) и выявлять проблемы (для проектов);
- (2) выбирать оптимальную модель исследовательской и проектной деятельности;
- (3) планировать и проводить исследования;
- (4) анализировать и интерпретировать данные;
- (5) использовать методы математики для вычислительного эксперимента;
- (6) умение проводить аргументированные рассуждения (для исследований) и предлагать проектные решения (для проектов);
- (7) проводить доказательства;
- (8) получать, оценивать и передавать информацию (NRC Framework 2012).

Примечательно, что исследовательская и проектная деятельности имеют схожие целевые установки. Однако авторы (Williams, Eames, Hume, & Lockley, 2012) различают исследовательскую и проектную деятельности как две разные практики с собственными целями (ответы на вопросы для исследований и решение проблем для проектов) и различными этапами реализации. В то же время общим для исследований и проектов является связь со сложными, плохо структурированными проблемами или вопросами (Hathcock, Dickerson, Eckhoff, & Katsioloudis, 2015).

Ученые представляют процесс исследования в виде следующих этапов: постановка исследовательского вопроса; формулировка гипотезы; составление плана исследования; сбор информации (проведение исследования); систематизация и анализ данных (обработка

результатов исследования); формулировка выводов; представление результатов исследования.

В свою очередь, процесс проектирования включает: поиск и анализ проблемы; построение алгоритма деятельности; разработка плана реализации проекта; построение прототипа проекта; разработка экспериментального прототипа; оптимизация прототипа; оценка качества выполнения проекта; презентация проекта. В образовательной практике учителя следуют данным этапам при организации со школьниками исследований или разработке проектов.

Разностороннему анализу проблемы развития исследовательской деятельности школьников посвящены многолетние работы российских педагогов и психологов, отражающие концептуальные, теоретико-методологические и процессуально-технологические основы её решения (Андреев, 1983; Богоявленская, 2002; Зимняя, 2001; Обухов, 2015; Сгибнев, 2015). Многоаспектное изучение исследовательской деятельности обусловило множественность подходов к определению данного феномена (Дворяткина, Жук, 2021).

На основе анализа психолого-педагогических исследований в данной работе придерживаемся следующей дефиниции понятия «проектно-исследовательская деятельность»: *активный, творческий процесс, осуществляемый в состоянии неопределенности, направленный на получение обучаемыми субъективно нового знания об окружающем мире посредством применения научного метода, а также на формирование когнитивных и метакогнитивных компонент структуры личности в направлении развития научного мышления, научной деятельности и научного общения*. Таким образом, проектно-исследовательская деятельность рассматривается как самостоятельная поисковая форма учебной работы, представляющая собой комплекс субъект-субъектных интеракций участников образовательного процесса, направленных на активное освоение обучающимися теоретических и эмпирических методов научного познания и формирование у них проектно-исследовательских компетенций.

В настоящее время значимое усиление внимания к проблеме развития исследовательской деятельности школьников и понимание ведущей роли математических дисциплин в формировании исследовательского опыта учащихся во многом складывается под влиянием международных научно-образовательных проектов, связанных с разработкой моделей исследовательского обучения математике (InnoMathEd, KeyCoMath, Mascil, Scientix2, Fibonacci и т.п.). Большинство подобных проектов объединяет идея привлечения к процессу учебного познания математических экспериментов и современных компьютерных технологий, что позволяет выстраивать модель исследовательского обучения математике в условиях масштабной цифровизации образования. Быстроразвивающаяся цифровая образовательная среда требует системного обновления форм и методов обучения, в связи с чем внимание учёных сосредотачивается на разработке технологии управления исследовательской деятельностью в автоматизированных обучающих системах.

Одним из ключевых направлений дальнейшего развития и совершенствования автоматизированных систем обучения, являются системы, основанные на методах искусственного интеллекта и выступающие в роли исследовательской среды обучения, основанной на методологии конструктивизма. Исследовательское обучение с применением автоматизированных систем существует уже долгое время (учебные исследовательские среды — Fraction Lab, Betty's Brain, Crystal Island), но данные вопросы остаются спорными. Критики автоматизированного обучения утверждают, что из-за отсутствия четких инструкций, и того, что учащиеся должны самостоятельно открывать принципы предметной научной области, данные системы вызывают когнитивную перегрузку, приводят к плохим результатам обучения.

Таким образом, перспективным направлением в решении сложных задач поддержки и сопровождения исследовательской деятельностью обучаемых, нацеленным на повышение уровня компетентности познания, компетентности взаимодействия с другими людьми и с

собой (универсальные навыки «двадцать первого века») при непрерывном снижении степени участия преподавателя, является создание автоматизированных систем обучения на основе методов искусственного интеллекта. Интеллектуальное управление процессом обучения в триаде «педагог – компьютер – обучающийся» требует гибридного подхода в симбиозе математического и компьютерного моделирования содержания и иерархий знаний и процедур, интерактивной интеллектуальной обучающей и оценочной деятельности в информационных средах, в которых интегрированы функции экспертных систем и методы искусственного интеллекта. Открытым в данном направлении остается вопрос разработки базы данных и знаний тематики исследовательской деятельности в форме иерархического дерева подзадач кластеров проблемно-ориентированных исследовательских заданий, с подробными инструкциями и правилами освоения исследовательской деятельности, детализированными по уровням роста научного потенциала школьника, с базами данных и знаний информационного сопровождения с учетом факторов параметров научности познания, состояния модальностей восприятия и предпочтений и успешности освоения исследовательской деятельности школьником.

Результаты

Проиллюстрируем построение фундирующей цепочки многоэтапных исследовательских заданий на примере актуализации сущности одного из обобщенных конструкторов сложного знания – *предел функции*.

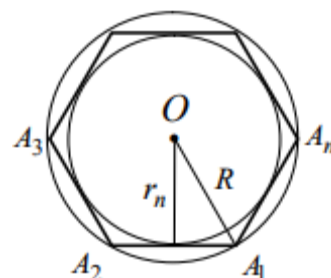
Предельные процессы находят отражение в различных областях реальной жизни – экономической, социальной, производственно-технической, понятие предела функции лежит в основе исследования физических, биологических, стохастических закономерностей, в конечном итоге, в основе формирования мировоззрения человека. Освоение понятия «предел функции» имеет важное значение и для изучения школьной программы, и для успешного овладения курсом высшей математики в вузе, поскольку составляет фундаментальную базу дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов. Ввиду значительной сложности и абстрактности данное понятие рассматривается в школе на описательном и наглядно-интуитивном уровне, в то время как организация исследовательской деятельности старшеклассников в интеллектуальной обучающей среде может способствовать более глубокому изучению этого феномена как базового учебного элемента «проблемной зоны» математического образования.

Технология освоения сущности понятия «предел функции» реализуется поэтапно. Характеристика этапов формирования исследовательских умений старшеклассников при обучении математике в гибридной интеллектуальной образовательной среде описана в работе (Дворяткина, Жук, 2021).

Основная цель *мотивационно-ценностного этапа* – формирование положительной мотивации посредством создания ситуаций, раскрывающих историко-генетический аспект нового понятия. В этом плане актуальны задачи, возникающие из внутренних потребностей математики, предполагающие введение операции предельного перехода и иллюстрирующие её на интуитивно-наглядном уровне. К таким задачам относятся, в частности, вычисление площадей криволинейных геометрических фигур и объёмов геометрических тел *методом исчерпывания*, предложенного античным математиком Евдоксом Книдским (4 век до н.э.). Идея метода заключается в том, чтобы вписать в данную фигуру монотонную последовательность других фигур и доказать, что их площади (объёмы) неограниченно приближаются к площади (объёму) искомой фигуры.

Задача 1.1 (площадь круга). Дан круг радиуса R , в него вписан правильный n -угольник. Как следуя принципу исчерпывания Евдокса вычислить площадь данного круга?

Для нахождения площади круга необходимо вписать в него правильный n -угольник и представить, что число его сторон



n неограниченно увеличивается. Из формулы площади правильного n -угольника $S_n = \frac{1}{2} P_n r_n$ в процессе предельного перехода при $P_n \rightarrow 2\pi R$, $r_n \rightarrow R$ следует, что $S \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2\pi R \cdot R = \pi R^2$.

При знакомстве школьников с методом исчерпывания важно отметить, что его обширный потенциал в полной мере был раскрыт другим выдающимся математиком Архимедом (3 в до н.э.), применившим метод к вычислению объема и площади поверхности шара, а также площади параболического сегмента. Обобщение метода позволило использовать его в самых разных задачах – на вычисление массы, давления, работы, электрического заряда, светового потока и др.

Задача 1.2 (давление воды в аквариуме). Как определить давление p , производимое водой, наполняющий аквариум, на одну из его вертикальных стенок, имеющих длину a и высоту b ?

Известно, что давление жидкости распространяется равномерно и направлено перпендикулярно поверхности сосуда, а величина давления определяется весом столба жидкости, зависящим от глубины площадки и площади её основания. Разбивая высоту аквариума b на n равных частей, получаем, что все точки k -го слоя находятся на глубине $h_k = \frac{b}{n}k$, а давление воды на k -ый слой $p_k \approx h_k a \frac{b}{n} = a \frac{b^2}{n^2} k$. Тогда давление на всю стенку аквариума приблизительно равно: $p \approx \sum_{k=1}^n a \frac{b^2}{n^2} k = a \frac{b^2}{2} \cdot \frac{n+1}{n}$. Переходя к пределу этого выражения при $n \rightarrow \infty$, получаем $p = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a \frac{b^2}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \right) = a \frac{b^2}{2} = ab \cdot \frac{b}{2}$, то есть давление воды на стенку равно произведению площади стенки на половину ее высоты.

Задача 1.3 (работа переменной силы). Точка движется по оси x под действием переменной силы F , направленной по той же оси. Какую работу совершает сила F при перемещении точки из a в b ?

Если сила F постоянна, то работа равна $F \cdot s$, где s – путь, пройденный точкой. Пусть $F(x)$ – значение силы F в каждой точке x промежутка $[a; b]$. Разбивая отрезок $[a; b]$ на n частей и приближенно считая на каждой части силу постоянной и равной $F(x_k)$, можно представить работу на k -м отрезке пути как произведение $F(x_k) \cdot \Delta x_k$, а на всем отрезке суммой: $A_n = f(x_1)\Delta x_1 + \dots + f(x_n)\Delta x_n$. Значение работы A получается предельным переходом: $A = \lim_{\Delta x_k \rightarrow 0} A_n$.

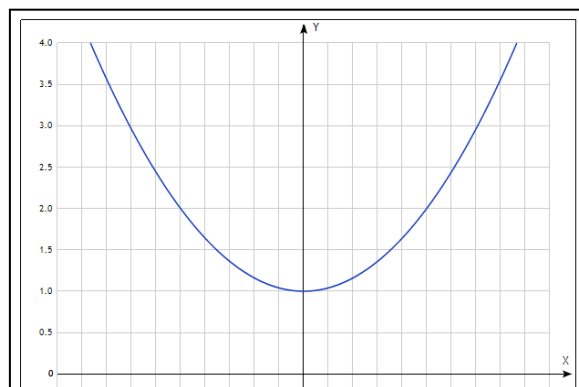
Поскольку строгое определение предела функции довольно громоздко и трудно для восприятия школьниками, на **ориентировочно-подготовительном** этапе освоения сущности данного понятия широко используются средства наглядного моделирования (графики функций, табличные вычисления), обеспечивающие понимание обучающимися формулировок «функция $f(x)$ стремится к b при x стремящемся к a » и «предел функции $f(x)$ при x , стремящемся к a , равен b ». В следующей серии задач школьникам предлагается определить характер стремления конкретных функций к определенным числовым значениям, не владея методами вычисления пределов.

Задача 2.1. Исследуйте поведение функции $f(x)$ вблизи заданной точки. Существует ли значение, к которому стремится функция $f(x)$ вблизи заданной точки?

1) $f(x) = x^2 + 1$, $x_0 = 0$;

f	
x (x)	
1	2
0	1
,5	,25
0	1
,1	,01
0	1
,01	,0001

f	
x (x)	
1	2
-	1
0,4	,16
-	1
0,2	,04
-	1
0,02	,0004



$\lim_{x \rightarrow 0}(x^2 + 1) = 1$ (предел функции совпадает с её значением в данной точке).

2) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, x_0 = 1$;

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$ (функция не определена в данной точке).

3) $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}, x_0 = 0$;

x	$f(x)$
1	0,001593
0,5	0,00319
0,3	0,86336
0,1	0,01593
0,001	0,99976
0,4	0,99992
0,22	0,99083
0,15	0,87129



Предел $f(x)$ при $x \rightarrow 0$ не существует.

4) $f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 1$;

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$.

Основная цель **процессуально-деятельностного этапа** – добиться формализованного понимания обучающимися определения предела функции, представленного в двух интерпретациях:

На языке ε - δ (по Коши): Число b называется пределом функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow a$, если для любого $\varepsilon > 0$, существует $\delta > 0$, такое, что при всех $x \neq a$, удовлетворяющих неравенству $|x - a| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$.

На языке ε -окрестностей (по Гейне): Число b называется пределом функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow a$, если любая ε -окрестности точки b найдется такая δ -окрестности точки a , что для всех x из этой окрестности, кроме, быть может, самой точки a , значения функции $f(x)$ лежат в ε -окрестности точки b .

Интерпретация определения предела по Коши осуществляется при решении практико-ориентированных задач, иллюстрирующих неограниченное приближение функции к некоторому постоянному значению.

Задача 3.1 (процесс радиоактивного распада). Проводятся наблюдения над куском радиоактивного вещества, начальный вес которого составил 1024 г. Ежедневно взвешивая кусок на весах чувствительностью 10 г, замечают, что за одни сутки в результате распада вес вещества уменьшается вдвое. Существует ли день, когда весы покажут полное отсутствия вещества? Ответьте на тот же вопрос, если чувствительность весов повысили до 0,1 г. Сформулируйте свойство, которым обладает последовательность результатов измерений. Существует ли предел данной последовательности?

Последовательность результатов измерений имеет вид: 1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, Отвечая на поставленные вопросы, учащиеся приходят к выводу, что, какой бы ни была чувствительность весов, наступит момент, начиная с которого будет невозможно выяснить с их помощью, осталось вещество или нет. Значит, представленная последовательность обладает следующим свойством: какое бы число $\varepsilon > 0$ ни взяли, найдётся номер N , начиная с которого члены последовательности отличаются от нуля меньше, чем на ε .

В процессе решения следующей задачи обучающиеся убеждаются в эквивалентности определений предела функции в точке по Гейне и по Коши.

Задача 3.2. Как, пользуясь определениями предела функции в точке по Гейне и по Коши, доказать, что в точке $x_0 = 2$ функция $f(x) = 3x^2 - 2$ имеет предел, равный 10. Каким должно быть значение δ , чтобы из неравенства $|x - 2| < \delta$ следовало бы неравенство $|f(x) - 10| < 0,01$?

1. Доказательство на основании определения предела по Коши.

$$|(3x^2 - 2) - 10| < \varepsilon \Leftrightarrow |3x^2 - 12| < \varepsilon \Leftrightarrow |3(x^2 - 4)| < \varepsilon$$

По свойству модуля произведения $|x - 2| \cdot |x + 2| < \frac{\varepsilon}{3}$. В то же время по свойству модуля суммы $|x + 2| = |x - 2 + 4| \leq |x - 2| + 4$. Таким образом, $|x + 2| < \delta + 4$. Перемножая почленно два неравенства одинакового смысла, получим $|x + 2| \cdot |x - 2| < \delta(\delta + 4)$. Так как левые части полученных неравенств равны, то равны и правые части:

$$\delta(\delta + 4) = \frac{\varepsilon}{3} \Leftrightarrow \delta^2 + 4\delta - \frac{\varepsilon}{3} = 0$$

$$\delta_1 = -2 - \sqrt{4 + \frac{\varepsilon}{3}}, \delta_2 = -2 + \sqrt{4 + \frac{\varepsilon}{3}}.$$

Выбираем $\delta_2 > 0$, тогда из неравенства $|x - 2| < \delta$ следует неравенство $|(3x^2 - 2) - 10| < \varepsilon \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2) = 10$. И если $\varepsilon = 0,01$, то $\delta = \sqrt{4 + 0,03} - 2, \delta \approx 0,001$.

2. Доказательство на основании определения предела по Гейне.

Составим последовательность значений аргумента $\{x_n\}$, сходящуюся к 2 при $n \rightarrow \infty$, $x_n \neq 2 \forall n$. На основании теорем о пределе алгебраической суммы, произведения сходящихся последовательностей предел соответствующей последовательности значений функции равен:

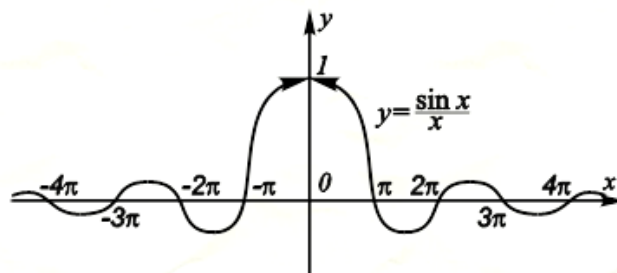
$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (3x_n^2 - 2) = \lim_{x_n \rightarrow 2} (3x_n^2) - \lim_{x_n \rightarrow 2} 2 = 3 \cdot 2^2 - 2 = 10.$$

По определению предела $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2) = 10$.

Важным условием реализации процессуально-деятельностного этапа формирования исследовательских умений является создание ситуации интеллектуального напряжения, формирование у обучающихся поискового мотива, готовности к неопределенности, множественности решений проблемы. Этого возможно добиться, изменяя традиционные формулировки задач, внося в них элементы проблемности. В качестве примера представим задачи о первом замечательном пределе и его применении для вычисления площади круга.

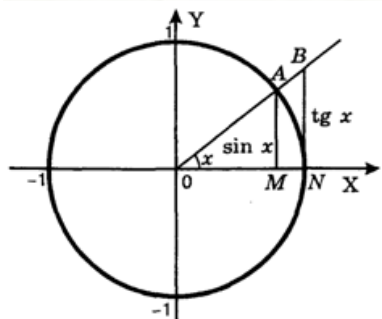
Задача 3.3. Исследуйте поведение функции $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ около точки $x=0$. Существует ли предел функции $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ в точке $x=0$?

Непосредственная подстановка $x=0$ приводит к недопустимой алгебраической операции $\frac{0}{0}$. Здесь обучающиеся встречаются с одним из видов неопределенности. Сравним числитель и знаменатель дроби около нуля. Можно заметить, что числитель и знаменатель стремятся к нулю, но разница между



числителем и знаменателем стремится к нулю гораздо быстрее, числитель и знаменатель становятся очень-очень близки. Это значит, что отношение $\frac{\sin x}{x}$ становится все ближе и ближе к 1. Расчеты в табличном редакторе приводят к значению, близкому к 1. На аналогичный результат указывает и график функции $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

Таким образом, возникает идея доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Доказательство можно построить, исходя из геометрических соображений. Достаточно рассмотреть единичную окружность, на которой $AM = \sin x$, $BN = \operatorname{tg} x$, длина дуги AN в радианах равна x . Так как $AM < AN$ и длина хорды AN меньше длины дуги AN , то $\sin x \leq x$. Тогда $\frac{\sin x}{x} \leq 1$ и $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \leq 1$ (*)

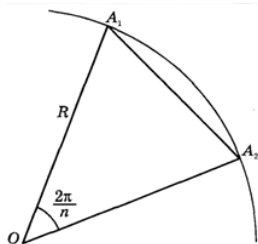
Поскольку площадь сектора OAN меньше площади треугольника OBN , приходим к неравенству $\frac{1}{2}R^2 \cdot x < \frac{1}{2}R^2 \cdot \operatorname{tg} x$ или $x < \operatorname{tg} x$. Разделим на x :

$$1 \leq \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x}.$$

Так как $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$, то $1 \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Сравнивая с неравенством (*), приходим к единственно возможному варианту $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Задача 3.4. Как, пользуясь первым замечательным пределом, вывести формулу площади круга?

Впишем в круг правильный n -угольник и найдём его площадь S_n . Как видно из рисунка,



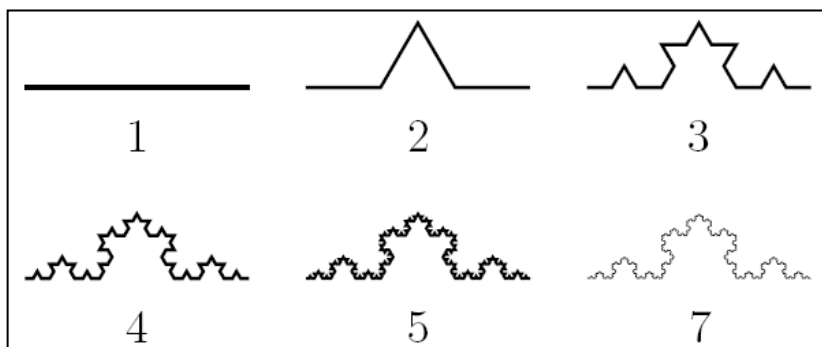
$$S_n = n \cdot S_{\triangle OA_1A_2} = n \cdot \frac{1}{2} OA_1 \cdot OA_2 \cdot \sin \angle A_1OA_2 = n \cdot \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$$

Выполняя предельный переход, получим:

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{n} = \pi R^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin \frac{2\pi}{n}}{\frac{2\pi}{n}} \right) = \pi R^2$$

оценочно-коррекционного этапа является количественный и качественный анализ действий по вычислению пределов, эмпирическая верификация результатов средствами математического и компьютерного моделирования.

Задача 4.1 (парадокс береговой линии и снежинка Коха). Необходимо измерить длину границы (озера, государства, прибрежной полосы и т.п.). Понимая, что граница любого географического объекта – очень изрезанная линия, при подсчёте её длины обычно пренебрегают большинством этих изломов, отмечая точки границы на некотором расстоянии друг от друга, и считают, что между этими точками граница прямолинейна. Верно ли, что длина границы будет подсчитана точнее, если точки ставить более часто? Исследуйте длину границы при устремлении шага к 0?



Рассуждая и высказывая предположения, учащиеся приходят к гипотезе о том, что искомая длина будет стремиться к бесконечности, поскольку граница реального объекта представляет собой неспрямляемую кривую (т. е. последовательность длин, вписанных в неё ломаных, не

имеет предела). С целью осознания данного парадокса и подтверждения выдвинутой гипотезы следует обратиться к геометрическому фракталу – снежинке Коха.

Используя любой из математических пакетов, школьники могут выполнить несколько первых шагов построения и наглядно убедиться в том, что длина снежинки растёт.

Математическое доказательство данного факта следует из алгоритма построения фрактала: если принять длину исходного отрезка за 1, то очевидно, что на каждом шаге он заменяется ломаной, длина которой в $4/3$ раза длиннее. Тогда длина ломаной на n -ом шаге равна $(4/3)^{n-1}$ и в пределе линия становится бесконечно длинной.

Задача 4.2. *Может ли снежинка Коха занимать ограниченную площадь?*

Площадь исходного правильного треугольника равна $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, на каждом шаге к имеющемуся многоугольнику добавляются новые правильные треугольники, количество которых 4 раза больше, чем на предыдущем шаге. Очевидно, на n -ом шаге будет построено $K_n = 3 \cdot 4^{n-1}$ треугольников, длина стороны каждого из которых равна $(1/3)^n$. Поскольку площади пропорциональны квадратам сторон, то площадь каждого треугольника равна $S_n = \frac{S_0}{9^n} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot 9^n}$, а суммарный вклад этих треугольников в площадь снежинки равен $T_n \cdot S_n = 3/4 \cdot (4/9)^n \cdot S_0$. На n -ом шаге площадь фигуры представляет собой сумму $S_0 + T_1 \cdot S_1 + T_2 \cdot S_2 + \dots + T_n \cdot S_n = \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \sum_{k=1}^n \left(\frac{4}{9}\right)^k\right) S_0$ убывающей геометрической прогрессии.

При $n \rightarrow \infty$ эта сумма равна: $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4}{9}\right)^k = \frac{\frac{4}{9}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{4}{5}$, тогда площадь снежинки

$$\left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot S_0 = \frac{8}{5} \cdot S_0 = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$

Исследовательские задания, связанные с рассмотрением регулярных самоподобных фракталов, предоставляют школьнику большой простор для продвижений, уточнений, обобщений, для решения применяется множество методов. Следует отметить, что математическое и компьютерное моделирование фрактала приводит обучающихся не только к пониманию понятия суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, но и к осознанию важного математического факта: возрастающая и ограниченная сверху последовательность (в данном случае – последовательность площадей) сходится (имеет предел).

Задача 4.3. *На каком этапе построения снежинки Коха диаметр фигуры будет равен $\frac{2\sqrt{3}}{3}$? Провести исследование для определения диаметра n -ой итерации диаметра снежинки Коха.*

Задача 4.4. *К чему стремится площадь салфетки Серпинского? Провести данное исследование на модифицированном ковре Серпинского.*

Следует отметить, что математическое и компьютерное моделирование фрактала приводит обучающихся не только к пониманию понятия суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, но и к осознанию важного математического факта: возрастающая и ограниченная сверху последовательность (в данном случае – последовательность площадей) сходится (имеет предел).

Целью **обобщающе-преобразующего этапа** является формирование умения осуществлять обобщение, переносить ситуацию освоения сущности понятия предела функции на процессы моделирования. Широкие возможности в этом плане предоставляют приложения теории пределов к анализу экономических процессов.

Задача 5.1 (простые и сложные проценты). Пусть P – первоначальная сумма, на которую производится начисление процентов; i – процентная ставка, выраженная в долях единицы; n – количество периодов начисления. В схеме простых процентов предполагается, что первоначальная сумма с течением времени не меняется; в схеме сложных процентов начисленные проценты периодически присоединяются к первоначальной сумме (происходит капитализация).

1) Как получить формулы для расчета наращенных сумм по схеме простых и по схеме сложных процентов?

2) Каким образом можно сопоставить величины наращенных сумм в зависимости от временного фактора n ?

3) Исследуйте влияние темпа инфляции на сумму вклада.

Исходя из заданных условий формулы для расчета наращенных сумм имеют вид:

$S_0(n) = P(1 + in)$ – формула простых процентов,

$S_1(n) = P(1 + i)^n$ – формула сложных процентов.

Вычисляя предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_0(n)}{S_1(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+in}{(1+i)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+i)^n} + i \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(1+i)^n} = 0$, старшеклассники приходят к выводу, что при больших временных интервалах простые проценты несоизмеримо меньше сложных.

Для расчета величины вклада при заданном уровне инфляции формула сложных процентов используется в виде $S_1(n) = P(1 - \frac{i}{100})^n$ (знак минус показывает уменьшение первоначальной суммы под действием инфляции). Если темп инфляции составляет 0,05% в день, то первоначальную сумму вклада можно получить из выражения ($n=182$ — число дней в полугодии):

$$S_1(n) = P(1 - \frac{0,05}{100})^n = P \left[(1 - \frac{1}{2000})^{-2000} \right]^{\frac{182}{2000}} \approx \frac{P}{e^{0,091}}.$$

$$S_1(n) \approx 0,9P$$

То есть инфляция уменьшит первоначальную сумму на 10%. Аналогично для других значений темпа инфляции.

Задача 5.2 (непрерывные проценты и удвоение капитала). Пусть в течение каждого расчетного периода (например, года) начисление процентов на первоначальный капитал производится m раз.

1) Как получить формулу сложных дискретных процентов?

2) Как, пользуясь вторым замечательным пределом, обобщить полученную формулу в предположении, что начисление процентов может производиться непрерывно?

3) Верно ли, что при первоначальном капитале 500 рублей, процентной ставке 8% годовых за 4 года величина наращенной суммы составит около 680 рублей?

4) Как рассчитать срок, в течение которого происходит удвоение первоначально вложенной суммы.

Формула для расчета сложных дискретных процентов имеет вид $S = P \cdot (1 + \frac{i}{m})^{mn}$, где i – годовая ставка сложных процентов; m – число начислений в году; n – количество лет начисления, P – начальная стоимость, S – наращенная стоимость.

Используя второй замечательный предел в виде $\lim_{k \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{k})^k = e$, получаем

$$S = \lim_{m \rightarrow \infty} P \cdot (1 + \frac{i}{m})^{mn} = P \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + \frac{i}{m})^{mn} = P \cdot ((1 + \frac{i}{m})^{\frac{m}{i}})^{in} = P \cdot e^{in} \quad \text{– формула}$$

для начисления непрерывных процентов. Воспользовавшись полученной формулой, определим наращенную в течение 4-х лет по ставке 8% сумму S :

$$S = 500 \cdot e^{0,0769611} \approx 680,25 \text{ (рублей)}.$$

Для расчета срока удвоения капитала воспользуемся вторым замечательным пределом в виде $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ и формулой начисления сложных процентов $S = P \cdot (1 + i)^n$. Из формулы второго замечательного предела вытекает, что $\ln(1 + t) \approx t$ при $t \rightarrow 0$. По условию $S = 2 \cdot P$, тогда $2 = (1 + i)^n, \ln 2 = n \cdot \ln(1 + i) \approx n \cdot i, n \approx \frac{\ln 2}{i}$. Так как

$\ln 2 \approx 69, i = \frac{j}{100}$, где j – начисляемые проценты, то $n \approx \frac{69}{j}$. Так, при $j = 10\%$ удвоение начального капитала произойдет за $n = \frac{69}{10} \approx 7$ лет.

Заключение

Настоящее исследование иллюстрирует опыт организации педагогического сопровождения и поддержки экспертных систем через разработку базы данных и предметных знаний тематики исследовательской деятельности в форме кластеров проблемно-ориентированных исследовательских заданий. Многоуровневая модель предметной области формируется посредством выделения дидактических единиц (модулей) – структурированных, семантически законченных фрагментов математического содержания, представленных несколькими уровнями содержательной интерпретации, отличающимися степенью детализации и формой подачи материала. Основу каждого модуля составляет иерархическая система исследовательских практико-ориентированных задач, дифференцированных в соответствии с уровнями сложности элементов обобщенного конструкта математического знания. Цепочки исследовательских задач выступают предметно-содержательной базой для поэтапного развития у старшеклассников комплекса исследовательских умений, коррелируемых с компетенциями 21 века — когнитивными, внутриличностными и межличностными. В качестве обобщенных конструктов сложного знания для организации и управления проектно-исследовательской деятельностью школьников в гибридной интеллектуальной среде в дальнейшем авторами будут исследованы такие «зоны современных достижений в науке» как нечеткие множества, элементы фрактальной геометрии, комплексные числа, оптимизационные модели и методы, случайные величины и процессы и т. п. Подобное педагогическое сопровождение в форме кластеров исследовательских заданий для обобщенного конструкта сложного знания, инструкций и правил освоения исследовательской деятельности, детализированных по уровням роста научного потенциала школьника, представляется оригинальным и уникальным педагогическим решением, ранее не рассматриваемым.

Список литературы

- Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности (в обучении естественным предметам): дисс ... докт. пед. наук. Казань, 1983.
- Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей. М.: Издательский центр «Академия», 2002.
- Дворяткина С.Н., Жук Л.В. Организационно-методическое обеспечение развития исследовательской деятельности школьников в гибридной интеллектуальной образовательной среде // Ярославский педагогический вестник. 2021. Т. 120. №3. С. 36-45.
- Дворяткина С.Н., Меренкова В.С., Смирнов Е.И. Диагностика готовности учащихся старших классов к исследовательской деятельности по математике как этап проектирования гибридной интеллектуальной обучающей среды // Перспективы науки и образования. 2021. Т. 54. №6 (54).
- Зимняя И.А., Шашенкова Е.А. Исследовательская работа как специфический вид человеческой деятельности. Ижевск-Москва, 2001.
- Обухов А.С. Развитие исследовательской деятельности учащихся. М.: Национальный книжный центр, 2015.
- Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих. М.: МЦНМО, 2015.
- Nathcock S. J., Dickerson D. L., Eckhoff A., & Katsioloudis P. (2015). Scaffolding for creative product possibilities in a design-based STEM activity. *Research in Science Education*. 2015. Vol. 45. No 5. P. 727-748.

- National Research Council (NRC). A framework for K-12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas. Washington, DC: National Academies Press, 2012.
- National Research Council (NRC). Education for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century. J.W. Pellegrino & M.L. Hilton (Eds.), Washington, DC: The National Academies Press, 2012a.
- NGSS Lead States. Next generation science standards: For states, by states. Washington, DC: National Academies Press, 2013.
- Williams J., Eames C., Hume A., & Lockley J. Promoting pedagogical content knowledge development for early career secondary teachers in science and technology using content representations // Research in Science & Technological Education. 2012. Vol. 30. № 3. P. 327-343.

MULTI-STAGE COMPLEXES OF RESEARCH PROBLEMS IN MATHEMATICS IN A HYBRID INTELLECTUAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT OF THE SCHOOL

Dvoryatkina S. N. Dr. Sci. (Pedagogy), professor sobdvor@yelets.lipetsk.ru Yelets	Bunin Yelets State University
Zhuk L. V. PhD in Education (Pedagogy), associate professor krasnikovalarisa@yandex.ru Yelets	Bunin Yelets State University

Abstract. The problem of improving the process of organizing and supporting the research activities of schoolchildren through intellectual management is urgent and far from to be solved. Intelligent systems are able to provide processes of self-organization, self-regulation of personality and individualization of learning, establishment of personalized and computerized feedback of cognitive and creative procedures during the development of complex mathematical knowledge. The purpose of the research is to organize pedagogical support and support of expert systems through the development of a database and subject knowledge of research topics in the form of clusters of problem-oriented research tasks. Organizational and methodological support of a hybrid intellectual system of teaching at school in the form of hierarchical and multi-stage complexes of research tasks in mathematics is presented. This complex is supplemented with detailed instructions and rules for the development of research activities, detailed by the levels of growth of the student's scientific potential, databases and knowledge of information support, taking into account the factors of the parameters of scientific cognition, the state of the modalities of information perception and preferences, as well as the success of the development of research activities by the student. The construction of a chain of multi-stage research tasks is shown by the example of actualization of the essence of one of the generalized constructs of complex knowledge – the limit of a function. The developed set of research tasks provides a qualitative forecast of the results of the learning process and the ability to effectively manage the research activities of schoolchildren, identify problematic situations and improve information and methodological materials. As generalized constructs of complex knowledge for the organization and

management of research activities of schoolchildren in a hybrid intellectual environment, the authors will further investigate such "zones of modern achievements in science" as fuzzy sets, elements of fractal geometry, complex numbers, optimization models and methods, random events, quantities and processes.

Keywords: teaching mathematics, research activities, intelligent learning systems, complex knowledge, research tasks.

References

- Andreev, V. I. (1983). *Evristicheskoe programmirovaniye uchebno-issledovatel'skoj deyatel'nosti (v obuchenii estestvennyim predmetam)* [Doctoral Dissertation] diss. dokt. ped. nauk. Kazan'. (In Russ.)
- Bogoyavlenskaya, D. B. (2002). *Psihologiya tvorcheskih sposobnostej*. Moscow: Izdatel'skij centr «Akademiya». (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Zhuk, L. V. (2021). Organizational and Methodological Support for the Development of Research Activities of Schoolchildren in Hybrid Intellectual Educational Environment. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 120(3), 36-45. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Merenkova, V. S., Smirnov, E. I. (2021). Diagnostics of psychological readiness of high school students for research activities in mathematics in the context of the implementation of a hybrid intellectual learning environment. *Perspectives of Science and Education*, 54(6), 192-210. (In Russ., abstract in Eng.)
- Hathcock, S. J., Dickerson, D. L., Eckhoff, A. & Katsioloudis, P. (2015). Scaffolding for creative product possibilities in a design-based STEM activity. *Research in Science Education*, 45(5), 727–748.
- National Research Council (NRC). (2012). *A framework for K-12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*. Washington, DC: National Academies Press.
- National Research Council (NRC). (2012). *Education for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. J. W. Pellegrino & M. L. Hilton (Eds.), Washington, DC: The National Academies Press.
- NGSS Lead States. (2013). *Next generation science standards: For states, by states*. Washington, DC: National Academies Press.
- Obuhov, A. S. (2015). *Razvitie issledovatel'skoj deyatel'nosti uchaschihsya*. Moscow: Nacional'nyj knizhnyj centr. (In Russ.)
- Sgibnev, A. I. (2015). *Issledovatel'skie zadachi dlya nachinayushchih*. Moscow. (In Russ.)
- Williams, J., Eames, C., Hume, A. & Lockley, J. (2012). Promoting pedagogical content knowledge development for early career secondary teachers in science and technology using content representations. *Research in Science & Technological Education*, 30(3), 327–343.
- Zimnyaya, I. A., Shashenkova, E. A. (2001). *Issledovatel'skaya rabota kak specificheskij vid chelovecheskoj deyatel'nosti*. Izhevsk-Moscow. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-22-31

УДК
372.851 **ОРГАНИЗАЦИЯ МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИ НАПРАВЛЕННОГО
ОБУЧЕНИЯ СТОХАСТИКЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ**

Лыкова Ксения Геннадьевна
аспирант
ksli1024@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Стохастическое образование направлено на формирование у школьников научных знаний, практических навыков и умений в области комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики, оно позволяет развивать их интеллектуальные способности и мировоззрение. В результате чего учащиеся обретают уникальную индивидуальную идентичность. Мировоззренческий потенциал стохастического образования выражается в том, что предмет стохастики как науки помогает взглянуть на внешний мир под определенным углом зрения (метафорически, символически, системно) и изучить случайные явления, их связи и закономерности. В процессе обучения стохастике у учащихся развиваются устойчивые мотивы, способы и средства математического познания действительности, совершенствуются основные мыслительные действия и операции, расширяется научный кругозор. Особое внимание уделяется развитию отдельно значимых аспектов мировоззрения личности школьника: логическому и интуитивному компонентам мышления, «стохастической» памяти, отдельным группам умений, в частности, умений устанавливать межпредметные связи стохастики с естественнонаучными дисциплинами. Формирование стохастического мировоззрения происходит вследствие оказываемого педагогического воздействия, обуславливающего становление мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников, развитие устойчивого положительного отношения к стохастической составляющей в окружающем мире. Владение учащимися вероятностно-статистическими методами раскрывает самобытность явлений окружающей действительности, выявляет уникальность закономерностей, присущих им. Устойчивые предметные знания по стохастике позволяют учащимся 10-11 классов анализировать и оценивать достоверность случайных событий, строить логически обоснованные выводы, принимать решения в условиях неопределенности. Тем самым, стохастическое мировоззрение позволяет приблизить учащихся к реальной действительности с её проблемами и парадоксами. Развитие исследования по формированию стохастического мировоззрения школьников на сегодняшний день в условиях современных реалий является весьма актуальным. Можно с уверенностью заявить, что наука о случайном (стохастика) просто необходима для формирования мировоззрения учащихся 10-11 классов.

Ключевые слова: мировоззренчески направленное обучение стохастике, среднее общее образование, стохастическое мировоззрение, межпредметные связи.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-313-90019).

Введение

Стохастика как особая грань культуры математики приводит к комплексному и опосредованному познанию устройства мира за счет доверительного отношения к случайным явлениям: случайным событиям и случайным величинам, неповторимой интерпретации их красоты в окружающем мире. Стохастические закономерности составляют основу процессов, протекающих как в природе, так и в обществе. Широкое применение статистических методов повлияло на установление вероятностно-статистической концепции устройства мира, оказав колоссальное влияние на изменение научного мировоззрения.

Приведем примеры вероятностно-статистических методов из различных областей науки, которые можно рассмотреть с учащимися на уроках при изучении элементов стохастики или на дополнительных занятиях.

Астрономия: расчет орбит комет, расчет параметров и типа орбиты, уравнение времени для луны (Тихо Браге).

Биология: неопределенная изменчивость живых организмов, частоты в популяциях отдельных генетических типов, теория наследственности Менделя.

Криптография: методы чтения забытых письменностей, соотнесение повторений комбинаций слов и грамматических форм. Филолог Ж. Ф. Шампольон прочитал отдельные египетские иероглифы, изображенные на камнях и черепках в виде таинственных знаков, используя комбинаторный метод.

Медицина: теория эпидемий (выявление средней заболеваемости по месяцам в зависимости от целого ряда обстоятельств, создание моделей протеканий заболеваний больного для установления метода его лечения, разработка диагностических правил распознавания болезней, исследование характеристик крови человека (резус-фактора), оценка искусственного кровообращения, оценка эффективности антибиотиков, инсулина, анестезии и т.д. В 1931 году Гринвуд разработал вероятностную модель для изучения вспышки эпидемии кори, в которой на основании цепи биномиальных распределений, приводилось описание численностей инфицированных людей за определенный промежуток времени.

Физика: броуновское движение частиц (случайное блуждание физических частиц), исследование свойств кристаллов, рассмотрение моделей ферромагнетизма, состояний разряженных систем, молекулярная интерпретация необратимости, формула Больцмана для энтропии, ячейка Бенара, законы Максвелла и Гиббса, молекулярно-кинетическая теория газов, статистическая механика и т.д.

Химия: термодинамическая вероятность протекания химических реакций, анализ связей между химическими элементами, столкновение частиц в реакции пространственной ориентацией, реакция Белоусова-Жаботинского и т. д.

Экономика: банковское дело, страхование, рыночные и кредитные риски, инвестиции, риски аварий и экологических катастроф, анализ теории ценообразования, индекс промышленного производства, объем валового регионального продукта и т.д.

Таким образом, вероятностно-статистические методы помогают в решении задач из различных сфер общества, являются универсальным инструментом в познании мира. Учащиеся, освоившие данные методы, преуспевают в познании случайных явлений окружающего мира.

Умения учащихся осуществить объективный анализ условий и ситуаций, корректно истолковывать тенденции, которые порождают эти ситуации, изобразить динамику этих изменений, правильно интерпретировать результаты с последующим их применением в дальнейшей деятельности, могут служить качественным показателем «знаниевой» части мировоззрения (Щербатых, Лыкова, 2020).

Накопленный мировоззренческий потенциал обучения математике, в частности стохастике, «позволяет организовать мировоззренчески направленное обучение, при реализации которого у учащихся развиваются полезные для них мировоззренческие ориентиры и качества» (Жохов, 1999, 17). А.Л. Жохов определяет мировоззренчески

направленное обучение математике следующим образом: «Управляемый учителем процесс оказания учащимся помощи в «выращивании» у них мировоззренчески значимых для них обобщённых ориентиров и механизмов творчества при обучении познавательной математической деятельности и математическим знаниям» (Жохов, 1999, 17). Про мировоззренчески направленное обучение стохастике можно сказать, что оно выступает основной для освоения более сложного математического знания и тем из смежных наук, стимулирует раскрытие внутренних резервов старшеклассников, благоприятствует формированию полезных мировоззренческих качеств личности (Паладян, 2020). Изучение стохастики позволяет учащимся не только лучше узнать отдельные части математики, при этом актуализируются внутрипредметные связи, но и другие дисциплины (например, естественнонаучные дисциплины), в следствии чего устанавливаются межпредметные связи.

На основании чего были установлены факторы, влияющие на организацию успешности такого обучения и достижения запланированных результатов:

- открытые и доступные для школьников цели образования;
- организация рефлексивной деятельности учащихся;
- накопление опыта применения вероятностных представлений, фундаментальных знаний, различных способов деятельности.

Обзор литературы

Анализ исследований по проблеме мировоззрения показал, что данное понятие относится к междисциплинарной отрасли знаний и широко используется в различных исследованиях по математике (Гнеденко, 1982; Жохов, 2011; Нахман, 2017; Чекалова, 2003).

Психолого-педагогическая литература (Берестовицкая, 2018; Лихачев, 2010; Цомартова, 2020; Жохов, 2011) выявляет необходимость разработки важных общетеоретических, психологических и методологических вопросов формирования основ мировоззрения у школьников, определения научных проблем и путей их дальнейшего преодоления. Мировоззрение изучается через психологические, внутренние и внешние социальные факторы жизни человека, в единстве. Внимание акцентируется на практических установках и жизненной философии человека, принципах, заложенных в мировоззренческой концепции.

В ходе анализа диссертаций по теории и методике обучения и воспитания математике было выявлено, что ключевыми доминантами исследований являются формирование основ научного мировоззрения учащихся в интегрированных классах, формирование научного мировоззрения старшеклассников средствами междисциплинарной коммуникации (Мирзоев, 2014), содействие школы самоопределению старшеклассников (Берестовицкая, 2018), формирование мировоззрения учащихся на основе синтеза научного и художественного мышления (Цомартова, 2020). Несмотря на все эти работы, данная проблема не получила достаточной разработки. В частности, не разработано формирование стохастического мировоззрения учащихся в школе средствами математики; далее, не до конца разработано техническое и технологическое обеспечение процесса обучения стохастике в цифровой образовательной среде.

Развитие и применение цифровых технологий (ЦТ) является предметом межотраслевых исследований зарубежных и российских ученых (Вартанова, 2017; Горбунова, 2019; Панченко, 2019; Теркулова, 2019; Федотова, 2020; Шабанова, 2016; Шихнабиева, 2018) в таких областях, как педагогика, информатика, право, экономика. Большинство исследователей считают, что внедрение ЦТ в различные области наук, в том числе и в образование, повышает эффективность учебного процесса и способствует реализации личностно-ориентированного подхода к обучению. ЦТ, используемые при обучении математике, ориентированы на формирование нового мировоззрения и раскрытие интеллектуального потенциала ученика (Дворяткина, 2020).

Рассмотрение методической литературы (Дворяткиной, 2020; Константинова, Семенова, 2021; Подходовой, 2020; Тереховой, 2017; Тестова, 2012; Троицкой, 2007; Щербатых, 2012), в которой исследована прикладная направленность стохастической линии

школьного курса математики, позволила установить ряд методических особенностей для реализации мировоззренчески направленного обучения стохастике в 10-11 классах.

Разбор рекомендованных учебников «Алгебра и начала математического анализа» (10-11 класс) из федерального перечня таких авторских коллективов, как С.М. Никольский, М. К. Потапов, Н.Н. Решетников; Г.К. Муравин, О.В. Муравина; А.Ш. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва; А.Г. Мордкович, П.В. Семенов; М.Я. Пратусевич, К. М. Столбов, А.Н. Головин; А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков, способствовал установлению основных направлений реализации стохастической линии 10-11 классов: выявление общих закономерностей, оценка вероятностного характера зависимостей в реальной жизни, обработка статистических данных, использование генеральной совокупностью и её выборки; распределение случайных величин, применение закона больших чисел и выборочного метода для измерения вероятностей, вычисление выборочного коэффициента корреляции.

Результаты

Обучение стохастике – это, прежде всего, прикладное обучение. Для повышения эффективности мировоззренческой направленности роли стохастических знаний учащимся следует объяснять возникновение и развитие универсальных идей и теорий стохастики, основных правил, методов и отношений между ними. Целесообразно регулярно раскрывать пути влияния практики на развитие стохастики, её внутренних закономерностей и, наоборот, показывать, как стохастика помогает практике в решении ее проблем.

В преподавании следует придерживаться традиционного систематического подхода, согласно которому сначала ввести все необходимые понятия и методы, а затем осуществить переход к сложным заданиям. Целесообразно подбирать такие примеры, которые запоминаются и уместны в работе с вероятностно-статистическими методами, способствуют развитию мышления учащихся (логическому, интуитивному, критическому и т.д.), а также задачи с реальными приложениями.

Например, торговец каждую среду ездит из Ельца в Москву на оптовую базу, чтобы купить необходимые ему свежие цветы на неделю. Последние 15 лет он покупает розы, упакованные в деревянные ящики, у одного и тоже оптовика. По опыту торговец знает, что около 60 % роз сохраняют очень хорошее качество в течение недели, около 35 % уже не совсем свежие и могут завянуть, поэтому их приходится быстро продавать, 3 % – обычно несвежие цветы, а 2 % роз ему часто приходится уничтожать уже на следующий день. На основе этой информации учащимся необходимо построить закон распределения дискретной случайной величины, выполнить графическую интерпретацию данных. Подготовить предварительный прогноз прибыли, после того как добавляются данные о закупочных и продажных цен. Торговец покупает у оптовика розы в больших ящиках по цене 25 руб. за штуку. Он может продать свежие цветы по 80 руб. за штуку, а не совсем свежие по 70 руб. Несвежие цветы он раздает, остальные – уничтожает. Учащимся предлагается оценить прибыль, которую торговец может получить от прямой продажи роз, и которая является случайной величиной, составив модель. Прибыль можно упрощенно записать как разницу между ценой продажи и ценой покупки, не считая других побочных расходов. При этом сделать допущения, в которых не будут учитываться расходы на проезд, автомобиль или аренду магазина. Решение подобных этому заданий вносит особый вклад в развитие ценностных ориентаций и отношения старшеклассников к исследованию реальных ситуаций, случайный характер которых преобладает.

В теории вероятностей для реальной ситуации часто возможны различные модели. В связи с чем зачастую не существует единственно верного решения. Однако выбор методов оценки данных, установление связей между ними, существенно позволяют снизить процент совершения ошибки и неверного толкования данных. Понимание и признание важности необходимости данных, умения их «гибко» представлять, осознавать изменчивость данных, умения обосновать полученные модели в контексте теории вероятностей, одни из существенных качеств при реализации мировоззренчески направленного обучения стохастике.

Используемые в обучении стохастике различные средства цифровых технологий («Математический конструктор», «Вероятность в школе», «Mathlab», «WolframAlpha») в качестве инструментальной основы обеспечивают представление учебного материала в соответствии с приведенными выше методическими особенностями. Применение цифровых технологий направлено на качественное изменение индивидуальных особенностей и способностей учащихся, благоприятствует усилению скорости мыслительных процессов, активизации познавательной деятельности старшеклассников (Щербатых, 2020).

Обобщив установленные методические особенности мировоззренчески направленного обучения стохастике, был разработан элективный курс «Знакомство с миром случайностей». Элективный курс направлен на расширение и углубление стохастических знаний, укрепление межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами (физикой, химией, биологией, географией и др.), формирование на их основе ценностных ориентаций, взглядов и убеждений старшеклассников.

При структурировании стохастического материала руководствовались тем, чтобы он соответствовал современному уровню науки, отображал специфические идеи стохастики. Последовательность курса выстроена с учетом направленности на когнитивное развитие учащихся и на ожидаемые стохастические знания.

Программа курса для углубленного уровня обучения имеет вид.

Раздел 1. Случайные события. Вероятности. (34 ч). Основные понятия теории вероятностей: элементы комбинаторики, случайные события (3 ч). Определения вероятностей: статистическая, классическая, геометрическая (3 ч). Формулы комбинаторики для подсчета вероятностей: перестановки, размещения, сочетания без повторений и с повторениями (3 ч). Треугольник Паскаля. Бином Ньютона (2 ч). Кейс 1 (2 ч). Контрольная работа (1 ч). Условная вероятность. Теоремы умножения и сложения вероятностей (6 ч). Тестовая работа (1 ч). Формула полной вероятности. Формула Байеса (2 ч). Исследовательский проект: «Парадоксы теории вероятностей» (2 ч). Контрольная работа (1 ч). Формула Бернулли (2 ч). Теоремы Муавра – Лапласа (3 ч). Формула Пуассона (2 ч). Лабораторная работа (1 ч).

Раздел 2. Случайные величины (12 ч). Основные понятия. Дискретные случайные величины. Закон распределения (2 ч). Кейс 2. (2 ч). Числовые характеристики случайных величин (2 ч). Лабораторная работа (1 ч). Нормальное распределение (2 ч). Закон больших чисел (2 ч). Контрольная работа (1 ч).

Раздел 3. Первичная обработка статистических данных (7 ч). Основы выборочного метода (2 ч). Лабораторная работа (1 ч). Числовые характеристики (2 ч). Кейс 3. (2 ч).

Раздел 4. Проверка статистических гипотез (8 ч). Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез (2 ч). Лабораторная работа (1 ч). t –критерий Стьюдента (2 ч). Критерий χ^2 – Пирсона (2 ч). Тестовая работа (1 ч).

Раздел 5. Корреляционно-регрессионный анализ (6 ч). Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости (2 ч). Коэффициент корреляции Пирсона и его свойства (2 ч). Эмпирическое уравнение регрессии (1 ч). Тестовая работа (1 ч).

Для каждого раздела курса выявлены области применения изучаемых понятий в различных дисциплинах, определены объекты и методы их исследования. Лекционная и практическая части курса включают интерактивную поддержку динамической программной среды «Математический конструктор». Каждая тема завершается небольшим историческим фактом, подтверждающим важность и значимость изучения предлагаемого понятия (Карелина, 2005). В формировании мировоззрения старшеклассников при обучении стохастики перечисленные вопросы в большей степени актуальны.

В процессе мировоззренчески направленного обучения стохастике осуществляется более качественное усвоение учащимися стохастических знаний за счет их обогащения научными фактами и владения вероятностно-статистическими методами.

Заключение

В данной работе была предпринята попытка внести новые методические аспекты в содержание математического образования, что повышает качество подготовки учащихся в соответствии с требованиями современного технического прогресса. Использование предлагаемой методики в общеобразовательной практике сделает процесс обучения стохастике более эффективным и позволит старшеклассникам получить высокие результаты в развитии когнитивных способностей.

Специфические идеи стохастики заключаются в получении информации: представлении информации о случайном, пересмотре её под влиянием новых или предполагаемых фактов, учёте её изменчивости, репрезентативности частичной информации, повышении её точности. Данные идеи являются основой для организации определённых видов деятельности учащихся и развития стохастических знаний и умений. Содержание стохастического знания следует раскрывать в связях с окружающим миром, а межпредметные связи с естественно-научными дисциплинами. Целесообразно систематически применять исторические сведения о развитии и становлении теории вероятностей и статистики под влиянием развития общества, техники, естественных наук.

Мировоззренческий потенциал стохастического обучения выражается в том, что предмет стохастики как науки позволяет взглянуть на внешний мир под определенным углом зрения (метафорически, символически, системно), направлен на изучение случайных явлений и процессов, их связи и закономерностей (Shcherbatykh, 2020).

Обучения стохастике с использованием ЦТ оказывает положительное влияние на развитие у учащихся устойчивых мотивов, методов и средств математического познания и их предметных знаний (Китаева, 2017), способствует выявлению мировоззренческого потенциала стохастического образования.

Таким образом, исследование было направлено на развитие мотивации к элементам стохастики, обеспечение прочности системы стохастических знаний учащихся, осмысленности ценностных ориентаций к стохастической составляющей в повседневной жизни, развитие мыслительных действий и операций, повышение активности и самостоятельности в учебно-познавательной деятельности.

Список литературы

- Берестовицкая С.Е. Школьное содействие мировоззренческому самоопределению старшеклассников: автореф. дис. д-ра пед. наук. СПб, 2018.
- Варганова Е.Л. Индустрия российских медиа: цифровое будущее. М.: МедиаМир, 2017.
- Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. М.: Просвещение, 1982.
- Горбунова Н.В., Болдырева Е.П. Цифровизация как приоритетное направление модернизации российского образования. Саратов: Саратовский социально-экономический институт (филиал) РЭУ им. Г. В. Плеханова, 2019.
- Дворяткина С.Н., Щербатых С.В. Теоретико-методическое обеспечение фрактального формирования и развития вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике. М.: Флинта, 2020.
- Жохов А.Л. Научные основы мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе: автореф. дис. д-ра пед. наук. М., 1999.
- Жохов А.Л. Формирование научного мировоззрения школьников при обучении математике. Ярославль: Издательство ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2011.
- Завражная Е.А., Каракозов С.Д., Седова Е.П., Титова О.Н. Перспективы развития цифровой образовательной среды в Российской Федерации // Молодёжный научный вестник. 2018. № 12 (37). С. 85-96.
- Карелина И.Е. Формирование мировоззрения учащихся при изучении геометрии в старших классах естественнонаучного профиля обучения: дис. канд. пед. наук. Москва, 2005.

- Китаева И.В. Формирование стохастической компетенции учащихся при изучении математики с использованием интерактивных методов и средств обучения: автореф. дис. канд. пед. наук. Елец, 2017.
- Константинов Н.Н., Семенов А.Л. Результативное образование в математической школе // Чебышевский сборник. 2021. Т. 22. № 1 (77). С. 413-446. DOI: 10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446
- Лихачев Б.Т. Педагогика: Курс лекций. М.: Владос., 2010.
- Мирзоев О.А. Формирование научного мировоззрения старшеклассников средствами межпредметной связи: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Душанбе, 2014.
- Нахман А.Д. Инновационное проектирование системы стохастической подготовки. Издательская платформа Российской академии естествознания. 2017.
- Паладян К.А., Плужникова Е.А. Использование мировоззренческих ситуаций на уроках математики в основной школе // Методический поиск: проблемы и решения. 2020. № 1 (28). С. 53-59.
- Панченко О.Л., Мухаметзянова Ф.Г., Хайрутдинов Р.Р. Вызовы и риски безопасности личности в условиях цифровизации образования // Психология XXI века: вызовы, поиски, векторы развития: сборник материалов Всероссийского симпозиума психологов / под общ. ред. Д.В. Сочивко. Рязань, 2019. С. 640-645.
- Подходова Н.С. Методика обучения математике. Санкт-Петербург: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2020.
- Терехова Л.А. Взаимодействие элементов стохастики с числовой содержательно-методической линией школьного курса математики // Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки. 2017. Т. 22. № 1 (165). С. 71-77.
- Теркулова И.Н. Цифровая среда как педагогическое условие позитивной социализации обучающихся во франкоговорящих странах (Франция, Канада): автореф. дис. канд. пед. наук. М., 2019.
- Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты. Вологда: Вологодский гос. пед. ун-т, 2012.
- Троицкая О.Н. Качественные задачи как средство обучения стохастики в средней школе на основе житейских знаний учащихся: дис. канд. пед. наук. Орел, 2007.
- Федотова Е.Л. Информационные технологии и системы. М.: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2020.
- Цомартова Т.А. Мировоззрение: синтез научного и художественного мышления в процессе обучения. Владикавказ: Изд-во СОГПИ, 2020.
- Чекалова Л.А. Формирование научного мировоззрения учащихся старших классов в условиях гуманитаризации естественно-математических дисциплин: автореф. дис. канд. пед. наук. Карачаевск, 2003.
- Шабанова М. В. и др. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение. М.: ИД "Акад. естествознания", 2016.
- Шихнабиева Т.Ш. Цифровое образование: методы, модели и технологии // Мониторинг. Наука и технологии. 2018. № 2 (35). С. 65-68.
- Щербатых С.В., Лыкова К.Г. Влияние цифровой среды на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников // Информатизация образования – 2020: материалы международной научно-практической конференции, посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского образования, великого педагога и математика, академика РАН С.М. Никольского, Орел, 29-31 октября 2020 г. Орел: Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, 2020. С. 247-252.
- Щербатых С.В., Лыкова К.Г. Формирование стохастического мировоззрения старшеклассников посредством развития вероятностного стиля мышления // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 2 (18). С. 46-52.
- Щербатых С.В. Методическая система обучения стохастики в профильных классах общеобразовательной школы: автореф. дис. д-ра пед. наук. Москва, 2012.

Shcherbatykh S., Lykova K. Digitalization of Mathematical Education and its Influence on the Formation of Stochastic Worldview through the Development of Probabilistic Thinking Style // Informatization of Education and E-learning Methodology: Digital Technologies in Education IEELM-DTE. 2020. Vol. 2770. P. 96-102.

ORGANIZATION OF WORLDVIEW-ORIENTED STOCHASTIC EDUCATION FOR HIGH SCHOOL STUDENTS

Lykova K. G. Aspirant ksli1024@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University
---	--------------------------------------

Abstract. Stochastic education aims to provide students with scientific knowledge, practical skills and abilities in combinatorics, probability theory and mathematical statistics; it allows them to develop their intellectual abilities and worldview. As a result, students acquire a unique individual identity. The worldview potential of stochastic education is expressed in the fact that the subject of stochastics as a science helps to look at the external world from a certain angle (metaphorically, symbolically, systematically) and to study random phenomena, their connections and regularities. In the process of teaching stochastics students develop sustainable motives, ways and means of mathematical knowledge of reality, improve basic thinking actions and operations, broaden scientific outlook. Particular attention is paid to the development of individually significant aspects of students' personal worldview: logical and intuitive components of thinking, "stochastic" memory, certain groups of skills, in particular, the ability to establish interdisciplinary connections of stochastics with natural science disciplines. The formation of stochastic worldview occurs as a result of the pedagogical impact, conditioning the formation of worldview reference points and qualities of high school students, the development of a sustainable positive attitude to the stochastic component in the surrounding world. Students' mastery of probabilistic-statistical methods reveals the identity of phenomena of the surrounding reality, reveals the uniqueness of the laws inherent in them. Steady subject knowledge of stochasticity allows students in grades 10-11 to analyze and evaluate the reliability of random events, draw logically valid conclusions, and make decisions under conditions of uncertainty. Thus, the stochastic worldview allows to bring students closer to the real reality with its problems and paradoxes. The development of research on the formation of stochastic worldview of students is very relevant today in terms of modern realities. It is safe to say that the science of randomness (stochastics) is simply necessary for the formation of the worldview of students in grades 10-11.

Keywords: worldview-oriented stochastic learning, general secondary education, stochastic worldview, interdisciplinary connections.

References

- Berestovitskaya, S. E. (2018). *School promotion of outlook self-determination of high school students*. [Doctor Thesis] Moscow. (In Russ.)
- Chekalova, L.A. (2003). *Formirovanie nauchnoi mirozovozrenie pupils seniors v konditel'nosti humanizatsii nauchno-matematicheskikh disciplines*. [Candidate Thesis]. Karachaevesk. (In Russ.).

- Dvoryatkina, S. N., Shcherbatykh, S. V. (2020). *Teoretiko-metodicheskoe obespechenie fraktal'nogo formirovaniya i razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya v processe obucheniya matematike*. Moscow: Flinta. (In Russ.).
- Fedotova, E. L. (2020). *Informatsionnye tekhnologii i sistemy*. M. ID-FORUM, NITS INFRA-M, 2020. (In Russ.).
- Gnedenko, B.V. (1982). *Formirovanie mirovozzreniya uchashchikhsya v protsesse obucheniya matematike*. Moscow: Prosveshcheniye. (In Russ.).
- Gorbunova, N. V. Boldyreva, E.P. (2019). *Digitalization as a priority area of modernization of Russian education*. Saratov. (In Russ.).
- Karelina, I. E. (2005). *Formirovanie mirovozzreniya uchashchikhsya pri izuchenii geometrii v starshikh klassakh estestvennonauchnogo profilya obucheniya*. [Candidate Thesis]. Moscow. (In Russ.).
- Kitayeva, I. V. (2017). *Formirovanie stokhasticheskoy kompetentsii uchashchikhsya pri izuchenii matematiki s ispol'zovaniem interaktivnykh metodov i sredstv obucheniya* [Candidate Thesis] Elets, (In Russ.).
- Konstantinov, N. N., Semenov, A. L. (2021). Result education in mathematical school. *Chebyshev Collection*, 22(1-77), 413-446. DOI: 10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446
- Likhachev, B. T. (2010). *Pedagogy: A course of lectures*. Vlados. (In Russ.).
- Mirzoev, O. A. (2014). Formation of scientific outlook of high school students by means of interdisciplinary communication. Dushanbe: Academy of Education of Tajikistan.
- Nahman A. D. (2017). *Innovatsionnoe proektirovanie sistemy stokhasticheskoy podgotovki*. Publishing platform of the Russian Academy of Natural Sciences. (In Russ.).
- Paladyan, K. A., Pluzhnikova, E.A. (2020). The use of worldview situations at the lessons of mathematics in the primary school. *Methodical Search: Problems and Solutions*, 1(28), 53–59.
- Panchenko, O. L., Mukhametzyanova, F. G. & Khayrutdinov, R. R. (2019). Challenges and risks of personal security in the context of digitalization of education. Psychology of the XXI century: challenges, searches, vectors of development. Information package of the All-Russian Symposium of psychologists, 2019, 640–645.
- Podkhodova, N. S. (2020). *Metodika obucheniya matematike*. St. Petersburg: Publishing house of the Russian State Pedagogical University named after A. I. Herzen, (In Russ.).
- Scherbatykh, S. V., Lykova, K. G. (2020). Formirovanie stokhasticheskogo mirovozzreniya starsheklassnikov posredstvom razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya. *Continuum. Mathematics. Informatics. Education*, 2 (18), 46-52.
- Shabanova, M. V. (2016). *Eksperimental'naya matematika v shkole. Issledovatel'skoe obuchenie*. Moscow: Acad. of Natural Sciences Publishing House. (In Russ.).
- Shcherbatykh, S. V., Lykova, K. G. (2020). Vliyanie cifrovoj sredy na formirovanie stokhasticheskogo mirovozzreniya starsheklassnikov [The influence of the digital environment on the formation of a stochastic worldview of high school students]. *Informatizatsiya obrazovaniya – 2020: materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvyashchennoj 115-letiyu so dnya rozhdeniya patriarha rossijskogo obrazovaniya, velikogo pedagoga i matematika, akademika RAN S.M. Nikol'skogo* (pp. 247-252). Orel: Orlovskij gosudarstvennyj universitet imeni I.S. Turgeneva. (In Russ.).
- Shcherbatykh, S., Lykova, K. (2020). Digitalization of Mathematical Education and its Influence on the Formation of Stochastic Worldview through the Development of Probabilistic Thinking Style. *Informatization of Education and E-learning Methodology: Digital Technologies in Education IEELM-DTE 2020*, 2770, 96-102.
- Shcherbatykh, S. V. (2012). *Metodicheskaya sistema obucheniya stokhastike v profil'nykh klassakh obshcheobrazovatel'noy shkoly*. [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.).
- Shikhnaieva, T. Sh. (2018). *Tsifrovoe obrazovanie: metody, modeli i tekhnologii. Monitoring. Nauka i tekhnologii*, (2), 65-68.

- Terekhova, L. A. (2017). Vzaimodeystvie elementov stokhastiki s chislovoy sodержatel'no-metodicheskoy liniey shkol'nogo kursa matematiki. *Bulletin of Tambov University. Series: Humanities*, 22(1), 71-77.
- Terkulova, I. N. (2019). *Digital environment as a pedagogical condition of positive socialization of students in French-speaking countries (France, Canada)*. [Candidate Thesis]. Moscow. (In Russ.)
- Testov, V. A. (2012). *Obnovlenie sodержaniya obucheniya matematike: istoricheskie i metodologicheskie aspekty*. Vologda: Vologda State Pedagogical University. (In Russ.)
- Troitskaya, O. N. (2007). *Kachestvennye zadachi kak sredstvo obucheniya stokhastike v sredney shkole na osnove zhiteyskikh znaniy uchashchikhsya* [Candidate Thesis]. Orel. (In Russ.)
- Tsomartova T.A. (2020). *Mirovozzrenie: sintez nauchnogo i khudozhestvennogo myshleniya v protsesse obucheniya*. Vladikavkaz: Publishing house NOSPI. (In Russ.)
- Vartanova, E. L. (2017). *Industriya rossiyskikh media: tsifrovoe budushchee*. Moscow: MediaMir. (In Russ.)
- Zavrazhnaya, E. A., Karakozov S. D., Sedova E. P., Titova O. N. (2018). Perspektivy razvitiya tsifrovoy obrazovatel'noy sredy v Rossiyskoy Federatsii. *Molodezhnyy nauchnyy vestnik*, (12), 85-96.
- Zhokhov, A. L. (1999). *Nauchnye osnovy mirovozzrencheski napravlenno obucheniya matematike v obshcheobrazovatel'noy i professional'noy shkole*. [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Zhokhov, A. L. (2011). *Formirovanie nauchnogo mirovozzreniya shkol'nikov pri obuchenii matematike*. Yaroslavl: Publishing house of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-32-50

УДК
372.851

**СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ
ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

Насонова Екатерина Дмитриевна

к.ф.-м.н., доцент
baratovaed@mail.ru

г. Балашов

Грибанова-Подкина Мария Юрьевна

к.ф.-м.н., доцент
m.gribanova-podkina@rambler.ru

г. Балашов

Балашовский институт (филиал) Саратов-
ского государственного университета им.
Н.Г. Чернышевского

Балашовский институт (филиал) Саратов-
ского государственного университета им.
Н.Г. Чернышевского

Аннотация. Исследование посвящено вопросам формирования умений моделировать и решать оптимизационные задачи на уровне основного общего и среднего общего образования. В предметной области «Математика и информатика» умение строить математические модели, в том числе для оптимизационных задач, является важной частью подготовки обучающихся, это нашло отражение и в контрольно-измерительных материалах по информатике и профильной математике. Каждая из учебных дисциплин предметной области «Математика и информатика» формирует свои навыки, необходимые для умения решать оптимизационные задачи. В школьном курсе математики подготовка к решению подобных задач просматривается еще с седьмого класса, а на уровне старшей школы рассматриваются основы теории оптимизации для функции одной переменной, что, тем не менее, не дает возможности рассмотреть все многообразие задач данного типа. В курсе информатики задачи оптимизации представлены, но не во всех учебно-методических комплексах и в небольшом объеме. Кроме того, информатика не всегда присутствует в учебных планах ступени среднего общего образования. Методика обучения решению задач оптимизации должна быть основана на системном подходе, учитывающем вклад каждого учебного предмета. Математическая подготовка является основным фундаментом, который дополняется компьютерными средствами представления и моделирования данных. Предложенный в статье системный подход позволяет сформировать у обучающихся целостное представление о самих задачах оптимизации и о способах их решения, необходимых в каждом конкретном случае. Реализовывается предложенный подход с помощью двух составляющих: базовой подготовки в рамках дисциплин «Математика» и «Информатика» и специализированной с помощью межпредметного элективного курса по основам оптимизации. Межпредметный элективный курс по основам оптимизации позволяет научить эффективно использовать методы математики и информатики для анализа и решения оптимизационных задач.

Ключевые слова: системный подход, задача оптимизации, информационные технологии, математическое программирование, ЕГЭ.

Введение

Процесс информатизации современного общества привел к необходимости использования информационных моделей практически во всех сферах человеческой деятельности. Информационные модели используются в решении многих практических задач: управление робототехническими системами, космическими аппаратами, биотехническими комплексами, решение вопросов экологической безопасности и др. В связи с этим для специалистов совершенно разных областей знаний возникает необходимость наличия компетенций по математическому и компьютерному моделированию (Горностаева, 2006; Грибанова-Подкина, 2018).

Современные Федеральные государственные образовательные стандарты школьного основного общего и среднего общего образования (Приказ Минобрнауки России, 2012) предусматривают получение навыков метапредметного моделирования объектов, явлений и процессов через предметную область «Математика и информатика». При реализации программы среднего общего образования уже на базовом уровне курса «Информатика» предметные результаты освоения включают «сформированность представлений о компьютерно-математических моделях и необходимости анализа соответствия модели и моделируемого объекта (процесса)» (Приказ Минобрнауки России, 2012), а на углублённых уровнях курсов «Математика» и «Информатика» требования к предметным результатам включают сформированность умений моделировать реальные процессы и явления, использовать компьютерно-математические модели и исследовать их, интерпретировать полученный результат. Навыки в сфере информационного моделирования позволяют формировать новый тип мышления, связанный с использованием современных технологий обработки информации (Грибанова-Подкина, 2019; Штепа, 2009).

Математические и компьютерные модели, описывающие процесс управления сложными системами, которыми является большинство реальных объектов, обычно предполагают наличие критерия оптимальности выбора определенного решения или траектории. Задачи принятия решений изучаются в таких дисциплинах, как исследование операций, системный анализ, теория игр, теоретическая информатика и другие, при этом учитываются динамический характер модели, наличие или отсутствие обратной связи, влияние неопределенных факторов (Баратова, 2003; Баратова, 2004).

Подготовка к решению оптимизационных задач ведется со школьного курса математики и информатики, начиная с относительно простых дискретных задач выбора и заканчивая исследованием непрерывных функций на оптимальность с помощью производной. Учитывая важность и востребованность теории оптимизации как для решения различных практических задач, так и для становления общей математической культуры обучающегося, а также недостаточность освещения этой темы в школьном курсе, то закономерно можно встретить в публикациях, например, (Власов, 2018), и сетевых педагогических сообществах методические описания элективных курсов по математике или информатике, призванные восполнить эту нехватку. Можно даже вести дискуссии, какая из дисциплин школьного курса должна включать в себя основы оптимизации.

В целом, вид оптимизационной задачи определяет метод ее решения. Но также необходимо опираться на инструменты, доступные школьнику. Так, например, простейшие дискретные задачи можно решить при помощи простого перебора имеющихся альтернатив. Для решения более сложных задач необходимо знание основных свойств функций, умение определять наибольшие и наименьшие значения на промежутках для монотонных функций, находить экстремумы функций с помощью производной и без нее, использовать численные методы решения экстремальных задач, подключая информационные технологии.

Методология исследования

Рассмотрим далее возможности и вклад математики и информатики в процесс обучения решению оптимизационных задач, а также системное взаимодействие обеих дисциплин.

1. Подготовка к решению оптимизационных задач в курсе математики основного общего образования

С простейшими задачами выбора обучающиеся встречаются на уроках математики, начиная с начальной школы, например, проводя анализ потребительской корзины или осуществляя выбор варианта с наименьшей стоимостью. Подобные задачи не являются типовыми и используются в системах развивающего обучения (системы Л.В. Занкова, Д.Б. Эльконина–В.В. Давыдова).

Далее, в курсе основной школы, школьники знакомятся с различными простейшими функциональными зависимостями и их свойствами, строят графики и решают задачи, включающие в себя элементы исследования функций. Подготовка к решению экстремальных задач, а также исследованию функций на экстремум продолжается в 7 классе, с момента изучения линейных функций.

Так, при изучении линейной функции необходимым навыком является определение её возрастания или убывания, что позволяет изучить вопрос нахождения наибольшего и наименьшего значения на некотором промежутке. Также при изучении линейных функций полезным навыком является умение сравнивать угловые коэффициенты двух прямых и выяснять, как выглядят в зависимости от их значения графики линейной функции и каково взаимное расположение прямых. Подобные задачи широко используются в современных учебно-методических комплексах (УМК) по математике, изданных после 2018 года, например, в УМК Ю.Н. Макарычева, Алгебра (7-9), УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича», Алгебра 7-9, УМК А.Г. Мерзляка, Алгебра (7-9).

Изучение простейших степенных функций с натуральным и целым показателем, иррациональной функции $y = \sqrt{x}$, позволяет школьникам познакомиться и с другими видами зависимостей, однако задач на исследование поведения этих функций и на наличие экстремумов в рассматриваемых УМК в 7 и 8 классах не представлено. Подобные задачи отнесены в курс алгебры 9 класса, хотя некоторые вопросы исследования степенных функций, такие как промежутки возрастания и убывания, поиск максимальных и минимальных значений, можно было бы обзорно рассмотреть и в курсе 7-8 класса при помощи графиков и решать качественные задачи.

Картина меняется в 9 классе, где в углублённом курсе алгебры дается полный и подробный теоретический материал, позволяющий проводить основные этапы исследования простых функциональных зависимостей на знакопостоянство и монотонность, изучаются вопросы ограниченности функций, экстремумов квадратичной функции, предлагается большое количество соответствующих заданий. Однако следует отметить высокую степень теоретичности рассматриваемых заданий и полное отсутствие в курсе практико-ориентированных задач, которые позволили бы учащимся взглянуть на мир функциональных зависимостей как на систему, описывающую реальные процессы и позволяющую решать прикладные проблемы.

Рассмотрим прикладную оптимизационную задачу, которая предлагалась на профильном ЕГЭ по математике в 2019 году. «Строительство нового завода стоит 159 млн. рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?».

Данная задача, хотя и является нестандартной для учащихся 9 класса, вполне может быть решена без использования производной, а только с помощью свойств квадратичной функции. Кроме того, решение подобных задач способствует достижению метапредметных результатов в обучении математике.

Помимо изучения свойств возрастания и убывания функции на промежутках с учетом наличия единственной точки экстремума, полезным является исследование связи между значением функции и расстоянием ее аргумента от оси симметрии. Также полезным навыком является умение строить графики различных функций и зависимостей, не являющихся функциональными, например, изображение окружности, параболы с горизонтальной осью симметрии и других.

2. Оптимизационные задачи и методы их решения в курсе математики среднего общего образования

Характерной чертой оптимизационных задач, рассматриваемых в курсе алгебры старшей школы, является использование производной непрерывной функции. В углублённых курсах алгебры и начал математического анализа (10-11) УМК А.Г. Мерзляка, УМК Ю.М. Калягина, УМК Ш.А. Алимова, тема производной изучается достаточно полно, подробно, включает в себя решение текстовых и прикладных задач на оптимизацию из области физики и техники. Заметим, что предлагаемые задачи ограничены применением производной непрерывных дифференцируемых функций одной переменной, что не отражает в достаточной мере всего спектра оптимизационных задач, доступных для решения в старшей школе и предлагаемых для решения в ходе итоговой аттестации по профильной математике.

В актуальной версии ЕГЭ по математике профильного уровня содержится задание 15, направленное на проверку умений использовать математические модели для решения практических задач. Представленный блок заданий включает в себя задачи по финансовой математике, а также оптимизационные задачи, которые не рассматриваются в курсе математики средней школы. В нем изучаются лишь подводящие задачи. Так как основной курс алгебры не может включать в себя достаточно полный перечень оптимизационных задач, предлагаемых в программе ЕГЭ, то с целью более полной подготовки к итоговой аттестации следует включать эти задачи в программу элективных курсов, для чего существует достаточное количество методических материалов, например (Шестаков, 2020).

Одной из причин сложности задач оптимизации является разнообразие их видов, определяющее выбор метода решения. Так, например, можно выделить линейные и нелинейные задачи, которые можно решать графически и аналитически. При этом нелинейные задачи могут решаться с использованием дифференцирования, а для решения линейных задач достаточно знаний свойств линейных функций. Отдельно следует выделить задачи целочисленной оптимизации, которые имеют ряд особенностей, например, невозможность получения оптимального решения путем округления или отбрасывания дробной части, а значит, требуют особого рассмотрения.

Так, например, в (Шестаков, 2020) достаточно подробно изучены двумерные линейные целочисленные и нецелочисленные задачи, а также приведены методы решения некоторых двумерных нелинейных задач методами введения параметра, векторной алгебры и сведения к функции одной переменной с последующим дифференцированием. Также был использован графический метод для линейных и нелинейных задач с достаточно простыми ограничениями и видом целевой функции.

Перечень предлагаемых для итоговой аттестации по математике оптимизационных задач постоянно расширяется и дополняется новыми моделями, включающими различные ограничения и допускающими различные особенности, касающиеся методов их решения.

3. Математическое и компьютерное моделирование в курсе информатики основной и средней школы

В отличие от математики, формирующей практические навыки решения различных задач, на информатику в школьном образовании возложены еще и более концептуальные задачи, связанные с формированием методологического и метапредметного представления о моделировании в целом, об этапах моделирования. Конечно же, инструментальные средства решения задач, связанные с применением информационных технологий и сред, присутствуют, однако моделированию как категории отводится очень важное место. В

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

соответствие с требованиями ФГОС, в число основных метапредметных результатов в том числе включается владение информационным моделированием как основным методом приобретения знаний.

К предметным результатам по теме моделирования и решению оптимизационных задач относятся:

- умение строить математическую модель и использовать компьютер при работе с ней;

- владение компьютерным моделированием при решении научно-технических задач.

Собственно, моделирование как концептуальное понятие, как способ познания мира, и связанная с ней формализация объектов, процессов и явлений в курсе информатики основной школы изучается в 8-9 классах.

Например, в учебнике 9 класса авторов Л.Л. Босовой и А.Ю. Босовой (Босова, 2016) – это тема «Моделирование и формализация», где рассматривается понятие модели и моделирования, приводится классификация моделей: знаковые, графические, табличные. Особо необходимо выделить важность математического моделирования, которое описывает закономерности описываемых явлений на языке математики. Такие модели являются базой для компьютерных моделей, позволяющих проводить эксперименты с целью исследования. В главе «Алгоритмизация и программирование» это прослеживается при рассмотрении этапов решения задачи: постановка задачи – формализация – алгоритмизация – программирование – отладка и тестирование – выполнение расчетов. На этапе постановки задачи определяются параметры объекта, имеющие значимость при моделировании, а при формализации фактически создается математическая модель. Это важный момент, который говорит о том, *что математическая модель является основой для компьютерной, увязывая, таким образом, математику и информатику на одном пути к исследованию объекта.*

УМК «Информатика» авторского коллектива под руководством И.Г. Семакина в 8 классе (Семакин, 2016) вводит понятие компьютерного математического моделирования, рассматриваются этапы моделирования. В данном УМК с помощью электронных таблиц приводятся примеры реализации моделей размножения рыб в водоеме и имитационной модели эволюции. Практикум (Залогова, 2013) предусматривает объемную работу с задачами динамического, статистического и даже имитационного моделирования. Особо интересно включение в практикум раздела с моделированием знаний и логическим программированием на Прологе.

В учебнике 9 класса авторов К.Ю. Полякова и Е.А. Еремина (Поляков, 2019) в теме «Моделирование» уже встречаются игровые модели и стратегии, которые приводят к термину «принятие оптимального решения». В главе «Электронные таблицы» вводится понятие численных методов и приближенного решения, для решения уравнений используется надстройка Microsoft Excel «Подбор параметра». Параграф «Оптимизация», также включенный в главу «Электронные таблицы», вводит определение оптимизации как «поиск наилучшего (оптимального) решения задачи при заданных ограничениях» (Поляков, 2019). Здесь же приводится понятие целевой функции, которая должна достигать минимального и максимального значения. *Для решения задачи нахождения максимума при ограничениях типа неравенств используется надстройка «Поиск решения».*

Курс информатики среднего общего образования (10-11 классы) расширяет знания об информационном моделировании. Процесс разработки компьютерной модели описывается следующими этапами:

- 1) системный анализ как процесс получения теоретической информационной модели;
- 2) компьютеризация теоретической модели.

УМК «Информатика» авторского коллектива под руководством И.Г. Семакина даже для изучения информатики на базовом уровне вводит модель оптимального планирования, изучение которой оперирует понятиями «целевая функция» и «математическое программирование», «линейное программирование». Обучающимся предлагается графическая интерпретация задачи линейного программирования с ограничениями типа

равенств и способ ее решения с помощью средства «Поиск решения», являющегося надстройкой Microsoft Excel. Интересно, что в учебнике присутствуют и проектные задания по теме «Оптимальное планирование».

Для углублённого уровня в параграфе «Компьютерное моделирование в экономике и экологии» задача оптимального планирования более формализована и для ее решения применяется классический графический метод, лишь после этого предлагается реализация компьютерной модели и использование средства «Поиск решения» Microsoft Excel (Семакин, 2016).

Стоит отметить, что УМК «Информатика» под руководством И.Г. Семакина интересен еще и тем, что вводит и другие серьезные задачи из теории оптимизации, например, транспортную задачу, решаемую с помощью средства «Поиск решения» Microsoft Excel, а также знакомит обучающихся с основами имитационного моделирования.

УМК «Информатика» К.Ю. Полякова, Е.А. Еремина на базовом и углубленном уровнях в 11 классе расширяет понятие об оптимизации, введенное в 9 классе, рассматривая такие понятия, как локальный и глобальный минимум, начальное приближение.

В целом можно констатировать, что в старших классах осуществляется итоговое формирование концепта «моделирование» во всем многообразии процессов, его составляющих. А так как задачи оптимизации легко решаются с помощью Microsoft Excel, то многие обзоры решений таких типов задач часто присутствуют именно в разделах про электронные таблицы.

В целом же, инструментарий для решения задач математического программирования в школьном курсе информатики может включать в себя:

- электронные таблицы: позволяют хранить данные, обрабатывать их с помощью функций, наглядно представлять информацию в виде диаграмм, получать результаты решения задачи с помощью средств анализа данных (подбор параметра и поиск решения);
- программирование: мощный инструмент для решения любых формализованных задач.

4. Оптимизационная задача

Рассмотрим прикладную оптимизационную задачу с линейными и нелинейными ограничениями, с возможностью поиска экстремума линейной и нелинейной целевой функции и, для простоты, без дополнительных ограничений по целочисленности.

Необходимо построить прямоугольное здание склада, площадь которого должна составлять не менее 200 м^2 , а протяженность фундамента – не более 80 м. Также необходимо учесть:

- 1) длина здания должна быть не более 30 м, а стоимость возведения каждой такой стены составит 500 у.е. за каждый погонный метр;
- 2) ширина здания должна быть не более 20 м, а стоимость возведения каждой такой стены составит 250 у.е. за каждый погонный метр.

Требуется найти

- а) размеры склада и объем затрат на его постройку при условии его минимальной стоимости;
- б) размеры склада и объем затрат на его постройку при условии его максимальной стоимости;
- в) размеры склада с максимальной площадью и объем затрат на его постройку.

Рассмотрим процесс формализации условия задачи и составление математической модели. Для решения данной задачи обучающемуся необходимо осознать, что она включает в себя элементарные знания по геометрии о площади и периметре прямоугольника, из чего следует ввести переменные, соответствующие длине и ширине прямоугольного здания.

Пусть x – длина здания, y – ширина здания, тогда ограничение, устанавливаемое на его площадь, будет выглядеть: $xy \geq 200$, а требование, накладываемое на протяженность фундамента, можно формализовать как $x + y \leq 40$, что составляет половину периметра прямоугольника. Также необходимо учесть непосредственные ограничения на длину и

ширину: $x \leq 30$, $y \leq 20$. Кроме того, естественными будут ограничения, определяющие неотрицательность переменных x и y .

Таким образом, получаем систему ограничений задачи:

$$xy \geq 200;$$

$$x + y \leq 40;$$

$$x \leq 30;$$

$$y \leq 20;$$

$$x, y \geq 0.$$

Также следует установить, что задача является оптимизационной, то есть включает в себя поиск наибольшего и наименьшего значения некоторой функции на заданном множестве, а значит, следует определить вид этой функции и критерия оптимальности.

Стоимость возведенной стены с учетом цены погонного метра можно выразить как $500 \cdot 2 \cdot x + 250 \cdot 2 \cdot y = 1000x + 500y$, таким образом, получаем соответствующие критерии оптимальности:

$$\text{а) } f(x; y) = 1000x + 500y \rightarrow \min;$$

$$\text{б) } f(x; y) = 1000x + 500y \rightarrow \max;$$

$$\text{в) } f(x; y) = xy \rightarrow \max;$$

В результате получили математическую модель, представляющую собой задачу нелинейной оптимизации. Представленную задачу можно решать с помощью методов исследования операций с применением функции Лагранжа и частных производных, но в данном случае придется ограничиться элементарными методами, которые можно использовать в курсе средней школы.

Рассмотрим решение задачи графическим методом. В курсе алгебры и начал математического анализа 10 и 11 класса обучающиеся получают навыки решения неравенств с двумя переменными и их систем графическим методом, который следует использовать для построения изображения множества допустимых решений на плоскости, решая неравенства системы ограничений. При этом достаточно неточного, модельного чертежа, адекватно описывающего взаимное расположение заданных линий и областей.

Для решения заданной системы необходимо построить на координатной плоскости Oxy граничную линию каждого ограничения и выбрать нужную полуплоскость, затем выполнить операцию пересечения полученных множеств. Линейное граничное условие $x + y = 40$ следует представить в виде уравнения прямой с угловым коэффициентом $y = -x + 40$, что пригодится для дальнейшего анализа взаимного расположения линий на координатной плоскости, нелинейное условие $xy = 200$ также следует представить в виде функциональной зависимости $y = \frac{200}{x}$, которая позволит определить соответствующую кривую как гиперболу.

Решая попарно системы уравнений, соответствующих граничным линиям каждого ограничения, можно получить координаты точек $A(30; 6\frac{2}{3})$, $B(10; 20)$, $C(20; 20)$, $D(30; 10)$, среди которых могут быть точки экстремума (рис. 1), однако, так как задача нелинейная, нужно помнить, что точки экстремума могут находиться как на границе допустимого множества, так и внутри него.

Следующим этапом является построение линий уровня целевой функции для определения направления ее возрастания и убывания. Рассмотрим линейный критерий эффективности $f(x; y) = 1000x + 500y$. Обозначим a – затраты на возведение здания, получим $1000x + 500y = a$, следовательно, уравнение прямой с угловым коэффициентом, соответствующее критерию, имеет вид $y = -2x + \frac{a}{500}$.

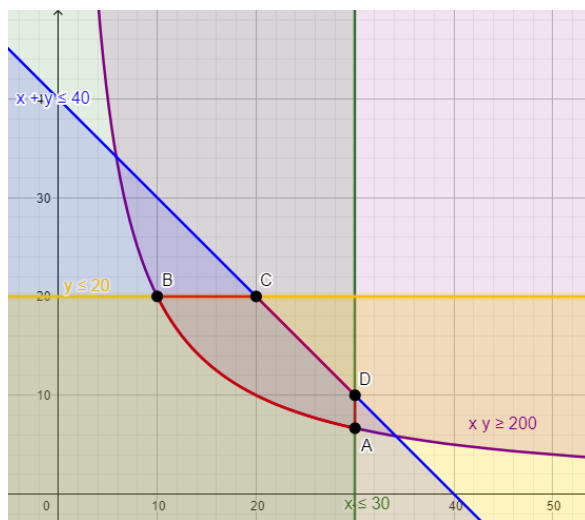


Рис. 1. Решение системы ограничений-неравенств

Значение параметра возрастает при параллельном переносе линии уровня «вправо и вверх» и убывает при параллельном переносе ее «влево и вниз».

«Левой нижней» границей множества допустимых значений является гипербола, а значит, минимум целевой функции достигается в точке касания гиперболы и линии уровня целевой функции, если эта точка принадлежит множеству допустимых значений, либо необходимо исследовать граничные точки нелинейного ограничения на оптимальность. Найдем точку касания гиперболы и линии уровня, решив уравнение

$$-2x + \frac{a}{500} = \frac{200}{x},$$

которое приводится к равносильному квадратному уравнению

$$x^2 - \frac{a}{1000}x + 100 = 0, x \neq 0.$$

Для того чтобы решение данного уравнения соответствовало точке касания прямой и гиперболы, необходимо, чтобы оно было единственным, а значит, дискриминант квадратного уравнения должен быть равен нулю.

$$D = \frac{a^2}{1000^2} - 400 = 0,$$

из чего следует, что $a = 20000$. Подставив найденное значение параметра a в квадратное уравнение, найдем абсциссу точки касания

$$x^2 - 20x + 100 = 0;$$

$$x = 10.$$

Подставив найденное значение x в любое из частей исходного уравнения, найдем ординату точки касания $y = \frac{200}{10} = 20$.

Полученное решение соответствует точке **B**, принадлежащей области допустимых решений, а значит, именно в данной точке достигается минимум целевой функции (рис. 2). Затраты на строительство уже были найдены в ходе решения и составляют $a = 20000$ у.е., что можно проверить, подставив найденное решение $x = 10$, $y = 20$ в целевую функцию $f(x; y) = 1000x + 500y$.

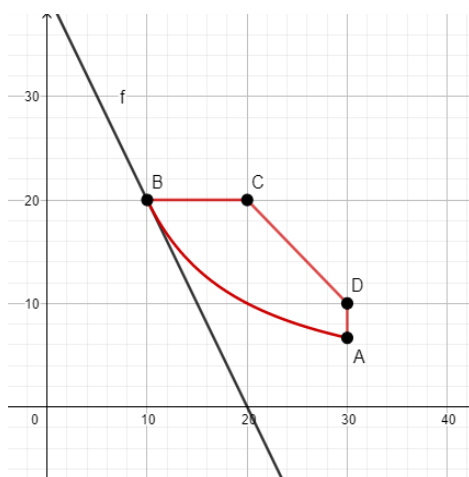


Рис. 2. Решение задачи минимизации с линейной целевой функцией

Найдем решение задачи максимизации этой же линейной целевой функции на заданном множестве. «Правой верхней» границей множества допустимых значений является отрезок **CD**, а значит, максимум целевой функции достигается в одной из точек **C** или **D**, либо на всем отрезке **CD**. Найдем точку максимума целевой функции, сравнивая угловые коэффициенты соответствующих прямых. Так как модуль углового коэффициента, соответствующего прямой **CD**, меньше модуля углового коэффициента, соответствующего линии уровня целевой функции, то максимум целевой функции достигается в точке **D(30; 10)** (рис. 3).

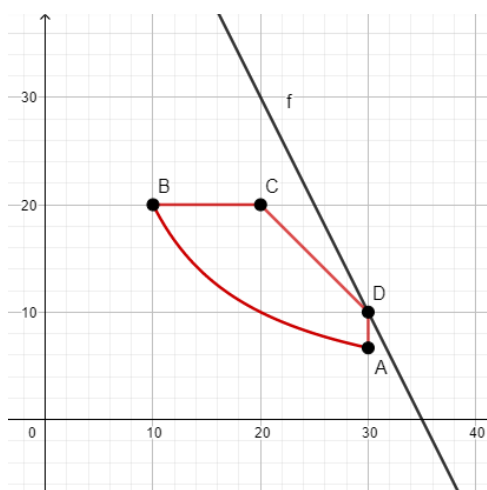


Рис. 3. Решение задачи максимизации с линейной целевой функцией

Подставив координаты точки **D** в целевую функцию, найдем затраты на строительство склада $f(30; 10) = 1000 \cdot 30 + 500 \cdot 10 = 35000$ у.е.

Рассмотрим нелинейную целевую функцию, $f(x; y) = xy$, которую нужно максимизировать.

Обозначим a – значение площади склада, получим $xy = a$, следовательно, уравнение гиперболы, соответствующее критерию, имеет вид $y = \frac{a}{x}$.

Значение параметра возрастает при удалении линии уровня от координатных осей, с учетом неотрицательности x, y, a , «вправо и вверх» и убывает при приближении ее к координатным осям «влево и вниз». Для поиска максимума целевой функции также необходимо использовать «правую верхнюю» границу множества допустимых значений, в данном случае это также отрезок CD . Так как функция нелинейная, то необходимо искать точку касания гиперболы $y = \frac{a}{x}$ и ограничения $y = 40 - x$. Если найденная точка лежит на отрезке CD , она и будет являться точкой максимума целевой функции. В противном случае следует исследовать границы отрезка CD на оптимальность.

Решив уравнение

$$40 - x = \frac{a}{x}$$

с учетом требования единственности решения, накладываемого на дискриминант равносильного ему квадратного уравнения, аналогично рассмотренному выше примеру, получим

$$x = 20, y = 20, a = 400,$$

что соответствует точке C , принадлежащей области допустимых решений (рис. 4), а значит, именно в данной точке достигается максимум целевой функции.

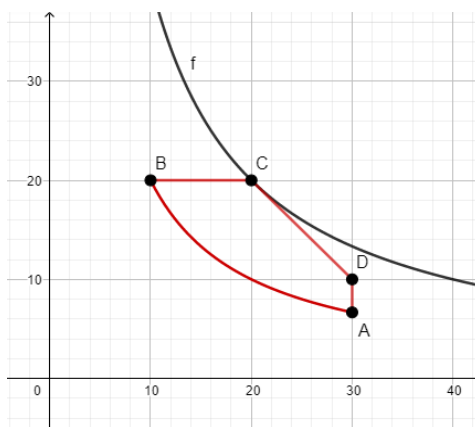


Рис. 4. Решение задачи максимизации с нелинейной целевой функцией

Подобные оптимизационные задачи реализуемы на уровне среднего общего образования, графический способ решения оптимизационных задач рассматривается в УМК курса информатики К.Ю. Полякова, Е.А. Еремина, а также под руководством И.Г. Семакина. При минимуме представления этого метода в школьных учебниках, его применение необходимо при прохождении итоговой государственной аттестации и по информатике (задача № 17 КИМ ЕГЭ), и по математике (задача № 17 КИМ ЕГЭ). И если для решения оптимизационной задачи по математике аналитический подход и графический метод – единственный инструмент, то с переходом к компьютерному ЕГЭ по информатике мы имеем целый арсенал информационных средств, позволяющих облегчить процесс нахождения решения.

5. Информационные технологии при решении оптимизационных задач

В процессе формирования навыков решения оптимизационных задач аналитический метод эффективно дополнять графическими моделями, создаваемыми средствами

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

информационных технологий. Например, с помощью интернет-сервисов GeoGebra, Desmos можно построить точный график области ограничений, а целевую функцию перемещать с помощью параметра до получения пересечения с нужной точкой. По опыту авторов, этот способ является эффективным при начальном изучении графического способа решения оптимизационных задач, а также в особо трудных случаях.

В курсе информатики основной и средней школы УМК курса информатики К.Ю. Полякова, Е.А. Еремина, а также под руководством И.Г. Семакина для решения оптимизационных задач предлагают использовать надстройку Microsoft Excel «Поиск решения». Это средство предполагает решение оптимизационных задач приближенными методами с использованием начального приближения. Данная надстройка должна быть установлена дополнительно с помощью настройки параметров табличного процессора.

Для решения рассматриваемой в п. 5 оптимизационной задачи в табличном процессоре строится ее компьютерная модель: все вычисляемые ограничения и целевая функция должны быть записаны в отдельных ячейках в виде формул, а управляемым параметрам присвоены ненулевые начальные значения (рис. 5).

	A	B	C		A	B	C
1	x	y	f(x,y)	1	x	y	f(x,y)
2	20	20	=1000*A2+500*B2	2	20	20	30000
3	=A2+B2			3	40		
4	=A2*B2			4	400		

Рис. 5. Начальные присвоения и формулы в задачах а и б

Затем необходимо открыть окно надстройки «Поиск решения», указать адрес ячейки целевой функции, критерий эффективности, а также все ограничения, накладываемые на допустимые альтернативы. Ограничения могут быть в виде равенств, неравенств, а также по целочисленности значений. Также при необходимости можно указать параметры используемых численных методов. После выполнения модели в ячейках будут подсчитаны оптимальные значения переменных модели и целевой функции (рис. 6). Задачи б и в решаются аналогично.

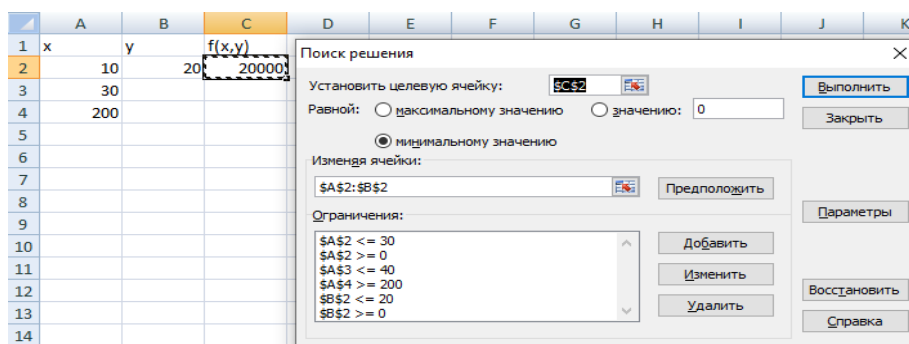


Рис. 6. Численное решение задачи а

Применение табличного процессора в ходе решения сложных оптимизационных задач может быть полезным для организации быстрой проверки решения, а также является средством ознакомления учащихся с приближенными методами решения математических задач, применяемых в инженерии, моделировании при решении практических задач.

6. Оптимизационные задачи в итоговой аттестации по информатике и особенности их решения

Как уже отмечалось выше, задачи начала оптимизации рассматриваются в школьном курсе информатики 9-11 классов. Обучающимся предлагают аналитическое решение, основанное на графическом представлении систем ограничений и целевой функции, а также надстройку «Поиск решения» Microsoft Excel. Закономерным результатом является

включение этих важных задач в итоговую аттестацию по информатике. Казусом является то, что данный тип задач встречается в задании № 17 КИМ ЕГЭ, которое, согласно «Спецификации контрольно-измерительных материалов для проведения в 2022 году единого государственного экзамена по информатике» проверяет знание основных понятий и законов математической логики. Математическая логика в этом задании быстро отступает, выводя на передний план задачу оптимизации. На эту особенность обратил внимание К.Ю. Поляков (Поляков, 2019) при рассмотрении методики решения данного типа задач.

Приведем некоторые формулировки задания №15 КИМ ЕГЭ по информатике, представленных в открытом банке тестовых заданий Федерального института педагогических измерений (ФИПИ).

Задача 8694. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x \cdot y < A) \vee (x < y) \vee (7 \leq x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задача 8829. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(69 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

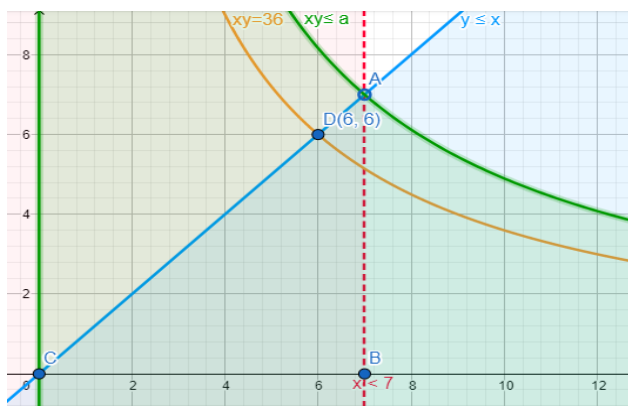


Рис. 7. Решение задачи оптимизации 8694

Каждая из приведенных задач требует нахождения минимума или максимума целевой функции при заданных ограничениях. Те операнды дизъюнкции, которые зависят от параметра A , должны быть истинными тогда, когда остальные операнды становятся ложными. Например, в задаче 8694 нужно выбрать такое наименьшее A , чтобы область

$$x \cdot y < A$$

покрывала все целые точки треугольника ABC (рис. 7). Таким образом, получаем следующую задачу целочисленной оптимизации:

$$x \cdot y \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$x \geq 0; y \geq 0; y \leq x; x < 7.$$

Если игнорировать условие целочисленности, то решение находилось бы на пересечении области ограничений ABC с гиперболой

$$x \cdot y = a, \text{ где } a \rightarrow \max.$$

Это пересечение происходит в точке $A(7; 7)$, где $a = 7 \cdot 7 = 49$. Однако одно из ограничений сформулировано в форме строгого неравенства ($x < 7$), поэтому точка $A(7; 7)$ не принадлежит области ограничений, и решение необходимо искать внутри области. Самой верхней целочисленной точкой, входящей в область ограничений, будет точка $D(6; 6)$, для которой

$$a = 6 \cdot 6 = 36.$$

А так как в задаче необходимо найти

$$A > x \cdot y,$$

то получаем в ответе $A = 37$ как наименьшее целое значение, превышающее 36.

Рассмотренная задача интересна тем, что ее решение находится не в угловой точке области ограничений. Для поиска решения пришлось «углубляться» внутрь области, что усложняет задачу. Опыт авторов показывает, что аналитическое решение таких задач обычно вызывает трудности у обучающихся. И если в ЕГЭ по математике других альтернатив нет, то информатика с компьютерной формой ЕГЭ позволяет применять иные инструменты доработки или полного решения поставленной задачи.

Рассмотренная выше надстройка «Поиск решения» Microsoft Excel может быть выбрана для компьютерного решения рассмотренной задачи, но, к сожалению, не позволяет работать с ограничениями в виде строгих неравенств. Поэтому ограничение

$$x < 7$$

необходимо трансформировать в условие

$$x \leq 6.$$

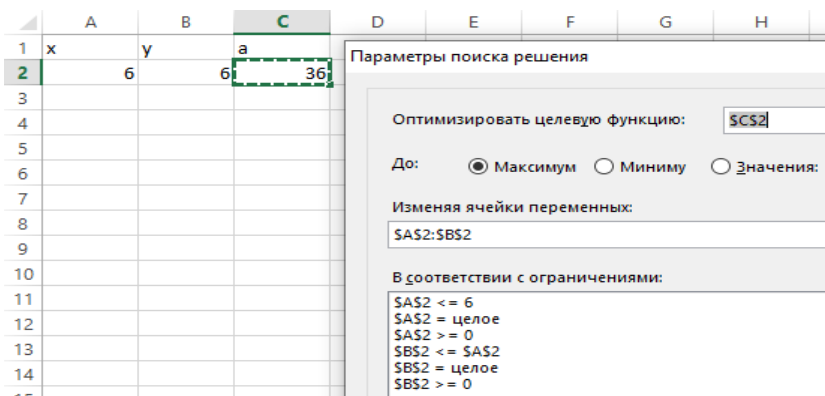


Рис. 8. Решение задачи оптимизации 8694

Теперь получаем $A = 37$ как наименьшее целое значение, превышающее 36.

Другой способ компьютерного подхода к решению задачи состоит в написании программного кода. Идея решения заключается в том, что необходимо перебрать значения A из некоторого диапазона и проверить выполнение заданного условия

$$(x \cdot y < A) \vee (x < y) \vee (7 \leq x)$$

для всех целых неотрицательных значений x и y . Если для рассматриваемого A существует такой набор $(x; y)$, что условие не выполняется, то такое A выбывает из рассмотрения (признак $f = 1$). Если же A оказалось «хорошим» для всех наборов $(x; y)$ (признак $f = 0$), то необходимо выбрать минимальное целое неотрицательное A . Ниже на языке C++ приведен фрагмент программного кода, реализующего приведенный алгоритм.

```

int am=0;
for(int a=0;a<100;a++){
    int f=0;
    for(int x=0;x<100;x++){
        for(int y=0;y<100;y++){
            if(!((y*x<a) || x<y || 7<=x)) f=1;
        }
    }
    if (f==0){
        am=a;
        break;
    }
}

```

Листинг 1. Программная реализация задачи оптимизации 8694

В приведенной реализации первое «хорошее» A (оно как раз минимальное) принимается за ответ, в нашем случае это число 37. В отличие от предыдущих способов, программа сразу дает окончательный ответ, который уже нет необходимости интерпретировать. Однако для понимания диапазонов для перебора значений A , x , y все же следует использовать схему с иллюстрацией области ограничений и целевой функцией.

Рассмотрим задачу 8829. Для ее решения необходимо, чтобы прямая $69 = y + 2x$ при неотрицательных x и y покрывалась областью $(A < x) \vee (A < y)$ (рис. 9).

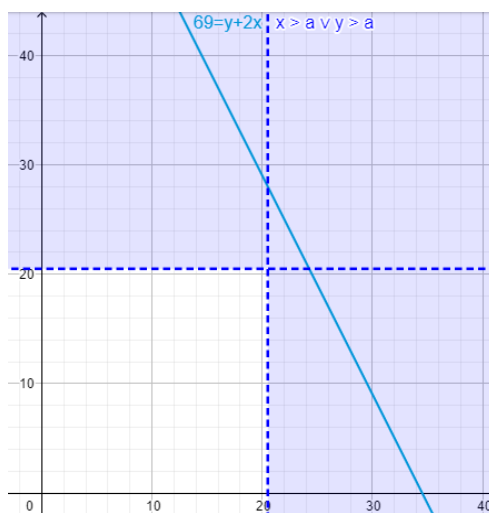


Рис. 9. Области в задаче 8829

Эта задача может быть сформулирована в виде следующей задачи оптимизации:

$$a \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$y + 2x = 69;$$

$$x > a;$$

$$y > a.$$

Как видно из рис. 10, решение необходимо искать на пересечении прямых

$$y + 2x = 69 \text{ и } y = x.$$

Точка $A(23; 23)$ должна удовлетворять неравенствам

$$x > a;$$

$$y > a.$$

Следовательно, $A = 22$.

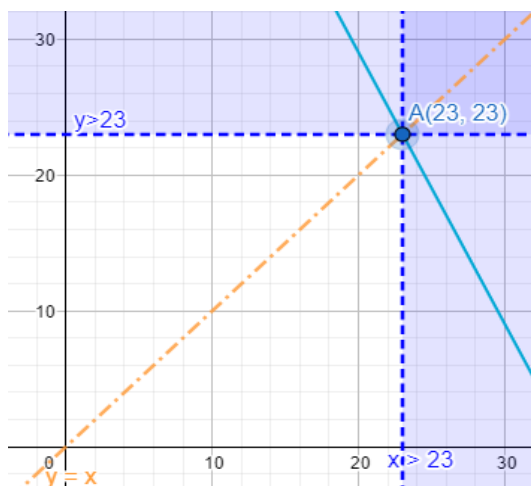


Рис. 10. Решение задачи оптимизации 8829

Для рассмотренной задачи использовать надстройку «Поиск решения» Microsoft Excel затруднительно, поэтому выбор компьютерного способа решения задачи остается за программой на языке программирования. Используем такой же алгоритм, как и в предыдущей задаче, но с учетом поиска максимума. Графическая схема задачи позволяет грамотно выбрать диапазоны для переменных, получаем реализацию на C++ ниже.

```
int am=0;
for(int a=0;a<100;a++){
    int f=0;
    for(int x=0;x<30;x++){
        for(int y=0;y<30;y++){
            if(!((69!=y+2*x) || a<x || a<y)) f=1;
        }
        if (f==0 && (a>am)){
            am=a;
        }
    }
}
```

Листинг 2. Программная реализация задачи оптимизации 8829

В приведенной реализации ответом будет 22.

Рассмотренные решения позволяют сделать вывод, что, конечно же, самым эффективным способом решения задач оптимизации является написание программного кода. Он обладает рядом преимуществ:

1) сразу дает окончательный ответ, который нет необходимости «дорабатывать», как это происходит в случае применения других методов. Как показывает практика, при использовании аналитического способа частыми являются ошибки в получении числа, отличающегося от нужного на ± 1 ;

2) не ограничивает размерность рассматриваемого пространства. Выше уже говорилось, что школьные задачи оптимизации ограничены двумерным пространством, но при написании программного кода можно рассматривать сколь угодно большую размерность, увеличится лишь количество переменных ($x, y, z, \dots$) и вложенных циклов;

3) быстрота и стереотипность решения.

Вместе с тем, рассматривать программный код как единственный подход к решению оптимизационных задач в школе было бы весьма утилитарно. Важно сформировать полное понимание о задачах оптимизации, которое приходит в процессе моделирования задач и поиска путей их решения доступным школьнику способом.

7. Системное взаимодействие в обучении основам оптимизации

Для комплексного понимания понятия моделирования, а также для получения устойчивых навыков составления моделей оптимизационных задач и умения их решать необходим системный подход, интегрирующий в себе достаточно объемный материал из предметной области «Математика и информатика».

В результате подробного анализа можно сделать вывод, что ни одна из школьных дисциплин на данный момент не может сформировать у обучающегося целостное представление о том, как же все-таки решать задачи оптимизации и как поступить в особо сложных ситуациях. Уровень математической подготовки современного выпускника должен быть достаточно высок, чтобы решать оптимизационные задачи, включенные в программу итоговой аттестации по математике, но, как мы видим, в учебниках математики этот материал представлен в недостаточной мере. Конечно, аналитический способ решения таких задач не выходит за рамки школьной математики, но неподготовленному школьнику практически невозможно выдумать подход к решению самостоятельно.

Школьный курс информатики затрагивает, как мы успели заметить, вопросы решения оптимизационных задач. Хотя и с некоторыми оговорками. Во-первых, не все УМК включают этот материал на базовом уровне изучения дисциплины. Во-вторых, математическая подготовка обучающегося должна быть высокой. Мы видим, например, как школьники «просели» с графиками, и в том числе, поэтому отрадно видеть в новой модели контрольно-измерительных материалов по математике тему «Графики». Как мы понимаем, эта тема принципиально важна для аналитического способа решения задач математического программирования.

В идеале должен быть отлажен тандем «математика + информатика», но на практике возникает много проблем. Например, важна своевременность и согласованность подачи материала в двух дисциплинах. Отдельный вопрос состоит в том, как научиться решать такие задачи обучающихся, профиль которых не предусматривает углублённое изучение информатики.

Естественным решением всех озвученных проблем является системный подход и внедрение межпредметного элективного курса, который должен интегрировать в себе следующие темы из математики и информатики:

1) графики (повторение всех основных математических функций и их характеристик, построение графиков средствами интернет-сервисов и с помощью электронных таблиц);

3) задачи линейного программирования (составление модели задачи, графический способ решения задач из двумерного пространства, использование интернет-сервисов GeoGebra, Desmos, надстройки Microsoft Excel «Поиск решения», программирование задач из двумерного и многомерных пространств);

4) производная (геометрический смысл, поиск наибольших и наименьших значений);

5) задачи нелинейного программирования (аналитический и графический способ, использование интернет-сервисов GeoGebra, Desmos, программирование задач из двумерного и многомерных пространств).

Такое построение элективного курса на основе систематизации перечисленных тем предметной области «Математика и информатика» позволит сформировать представление о задачах оптимизации и устойчивый навык решения таких задач.

Заключение

Резюмировав все изложенное, можно сделать вывод, что системный подход к обучению решению оптимизационных задач должен реализовываться с помощью двух составляющих: базовой подготовки в рамках дисциплин «Математика» и «Информатика», а также специализированной.

Специализированная подготовка должна осуществляться с помощью элективного курса по основам оптимизации, который включает в себя необходимые темы из математики и информатики. Межпредметный элективный курс по основам оптимизации позволяет научить эффективно использовать методы математики и информатики для анализа и решения оптимизационных задач.

Список литературы

- Баратова Е.Д., Тараканов А.Ф. Метод штрафов и необходимые условия оптимальности в дифференциальной иерархической игре при неопределенности // Известия АН. Теория и системы управления. 2003. №3. С. 30-36.
- Баратова Е.Д., Тараканов А.Ф. Метод штрафов и необходимые условия оптимальности в дифференциальной кооперативной игре при неопределенности // Известия высших учебных заведений. Математика. 2004. № 12 (511). С. 66-74.
- Босова Л.Л., Босова А.Ю. Информатика. 9 класс: учебник. 6-е изд. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2016.
- Власов Д.А. Элементы математических методов в экономике в контексте профессиональной ориентации школьников // Профессиональная ориентация, 2018. № 1. С. 27-30.
- Горностаева Т.Н., Горностаев О.М. Компьютерное моделирование в школьном и вузовском курсе информатики // Мир науки. Педагогика и психология. 2019 №6. URL: <https://mir-nauki.com/PDF/84PDMN619.pdf> (дата обращения: 01.12.2021)
- Грибанова-Подкина М.Ю. Модели и базы данных в контексте непрерывного образования // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы международной научной конференции, Саратов, 2-3 июля 2018 г. Саратов: «Издательский центр «Наука», 2018. С. 114-117.
- Грибанова-Подкина М.Ю. Разработка и исследование моделей как фактор формирования объектно-ориентированного мышления // Образование. Технологии. Качество: материалы III всероссийской научно-практической конференции, Саратов, 29-30 марта 2019 г. Москва: Издательство «Перо», 2019. С. 41-45.
- Информатика и ИКТ. Задачник-практикум: в 2 т. Т. 2 / Л.А. Залогова [и др.]; под ред. И.Г. Семакина, Е.К. Хеннера. 5-е изд. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.
- Поляков К.Ю. Задачи на анализ логических выражений в ЕГЭ по информатике // Информатика в школе. 2019. № 9 (152). С. 29-35.
- Поляков К.Ю., Еремин Е.А. Информатика. 9 класс: учебник. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019.
- Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (ред. от 11.12.2020) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования». URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/> (дата обращения: 01.12.2021)
- Семакин И.Г., Хеннер Е.К., Шестакова Л.В. Информатика. 11 класс. Углубленный уровень: учебник: в 2 ч. Ч. 2. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016.
- Информатика. 8 класс: учебник / И.Г. Семакин [и др.]. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016.
- Шестаков С.А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Ященко. М.: МЦНМО, 2020.
- Штепа Ю.П. Роль обучения решению задач по информационному моделированию для развития ИКТ-компетентности старшеклассников // Вестник ДВГСГА. Серия 1. Гуманитарные науки. 2009. №1 (2). С. 28-44.

SYSTEM APPROACH TO STUDYING OPTIMIZATION PROBLEMS IN THE SCHOOL COURSE OF MATH AND INFORMATICS

Nasonova E. D.

PhD (Physics and mathematics),
associate professor
baratovaed@mail.ru
Balashov

Balashov Institute (branch) of Saratov State
University

Gribanova-Podkina M. Yu.

PhD (Physics and mathematics),
associate professor
m.gribanova-podkina@rambler.ru
Balashov

Balashov Institute (branch) of Saratov State
University

Abstract. The study is devoted to the formation of skills to model and solve optimization problems at the level of basic general and secondary general education. In the subject area "Mathematics and Informatics", the ability to build mathematical models, including for optimization problems, is an important part of training students, this is reflected in the control and measuring materials in informatics and profile mathematics. Each of the disciplines of the subject area "Mathematics and Informatics" forms its own skills necessary for the ability to solve optimization problems. In the school mathematics course, preparation for solving such problems is seen from the seventh grade, and at the high school level, the basics of optimization theory for a function of one variable are considered, which, nevertheless, does not make it possible to consider the whole variety of problems of this type. In the course of computer science, optimization problems are presented, but not in all educational and methodological complexes and in a small amount. In addition, informatics is not always present in the curricula of the secondary general education level. The teaching methodology for solving optimization problems should be based on a systematic approach that takes into account the contribution of each academic subject. Mathematical training is the main foundation, which is complemented by computer tools for the presentation and modeling of data. The systematic approach proposed in the article allows students to form a holistic view of the optimization problems themselves and the methods of solving them, which are necessary in each specific case. The proposed approach is implemented with the help of two components: basic training within the disciplines "Mathematics" and "Informatics" and specialized with the help of an interdisciplinary elective course on the basics of optimization. The interdisciplinary elective course on the basics of optimization allows you to teach how to effectively use the methods of mathematics and computer science for the analysis and solution of optimization problems.

Keywords: systems approach, optimization problem, information technology, mathematical programming, unified state exam.

References

- Baratova, E. D., Tarakanov, A. F. (2003). Penalty method and necessary optimality conditions in a differential hierarchical game under uncertainty. *Journal of computer and systems sciences international*, 3, 30-36. (In Russ.)

- Baratova, E. D., Tarakanov, A. F. (2004). Penalty method and necessary optimality conditions in a differential cooperative game under uncertainty. *Izvestiya VUZ. Matematika*, 12 (66-74). (In Russ.)
- Bosova, L. L., Bosova, A. Yu. (2016). *Informatika. 9 klass: uchebnik*. 6th ed. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy. (In Russ.)
- Vlasov, D. A. (2018). Elementy matematicheskikh metodov v ekonomike v kontekste professional'noy orientatsii shkol'nikov. *Professional'naya orientatsiya*, (1), 27-30. (In Russ.)
- Gornostaeva, T. N., Gornostaev, O. M. (2019). Computer modeling in school and university courses in computer science. *World of science. Pedagogy and psychology*, 6. Retrieved from <https://mir-nauki.com/PDF/84PDMN619.pdf> (In Russ., abstract in Eng.)
- Gribanova-Podkina, M. Yu. (2018). Modeli i bazy dannykh v kontekste nepreryvnogo obrazovaniya [Models and databases in the context of lifelong education]. *Komp'yuternye nauki i informatsionnye tekhnologii: materialy mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii* (pp. 114-117). Saratov: Izdatel'skiy tsentr Nauka. (In Russ.)
- Gribanova-Podkina, M. Yu. (2019). Razrabotka i issledovanie modeley kak faktor formirovaniya ob"ektno-orientirovannogo myshleniya [Development and research of models as a factor in the formation of object-oriented thinking]. *Obrazovanie. Tekhnologii. Kachestvo: materialy III vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* (pp. 41-45). Moscow: Izdatel'stvo Pero. (In Russ.)
- Zalogova, L. A., & Semakin, I. G., Henner, E. K. (Eds.) (2013). *Informatika i IKT. Zadachnik-praktikum : v 2 t. T. 2*. 5th ed. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy. (In Russ.)
- Polyakov, K. Yu. (2019). Tasks for the analysis of logical expressions in the exam in informatics. *Informatics in school*. 9 (152), 29-35. DOI: 10.32517/2221-1993-2019-18-9-29-35 (In Russ., abstract in Eng.)
- Polyakov, K. Yu., Eremin, E. A. (2019). *Informatika. 9 klass: uchebnik*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy. (In Russ.)
- Prikaz Minobrnauki Rossii ot 17.05.2012 N 413 (red. ot 11.12.2020). Ob utverzhdenii federal'nogo gosudarstvennogo obrazovatel'nogo standarta srednego obshchego obrazovaniya* (2012) [Order of the Ministry of Education and Science of Russia of 05/17/2012 № 413 (as amended on 12/11/2020). On approval of the federal state educational standard of secondary general education]. Retrieved from <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/> (In Russ.)
- Semakin, I. G., Khenner, E. K., & Shestakova, L. V. (2016). *Informatika. 11 klass. Uglublennyy uroven' : uchebnik. V 2 ch. Ch. 2*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy. (In Russ.)
- Semakin I. G., Zalogova L. A., & Shestakova L. V. (2016). *Informatika. 9 klass : uchebnik*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy. (In Russ.)
- Shestakov, S. A., & Yashchenko, I. V. (Eds.) (2020). *EGE 2020. Matematika. Zadachi s ekonomicheskim soderzhaniem. Zadacha 17 (profil'nyy uroven')*. Moscow: MTsNMO. (In Russ.)
- Shtepa, Yu. P. (2009) Rol' obucheniya resheniyu zadach po informatsionnomu modelirovaniyu dlya razvitiya IKT-kompetentnosti starsheklassnikov. *Vestnik DVGSGA. Seriya I. Gumanitarnye nauki*, 1(2), 28-44. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-51-59

УДК
372.851**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОНЛАЙН-СЕРВИСОВ ДЛЯ
ОРГАНИЗАЦИИ СЕТЕВОГО НАСТАВНИЧЕСТВА НАД
УЧАЩИМИСЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТА «МУЗЕЙ
ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ»****Павлова Мария Александровна**

к.п.н.

m.pavlova@narfu.ru

г. Архангельск

Северный (Арктический) федеральный
университет им. М.В. Ломоносова

Аннотация. Сетевые исследовательские проекты и сетевое наставничество рассматриваются сегодня как важный компонент подготовки учащихся к активному и инициативному гражданству в современном обществе. Реализация программы сетевого наставничества над учащимися 7-10 классов начата в 2021 году Ассоциацией педагогов, работающих с одаренными детьми, в рамках модели «Сетевая проектная школа». Взаимодействие участников школы может осуществляться как в очной, так и дистанционной форме с использованием программных продуктов и онлайн-сервисов. Обучающиеся для реализации программ сетевого наставничества наибольшее предпочтение отдают социальным сетям: ВКонтакте, Facebook, Instagram и другим. Мнения наставников расходятся в отношении выбора платформы для реализации программ. Большинство из них относится с недоверием к социальным сетям. Вместе с тем они признают значимость средств ИКТ для обеспечения следующих возможностей: вхождения наставляемых в научные сообщества; для распространения информации о лучших практиках наставничества в области исследовательской деятельности; для создания базы данных специалистов готовых к передаче знаний и опыта юным исследователям, а также готовых оказать им помощь в решении проблем, возникающих в исследовательской деятельности; для создания базы данных юных исследователей, заинтересованных в поиске наставников и научных контактов; для создания банка исследовательских задач и проектов, в которых могут принять участие юные исследователи; для повышения квалификации наставников одаренных детей через мероприятия малой формы (вебинары, мастер-классы и т.п.). Для организации совместной работы территориально распределенных участников проектной команды в настоящее время существует огромное количество средств коммуникации и взаимодействия: системы видеоконференцсвязи, социальные сети, мессенджеры, виртуальные доски, облачные хранилища данных с совместным доступом, а также программные продукты для управления проектами. Практика показала, что принятие решения о выборе набора таких средств является достаточно сложным. В статье представлен ход и результаты работы по определению онлайн-сервисов для организации сетевого наставничества, описан опыт их использования на примере взаимодействия команды сетевого проекта «Музей занимательной математики».

Ключевые слова: сетевое наставничество, сетевая проектная школа, возможности онлайн-сервисов, музей занимательной математики.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №20-013-00730). Выражаю признательность и благодарность рецензентам за внимательное прочтение работы и подробные замечания.

Введение

В сентябре 2021 года Ассоциацией педагогов, работающих с одаренными детьми (<https://www.aprod-rf.com>), организована сетевая проектная школа (СПШ) для учащихся 7-10 классов. Помимо освоения программы СПШ, каждый участник может выбрать сетевой проект в соответствии со своими интересами и предпочтениями. Тематика сетевых проектов предлагается наставниками-модераторами, они же определяют порядок основных видов работ для достижения проектной цели, проводят обучение участников и осуществляют межгрупповую координацию. Организацию работы групп учащихся одной школы берут на себя наставники-тьюторы. Кроме того, учащимся разрешено самим расширять сеть наставников и партнеров по мере необходимости. Такая организация сетевого проекта предполагает комбинирование форм взаимодействия участников проекта: очной и дистанционной.

Для организации совместной работы территориально распределенных участников проектной группы необходимо договориться о средствах коммуникации и взаимодействия. Практика показала, что принятие решения о выборе набора таких средств является достаточно сложным. Значимыми факторами являются: наличие/отсутствие отдельных участников опыта работы с тем или иным программным обеспечением, их техническая оснащенность, ограничения, накладываемые владельцами сервисов на использование их программных продуктов, специфика задач и содержания проекта.

Проект «Музей занимательной математики» предполагал проведение следующих видов работ участниками:

1. Анализ коллекций экспонатов, размещенных на научно-популярных сайтах и музеях занимательных наук, подбор и изучение научно-популярной литературы с целью генерирования идеи создания такого экспоната, который удовлетворяет принципам популяризации математики, а также допускает создание не только реальных объектов, но и виртуальных. Эта работа должна быть организована наставниками-тьюторами в формате очного или дистанционного взаимодействия с учащимися одной школы;

2. Представление своих идей территориально распределенной группе участников проекта и их обсуждение. Подготовка учащихся к представлению своих идей должна быть организована наставниками-тьюторами, а проведение обсуждения – наставником-модератором проекта;

3. Оценка своих возможностей в реализации отобранных идей участниками проекта, распределение ролей для проведения работ по созданию виртуальных и реальных экспонатов, подготовке мини-экскурсии требовала межгруппового и внутригруппового взаимодействия самих учащихся, организованного наставниками обеих категорий;

4. Разработка составляющих экспоната и их сборка предполагала удаленное и очное взаимодействие участников, использование возможности поиска и установления дополнительных контактов со специалистами в различных областях;

5. Совместное тестирование промежуточных результатов по созданию виртуальных экспонатов музея под руководством наставника-модератора;

6. Коллективная работа по разработке дизайна виртуального музея под руководством наставника-модератора;

7. Размещение созданных экспонатов и записей мини-экскурсий на территории виртуального и реального музеев занимательной математики под совместным руководством наставника-модератора и тьютора.

8. Подготовка к представлению результатов индивидуальных, групповых и сетевого проектов на выставках и конкурсах разного уровня: школьного, муниципального, регионального, всероссийского и международного;

Методология исследования

Намеченные виды работ требовали поиска универсального сервиса или формирование целого комплекса доступных учащимся и наставникам сервисов, обеспечивающих: планирование деятельности и мониторинг результатов, удаленную синхронную коммуникацию участников, совместную работу по генерированию идей, размещение и хранение материалов проекта с возможностью совместной работы над ними и комментирования, создание виртуальных математических моделей, запись и размещение подкастов или видеороликов, создание виртуального музейного пространства. Их выбор осуществлялся на основе данных, полученных в результате опроса участников проекта (учащихся и наставников). Опрос проводился с использованием Google формы. Часть вопросов касалась наличия у участников трудностей, связанных с использованием сервисов, предложенных наставником-модератором. Другие вопросы имели целью выяснить наличие у участников опыта и желания для проведения взаимообучения в сфере ИКТ. Третьи – позволяли собрать информацию о предпочтениях участников в выборе альтернативных сервисов. Здесь респонденты могли расширять список альтернатив за счет включения в имеющийся перечень тех сервисов, которыми они привыкли пользоваться.

Было опрошено 52 участника программы сетевого наставничества «Сетевая проектная школа». Получены следующие данные об используемых сервисах. Перечислим их в порядке убывания частоты выбора:

1. Системы видеоконференцсвязи: ZOOM, Microsoft Teams, Google Meet, Jitsi Meet.
2. Социальные сети: ВКонтакте, FaceBook, Инстаграмм.
3. Мессенджеры: WhatsApp, Viber, Телеграмм.
4. Виртуальные доски: Миро, Trello, IDroo.
5. Облачные хранилища данных с совместным доступом: Google диск, Yandex диск.

После сбора данных была проведена персональная работа с каждым участником проекта над определением технических условий его работы: возможности доступа к компьютеру, ноутбуку, планшету, смартфону; уточнены их технические характеристики, исследованы возможности установления нужных программ и приложений. Проведено обучение использованию отдельных программ.

Результаты

В результате для встреч проектной команды и обсуждения промежуточных результатов проекта было решено использовать ZOOM. Для создания динамических моделей экспонатов – программу GeoGebra Classic, для размещения в общем доступе готовых апплетов и динамических листов – сайт GeoGebra.org. Для размещения собранных материалов и совместного их редактирования Google Диск с общим доступом. Для визуализации результатов проектной деятельности – онлайн-сервис MindMeister.

На рис. 1 представлена Интеллект-карта проекта. Начало этой карте было положено в ходе совместной работы по обсуждению идей создания экспонатов. В дальнейшем учащиеся продолжили работу над картой, детализируя и развивая отобранные для реализации идеи.

Первоначально распределение ролей фиксировалось в текстовом документе в облаке (рис. 2). Все задачи фиксировались по порядку в этом же документе с указанием инструкций и ссылками на необходимые материалы (рис. 3).

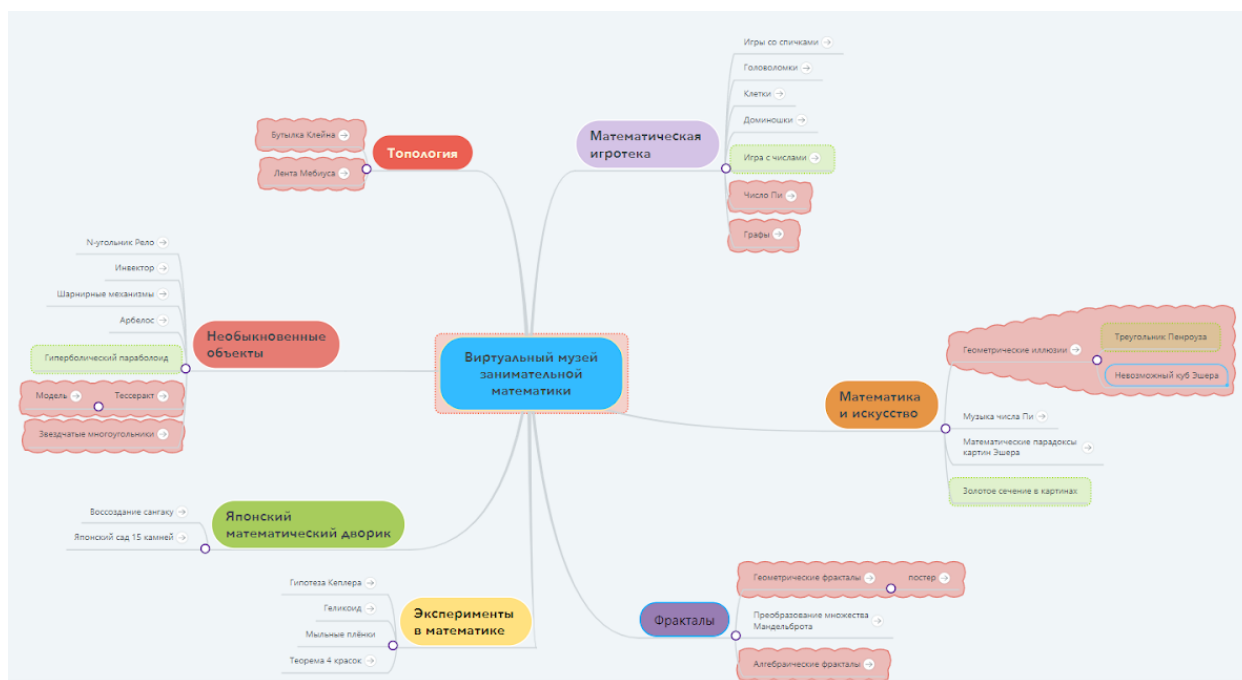


Рис. 1. Интеллект-карта проекта

Такой способ назначения задач оказался неудачным, так как не было возможности мониторинга персонального прогресса в выполнении проектных задач.

Задание 2 (встреча 23 октября в 14:30 + доп 24 октября в 12:00)

Провести анализ литературы по своему математическому объекту. Используйте достоверные источники информации, книги, статьи, научно-популярные журналы.

Скачать шаблон постера (плаката) можно здесь: https://docs.google.com/presentation/d/1cqlU4n7eX0vD4Beh8ZXoMokNaf_NrhT/edit?usp=sharing&ouid=110102008765900486687&rtoref=true&sd=true

Оформите в постер самую яркую и важную информацию о своём математическом объекте, которую вы нашли в результате анализа литературы и сайтов:

- Бутылка Клейна - Илья Козловский
- Фрактальное дерево - Сергей Красовский
- Гиперболический параболоид - Артем Мусатенко
- Число Пи - Анисимова Карина
- Игра с числами - Бикинеев Евгений
- Треугольник Пенроуза - Неверова Варвара
- Лента Мебиуса - Пестова Злата
- Геометрические иллюзии - Югай Анастасия
- Тессеракт - Трофимов Николай

НЕ определились с экспонатами:
Паулаускас Алексей
Тархова Екатерина

Рис. 2. Пример распределение ролей

Задание 5

Посмотреть экспонаты других участников (постеры и модели), написать комментарии, рекомендации по доработке, советы по усовершенствованию экспоната по каждому.

Ссылка на экспонаты тут: <https://www.mindmeister.com/2031578459?i=5e911Vs0SF>

Все разработанные материалы тут: https://drive.google.com/drive/folders/1A_U8AeNT7dTze3WOCR-pthpsx99vXBFX?usp=sharing

Комментарии вносите прямо в постер, для этого выделяете то, что хотите прокомментировать, кликаете правой кнопкой мыши и пишете, потом нажимаете - добавить, как показано на рисунке ниже.

Рис. 3. Пример назначения задач

Кроме того, в бесплатной версии онлайн-платформы Zoom оказалось 40-минутное ограничение конференции. Поэтому, на втором этапе реализации проекта было принято совместное решение о привлечении дополнительного онлайн-сервиса для организации работы команды.

В настоящее время существует множество онлайн-сервисов и программ для управления проектами, которые активно используются в бизнесе и для реализации технологических проектов, к ним относятся Wrike, Asana, YouGile, Мегатлан, Microsoft Project, ПланФикс, Яндекс.Трекер и другие. Возможности некоторых программ для организации проектной деятельности в дистанционном формате представлены в (Мельников, 2020).

В образовательной практике некоторые из них используются для реализации студенческих и школьных проектов. Краткое описание онлайн-сервисов поддержки учебных проектов представлено в статье (Сликишина, 2021).

Опыт использования таких сервисов как Microsoft Teams, Jira, Trello, Asana, YouTrack для подготовки будущих ИТ-специалистов в высших учебных заведениях представлен в (Glazunova, 2020), для реализации командных проектов (Korolchuk, 2019), для демонстрации и организации исследовательской работы студентов в статьях (Nevko, 2021), (Курганова, 2020).

Возможности онлайн-сервиса Trello для организации проектной деятельности учащихся описаны в (Богач, 2019; Гребнева, 2021; Soboleva, 2021)

Анализ опыта привлечения онлайн-сервисов для реализации проектной деятельности позволил определить сервис Мегатлан для взаимодействия команды сетевого проекта «Музей занимательной математики».

Мегатлан – это российский программный продукт для управления бизнесом, но его возможности позволяют организовать эффективную работу команды любого проекта. Доступ к сервису открывается при подключении к интернету с любого гаджета. Главным его преимуществом является неограниченное время видеоконференции. Видеозвонок можно запускать прямо из события в календаре или в чате.

Интеграция с почтой, календарем и другими приложениями позволяет из разных каналов получать, создавать и редактировать информацию. При интеграции с WhatsApp можно ответить на сообщение прямо в программе, не переключаясь на телефон. Календарь в Мегатлан отражает запланированные встречи, уведомления в браузер помогают не упустить важные события. Есть возможность синхронизации с внешними календарями (Google или Яндекс). Уведомление о запланированной встрече автоматически отправляется на почту всем выбранным группам.

Большим преимуществом программы является удобное распределение задач между участниками проекта. Каждая задача назначается персонально, устанавливаются сроки и комментарии (рис. 4).

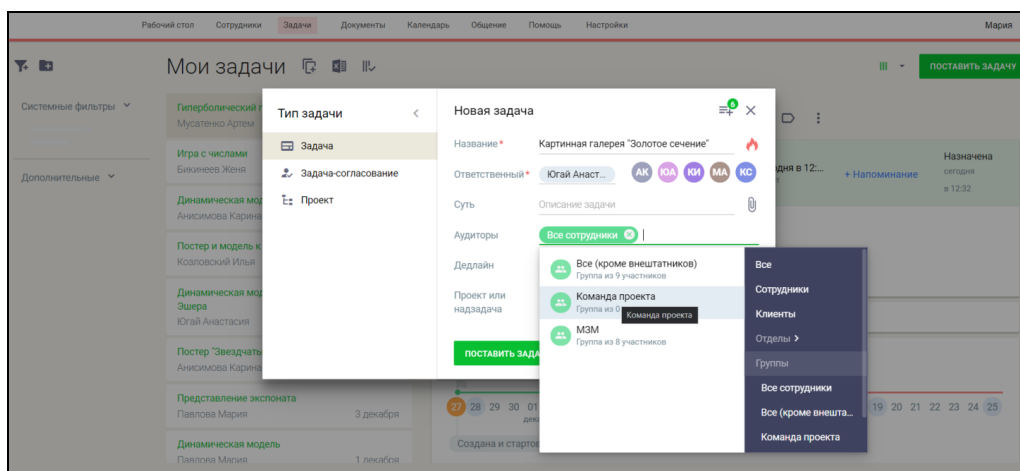


Рис. 4. Назначение задачи

Все задачи можно структурировать в виде списка (рис. 5), диаграммы Ганта (рис. 6) либо в виде доски «Канбан» (рис. 7). Каждый участник, получает уведомление о назначении задачи и должен принять ее, а после ее выполнения перевести в раздел решенные. Есть возможность прикрепить файлы к задаче.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

	ИИ	Задача	✓	Активность	Дедлайн	Ответственный	Постановщик
Системные фильтры		Квадратура круга	0	сегодня в 14:24	4 декабря	КИ Козловский Илья Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Мои задачи	17	Тессеракт	0	сегодня в 14:16	30 ноября	ТН Трофимов Николай Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Входящие	3	Оригами	0	сегодня в 14:15	11 декабря	ТН Трофимов Николай Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Исходящие	16	Экспонат "Математические кривые"	0	сегодня в 14:12	18 декабря	КС Красовский Сергей Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Проекты	0	Алгебраические фракталы	0	сегодня в 12:43	30 ноября	КС Красовский Сергей Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Шаблоны	0	Геометрические фракталы	0	сегодня в 12:42	29 ноября	КС Красовский Сергей Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Избранные	0	Разработка сайта	0	сегодня в 12:39	09 янв. 2022 г.	ПА Павлова Мария Директор	ПА Павлова Мария Директор
Просроченные	0	Картинная галерея "Золотое сечение"	0	сегодня в 12:33	11 декабря	ЮА Югай Анастасия Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Дополнительные		Гиперболический параболоид	0	сегодня в 12:32	11 декабря	МА Мусатенко Артем Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Приоритет	17	Игра с числами	0	сегодня в 12:30	завтра	БЖ Бикинеев Женья Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Я аудитор	25	Динамическая модель к экспонату "Звезды"	0	сегодня в 12:27	4 декабря	АК Анисимова Карина Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Завершённые недавно	1	Постер и модель к экспонату "Бутылка Клейна"	0	сегодня в 12:26		КИ Козловский Илья Участник проекта	ПА Павлова Мария Директор
Завершённые	1						
На паузе	0						
Горящие	1						

Рис. 5. Список задач

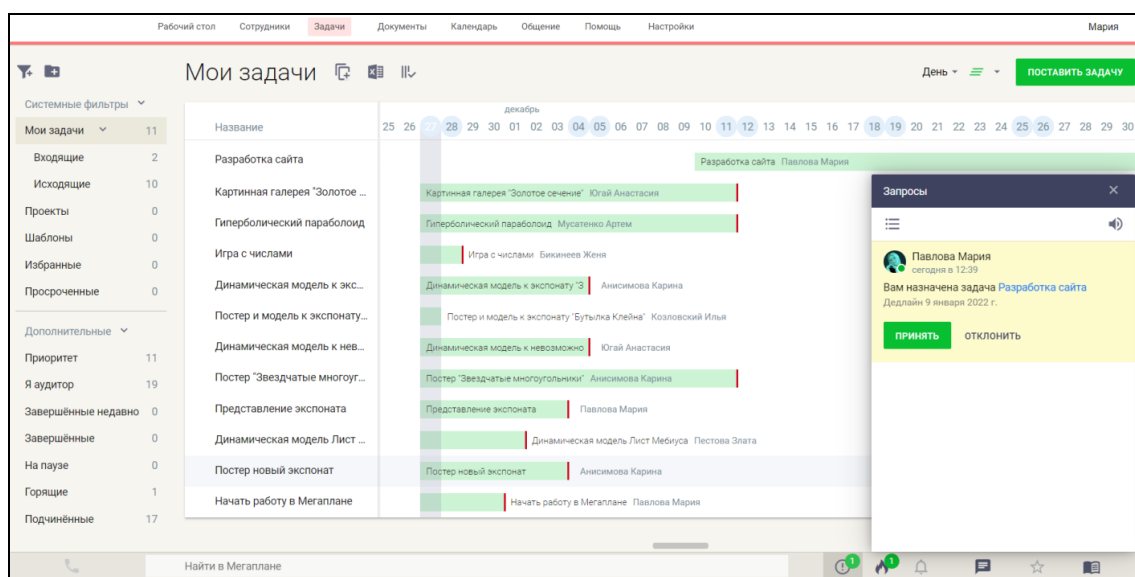


Рис. 6. Диаграмма Ганта

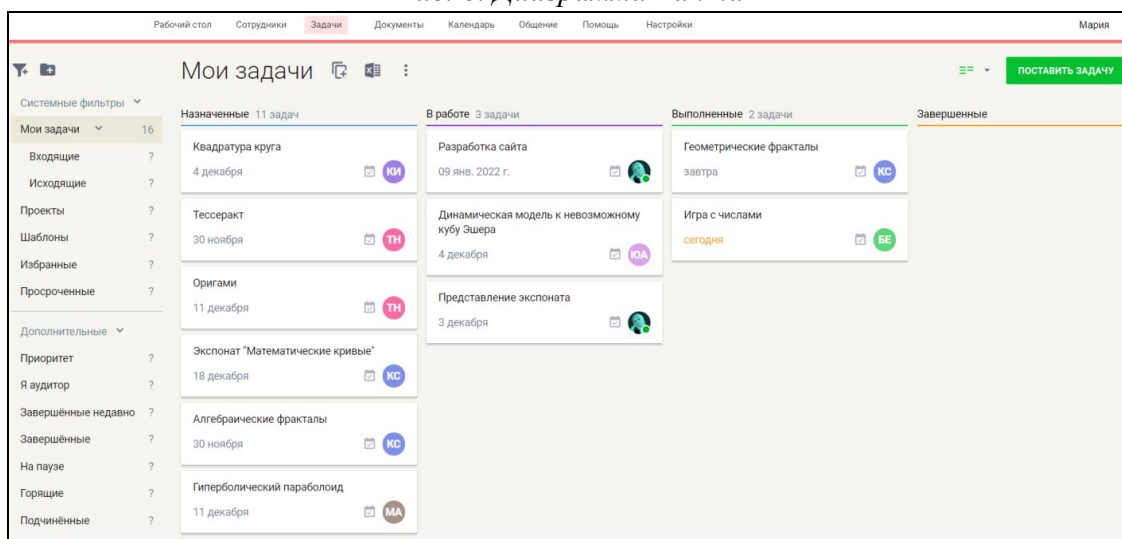


Рис. 7. Канбан-доска

Гибкая система уведомлений позволяет не пропустить важные события. Уведомления об изменении статуса задачи или внесенных комментариях также появляются на всех гаджетах.

Модуль «Документы» предоставляет возможность обмениваться файлами, назначать права доступа к ним, использовать их в задачах (рис. 8).

Рабочий стол Сотрудники Задачи **Документы** Календарь Общение Помощь Настройки

Добавление документа

☒ Указать путь к файлу
 ☐ Создать текстовый документ

Задания.docx 1 МБ осталось 2 Тб из 2 Тб

☐ Этот документ является новой версией уже существующего в системе

Название
 Описание

☒ Разрешить комментирование

Права доступа
 Наследование ☒

Павлова Мария
 Директор

Полный доступ ⬇
 Может просматривать ⬇
 Может редактировать ⬇
 Полный доступ

Добавить документ ✖ Закрыть

Рис. 8. Добавление документа

Вывод

Первая неделя апробации пробной версии онлайн-сервиса Мегатлан показала, что сервис помогает команде взаимодействовать, совместно обсуждать результаты, размещать материалы в одном месте, а наставнику дает возможность отследить, сколько усилий прикладывает каждый участник и сколько времени затрачивается на выполнение задачи. В заключении хотелось бы привести цитату А.В. Ястребова: «Наставник – это штурман, указывающий направление движения, а школьник – это капитан и матрос одновременно; именно капитан и команда должны достичь цели путешествия» (Ястребов, 2020, 82). Современные средства ИКТ помогают наставнику правильно указать направление этого движения.

Список литературы

- Богач М.А., Дроздова А.А., Пряхина В.В. Система управления проектами Trello как способ организации проектной деятельности учащихся // Тенденции развития науки и образования. 2019. № 50–7. С. 9–11. DOI: 10.18411/lj-05-2019-135
- Гребнева Д.М. Управление проектной деятельностью школьников в условиях дистанционного обучения // Инновационная научная современная академическая исследовательская траектория (ИНСАЙТ). 2021. № 3(6). С. 22–30. DOI: 10.17853/2686-8970-2021-3-22-30
- Курганова Н.А. Цифровые инструменты для организации проектной деятельности студентов // Горизонты образования: материалы I Международной научно-практической конференции, Омск, 29-30 октября 2020 г. Омск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный педагогический университет», 2020. С. 43–45.
- Мельников В.А., Мельникова А.А., Шпильберг С.А. IT-технологии в организации проектной деятельности при удаленной работе // Инновации в химико-лесном комплексе: тенденции и перспективы развития: Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции, Красноярск, 04–05 июня 2020 г. Красноярск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева", 2020. С. 136-139.

- Сликишина И.В. Онлайн-сервисы в организации проектной деятельности // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. 2021. № 3(72). С. 124-126.
- Ястребов А.В. Экстремум индекса разносторонности, или наставник школьника как "штурман" научного исследования // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 3(19). С. 74-83. DOI 10.24888/2500-1957-2020-3-74-83.
- Glazunova O., Voloshyna T., Korolchuk V., Parhomenko O. Cloud-oriented environment for flipped learning of the future IT specialists // E3S Web of Conferences 166. 2020. № 10014. P. 1-8. DOI: 10.1051/e3sconf/202016610014
- Hevko I., Lutsyk I., Potapchuk O., Borysov V. Implementation of web resources using cloud technologies to demonstrate and organize students' research work // *Jurnal of Physics: Conference Series*. Volume 1946, XIII International Conference on Mathematics, Science and Technology Education (ICon-MaSTEd 2021), 12-14 May 2021, Kryvyi Rih, Ukraine. P. 1-11. DOI: 10.1088/1742-6596/1946/1/012019
- Korolchuk V. Cloud services for the implementation of collective projects in the process of preparation of future IT specialists: analysis and selection criteria // *New pedagogical thought*. 2019. Vol. 100. No 4. P. 46–51.
- Soboleva E. Formation of Group Creative Thinking When Working with Virtual Walls // *European Journal of Contemporary Education*. 2021. Vol. 10. № 3. P. 726-739. DOI: 10.13187/ejced.2021.3.726

**THE USE OF ONLINE SERVICES FOR THE ORGANIZATION OF
ONLINE MENTORING OF STUDENTS IN THE IMPLEMENTATION
OF THE PROJECT «MUSEUM OF ENTERTAINING MATHEMATICS»**

Pavlova M. A.
PhD in Education (Pedagogy),
m.pavlova@narfu.ru
Arhangelsk

Northern (Arctic) Federal University named af-
ter M.V. Lomonosov

Abstract. Network research projects and network mentoring are considered today as an important component of preparing students for active and proactive citizenship in modern society. The implementation of the network mentoring program for students in grades 7-10 was launched in 2021 by the Association of Teachers Working with Gifted Children, within the framework of the "Network Project School" model. The interaction of school participants can be carried out both in full-time and remotely using software products and online services. Students for the implementation of network mentoring programs give the greatest preference to social networks: Facebook Instagram, Vkontakte and others. Mentors' opinions differ regarding the choice of a platform for the implementation of programs. Most of them are distrustful of social networks. At the same time, they recognize the importance of ICT tools to provide the following opportunities: entry of mentors into scientific communities; to disseminate information about the best practices of mentoring in the field of research; to create a database of specialists ready to transfer knowledge and experience to young researchers, as well as ready to assist them in solving problems arising in research activities; to create a database of young researchers interested in finding mentors and scientific contacts; to create a bank of research tasks and projects in which young researchers can take part; to improve the skills of mentors of gifted children through small-form events (webinars, master classes, etc.). To organize joint work of

geographically distributed project team members, there are currently a huge number of means of communication and interaction: videoconferencing systems, social networks, messengers, virtual whiteboards, cloud data warehouses with shared access, as well as software products for project management. Practice has shown that making a decision about choosing a set of such tools is quite difficult. The article presents the progress and results of work on the definition of online services for the organization of network mentoring, describes the experience of their use on the example of the interaction of the team of the network project «Museum of Entertaining Mathematics».

Keywords: network mentoring, network project school, online services opportunities, museum of entertaining mathematics.

References

- Bogach, M. A., Drozdova, A. A., Pryakhina, V. V. (2019). Trello project management system as a way to organize students' project activities. *Tendencii razvitiya nauki i obrazovaniya*, 50 (7), 9-11. DOI: 10.18411/lj-05-2019-135 (In Russ, abstract in Eng.)
- Glazunova, O., Voloshyna, T., Korolchuk, V., Parhomenko, O. (2020). Cloud-oriented environment for flipped learning of the future IT specialists. *E3S Web of Conferences* 166. (10014), 1-8. DOI: 10.1051/e3sconf/202016610014
- Grebneva, D. M. (2021). Managing project activities of school students during distance learning. *Innovacionnaya nauchnaya sovremennaya akademicheskaya issledovatel'skaya traektoriya (INSAJT)*, 3(6), 22-30. DOI: 10.17853/2686-8970-2021-3-22-30 (In Russ, abstract in Eng.)
- Hevko, I., Lutsyk, I., Lutsyk, I., Potapchuk, O., Borysov, V. (2021). Implementation of web resources using cloud technologies to demonstrate and organize students' research work. *Journal of Physics: Conference Series*. Volume 1946, XIII International Conference on Mathematics, Science and Technology Education (ICon-MaSTEd 2021), 12-14 May 2021 (pp. 1-11). Kryvyi Rih, Ukraine.
- Korolchuk, V. (2019). Cloud services for the implementation of collective projects in the process of preparation of future IT specialists: analysis and selection criteria. *New pedagogical thought*, 100(4), 46–51.
- Kurganova, N. A. (2020). Cifrovye instrumenty dlya organizacii proektnoj deyatel'nosti studentov. *Gorizonty obrazovaniya: materialy I Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Omsk, 29–30 oktyabrya 2020* (pp. 43-45). Omsk: Federal'noe gosudarstvennoe byudzhethoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovaniya «Omskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet». (In Russ.)
- Melnikov, V. A., Melnikova, A. A., Shpilberg, S. A. (2020). IT-technologies in organizing project activities while on remote work. *Innovacii v himiko-lesnom komplekse: tendencii i perspektivy razvitiya: Sbornik materialov Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Krasnoyarsk, 04–05 iyunya 2020 g.* (pp.136-139). Krasnoyarsk: Federal'noe gosudarstvennoe byudzhethoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovaniya "Sibirskij gosudarstvennyj universitet nauki i tekhnologii imeni akademika M.F. Reshetneva". (In Russ, abstract in Eng.)
- Slikishina, I. V. (2021). Onlajn-servisy v organizacii proektnoj deyatel'nosti. *Informacionno-kommunikacionnye tekhnologii v pedagogicheskom obrazovanii*, 3(72), 124-126. (In Russ).
- Soboleva, E. (2021). Formation of Group Creative Thinking When Working with Virtual Walls. *European Journal of Contemporary Education*, 10(3), 726-739. DOI: 10.13187/ejced.2021.3.726
- Yastrebov, A. V. (2020). Scalene index and its extremum, or high-school student's mentor as a "navigator" of a research. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*, 3(19), 74-83. DOI 10.24888/2500-1957-2020-3-74-83 (In Russ, abstract in Eng.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-60-67

УДК
372.851

**СЕТЕВАЯ ПРОЕКТНАЯ ШКОЛА КАК МОДЕЛЬ
ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ С МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫМИ
УЧАЩИМИСЯ**

Сергеева Татьяна Федоровна
д.п.н., профессор
cirr1@mail.ru
г. Москва

Московский городской педагогический
университет

Мамий Дауд Казбекович
к.ф.-м.н., доцент
dmami@yandex.ru
г. Майкоп

Адыгейский государственный университет

Пронина Нина Алексеевна
к.п.н.
ninavid@mail.ru
г. Видное

МАОУ «Видновская гимназия»

Аннотация. В статье раскрываются возможности использования технологии наставничества в работе с математически одаренными детьми, под которым понимается процесс обучения старшими младших прикладным знаниям, необходимому поведению, инструментальным навыкам, формированию у них жизненных ценностей и позитивных установок. Раскрывается суть сетевого наставничества как создание «развивающей сети», обеспечивающей одаренным обучающимся возможности для самореализации посредством консультационной поддержки широкого круга ученых, педагогов, специалистов. Элементами сети выступают проблематика исследований, контакты и отношения, общие смыслы и ценности, принципы и механизмы взаимодействия, ресурсная база. Описаны формы сетевого наставничества: кооперативная и самоорганизующаяся. Кооперативная форма представляет формализованную социальную сеть как институт наставничества на базе различных структур: образовательных, научных, производственных и др. Самоорганизующаяся форма сетевого наставничества инициируется группой ученых (специалистов), педагогов и учащихся, заинтересованных в развитии какой-либо идеи и формирующих социальную сеть вокруг сетевого исследовательского проекта. В рамках каждой из форм сетевого наставничества у одаренных обучающихся формируются модели исследовательского поведения и навыков научной коммуникации. Самоорганизующаяся форма наставничества представлена в модели сетевой проектной школы, которая представляет собой самообучающееся сообщество, способное к продуцированию и решению исследовательских задач. Ее участниками являются учащиеся 7–10 классов, учителя, ученые, педагоги вузов и других организаций. В процессе обучения в Сетевой проектной школе учащиеся осваивают методологию исследовательской и проектной деятельности и выполняют проекты под руководством учителей и при консультационной поддержке наставников из числа ученых, которых могут выбрать самостоятельно.

Ключевые слова: исследовательская и проектная деятельность, математически одаренные учащиеся, сетевое наставничество, сетевая проектная школа.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-013-00730).

Введение

Одним из направлений работы с детьми, проявляющими высокий уровень способностей к математике, в настоящее время является исследовательская и проектная деятельность, что отражает тенденцию раннего приобщения одаренных обучающихся к науке. В основе исследовательской деятельности лежит исследовательское поведение, которое рассматривают как универсальную составляющую всех других видов деятельности. Его характеризует поисковая активность, которая проявляется в «факте поиска в условиях неопределенной ситуации», при этом исследовательское поведение описывает преимущественно внешний контекст функционирования субъекта в этой ситуации» (Савенков, 2000).

Механизм поисковой активности включается в том случае, если создается нестандартная ситуация и автоматизированное реагирование не срабатывает (Савенков, 2000).

Для того, чтобы исследовательское поведение переросло в исследовательскую деятельность – «... особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемой в результате функционирования механизмов поисковой активности и строящейся на базе исследовательского поведения» (Савенков, 2000), оно должно иметь цель, структуру действий, этапы реализации и реальный результат. Поэтому «... главное отличие исследовательской деятельности от исследовательского поведения состоит в ее осознанности, целенаправленности, встраиваемости культурными средствами» (Савенков, 2000).

Методология

Исследовательская деятельность, являясь одной из форм активности, сохраняет в себе все черты исследовательского поведения по:

- 1) результату – получение информации, «открытие» нового, научение и т. п.;
- 2) функциям – адаптивная, информационная, развивающая и др. При этом исследовательская деятельность опирается не только на поведенческие механизмы, но и механизмы, связанные с когнитивным и личностным функционированием, – получение интеллектуального продукта, личностью значимого, ценного, интеллектуальной удовлетворенности (Осинцева, 2009).

Наиболее продуктивной формой организации исследовательской и проектной деятельности одаренных детей выступает наставничество, под которым понимается процесс обучения старшими младших прикладным знаниям, необходимому поведению, инструментальным навыкам, формирования у них жизненных ценностей и позитивных установок (Педагогический энциклопедический словарь, 2002). В условиях цифровизации образования наставничество приобретает сетевой характер, что подразумевает создание «развивающей сети», обеспечивающей одаренным обучающимся возможности для развития и самореализации посредством консультационной поддержки широкого круга ученых, педагогов, специалистов (Лазарев, 2020, Куликова, 2020). Элементами сети выступают проблематика исследований, контакты и отношения, общие смыслы и ценности, принципы и механизмы взаимодействия, ресурсная база.

Организация исследовательской деятельности одаренных обучающихся с использованием сетевого наставничества предусматривает две основные формы: кооперативную и самоорганизующуюся.

Кооперативная форма создается как формализованная социальная сеть и представляет собой институт наставничества на базе различных структур: образовательных, научных,

производственных и др. Инициатива создания института наставничества в этом случае вызвана, как правило, актуальными потребностями общества в развитии научных направлений, разработке новых технологий, притока новых талантливых кадров в отрасль производства, и др.

Кооперативная форма сетевого наставничества предусматривает создание системы выявления мотивированных к определенному направлению деятельности одаренных обучающихся, предоставление им соответствующих образовательных программ, системы поддержки и сопровождения исследовательской деятельности, а также условий для продолжения образования в выбранной сфере. Ключевую роль в создании сетевого наставничества в кооперативной форме играет социальное партнерство образовательных организаций, крупнейших компаний, вузов и др. Социальное партнерство основывается, прежде всего, на преимуществах, которые получают все участники сотрудничества. Для одаренного ребенка – это профессиональное самоопределение в максимально реалистичных условиях получения знаний и компетенций в наиболее востребованных профессиях, а также возможность прямого взаимодействия и обмена опытом с другими одаренными детьми, представителями ведущих вузов и крупных компаний. Для социальных партнеров сетевое наставничество позволяет выявлять высокомотивированных учащихся, заинтересованных в дальнейшем развитии перспективных направлений. Для общества и государства такая форма сетевого наставничества выступает источником будущих кадров в приоритетных сферах экономики страны и минимизации оттока талантливой молодёжи из страны.

Самоорганизующаяся форма сетевого наставничества инициируется, как правило, группой ученых (специалистов), педагогов и учащихся, заинтересованных в развитии какой-либо идеи и формирующих социальную сеть вокруг сетевого исследовательского проекта.

Роли между взрослыми наставниками сетевого проекта распределяются следующим образом: педагог организует и координирует работу над проектом, ученый (специалист) определяет направления исследований, составляет систему проектных заданий, осуществляет мониторинг их выполнения, осуществляет консультирование и необходимую поддержку. Наставники также разрабатывают программы развития обучающихся в процессе работы над сетевым исследовательским проектом. При этом учащийся сам может проявлять самостоятельность и инициативу при выборе интересующих его вопросов, источников информации, необходимых для проведения исследования контактах и др.

Обе формы обеспечивают развитие у одаренных обучающихся модели исследовательского поведения и навыков научной коммуникации.

Под научной коммуникацией понимают «совокупность видов профессионального общения в научном сообществе, один из главных механизмов развития науки, способа осуществления взаимодействия исследователей и экспертизы полученных результатов» (Лебедев, 2004).

Взаимодействие наставников и наставляемых, которые совместно работают над проектами и исследованиями, помогает будущим исследователям приобретать опыт доступно и интересно рассказывать о своих изобретениях.

Формирование навыков научной коммуникации у школьников предполагает их информирование о том, какие есть научные и научно-популярные платформы, посредством которых они могут презентовать свои разработки, приобрести навыки общения, составления презентаций и статей, как объяснять сложные научные термины популярным языком, искать нестандартные подходы, рассказывая о науке. Овладение навыками научной коммуникации позволит учащимся освоить роль научного коммуникатора как посредника, «популяризатора» и «переводчика» науки в рамках предмета своих исследований, а также эффективно представить их результаты. Для осуществления этой работы должны быть предусмотрены специальные мероприятия, на которых одаренные обучаемые смогут продемонстрировать перечисленные выше навыки и, должна быть организована публичное

представление результатов исследовательской деятельности с участием как различных экспертов.

Общаясь с наставниками в рамках сетевых исследовательских проектов, учащиеся приобретают значимый опыт трансформации исследовательского поведения в исследовательскую деятельность с присущей ей осмысленностью и структурированностью. Поэтому очень важны не только дистанционные контакты учащихся с наставниками, которые сегодня предоставляют цифровые технологии, но и очные встречи, максимально неформальные, чтобы учащиеся чувствовали себя свободно при обсуждении проблемы и путей ее решения. В ходе таких очных встреч происходит не только развитие участников проекта в конкретной предметной области, но и формирование ценностного отношения к исследовательской деятельности, выработка алгоритма ее осуществления с учетом собственных предпочтений и стратегий, а также рефлексия этой деятельности (Трунтаева, 2020).

Одной из моделей самоорганизующейся формы наставничества выступает сетевая проектная школа (СПШ), которая организована на базе Ассоциации педагогов, работающих с одаренными детьми.

Участниками СПШ являются учащиеся 7–10 классов, учителя, ученые, педагоги вузов и других организаций, в том числе, представители Болгарии.

Наставниками сетевой проектной школы (СПШ) разрабатывается программа семинаров (рис. 1), которая включает вопросы методологии исследовательской и проектной деятельности, организации научной коммуникации, представления и презентации результатов. Реализация программы осуществляется в дистанционном режиме.

**ПРОГРАММА СЕМИНАРОВ
СЕТЕВОЙ ПРОЕКТНОЙ ШКОЛЫ**

1.	Как создать проект: от идеи до воплощения
2.	Коммуникация в проекте: программы и ресурсы
3.	Управление проектом
4.	Исследование или проект: в чем отличие?
5.	Исследовательские модели
6.	Формируем проектную команду
7.	Исследовательские модели
8.	Дизайн проекта
9.	Как найти сторонников или правила научной коммуникации
10.	Коммуникация в проекте: программы и ресурсы
12.	Как оценить эффективность проекта
13.	Представление результатов проекта
14.	Как оценить эффективность проекта
15.	Основы правильной презентации
16.	Публикация результатов проекта

Рис. 1. Программа семинаров СПШ

Помимо освоения программы, каждый участник может выбрать сетевой проект в соответствии со своими интересами и предпочтениями, в котором он будет участвовать, и тематика которых разрабатывается наставниками.

Участник подключается к проекту вместе с учителем, который выступает в качестве тьютора проекта. Наставником (наставниками) проекта для каждой группы обучающихся предлагаются проектные задания. Каждая группа учащихся разрабатывает свое проектное задание, которое является частью общей проектной (исследовательской) проблемы. При необходимости участники получают консультацию от наставника (наставников).

На сайте СПШ размещены резюме наставников и каждый обучающийся или группа могут выбрать того, кто, по его мнению, может предоставить ему консультационную поддержку.

Обучение в СПШ длится с сентября по апрель. Защита проектных работ проводится в начале мая на конкурсе «Математика и проектирование».

Результаты

Представим некоторые проекты Сетевой проектной школы.

Математика для жизни и бизнеса (руководитель – Сергеева Т.Ф., профессор МГПУ)

Математика сегодня не только универсальный язык науки, но и эффективное средство для решения задач, возникающих в повседневной жизни и профессиональной деятельности. Если Вам интересно узнать, как повысить качество жизни, используя математический аппарат, приглашаем в проект «Математика для жизни и бизнеса». Решая различные проектные задачи, учащиеся и педагоги знакомятся с многообразием математического аппарата, применяя который можно оптимизировать имеющиеся ресурсы, найти решение проблемы, оценить его эффективность, сделать прогноз и многое другое.

Цифровые инструменты (руководитель – Овчинникова Р.П., старший преподаватель САФУ)

Задачи на построение являются важной частью геометрии. Было время, что геометрическим построениям математики доверяли гораздо больше, чем алгебраическим преобразованиям. Строгими считались построения циркулем и линейкой. Сейчас времена изменились, на помощь линейке и циркулю пришли цифровые инструменты. В компьютерных программах для геометрических построений таких как GeoGebra, Математический конструктор и др. вы можете найти целую линейку цифровых инструментов. Решать задачи на построение с ними намного проще и интереснее. Новые возможности цифровых инструментов используются даже для создания новых геометрических головоломок. В ходе проекта будут созданы новые цифровых инструментов для геометрических построений и составлению новых геометрических головоломок с помощью программы GeoGebra.

Математические секреты продавцов и хитрости покупателей (руководители – Николаев Р.Н., профессор Экономического университета, Болгария, и Милкова Т.В., доцент Экономического университета, Болгария)

Все люди в мире делятся на два вида: продавцов и покупателей, причём, в нерабочее время продавцы переходят в стан покупателей, а покупатели, избавляясь от ненужных вещей, примеряют на себя роль продавцов. Несмотря на это продавцы и покупатели всегда стоят по разные стороны баррикады. Покупатели стараются найти самую выгодную цену, а продавцы – продать свой товар подороже. В ходе проекта учащиеся и педагоги узнают о математических секретах продавцов и хитростях покупателей, а также создадут игру, которая научит совершать самые выгодные покупки и увеличивать доход от продажи товаров.

Музей занимательной математики (руководитель – Павлова М.А., доцент САФУ)

Первый в России музей занимательных наук, одной из основных частей экспозиции которого была посвящена математике, был открыт в 1935 году в Ленинграде стараниями известного популяризатора науки Якова Перельмана. Этот музей был широко известен как Дом занимательных наук, но, к сожалению, Вторая мировая война помешала его работе, и музей был закрыт. В ходе проекта учащиеся и педагоги опишут экспонаты, посвященные математике, в музеях занимательных наук. Научатся использовать информационные технологии для интерактивного представления математики. Создадут свой музейный экспонат и подготовят свою мини-экскурсию.

Геометрический Geocaching (руководитель – Шабанова М. В., профессор САФУ)

Кто из нас не мечтал найти свой клад? Сегодня сбыться этой мечте помогает туристическая игра Geocaching. Люди по всему миру создают тайники, отмечая ими те достопримечательности края, которые, по их мнению, стоит увидеть своими глазами. Они

рассказывают об этих местах на официальном сайте игры, дают подсказки кладоискателям в виде GPS координат и фотографий. Проект позволяет изменить правила этой игры так, чтобы клад можно было найти только, решив геометрическую задачу на местности. В ходе проекта будет создана карта кладов, описаны достопримечательности разных уголков нашей страны, даны подсказки для кладоискателей в виде геометрических задач, а также произведена оценка возможности увеличения расстояния между ориентирами.

Вывод

Обучаясь в Сетевой проектной школе, учащиеся и учителя получают уникальный опыт.

Учащийся

- проектная и исследовательская деятельность,
- модели исследовательского поведения,
- научная коммуникация,
- командная работа,
- продвижение проекта,
- презентация результатов,
- публикация результатов.

Учитель

- новые технологии,
- модели исследовательского поведения,
- эффективные практики,
- инновации,
- обмен опытом,
- представление опыта,
- публикации,
- профессиональное признание.

Сетевая проектная школа позволяет сформировать самообучающееся сообщество, способное к продуцированию и решению исследовательских задач, получения нового знания, обеспечивающее личностный и профессиональный рост каждого участника.

Список литературы

- Куликова Н.Ю., Пономарева Ю.С. Возможности интерактивных сетевых средств при обучении информатике и ИКТ в школе // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т.18. №2. С.96-106.
- Лазарев В.А. О некоторых выводах и проблемах в работе с одарёнными школьниками // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т.17. №1. С.36-41.
- Лебедев С.А. Философия науки: Словарь основных терминов. М.: Академический Проект, 2004.
- Осинцева М.А. Организация исследовательской деятельности будущих инженеров при обучении математике с использованием информационно-коммуникационных технологий: дис. ... канд. пед. наук. Тюмень, 2009.
- Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б.М. Бим-Бад. М.: Большая российская энциклопедия, 2002.
- Савенков А.И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению: учебное пособие. М.: Ось-89, 2006.
- Савенков А.И. Учебные исследования в начальной школе // Начальная школа. 2000. № 12. С. 101–108.
- Трунтаева Т.И., Антипова Д.В. Примеры задач для подготовки исследовательских проектов по математике со школьниками // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т.18. №2. С.54-62. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-2-53-61

**NETWORK DESIGN SCHOOL AS MODELS ORGANIZATION OF
DESIGN AND RESEARCH ACTIVITIES WITH MATHEMATICALLY
GIFTED STUDENTS**

Sergeeva T. F. Dr. Sci. (Pedagogy), professor cirr1@mail.ru Moscow	Moscow City University
Mamiy D. K. Dr. Sci. (Physics and Mathematics), associate professor dmami@yandex.ru Maykop	Adyghe State University
Pronina N. A. PhD in Education (Pedagogy) ninavid@mail.ru Vidnoe	Vidnovskaya gymnasium

Abstract. The article reveals the possibilities of using the technology of mentoring in work with mathematically gifted children, which is understood as the process of teaching senior juniors to applied knowledge, necessary behavior, instrumental skills, the formation of their life values and positive attitudes. The essence of network mentoring is revealed as the creation of a "developing network" that provides gifted students with opportunities for self-realization through consulting support from a wide range of scientists, teachers, specialists. The elements of the network are research problems, contacts and relationships, common meanings and values, principles and mechanisms of interaction, and a resource base. The forms of network mentoring are described: cooperative and self-organizing. The cooperative form represents a formalized social network as an institution of mentoring based on various structures: educational, scientific, industrial, etc. research project. Within the framework of each form of network mentoring, gifted students develop models of research behavior and scientific communication skills. The self-organizing form of mentoring is presented in the network design school model, which is a self-learning community capable of producing and solving research problems. Its participants are students of grades 7-10, teachers, scientists, teachers of universities and other organizations. In the course of study at the Networked Project School, students master the methodology of research and project activities and carry out projects under the guidance of teachers and with the consulting support of mentors from among the scientists they can choose.

Keywords: research and project activities, mathematically gifted students, networked mentoring, networked project school.

References

- Bim-Bad, B. M. (gl. red.) (2002). *Pedagogicheskiy entsiklopedicheskiy slovar'*. Moscow: Bol'shaya rossiyskaya entsiklopediya. (In Russ.)
- Kulikova, N. Yu., Ponomareva, Yu. S. (2020). The Possibility of Interactive Online tools for Teaching Computer Science at School. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*. 18(2), 96-106. (In Russ., abstract in Eng.)

- Lazarev, V. A. (2020). About Some Conclusions and Problems in Working With Gifted Students. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*. 17(1), 36-41. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebedev, S. A. (2004). *Filosofiya nauki: Slovar' osnovnykh terminov*. Moscow: Akademicheskii Proekt. (In Russ.)
- Osintseva, M. A. (2009). *Organizatsiya issledovatel'skoy deyatel'nosti budushchikh inzhenerov pri obuchenii matematike s ispol'zovaniem informatsionno-kommunikatsionnykh tekhnologiy* [Candidate Dissertation] Tyumen. (In Russ.)
- Savenkov, A. I. (2000). Uchebnye issledovaniya v nachal'noy shkole. *Elementary School*. (12), 101–108. (In Russ.)
- Savenkov, A. I. (2006). *Psikhologicheskie osnovy issledovatel'skogo podkhoda k obucheniyu*. Moscow: Os'-89. (In Russ.)
- Truntaeva, T. I., Antipova, D. V. (2020). Examples of Tasks for Preparing Research Projects in Math with Pupils. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*. 18(2), 54-62. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-2-53-61 (In Russ., abstract in Eng.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-68-80

УДК
372. 851

**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
УЧАЩИХСЯ В КРАЕВЕДЧЕСКИХ КОНТЕКСТАХ**

Томилова Анна Евгеньевна к.п.н., доцент a.tomilova@narfu.ru г. Архангельск	Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова
Шабанова Мария Валерьевна д.п.н., профессор shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru г. Москва	Московский центр качества образования, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова
Ширикова Татьяна Сергеевна к.п.н., доцент t.shirikova@narfu.ru г. Архангельск	Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова
Безумова Ольга Леонидовна к.п.н., доцент o.bezumova@narfu.ru г. Архангельск	Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова
Котова Светлана Николаевна , ст. преподаватель s.kotova@narfu.ru г. Архангельск	Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова

Аннотация. Высокий уровень математической грамотности – это важный показатель конкурентоспособности человека в век развития робототехнических систем. Он обеспечивает готовность человека к принятию обоснованных, ответственных решений в проблемных ситуациях высокого уровня сложности, к генерированию принципиально новых подходов и идей. Формирование математической грамотности сегодня признано приоритетной задачей образования на международном и национальном уровнях. Мониторингом успешности её решения занимается целый ряд общественных и государственных организаций: ОЕСД, IEA, ФИОКО, ФИПИ и др. Результаты проводимых ими исследований, показывают, что уровень математической грамотности российских школьников пока остается достаточно низким, особенно в части распознавания условий применения математики (формулировки математических задач). Решение следует искать в насыщении образовательного процесса видами деятельности, требующими проявления математической грамотности в личностно значимых для учащихся контекстах, в качестве которых могут выступать: национальные и семейные традиции, региональные особенности и проблемы, исторические события, достопримечательности, природа и экономика родного края. Доказательством этой возможности являются задачи, поставленные учащимися – участниками конкурсов краеведческих задач, которые после некоторой методической обработки могут служить средством формирования всех основных аспектов математической грамотности в соответствии с международной рамкой PISA и требованиями ФГОС ООО и СОО. В Архангельской области с 2013 года

проводится конкурс краеведческих математических задач «Архангельская область в математических задачах». Особенность этого конкурса состоит в том, что в нем могут принимать участие даже учащиеся, не обладающие высоким уровнем математической подготовки. Руководителями работ учащихся являются не только учителя математики, но и учителя истории и географии, родители учеников. Сюжеты для задач авторы берут из семейных архивов, летних путешествий по родному краю, памятных исторических событий, экскурсий в музеи и на предприятия области. Такие задачи являются наиболее интересными.

Ключевые слова: математическая грамотность, формирование, повышение уровня, технологии, междисциплинарный подход, краеведческие математические задачи, компетентностно-ориентированная задача.

Введение

Повышение уровня математической грамотности учащихся основной и старшей школы как актуальная задача.

XXI век характеризуется быстрыми темпами развития робототехники, автоматизации практически всех сфер деятельности. В скором будущем (к 2030 году), по оценкам специалистов из Оксфорда (Oxford economics, 2019), роботы отнимут у человека до 400 млн. вакансий. Какие же качества нужны человеку, чтобы оставаться востребованным на рынке труда?

В отчете ОЭСР (Организации экономического сотрудничества и развития) 2018 года о реализации проекта «Будущее образования и навыки 2030» выделяются три ключевых качества (Education 2030, 2018):

1) Креативность – люди должны иметь возможность творчески мыслить, разрабатывать новые продукты и услуги, новые рабочие места, новые процессы и методы, новые способы мышления и жизни, новые предприятия, новые сектора, новые бизнес-модели и новые социальные модели.

2) Готовность к сотрудничеству – инновации уже сейчас происходят не от людей, которые думают и работают в одиночку, а благодаря сотрудничеству и сотворчеству с другими, чтобы использовать имеющиеся знания для создания новых знаний. Важной составляющей этой компетенции является способность снимать конфликты и разрешать дилеммы.

3) Ответственность – создание нового и принятие решений требуют способности учитывать будущие последствия своих действий, оценивать риск и вознаграждение, а также нести ответственность за продукты своей работы.

Для формирования этих качеств будущего исключительно важное значение имеет развитие умений математически рассуждать, то есть математическая грамотность. Именно это заставило команду разработчиков PISA положить математическую грамотность в основу исследования функциональной грамотности 2022 года (PISA 2022, 2021). Математическая грамотность – это в способность математически рассуждать в разнообразных контекстах реального мира: о количественных свойствах; о степени неопределенности и ее природе; о связях величин, их отношениях и изменениях; о пространственных формах и отношениях взаимного расположения. Составляющими математических рассуждений являются: распознавание условий применения математических знаний, т.е. умение формулировать проблему как математическую задачу, способность применять тот арсенал математических знаний, который уже имеется, а также целенаправленно искать недостающие знания и привлекать их для получения выводов из данных, способность правильно понимать математически представленные данные, оценивать их применимость в контексте реальных проблем.

Уровнем математической грамотности определяется возможность:

- 1) применять математические знания в типичных или нетипичных контекстах;
- 2) установления связей информации из одного или нескольких источников, представленной в одной или нескольких формах, восполнения недостатка информации, оценки достоверности и отбора значимых данных;
- 3) создания и исследования математических моделей разных уровней сложности;
- 4) планирования, самоконтроля, саморегуляции, рефлексии математической деятельности, прогнозирования и оценки ее результатов.

Сравнительный анализ результатов исследований TIMSS и PISA, проводимый специалистами центра педагогических измерений Университета Осло (Норвегия) (Grønmo, Olsen, 2006), показывает, что уровень математической подготовки не определяет уровень математической грамотности учащихся. Этот вывод подтверждается и результатами исследований Российских специалистов ВШЭ (Havenson, Kersha, 2017, 22), основанными на данных 2003-2012 гг.: «по уровню средних баллов школьники из России относятся к странам со сравнительно низкими результатами в обследовании PISA и высокими — в TIMSS».

Эти выводы доказывают необходимость принятия специальных мер для повышения уровня математической грамотности школьников. По результатам PISA 2018 года (PISA, 2018) особое внимание следует уделить повышению готовности российских школьников выделять часть проблемы, требующую применения математики, трансформировать проблему в математическую задачу, определять раздел математики, к которому она могла бы быть отнесена.

Методология исследования

Теоретические основы формирования математической грамотности учащихся в краеведческих контекстах.

Традиционным средством обучения математике в России являются задачи, условие которых уже содержит необходимый и достаточный набор данных для поиска на основе имеющегося арсенала математических средств единственного правильного ответа на математически поставленный вопрос. Эти «рафинированные» условия весьма далеки от реальных ситуаций применения математики и совсем не похожи на те задания, которые предлагается решить участникам исследования PISA.

Реальное применение математики начинается с восприятия окружающей обстановки или знакомства с информацией о ситуации, в контексте которой возникла проблема (вопрос, требующий ответа). Эти контексты могут быть весьма далекими от сюжетов, знакомых учащимся по задачам из школьных учебников математики: на движение, работу, сплавы и смеси, покупки и т.п. А сами вопросы могут быть поставлены так, что трудно определить из каких соображений необходимо дать на них ответ: норм права, жизненного опыта, знания физических, химических или экономических законов и др.

Для того, чтобы приблизить условия формирования математической грамотности к реальным ситуациям её проявления необходимо придерживаться принципов обучения, относящихся к междисциплинарному, а не предметному подходу. Данный подход не отвергает предметного обучения, а открывает возможности для объединения предметов вокруг точек конвергенции, в качестве которых мы предлагаем использовать персоналии, события, явления, процессы той территории, на которой расположена школа и проживают её ученики. Это позволит создать условия для формирования математической грамотности учащихся в краеведческих контекстах: личностных, общественных, учебных, профессиональных и научных.

В зависимости от характера выбранных точек конвергенции для его реализации могут быть использованы разные образовательные технологии: Event-Based Learning (обучение на основе событий, США), Problem-centered learning (проблемно-центрированное обучение, Сингапур), Phenomenon-based learning (обучение на основе феномена, Финляндия) и др.

Самым сложным этапом в реализации междисциплинарного подхода является выбор точек конвергенции, которые с одной стороны, являлись бы образовательно значимыми, а с

другой – интересными и важными для самих учащихся. Этот этап мы предлагаем отдать на откуп самим учащимся, организовав конкурсы по постановке краеведческих задач. Таких конкурсов в России проводится уже довольно много: «Архангельская область в математических задачах» (с 2012 г.), «Чувашская республика в математических задачах» (с 2014 г.), «Татарстан в математических задачах» (с 2017 г.) и др.

Подготовка к такому конкурсу – уже является точкой конвергенции, так как коллектив создателей краеведческих задач часто включает не только ученика и его учителя математики, но и учителей других предметов, а также работников краеведческих и исторических музеев, природных заповедников, специалистов ведущих предприятий и общественных организаций региона, родных и близких ученика. Материал, собранный, в результате проведения подобных конкурсов часто имеет уникальный характер. Он включает не только данные из интернета, доступных печатных изданий, но и архивные материалы, воспоминания очевидцев, старинные предметы быта и многое другое.

Следующим этапом является методическая обработка собранного материала, направленная на сортировку, оценку и классификацию материала в соответствии с его образовательными возможностями, обогащение и приведение к виду компетентностно-ориентированных задач, создание методических рекомендаций по его использованию в образовательном процессе. Такая работа вполне по плечу студентам педагогических направлений подготовки под руководством опытного наставника. Она может осуществляться не только в рамках курсовой методической подготовки, но и написания выпускных квалификационных работ.

Третий этап – это этап использования в образовательных целях краеведческих задач в соответствии с избранной технологией, методом и формой обучения. Спектр здесь весьма широк: проведение праздничных, интегрированных, бинарных уроков, включение во все уроки дня конвергентного образования, для разбора ситуации с позиции разных предметов, использованием для проведения образовательных внеурочных мероприятий в школе и на базе сторонних организаций и многое другое.

В данной статье мы сконцентрируем свое внимание на этапе методической обработки собранного материала, так как именно он является наиболее ответственным в деле создания средств формирования математической грамотности в краеведческом контексте.

Результаты

Краеведческие математические задачи, составленные учащимися: способы их методической обработки и использования в образовательном процессе.

Для методической обработки задачного материала, предоставленного учащимися, использовались следующие рамки:

1) Компетентностно-ориентированная краеведческая задача – это задача, требующая проявления математической грамотности в краеведческом контексте. Её структура включает: название задачи, контекст постановки задачи, под которым понимается информационная справка о событии, персоне, достопримечательности, явлении, проблеме или процессе, выступающем в качестве учебного объекта; набор входной информации (избыточной или недостаточной) из одного или нескольких источников, представленной в одной или нескольких формах; набор вопросов, отнесенных к разным уровням математической грамотности и видам математической деятельности, допускающих один или несколько правильных ответов, основанных на математических знаниях, знаниях смежных дисциплин и здравом смысле.

2) Краеведческий контекст задачи должен быть классифицирован по виду учебного объекта (событие, феномен, проблема), по виду краеведческого материала (природные и географические особенности, культурно-исторические, этнографические, экономика и производство, персоналии), по значимости (личностный, общественный, учебный, профессиональный, научный).

3) Данные задачи по формам представления (мономедийные, мультимедийные), по способам математизации (аналитические, интерактивные, коллаборативные).

4) Вопросы задачи должны быть классифицированы по видам математической деятельности (формулировать, применять, интерпретировать), по области математических рассуждений (о количественных свойствах, о степени неопределенности и ее природе, о связях величин, их отношениях и изменениях, о пространственных формах и отношениях взаимного расположения), уровням сложности (базовый, повышенный, высокий).

5) Методические рекомендации должны задавать перечень предметов, в систему средств которых могут быть включены задачи, возможные образовательные функции, рекомендуемые технологии, методы и формы обучения.

Представим, в качестве примера, особенности анализа и методической обработки материала на примере задачи о Кенозерском национальном парке (КНП), составленной учеником 6 класса, финалистом конкурса «Архангельская область в математических задачах» 2021 года:

«В России осталось исключительно мало территорий, где культурное и природное наследие сохранилось бы наиболее полно и многогранно. Одной из таких территорий является Кенозерский национальный парк. Парк в 2004 году был включен во Всемирную сеть биосферных резерватов (Дворянкин, 2016, 88). Природой и человеком здесь созданы условия для широкого спектра местообитаний животных, растений, птиц. Всего в Кенозерском национальном парке выявлено 352 видов представителей живой природы. Из них 50 видов млекопитающих, 263 вида птиц. Видов миног на 48 видов меньше чем видов млекопитающих. Видов земноводных в 10 раз меньше, чем видов млекопитающих, а видов рептилий в 2 раза больше, чем видов миног. Оставшиеся – это виды рыб. Сколько видов рыб в Кенозерском национальном парке?

Решение: 1) $50 - 48 = 2$ вида миног. 2) $50 : 10 = 5$ – видов земноводных. 3) $2 * 2 = 4$ вид рептилий. 4) $352 - 50 - 2 - 5 - 4 - 263 = 28$ – видов рыб.

Анализ контекста показывает, что данная задача раскрывает феномен биологического разнообразия царства животных КНП, это позволяет использовать материал задачи как на уроках биологии (7 класс), так и на уроках математики. Тип контекста – научный. Числовые данные задачи достоверны, что подтверждается данными, размещенными на официальном сайте КНП.

Для решения задачи достаточно знаний четырех арифметических действий с натуральными числами, владеть понятиями «на больше/меньше», «в больше/меньше», что соответствует уровню математической подготовки учащихся и содержанию обучения во 2-5 классах. Способ представления данных не соотнесен с реальностью, заимствован из текстовых задач школьных учебников математики. Данные задачи представлены только текстом (мономедийное представление информации из одного источника). Вопрос задачи отнесен к виду деятельности – применение математических знаний. Область математических рассуждений – количественные свойства реального мира. Уровень сложности – базовый. Образовательный эффект задачи может быть усилен за счет дополнения текстовой информации о количестве видов: «Всего в Кенозерском национальном парке выявлено 352 видов представителей подтипа позвоночных. Из них практически $\frac{3}{4}$ составляют птицы, имеются также 50 видов млекопитающих, 2 вида миног, 4 вида рептилий, 5 видов земноводных, остальное – виды рыб», диаграммой со скрытой легендой и данными о процентной доле рыб (рис. 1). Это позволяет поставить перед учащимися следующие вопросы:

Вопрос 1. На диаграмме (рис.1) отсутствует легенда – указание о том, каким цветом обозначены различные классы животных. Восстановите ее, указав соответствие между цветами секторов круговой диаграммы и названиями классов: млекопитающие, птицы, миноги, рептилии, земноводные, рыбы.

Цвет	Имена данных

Рис. 1. Диаграмма со скрытой легендой

Вопрос 2. Определите, какому интервалу значений принадлежит количество видов рыб в Кенозерском национальном парке (см. рис. 2).

а) от 1 до 20 б) от 21 до 40 в) от 41 до 60 г) от 61 до 80 д) от 81 до 100.



Рис. 2. Диаграмма, представляющая видовое разнообразие царства животных КНП

Такое представление данных включает учащихся в деятельность установления соответствия и интерпретации данных, представленных круговой диаграммой и текстом, а также применение знаний математики (7- 9 классов) и биологии (7 класс). Задача может быть использована на уроках биологии при изучении систематики в царстве животных на краеведческом материале, на уроках информатики при изучении темы «Информация и информационные процессы», на уроках математики при изучении темы «Способы представления числовых данных».

Ответ на первый вопрос может быть дан на основе сравнения значений величин, описанных в тексте и их процентных долей, представленных диаграммой. Ответ на второй вопрос требует проведения расчетов с учетом возможно приближенного отображения данных о процентах на диаграмме:

1) $100 - 74,72 - 1,14 - 1,42 - 0,57 - 14,20 = 7,95\%$ – рыб среди представителей подтипа позвоночных;

2) $352 \cdot 7,95 \div 100 = 27,984 \approx 28$ – видов рыб.

Вовлечению учащихся в деятельность критического анализа суждений, высказываемых с опорой на числовые данные, может способствовать предъявление информации из научной публикации об особенностях рыбных запасов озер КНП.

Среди рыб КНП есть промысловые. Для рационального использования рыбных ресурсов озер КНП необходимо знать величину запаса каждого промыслового вида. Структуру запаса промысловых рыб в каждом озере определяют методом контрольного отлова с последующей сортировкой выловленной рыбы по видам. Полученные таким образом данные в % приведены в таблице 1:

Вид рыбы	Водоем			
	Кенозеро	Лекшмозеро	оз. Масельгское	Наглимозеро
Ряпушка	20,5	40,4	0,4	18,5
Сиг	1,3	1,5	-	-
Лещ	19,6	4,1	60,9	-
Щука	17,6	3,3	1,6	15,3
Плотва	8,7	16,1	35,1	18,2
Окунь	8,8	24,1	20	46,3
Налим	4,7	6,3	-	1,7
Язь	8,8	-	-	-
Синец	10,0	-	-	-
Густера	-	2,3	-	-
Ерш	-	1,9	-	-

Определению количества промысловых рыб невольно помог массовый замор ряпушки, произошедший в Лекшмозере в 1996 году в результате совпадения ряда неблагоприятных факторов. По данным прямого учета тогда погибло 65-70 тонн рыбы этого вида. Величина уловов следующего года, показала, что в водоеме погибло не менее 90% популяции этого вида (в полном объеме популяция восстановилась через три года).

Вопрос 3. Автор публикации (Дворянкин, 2010, 19) считает, что приведенных выше данных достаточно для расчета количества промысловых рыб в озерах КНП. Согласны ли вы с его мнением? Обоснуйте свой ответ.

Данный вопрос требует от учащихся развернутого ответа, который может быть подкреплён расчетами или рассуждениями качественного характера. Например, «Нет, так мы узнаем только количество промысловых рыб в Лекшмозере, потому что не известно, сколько тонн ряпушки было в остальных озерах»; «Да, популяция ряпушки в Лекшмозере может быть рассчитана следующим образом: $65 \leq x \cdot 0,9 \leq 70$, где x – тонн ряпушки в популяции, следовательно, тогда $x \in [72,2; 77,7]$ тонн. Известно, что ее доля в улове составляет 40,4%, тогда, составив пропорцию по таблице, найдем массу любой другой промысловой рыбы в Лекшмозере».

Данное задание может быть использовано для проведения конвергентных уроков математики и биологии в 7 классе, а также включено в содержание обзорной экскурсии для учащихся по КНП.

Приведем еще один пример анализа и методической обработки краеведческого материала на примере задачи о Новодвинской крепости, составленной учащимися 7 класса – финалистами конкурса «Архангельская область в математических задачах» в 2016 году.

Задача «Новодвинская крепость»: «В 20 км к северу от Архангельска, на северо-западной оконечности острова Линский Прилук находится Новодвинская крепость – единственная на Русском Севере крепость бастионного типа. Это комплекс фортификационных сооружений в дельте реки Северная Двина. Крепость является памятником федерального значения. Новодвинская крепость имеет очень причудливую форму многоугольника. На рис. 3 изображена часть её плана. Найдите площадь крепости, используя факт, что длина каменных стен между бастионами 120 м». Авторами задачи предложен следующий способ её решения.

Найдем площадь крепости с помощью формулы Пика, используя только факт, что длина каменных стен между бастионами 120 м.

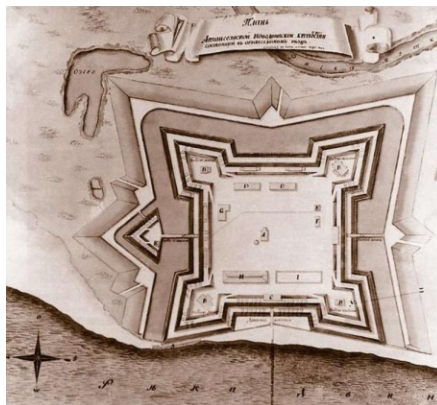


Рис. 3. План Новодвинской крепости.

Изобразим схему крепости на клетчатой бумаге так, чтобы вершины многоугольника находились в узлах решётки (рис. 4). Воспользуемся формулой Пика для определения площади многоугольника. Для этого подсчитаем количество узлов решетки на границе многоугольника и внутри него.

$\Gamma = 44$ – количество узлов решетки на границе многоугольника.

$B = 296$ – количество узлов решетки внутри многоугольника.

По формуле Пика $S = B + \Gamma/2 - 1 = 296 + 44/2 - 1 = 317$ (кв. единиц).

Осталось определить масштаб нашего изображения. Известно, что длина стен между бастionsами составляет 120 метров. У нас на чертеже это соответствует 7 клеткам.

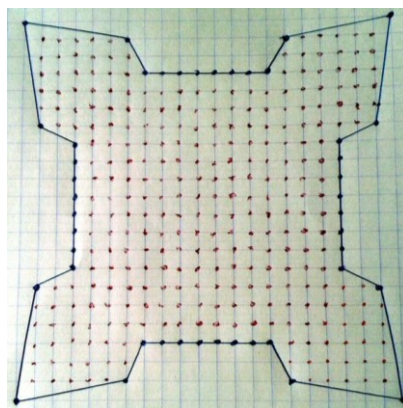


Рис. 4. Схема Новодвинской крепости на клетчатой бумаге

1) $120:7 \approx 17,14$ (м) – длина стороны одной клетки на самом деле.

2) $17,14 \cdot 17,14 \approx 293,78$ (м²) – площадь одной клетки.

3) $317 \cdot 293,78 \approx 93128,13$ (м²)

В данной задаче была использована формула, малоизвестная для большинства учащихся.

Анализ контекста показывает, что данная задача связана с историей России, это позволяет использовать материал задачи как на уроках истории в 7 и 10 классах при изучении темы «Северная война», так и на уроках математики. Тип контекста – научный. Числовые данные задачи достоверны, что подтверждается данными, размещенными на официальном сайте электронной научной библиотеки по истории древнерусской архитектуры.

Для решения задачи достаточно знаний четырех арифметических действий с натуральными числами, десятичными дробями, владеть понятиями «площадь прямоугольника», «приближенное значение», что соответствует уровню математической подготовки учащихся и содержанию обучения в 5-6 классах. Способ представления данных не соотнесен с реальностью, заимствован из текстовых задач школьных учебников математики. Данные задачи представлены только текстом (мономедийное представление

информации из одного источника). Вопрос задачи отнесен к виду деятельности – применение математических знаний. Область математических рассуждений – количественные свойства реального мира. Уровень сложности – базовый. Образовательный эффект задачи может быть усилен за счет дополнения текстовой информации о размерах стен крепости: «Длина каменных стен между бастионами равна 120 м, общая длина стен одного бастиона 300 метров (20+130+130+20)», а также постановки новых вопросов, требующих применения знаний геометрии основной школы.

Вопрос 1. Новодвинская крепость имеет очень причудливую форму многоугольника. В плане она представляла собой квадрат, по углам которого были расположены бастионы (Флажный, Морской, Могильный и Рогаточный), располагающиеся на расстоянии 120 м друг от друга (рис. 5). Все размеры снимались на Рогаточном бастионе крепости. Общая длина стен одного бастиона в 2,5 раза больше длины каменных стен между бастионами, а длина меньшей стены бастиона в 6,5 раза меньше большей стены бастиона. Определите, к какому интервалу значений относится протяженность меньшей стены бастиона. Ответ: 20.

а) от 10 до 15 б) от 15 до 20 в) от 20 до 25 г) от 25 до 30

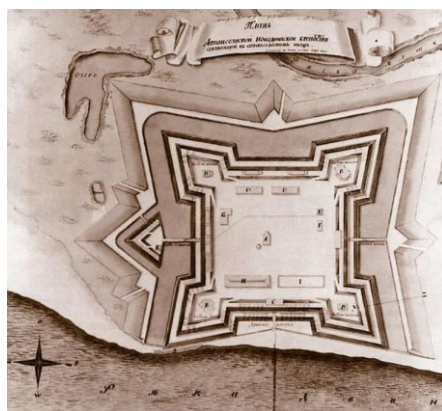


Рис. 5. Схема Новодвинской крепости

Такое представление данных включает учащихся в деятельность установления соответствия и интерпретации данных.

На модели, представленной в краеведческом музее, угол бастиона примерно равен 60° . Усложним условие задачи.

Вопрос 2. Будем считать, что угол бастиона равен 60° . Найти площадь одного бастиона крепости. Какую часть составляет площадь бастиона от площади всей крепости? Или найти отношение площади бастионов к площади оставшейся части крепости.

Так как бастионы крепости являются полуромбами, то треугольник ABC (рис. 6) равносторонний:

$$S_{ABC} = \frac{130^2 \cdot \sqrt{3}}{4}.$$

$$S_{AQKC} = S_{ADC} - S_{QDK} = \frac{130^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \left(\frac{11}{13}\right)^2 \cdot \frac{130^2 \cdot \sqrt{3}}{4}.$$

$$S_{\text{баст}} = S_{ABC} + S_{AQKC} = \frac{130^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{48}{169} \cdot \frac{130^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 5425\sqrt{3} = 9396.$$

$$a_{\text{кв}} = 120 + 2 \cdot 55 \cdot \sqrt{2}.$$

$$S_{\text{ост}} = (120 + 2 \cdot 55 \cdot \sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} (55 \cdot \sqrt{2})^2 = 75934 - 12100 = 63834.$$

$$S_{\text{креп}} = 63834 + 4 \cdot 9396 = 101418.$$

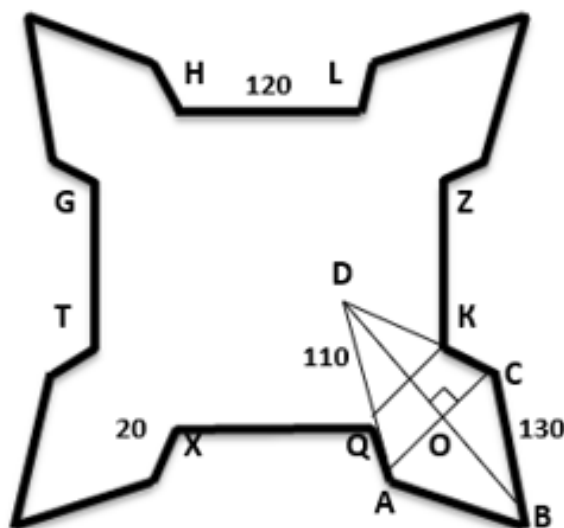


Рис. 6. Решение задачи 2

Задача может быть использована на уроках истории в старших классах, на уроках геометрии при изучении темы «Площади».

Используя материалы (Смирнов, 1990), добавим и уточним некоторые данные: «О протяженности его стен можно судить по сведениям из обмерной «рописи» XVIII столетия, где указано, что у Новодвинской крепости «всего кругом башен (бастионов — А.С.) и городских стен междобашея мерою 728 сажений троеаршинных», что по нынешней системе мер составляет более полутора километров. ... Площадь, занятая непосредственно оборонительными сооружениями Новодвинской крепости почти в пять раз превышает площадь крепостного двора. Крепостные бастионы и куртины конструктивно состоят из двух частей: наружной или эскарповой и внутренней или валганговой. Валганговая часть — это мощный земляной вал (валганг), толщина которого по уровню подошвы превышает 20 метров при высоте 4,6 метра. Ширина главной крепостной ограды в верхней части составляла около 15 метров. От неприятельских выстрелов крепостной ход защищался земляным бруствером, толщина которого равнялась почти шести, а высота двум метрам. Для каждого орудия в толще бруствера в прошлом существовала отдельная амбразура в виде расширяющегося наружу лотка, что обеспечивало возможность канонирам вести секторный огонь».

В комплексе фортификационных сооружений Новодвинской крепости доминирующее положение занимает квадратная в плане каменно-земляная цитадель, которую составляют 4 угловых бастиона и соединяющие их стены — куртины. Это был так называемый главный оборонительный пояс или главный вал крепости — основной рубеж обороны, на который возлагалась защита сухоходного фарватера, дальних и ближних подступов к укреплению.

О протяженности его стен можно судить по сведениям из обмерной «рописи» XVIII столетия, где указано, что у Новодвинской крепости «всего кругом башен (бастионов) и городских стен междобашея мерою 728 сажений троеаршинных», что по нынешней системе мер составляет более полутора километров. В 1701 году длина стен измерялась с помощью трехаршинной сажени (2,33 м).

Вопрос 3. Найдите по данным задачи 1 длину стен крепости и переведите их в сажени. Чем можно объяснить различие приведенных исторических данных и полученных результатов?

Выводы

Краеведческие контексты предоставляют возможность формировать математическую грамотность учащихся, обращаясь к природе, культуре, экономике и истории родного края. За годы проведения конкурса «Архангельская область в математических задачах» накоплен обширный банк задачного материала, который ждет методической обработки.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Эта деятельность вполне может быть поручена студентам – будущим учителям математики. Это позволит им приобрести компетенции, так необходимые современному учителю математики, который должен заботиться не только о формировании предметных, но и метапредметных, а также личностных результатов обучения определенных Федеральным государственным образовательным стандартом. Включение подобных задач в содержание учебных курсов математики для общеобразовательных школ позволит ученикам осознать не только научную, но и практическую значимость приобретаемых знаний, умений и навыков.

Список литературы

- Архангельская область в математических задачах [сайт]. URL: <http://itprojects.narfu.ru/arhkonk/about.php/>
- В каком направлении развивается российская система общего образования? [Электронный ресурс]: по результатам международной программы PISA – 2018 / ГАУ СО РЦОКО - Центр Оценки Качества Образования. Саратов, 2021. URL: <http://sarcoo.ru/uploads/docs/5e17287a8ff89.pdf> (дата обращения: 25.11.2021).
- Дворянкин Г.А. Рыбы Кенозерского национального парка: монография. Архангельск, 2016.
- Дворянкин Г.А. Современное состояние ихтиофауны и пути управления рыбными ресурсами озер Кенозерского национального парка [Электронный ресурс]: автореф. дис. ...канд. биол. наук. Калининград, 2010. URL : <https://www.dissercat.com/content/sovremennoe-sostoyanie-ikhtiofauny-i-puti-upravleniya-rybnymi-resursami-ozer-kenozerskogo-na/read> (дата обращения: 25.11.2021)
- Кенозерский национальный парк [сайт]: Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации. URL: <http://www.kenozero.ru/o-parke/materialy/obshchaya-informatsiya/>
- Смирнов А. Новодвинская крепость. Краткий историко-архитектурный очерк // Летописец Севера: Историко-краеведческий сборник. Архангельск, 1990.
- Хавенсон Т.Е., Керша Ю.Д. Сравнительный анализ результатов тестов PISA и TIMSS в России и странах Европы [Электронный ресурс]. М.: НИУ ВШЭ, 2017. 32 с. URL: <https://clck.ru/TNQrE> (дата обращения: 25.11.2021).
- Татарстан в математических задачах. [сайт]. URL: <https://kpfu.ru/mathcenter/shkolnikam/konkurs-kraevedcheskih-zadach>
- Электронная научная библиотека по истории древнерусской архитектуры. [сайт]. URL: <http://www.rusarch.ru/>
- Grønmo L. S., Olsen R. V. (2006). Timss versus pisa: the case of pure and applied mathematics [электронный ресурс]. URL: https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/publikasjoner/irc2006_gronmoolsen.pdf (дата обращения: 25.11.2021)
- Oxford economics. How robots change the world. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.oxfordeconomics.com/recent-releases/how-robots-change-the-world> (дата обращения: 25.11.2021).
- PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK. [Электронный ресурс]. URL: <https://pisa2021-maths.oecd.org/> (дата обращения: 25.11.2021).
- The future of Education and skills. Education 2030. [Электронный ресурс]. URL: [https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20\(05.04.2018\).pdf](https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf) (дата обращения: 25.11.2021).

FORMATION OF MATHEMATICAL LITERACY OF STUDENTS IN LOCAL HISTORY CONTEXTS

Bezumova O. L. Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor o.bezumova@narfu.ru Arkhangelsk	Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov
Tomilova A. E. Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor a.tomilova@yandex.ru Arkhangelsk	Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov
Shabanova M. V. Dr. Sci. (Pedagogy), professor m.shabanova@narfu.ru Arkhangelsk	Moscow Center for the Quality of Education, Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov
Shirikova T. S. Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor t.shirikova@narfu.ru Arkhangelsk	Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov
Kotova S. N. senior Lecturer s.kotova@narfu.ru	Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov

Abstract. A high level of mathematical literacy is an important indicator of human competitiveness in the age of development of robotic systems. It ensures a person's readiness to make informed, responsible decisions in problematic situations of high complexity, to generate fundamentally new approaches and ideas. The formation of mathematical literacy is now recognized as a priority task of education at the international and national levels. A number of public and state organizations are engaged in monitoring the success of its solution: OECD, IEA, FIOKO, FIPI, etc. The results of their research show that the level of mathematical literacy of Russian schoolchildren is still quite low, especially in terms of recognizing the conditions for applying mathematics (formulation of mathematical problems). The solution should be sought in the saturation of the educational process with activities that require the manifestation of mathematical literacy in personally significant contexts for students, which can be: national and family traditions, regional peculiarities and problems, historical events, sights, nature and economy of the native land. The proof of this possibility is the tasks set by the students participating in the competitions of local history problems, which, after some methodical processing, can serve as a means of forming all the main aspects of mathematical literacy in accordance with the international PISA framework and the requirements of the Federal State Educational Standard LLC and SOO.

Keywords: mathematical literacy, formation, level improvement, technologies, interdisciplinary approach, local history mathematical problems, competence-oriented task.

References

- Arhangel'skaya oblast' v matematicheskikh zadachah* [Arkhangelsk region in mathematical problems] URL : <http://itprojects.narfu.ru/arhkonk/about.php/> (In Russ.)
- Dvoryankin, G. A. (2010). *Sovremennoe sostoyanie ihtiofauny i puti upravleniya rybnymi resursami ozer Kenozerskogo nacional'nogo parka* [The current state of the ichthyofauna and ways of managing fish resources of the lakes of the Kenozersky National Park]: abstract of the dissertation for the degree of Candidate of Biological Sciences, Kaliningrad. URL: <https://www.dissercat.com/content/sovremennoe-sostoyanie-ikhtiofauny-i-puti-upravleniya-rybnymi-resursami-ozera-kenozerskogo-na/read> (In Russ.)
- Dvoryankin, G. A. (2016). *Ryby Kenozerskogo nacional'nogo parka* [Fishes of the Kenozersky National Park]. Arkhangelsk. (In Russ.)
- Elektronnaya nauchnaya biblioteka po istorii drevnerusskoj arhitektury* [Electronic scientific library on the history of Ancient Russian architecture]. URL: <http://www.rusarch.ru/> (In Russ.)
- Grønmo, L. S., Olsen, R. V. (2006). Matematikkprestasjoner i TIMSS og PISA. URL: https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/publikasjoner/irc2006_gronmoolsen.pdf
- Havenson, T. E., Kersha, Yu. D. (2017). *Sravnitel'nyj analiz rezul'tatov testov PISA i TIMSS v Rossii i stranah Evropy* [Comparative analysis of PISA and TIMSS test results in Russia and European countries] / M.: NIU VSHE, 2017. URL: <https://clck.ru/TNQRrE> (In Russ.)
- Kenozerskij nacional'nyj park* [Kenozersky National Park]. URL: <http://www.kenozero.ru/o-parke/materialy/obshchaya-informatsiya/> (In Russ.)
- Oxford economics. How robots change the world. URL: <https://www.oxfordeconomics.com/recent-releases/how-robots-change-the-world>
- PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK. URL: <https://pisa2021-maths.oecd.org/>
- Smirnov, A. (2015). *Novodvinskaya krepost'. Kratkij istoriko-arhitekturnyj ocherk* [Novodvinsk fortress. A brief historical and architectural sketch]. URL: http://www.rusarch.ru/smirnov_a1.htm (In Russ.)
- Tatarstan v matematicheskikh zadachah* [Tatarstan in mathematical problems]. URL: <https://kpfu.ru/mathcenter/shkolnikam/konkurs-kraevedcheskih-zadach> (In Russ.)
- The future of Education and skills. Education 2030. URL: [https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20\(05.04.2018\).pdf](https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf)
- V kakom napravlenii razvivaetsya rossijskaya sistema obshchego obrazovaniya? Po rezul'tatam mezhdunarodnoj programmy PISA – 2018* [In what direction is the Russian system of general education developing? Based on the results of the PISA – 2018 international program] / GAU SO RCOKO - Centr Ocenki Kachestva Obrazovaniya. Saratov, 2021. URL: <http://sarrcoko.ru/uploads/docs/5e17287a8ff89.pdf> (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-81-87

“TOJMOT” MATHEMATICAL GAME FOR GYMNASTICS OF THE MIND

Toshmatov M.Z.

info@tojmot.uz

Uzbekistan

Djanadilov Sh.O.

PhD (Information technologies)

shohboz@mail.ru

Uzbekistan

Chairman of the National Tojmot Federation

Tashkent State University of economics

Abstract. This article describes the history of the game of mathematical mental gymnastics "Tojmot", the importance of this game in the mastery of mathematics (algebra, geometry, combinatorics, number theory, etc.), mental arithmetic. This article also examines the process of developing an artificial intelligence algorithm to play the computer game "Tojmot" against humans. In this article so as to create "Tojmot" computer game Unity3D system and Visual C# programming language were used. The algorithm which was developed in this article, the fact that "Tojmot" computer game can play against called artificial intellect algorithm, development of software for personal computers and mobile devices that allow people to play with each other or against the computer on the basis of the algorithm can be developed.

Keywords: Tojmot, national sports game, mathematics, mental gymnastics, artificial intelligence, algorithm, teaching mathematics in school.

Introduction

At the meeting of the President of the Republic of Uzbekistan with young researchers, heads of research institutions and representatives of the production sector, taking into account the potential of previously formed scientific schools in our country. At this time, the year was chosen for the development of mathematics, chemistry, biology, geology, based on the directions of our national interests and development at the present stage.

It was emphasized that Uzbekistan's potential in the field of mathematics was recognized globally, prestigious schools of functional analysis and differential equations, probability theory and algebra had been formed and were functioning, and seven mathematical scientists were members of the Academy of Sciences of the World.

In this regard, the role of the mathematical intelligence gymnastics game "Tojmot" in promoting the development of the mathematical field with the support of the public policy pursued by the President is undoubtedly incomparable.

Purpose of the research

Mathematical intellectual game "Tojmot" is a gymnastic game in which young people learn mathematics (algebra, geometry, combinatorics, number theory, etc.) to put science into practice as a method of sports medicine, which helps to better master mental arithmetic and at the same time is effective in children with delayed mental development.

Research objectives

The problem solved by the widespread introduction of cognitive gymnastics in "Tojmot" is of national importance in the science of the younger generation, and its solution ensures the quality of the following specific tasks:

to teach the population of Uzbekistan to practice sports, which strengthens thinking, strengthens and improves the development of the intellect of children;

for sports that develops thinking, develop suggestions and recommendations based on the experience of young people in sports and the implementation of best foreign practices in local conditions;

Application of modern information and communication technologies in the implementation of sports game Tojmot, consideration of effective methods and the use of effective methods on the basis of new innovative ideas;

development of a new, modern, effective method of attracting all segments of the population (teachers, students and pupils of educational institutions, employees of ministries, departments, enterprises and organizations, non-employed population in production and services, foreign citizens) to the sport (Tojmot), which develops the intellect.

Results of the study and discussion

The game Tojmot was created in 2012 based on an in-depth analysis. The inventor (Toshmatov, 2019) worked for a long time to create a game that differs from chess as a gymnastics of the mind. The game, in his opinion, would be created in a new way, on a new board, new squares, new pieces, new walking routes and walks in various combinations.

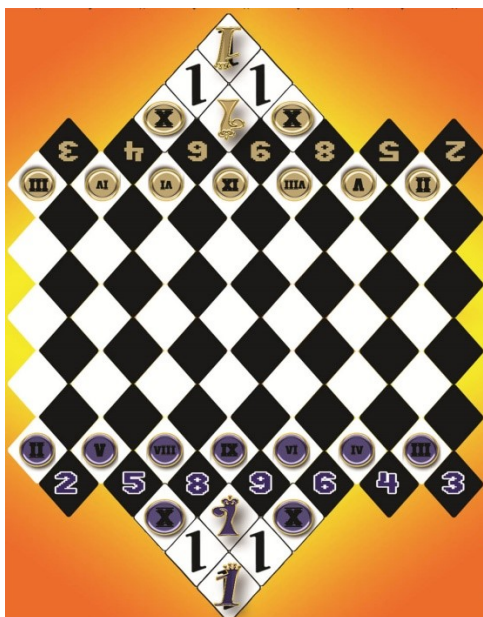
After 7 years of research, a new game of mental gymnastics "Tojmot" was created in 2012. (Toshmatov, 2019), (Toshmatov, 2020). For many years the Federation has been holding meetings, competitions (district, city, provincial competitions and schools, higher educational institutions) in the cities of Andijan, Namangan, Ferghana, Samarkand, Tashkent region, the Republic of Karakalpakstan and Tashkent and has been conducting games of Tajmut among the general public and its explanations. This game was evaluated by the Republican High School of Sportsmanship in terms of sports games as interesting in terms of developing intelligence in young people, strengthening memory, developing an outlook and playing.

In order to study the scientific foundations of the game, cooperation with the staff of the Romanowsky Research Institute of Mathematics is carried out. Before this period, in order to interest young people in this game, to explain its essence, in our country were held many circle sessions and competitions. As a result, it has helped many students deeply master the subject of mathematics, to take a high place in the International Scientific Olympiads. In a specialized school named after Mirzo Ulugbek opened a club, the lessons in this club is attended by about 100 students.

It should be noted that a lot of work is being done to make this game widely popular in foreign countries as well. In particular, in countries such as Germany, China, Malaysia, Norway, Russia, Gymnastics Tojmot Game is gradually gaining popularity among owners of various areas and interest is growing.

Nowadays the game of chess, which has become a favorite sport described by the peoples of the world as the gymnastics of the mind at present, is also popular today in our independent Uzbekistan. Considering that it is in the world of chess an interesting game called "Tojmot", which includes new styles, new pieces on a new board and different ways of walking, leaves no one indifferent, as in chess (Elofsson, 2016), (Geetha, 2020), (Cibeira, 2021).

The Tojmot game will involve figures in the form of numbers. Aside from playing tojmot, these 89 tiles are similar to a simple game of checkers, but there are also different styles of play that differ in the way you go, from the game of checkers and include their own interesting aspects. Checkers Tojmot 35 pieces are played with white squares only.



Picture 1. The plot of the game Toimot and the arrangement of the grains in it

The rules of the game are designed to be simple and straightforward for all ages, and are presented below:

Placement of boards and figure. The game is played by 2 people, facing them 18 game pieces in the form of black and white Arabic and Roman numerals. The number of decks in the game is 89 pieces (pic. 1).

Match the stones placed in the folds on the white board

Row 1-1;

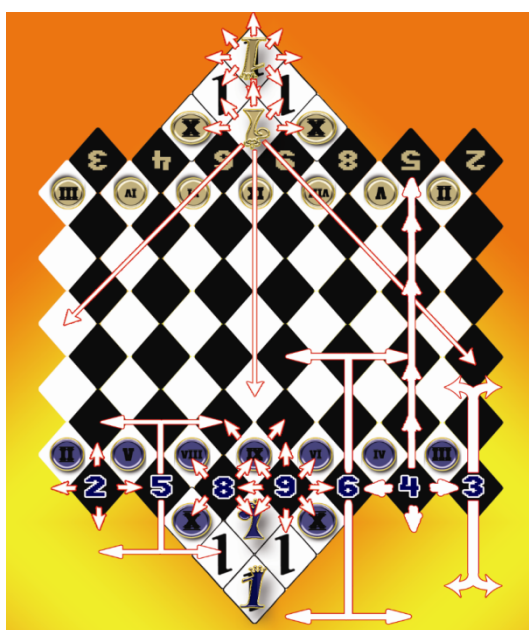
3-Row X-7-X;

4-row 2-5-8-9-6-4-3;

It is necessary to place grains of the 5th row II-V-VIII-IX-VI-IV-III.

The directions of play grains are shown in pic. 2.

To lead the game. Players take turns playing, pushing grains one at a time. The player who plays the White Grain is the first to start the turn.



Picture 2. The directions of grain movement in the Toimot game

Moving Rule. The grains take the grains that meet in their moving directions. This action is called obtaining a figure. Only the number 1 cannot be obtained.

The grains of the Roman numeral may be located 45 degrees below the grid 1, facing right or left..;

The number 1 can reach the 8th side of a square at a distance of 1 square;

And a 2-digit block can go 1 step to its own color frame, which is positioned rank and files in relation to itself;

Number 3 can move 1 step in its own color in the vertical or horizontal direction and 45 steps at an angle of 1 degree in an anti-glare color;

Number 4 can move the desired distance according to the folds of his own color;

Number 5 can move 1 time horizontally (vertically) and 1 time vertically (horizontally) according to its color;

Number 6 can move 2 steps vertically, then 1 step horizontally;

The number 7 can go in a straight line to the side of the box along the 8 lines of the box;

Number 8 can go to the right length of the right side at a 45 degree angle;

The number 9 can go to the 8 side of the box at a distance of 1 square.

The grains of Roman numerals are those in which the numbers X of the opposite side stand stacked Borganda, which is equal to itself, and the grains of X can become desired (except the number 1) Arabic number.

The grains can give a kish (crown) to the number 1 in their direction. On exit, the path of number 1 can be blocked with other numbers or

The number 1 can go through another tile. Attacking Grains.

It is impossible to enter the area where Number 1 is located. The boundary of Number 1's territory is clearly defined on the board. The opposing side is considered the winner (mot) when Number 1 is brought into a position that cannot be passed into other

Draw. In the following cases the game ends in a draw: When no one has a chance to win (M: when there are not enough grains - 1 grain against 1 grain and b.); If the opponent has only 1 grain left and it is impossible to pass without falling into the crown on the other fold. This condition is called stalemate.

One of the features of tajmot is that it does not choose an age. The most important character in tajmot is patience. The game of Tajmot is an interesting and exciting sport, which serves to enhance human intelligence and productive leisure time of our youth, which has a unique spell of repetition, which makes a person a favorite sport.

The volume of information generated by modern humans and information and communication technologies far exceeds the ability of humans to assimilate, interpret, and make complex decisions. Therefore, there is a growing need to implement large-scale processes of collection, storage, processing and rapid decision-making based on artificial intelligence.

Artificial Intelligence (AI) is the basis for modeling human cognitive processes by creating and applying algorithms in a fast computing environment. Simply to say, artificial intelligence is a technology that allows computers to think like humans and find solutions

Today, a lot of attention is paid to the development of artificial intelligence and its wide introduction into all sectors in our country. In particular, the decree № PP-4996 of the President of Uzbekistan "On measures to create conditions for the rapid introduction of artificial intelligence technologies" from February 17, 2021, and № PP-5234 of the President of the Republic of Uzbekistan "On measures to introduce a special regime for the application of artificial intelligence technologies" from August 26, 2021 – In accordance with the "2030" strategy, the rapid introduction of artificial intelligence technologies and their wide application in our country, ensuring the possibility of using digital data and their high quality are important in creating favorable conditions for the training of qualified personnel in this field (1,2).

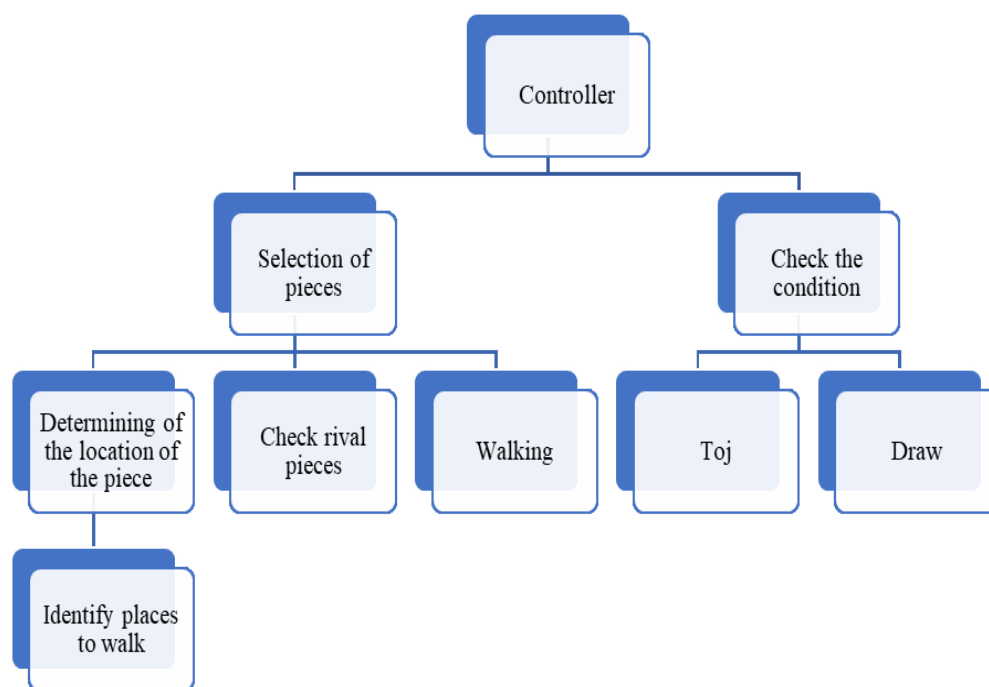
Nowadays, artificial intelligence is not only the basis of decision-making in business, but also the basis for the organization of computer games against a person, as well as the future of finding complex solutions in various computer games. As an example, in the game "tic tac toe",

most people can easily understand how not to lose. However, in this game there are 255168 unique movements, of which 46080 ends with a draw. And the number of people who are considered the great champions of the checkers game is much less, because in this game there are many different potential moves from 500 x 1018 or 500 quintillion. Computers are incredibly effective in calculating these combinations and movements, as well as finding the best solution

In 1990, a new page was opened in the development of SI. In 1997, the IBM computer named Deep Blue became the first computer in history to win the world chess champion Harry Kasparov.

In the popularization of the game "Tajmot" is very important to develop a computer game based on artificial intelligence, which allows you to play the computer against humans.

2nd picture shows the modules of the computer's anti-human algorithm in the game "Tajmot", based on artificial intelligence, developed during our research.



Picture 3. Model of the game "Tajmot" based on artificial intelligence

The modules listed in this model perform the following functions:

–The “controller” module manages tasks performed by artificial intelligence and controls the status;

– The “selection of pieces” module allows the computer to determine for itself which moves during the aging playing process to a person, and the subsequent stages are carried out with the help of these identified pieces;

–The “status check” module is used to determine the position after the walk in the game, when the crown is placed, that is, whether it is a winner or loser and draw;

–The “Determination of the position of the unit” module identifies the location, column and row of the grain chosen by artificial intelligence for the computer;

–The module “Identify places where you can walk” identifies the places where the pieces chosen by artificial intelligence for the computer can walk;

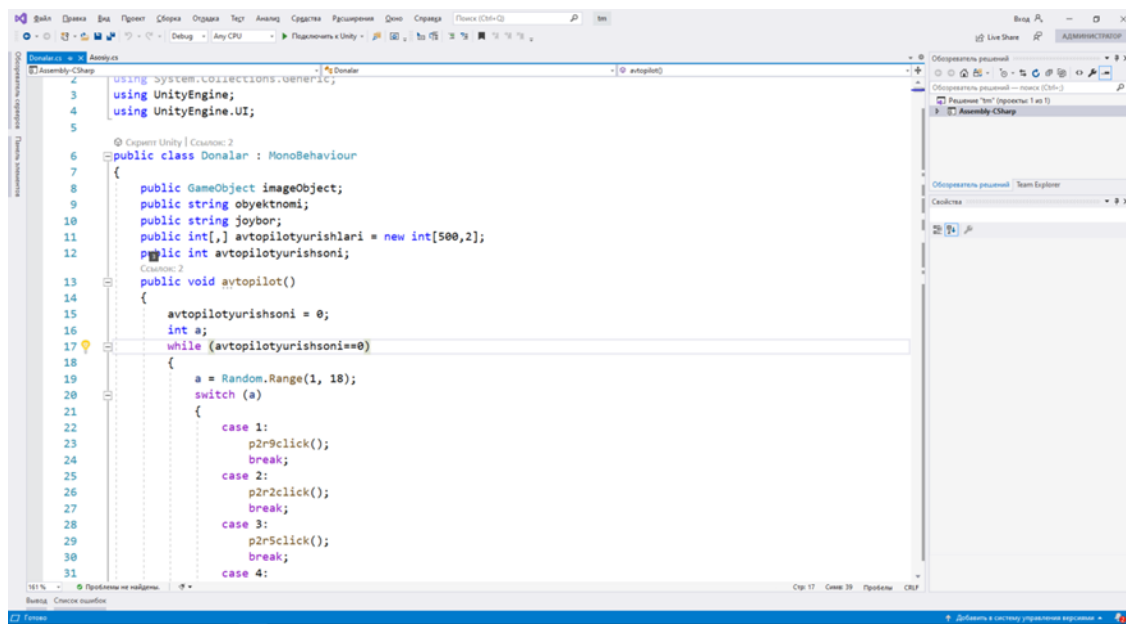
–The “Checking the opponent's pieces” module detects the locations of the opponent's grains that can be hit before the Walk of the pieces selected by artificial intelligence for the computer;

– The "Walking" module ensures that the grain chosen by artificial intelligence for the computer moves in the specified direction.

In above mentioned “Tojmot” game which is based on artificial intelligence “Controller” plays the most important role.”Controller” manages work done by artificial intelligence and controls situation. Other modules are managed through this “Controller”. There is algorithm of

“Tojmot” games “Controller” and we can see that in “Tojmot” game in order to computer could play against person it should refer to different part which is called as “turn on artificial intellectual” and this can happen only after computer is chosen as second player. So game would work as one difficult system and in the future in the process of modernization it would not face any challenges all modules must be created as different parts of programming and it must be merged as one system

In our research so as to create “Tojmot” computer game Unity3D system and Visual C# programming language were used. Programs code is separated into two modules, turning on game in “Main” module and primary settings’ code were included In “Pieces” module managing walks in the game, controlling every piece, so as that computer would play against person artificial intellect codes were included. An example of a program code written in C # for the Unity 3D program of the computer game Tojmot is shown in pic. 4.



*Picture 4. Sample code code for the Unity 3D program
of the computer game "Tojmot" written in C #.*

Since all processes performed by artificial intelligence are controlled by a timer based on the speed of the computer processor, human and computer perform computer actions at a much greater speed when they play against each other (3,4).

Conclusion

In Uzbekistan it is necessary to create a mathematical model of the game based on further scientific analysis in order to teach the whole population of the country to engage in the national sports game "Tojmot", to strengthen and improve mental development in children, to develop an algorithm of the game against a man based on the mathematical model, and to develop an algorithm of the game against a man. The algorithm which was developed in our research, the fact that “Tojmot” computer game can play against called artificial intellect algorithm, development of software for personal computers and mobile devices that allow people to play with each other or against the computer on the basis of the algorithm can be developed. In order to strengthen and improve the mental development of children, as well as to improve the development of all, (students, employees of ministries, departments, enterprises and organizations, non-employed population in the sphere of production and service, foreign citizens) is a new, modern, effective method of creating the opportunity to play that develops intelligence without any restrictions.

References

- Champandar, A. J. (2007). *Iskusstvennyj intellekt v komp'yuternyh igrakh: kak obuchit' virtual'nye personazhi reagirovat' na vneshnie vozdejstviya*. Moscow: Publishing house Williams (in Russ.)
- Cibeira, N., Lorenzo-López, L., Maseda, A., Blanco-Fandiño, J., López-López, R., Carlos Millán-Calenti, J. (2021) Effectiveness of a chess-training program for improving cognition, mood, and quality of life in older adults: A pilot study. *Geriatric Nursing*, 42 (4), 894-900.
- Elofsson, J., Gustafson, S., Joakim, S., & Träff, U. (2016). Playing number board games supports 5-year-old children's early mathematical development. *The Journal of Mathematical Behavior*, 43, 134-147.
- Geetha, B., Ramani, N., & Scalise, R. (2020). It's more than just fun and games: Play-based mathematics activities for Head Start families. *Early Childhood Research Quarterly*, 50 (3), 78-89.
- Palacios, H. (2017). *Unity 5.x Programmirovaniye iskusstvennogo intellekta v igrakh*. Moscow: Publishing house DMK-press (in Russ.)
- Toshmatov, M. (2020). “Тождот” ақл гимнастикаси умумтаълим мактабларга ёйилмоқда / Ўзбекистон Республикаси Инновацион ривожланиш вазирлиги расмий веб-сайти. Тошкент: 04.03.2020. <https://mininnovation.uz/uz/news/1833>, очик.
- Toshmatov, M. (2019). “Тождот ўйини болларнинг математик қобилиятини ривожлантиради” // Ўзбекистон Республикаси Инновацион ривожланиш вазирлиги расмий веб-сайти - Тошкент: 13.11.2019. <https://mininnovation.uz/uz/news/tojmot>, очик.

УДК
372.851

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИГРА «ТОЖМОТ» ДЛЯ ГИМНАСТИКИ
РАЗУМА**

М.З. Тошматов
info@tojmot.uz
Узбекистан

Председатель Национальной Федерации
Тождот

Ш.У. Джанадилов
PhD (Информационные технологии)
shohboz@mail.ru
Узбекистан

Ташкентский Государственный Экономический Университет

Аннотация. В статье рассказывается об истории игры математической мысленной гимнастики «Тождот», о значении этой игры в овладении математикой (алгебра, геометрия, комбинаторика, теория чисел и др.), ментальной арифметикой. В этой статье также исследуется процесс разработки алгоритма искусственного интеллекта для компьютерной игры «Тождот» против людей. Для создания компьютерной игры «Тождот» использовалась система Unity3D и язык программирования Visual C#. Разработанный алгоритм позволяет компьютерной игре «Тождот» играть против так называемого алгоритма искусственного интеллекта. Произведена разработка программного обеспечения для персональных компьютеров и мобильных устройств, позволяющих людям играть друг с другом или против компьютера.

Ключевые слова: Тождот, национальная спортивная игра, математика, мысленная гимнастика.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-88-96

УДК
378

**ПОТЕНЦИАЛ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕВЫХ СЕРВИСОВ КАК
ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ БАЗЫ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ
КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЕМЫХ:
НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ
АСПЕКТЫ**

Александрова Людмила Николаевна
к.п.н., доцент
alexandrovaludmila@rambler.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Вопросы включения компонентов дистанционного обучения в образовательный процесс вуза сегодня являются особо актуальными и требующими незамедлительного изучения и разрешения. Это подтверждается сложившейся обстановкой во всем мире в связи с пандемией, разработкой и реализацией целого спектра государственных программ по цифровизации образования и поддержке специалистов ИТ-сферы, ростом научных исследований в данной области, а также собственным практическим опытом автора. Такой интерес к сетевым формам образования, в том числе, объясняется их неограниченным дидактическим и методическим потенциалом. В частности, в статье рассматривается проблема организации грамотного и эффективного контроля знаний обучающихся в условиях использования сетевых форм обучения. Как правило, в этом случае одним из препятствий является обоснованный выбор инструментального средства, позволяющего организовывать диагностические процедуры. В рамках представленного материала предлагается и обосновывается использование возможностей социальных сетевых сервисов (ССС). Автором уточняется данное понятие, выделены группы СССР, проанализированы некоторые сетевые ресурсы для организации компьютерного тестирования. Более подробно на конкретном практическом примере рассмотрена возможность проведения диагностики знаний обучающихся на базе сервисов Google, а именно Google-форм. При описании процедуры подготовки теста приводятся и обосновываются аргументы относительно выбора данной инструментальной базы, сделаны положительные выводы по результатам проведения компьютерного тестирования. Одним из главных тезисов является то, что практика использования социальных сетевых сервисов педагогами демонстрирует их профессиональный интерес к процессам цифровой трансформации образования и стремление к росту собственной ИКТ-компетентности. В заключении автором намечены дальнейшие пути исследования рассматриваемой проблемы.

Ключевые слова: социальные сетевые сервисы, компьютерное тестирование, цифровая трансформация.

Введение

Вопросы цифровой трансформации различных этапов образовательной деятельности в вузе не теряют своей актуальности, а по некоторым направлениям, напротив, требуют незамедлительного исследования и разрешения. В условиях мировой пандемии, причиной которой стал COVID-19, педагоги находятся в постоянном профессиональном поиске по обеспечению качественной учебной деятельности своих студентов с использованием сетевых технологий. Коммуникационные средства и сервисы позволили обеспечивать неограниченное онлайн-общение, организовывать индивидуальную, совместную и командную работу, включать элементы дистанционного обучения.

Одним из важнейших этапов такого образовательного процесса является его контроль и мониторинг. Именно эффективная диагностика образовательных результатов при использовании сетевых технологий стала одной из актуальных проблем. Несомненно, что правильно организованный контроль, нацеленный на обеспечение целостности структуры знаний обучаемого, способствующий, в том числе, формированию мотивации к обучению, есть фундамент качественного профессионального образования. Эффективная проверка знаний, умений и навыков студентов является залогом успешного учебного процесса, позволяет в дальнейшем осуществлять его оперативную коррекцию, результативное планирование, учет индивидуальных способностей, выбор приемлемых методов диагностики (Газизова, 2018).

При этом наш практический опыт показывает, что для многих преподавателей высшей школы до сих пор является сложной организация качественного мониторинга с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) и сетевых инструментов. Содержание ИКТ-компетенций развивается и совершенствуется, а следовательно, требует от педагогов постоянного повышения квалификации и самообучения. IT-сфера в области образования непрерывно прогрессирует, предлагая сегодня огромное число различных сервисов, позволяющих осуществлять диагностические процедуры на основе ИКТ. В своей публикации мы более подробно хотим остановиться на процедурах компьютерного тестирования.

Компьютерное тестирование вошло в учебный процесс вузов достаточно давно, однако многие преподаватели по разным мотивам по сей день относятся к нему осторожно и применяют крайне редко. Причинами могут быть гуманитарная специальность преподавателя, недостаточный уровень цифровых компетенций, большие временные затраты как на овладение навыками работы с компьютерными диагностическими программами, так и на подготовку их контента, предпочтение традиционных форм контроля, сложности с техническим и программным обеспечением, неприятие дистанционного формата и другие (Мухаметзянов, 2021; Пазухина, 2021; Прихода, 2019.).

Методология

Заметим, что цифровая трансформация – одно из главных направлений реформирования образования, нашедшее отражение в нормативно-правовых актах разного уровня: от государственных до внутривузовских. Поэтому компьютеризированный тестовый контроль должен рассматриваться преподавателями как неотъемлемый компонент учебного процесса. Такая диагностика обладает рядом преимуществ: эффективностью, объективностью, возможностью опросить необходимое количество студентов, охватить большой круг вопросов дисциплины, оптимизировать индивидуальный подход.

Следует согласиться с мнением ряда ученых, утверждающих, что процедуры тестирования, в частности с использованием средств ИКТ, характеризуются объективностью, независимостью, массовостью и многомерностью (Макарченко, 2021). К достоинствам тестовой формы контроля относится также и некоторое равноправие обучаемых, выражающееся в одинаковом количестве решаемых заданий и отведенном для этого

времени, а наличие статистических отчетов позволяет избежать необъективной оценки. Тем не менее, следует указать и недостатки, среди которых особое место занимают их трудоемкость и наличие риска в угадывании ответа на тестовое задание.

Все это лишь подтверждает актуальность решения вопросов грамотной организация тестового контроля знаний обучаемых в компьютеризированной форме.

В рамках исследуемой темы определимся, что под *компьютерным (электронным) тестированием* будем понимать «...компонент образовательного электронного издания, функционирующего на базе средств ИКТ, являющийся аналогом традиционного тестирования. В случае электронного тестирования осуществляется предъявление теста, фиксация результата, реализуются те или иные связанные с этим алгоритмы (например, возможность или невозможность возврата к уже выполненному или пропущенному заданию, ограничение времени, отведенного на один тест и т.п.)» (М.И. Беляев, 2002, 81).

Компьютерное тестирование непременно должно производить положительный эффект как на образовательный процесс, так и на его участников: преподавателя и студентов, а также не должно разрушать накопленный опыт в выработке подходов к оценке качества обучения. В контексте данной проблемы особое место отводится выбору инструментальных средств ИКТ, обладающих определенным дидактическим потенциалом, позволяющим их интегрировать в привычный образовательный процесс. Как правило, такой контроль знаний обучающихся на основе информационных технологий может быть организован, во-первых, с помощью готовых программ, так называемых тестовых оболочек, а, во-вторых, на базе сервисов сети Интернет.

Тестовые оболочки, предназначенные для проведения процедур контроля и оценки знаний обучаемых, как правило, обладают такими преимуществами как возможность создания банка заданий, их репрезентативной выборки, сложной статистической обработки результатов и множеством других инструментов и настроек. Однако их применение, во-первых, привязано к конкретной компьютерной аудитории, а, во-вторых, возможно лишь при обеспечении каждого студента персональным компьютером в момент тестирования. В соответствии с этим особый интерес представляют инструменты для организации тестового контроля на базе сервисов Web 2.0. Их главное превосходство состоит в том, что к таким тестам можно обратиться в любой момент времени с любого компьютера (или другого устройства) с выходом в Интернет.

В частности, все большую популярность приобретают именно интернет-сервисы, или, так называемые, социальные сетевые сервисы (ССС). *Социальные сетевые сервисы* – это компоненты виртуального пространства, функционирующие на основе сетевого программного обеспечения, позволяющие реальным пользователям организовывать групповое взаимодействие по интересам или профессиональным потребностям.

На сегодняшний день как предмет исследования социальные сетевые сервисы, их виды и способы применения в образовательном процессе изучаются многими педагогами и психологами (Круподерова, 2018; Шаховалов, 2018; Савченкова, 2016). Особый интерес представляет функционал и образовательный потенциал СССР в контексте их включения в педагогическую практику высшей школы. Среди всего многообразия таких инструментов, как правило, выделяют следующие основные группы:

1. *Ресурсы для хранения закладок или народные классификаторы* – позволяют создавать и хранить коллекции веб-ссылок, наиболее часто посещаемые пользователем (BkMarker (BkMarker.com), Google.Bookmarks (<http://bookmarks.google.com>) и др.);

2. *Сетевые дневники (блоги)* – предоставляют возможность любому пользователю (блогеру) вести записи, включающие информацию различного вида и формата (текстовую, графическую, мультимедийную). Блог представляет, прежде всего среду сетевого общения, что позволяет его использовать как площадку для педагогических дискуссий, консультаций и получения дополнительных знаний, организации дистанционного учебного курса (*Живой журнал*, ЖЖ LiveJournal – www.LiveJournal.com и др.),

3. *Социальные сети* (сообщества, форумы) – самый популярный сервис с большим охватом аудитории и неограниченным потенциалом, в том числе образовательным («В Контакте» (<http://www.vkontakte.ru>), «Одноклассники.ru» <http://www.odnoklassniki.ru>), Хабр Карьера (<https://career.habr.com>) и др. Такой сервис может использоваться педагогом как платформа для объединения студентов в тематические группы с возможностью обмена учебными материалами, консультаций, организации обсуждений и т.п.).

4. *ВикиВики* (WikiWiki) – делает возможным редактирование любым пользователем содержательного контента сайта (Википедия (<http://ru.wikipedia.org>)). Может быть использован в образовательном процессе как ресурс для размещения результатов проектной или другой совместной со студентами деятельности.

5. *Социальные медиакхранилища* – площадки, предоставляющие свои мощности для бесплатного хранения информации различного формата (фото, видео, аудио и др.) с возможностью их классификации, обмена, обсуждения (фотосервис «Фликр» (<http://flickr.com>), *видеохостинги* YouTube (<http://www.youtube.com>), Рутуб (<http://rutube.ru>), сервисы работы с документами (Google.Docs (<http://docs.google.com>) и др.). В учебной деятельности такие ССС могут привлекаться в качестве источника и хранилища учебных материалов (фотографий, творческих работ) обучаемых, организации совместной проектной деятельности.

В контексте нашего исследования среди наиболее популярных инструментальных средств (методических социальных сетевых сервисов) для осуществления компьютерных тестовых процедур выделим следующие ресурсы:

- *ProProfs* – сервис для разработки тестов с признаками интерактивности.
- *Online Test Pad* – данный конструктор является достаточно простым, бесплатным, русифицированным, позволяющим создавать не только тексты, но и задачи, кроссворды, опросники, логические игры и др.
- *Конструктор тестов* – помимо стандартной возможности создания интерактивных тестов позволяет разрабатывать тесты психологические.
- *Мастер-Тест* – позволяет проводить тестирование не только в онлайн-формате, но и в оффлайн после скачивания на стационарный компьютер.
- *Твой тест* – компьютерная автоматизированная система для организации и проведения online тестирования.
- *Google формы* – средство для создания тестов и опросов.

Результаты

В рамках данной статьи на конкретном примере более подробно рассмотрим некоторые практические аспекты использования возможностей портала Google, являющегося одним из самых многофункциональных и предлагающего множество сетевых сервисов (Тепляшина, Ермолович, 2016).

Нами был разработан и подготовлен тест по дисциплине «Методика обучения алгоритмизации и программированию» для проведения текущей аттестации обучающихся 4 курса по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), профиль «Физико-математическое образование. Дополнительное образование (техническое моделирование и робототехника)» Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (рис. 1).

В качестве аргументов при выборе сервиса *Google формы* как инструментальной базы стали следующие факторы:

Доступность.

Для их применения не нужна специальная программа, педагогу достаточно завести аккаунт в Google, что дает возможность пользоваться данным сервисом в любом месте с любого компьютера. Сервис абсолютно бесплатный.

Интуитивно понятный интерфейс.

Технология создания тестовых заданий довольно проста, ею может овладеть любой преподаватель при любом уровне владения ИКТ.

Формирование вопросов разной формы.

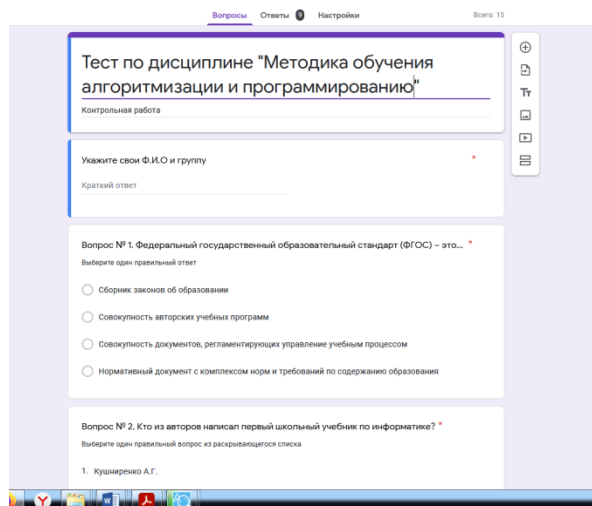


Рис. 1. Тест по дисциплине «Методика обучения алгоритмизации и программированию»

Сервис предлагает 11 вариантов тестовых заданий: один из списка, несколько из списка, ввод ответа в специально отведенное место, раскрывающийся список, шкала, выбор даты или времени и другие (рис. 2).

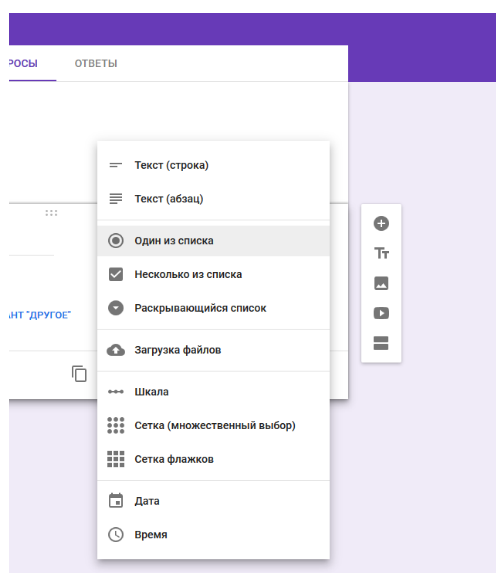


Рис. 2. Список форм тестовых вопросов

Наличие статистической обработки результатов тестирования.

Сервис имеет возможность обработки данных по результатам проведенного опроса. Они представляются в виде таблицы формата Excel, где в случае предварительной настройки могут быть отображены количество баллов, выделены определенным цветом верные и неверные ответы (условное форматирование) и оценка (для этого в таблице необходимо ввести соответствующую формулу).

Возможность опросить необходимое количество обучающихся.

Применение данного сервиса позволяет проводить тестирование как непосредственно на аудиторном занятии, так и вне. Готовый тест тестируемым может быть доступен несколькими способами: отправлен на электронный адрес студента, выложен на сайт педагога при его наличии. Таким образом, можно опросить отсутствующих по разным причинам обучающихся, в том числе студентов-инвалидов.

Другие дополнительные возможности.

В частности, по окончании тестирования результаты можно просмотреть не только в виде итоговой таблицы Excel, но и в форме свода, представляющего собой графический статистический отчет (диаграммы), а также анализа по каждому отдельному вопросу, по каждому студенту, по количеству правильных ответов (подсвечиваются разным цветом). Все отчеты могут быть распечатаны на принтере или скачаны в отдельный файл.

Баллы	Вопрос № 1. Федеральн	Вопрос № 2. Кто из авто	Вопрос № 3. Какова сов	Вопрос № 4. К основным	Вопрос № 5. Один из ос	Вопрос № 6. ФГ
15 / 15	Коновалова Татьяна, НИ	Нормативный документ (Ершов А.П., Монахов В.	Формирование информа	Информация, модель, ат	Национальн-региональн	в 2004 году
13 / 15	Мишин Максим	Совокупность документ	Ершов А.П., Монахов В.	Формирование информа	Программа, алгоритм, кт	Национальн-региональн
14 / 15	Шилова Екатерина, НИ-4	Нормативный документ (Ершов А.П., Монахов В.	Формирование информа	Информация, модель, ат	Национальн-региональн	в 2004 году
14 / 15	Терехова Кристина	Нормативный документ (Ершов А.П., Монахов В.	Формирование информа	Информация, модель, ат	Национальн-региональн	в 2004 году
13 / 15	Палаткина Светлана, НИ	Совокупность документ	Семакин И.Г. и др.	Формирование информа	Информация, модель, ат	Национальн-региональн
15 / 15	Яшина Елизавета, НИ-4	Нормативный документ (Ершов А.П., Монахов В.	Формирование информа	Информация, модель, ат	Национальн-региональн	в 2004 году

Рис. 3. Статистическая обработка результатов тестирования

Наш тест включал 35 вопросов, при формировании которых мы опирались на следующие дидактические принципы: научности (научно и методически обоснованные форма тестового задания и его содержание); иерархичности (были отобраны наиболее значимые и важные элементы учебного материала, предназначенного для проверки); объективности и справедливости (на выполнение теста отводилось одинаковое время для всех студентов, оценка выставлялась в соответствии с заданными условиями на этапе формирования теста); полноты и всесторонности (дидактически полный тест должен охватывать все компоненты проверяемого материала, его содержание тщательно отбиралось).

Вследствие того, что возможность настройки автоматического начисления баллов за каждый правильный ответ имеется не при всех типах вопросов, мы использовали лишь три: *один из списка, несколько из списка и раскрывающийся список*.

Другие формы также могут успешно использоваться педагогами, но в этом случае подсчет количества правильных ответов должен настраиваться с помощью ввода специальных формул в сводной таблице EXCEL. К тому же в вопросы можно добавлять изображения и мультимедийные файлы. За каждый правильный ответ начислялся один балл. Для выставления итогового экзаменационного балла в таблице с результатами нами была введена формула, в соответствии с которой оценка «отлично» выставлялась, если студент давал более 95 % правильных ответов, «хорошо» – от 80% до 94% включительно, «удовлетворительно» – от 65% до 79% включительно, «неудовлетворительно» – менее 65 %.

Прохождение тестирования начинается с указания своих имени, фамилии, группы. К каждому вопросу в разделе описание нами были добавлены инструкции. Также на этапе проектирования есть возможность пометить правильный ответ и добавить комментарий для студента в случае неверного ответа. Мы настроили тест так, что тестируемые после прохождения теста будут видеть *неправильные ответы, правильные ответы*, начисленные баллы за ответы.

Для того чтобы студент не пропустил какой-либо вопрос, каждый из них поместили как «обязательный». В случае необходимости вопросы в форме можно разделить на разделы, например, в соответствии с темами, подлежащими проверке. Также с помощью специальных инструментов можно проработать дизайн теста. После ввода всех вопросов в шаблон допускается предварительный просмотр результата.

После того как тест был разработан и готов к использованию, перед нами стала задача его доставки обучающимся. Для этого в сервисе *Google формы* есть несколько способов: отправить тестируемому на электронный адрес, разместить на странице своего сайта или

блога, опубликовать в интернете для общего доступа. Мы свой тест отправили каждому студенту на электронную почту.

После выполнения задания обучающийся отправляет его преподавателю, в аккаунте у которого сразу же отображаются ответы, оценка и доступные отчеты.

Заключение

Описанный практический опыт использования сервисов *Google* для диагностики знаний обучающихся по конкретной дисциплине позволил нам сделать следующие выводы: 1) сервис прост для освоения и применения; 2) позволяет проводить диагностические процедуры в условиях дистанционного обучения; 3) положительно влияет на обучающихся; 4) может модифицироваться и оптимизироваться; 5) применим к различным группам студентов; 6) прекрасно сочетается с традиционными формами контроля; 7) может быть интегрирован в различные предметные области.

Применение описанных и подобных сетевых сервисов говорит также об уровне методической и ИКТ-компетенции преподавателя, что является необходимым индикатором его профессионализма в контексте информатизации образования. Тем не менее, мы считаем, что изучение рассмотренного круга вопросов является недостаточным и перспективным, вследствие чего представляет интерес дальнейшее исследование компьютерного тестирования в контексте основных принципов обучения, а также его соответствия идеям гуманизации и гуманитаризации обучения, личностно-ориентированного и компетентностного подходов, развития познавательной активности и самостоятельности.

Список литературы

- Газизова Н.Н., Никонова Г.А., Никонова Н.В. Учебно-методический комплект по математике для студентов технологического университета // Высшее образование в России. 2018. Т. 27. №2. С. 56-61.
- Круподерова Е.П., Круподерова К.Р. Оценивание исследовательской деятельности обучающихся с помощью социальных сетевых сервисов // Проблемы современного педагогического образования. 2018. №61-1. С. 109-112.
- Макарченко М.Г., Сидорякина В.В., Забеглов А.В. Диагностика знаний студентов в цифровой образовательной среде вуза при изучении математических дисциплин // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. №10-3(112). С. 56-59. DOI 10.23670/IRJ.2021.112.10.076.
- Мухаметзянов И.Ш. Цифровое неравенство, цифровые компетенции учителя и цифровая трансформация образования // Педагогическая информатика. 2021. №3. С. 3-12.
- Пазухина С.В., Пономарева Т.М. Совершенствование учебно-методического обеспечения психолого-педагогических дисциплин в условиях цифровизации высшего образования // Педагогика и просвещение. 2021. №2. С. 113-129. DOI 10.7256/2454-0676.2021.2.33538.
- Прихода Т.Е., Кожевина Л.И. Опыт применения информационно-коммуникационных технологий как инструмента организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов // Инновационное развитие профессионального образования. 2019. Т. 21. №1. С. 34-43.
- Савченкова Н.Н., Максимова Н.А. Социальные сетевые сервисы в учебном процессе // Современные наукоемкие технологии. 2016. №11-1. С. 161-164.
- Теоретические основы создания образовательных электронных изданий / Беляев М.И., Вымятин В.М., Григорьев С.Г. [и др]. Томск: Изд-во Томского университета, 2002.
- Тепляшина Е.А., Ермолович Е.В. Использование информационных технологий в преподавании дисциплины "биохимия" студентам медицинского университета // Образование и наука. 2016. №9(138). С. 90-108. DOI 10.17853/1994-5639-2016-9-90-108.

Шаховалов Н.Н., Гриневич Л.А., Шаховалова Е.Г. Диагностика готовности обучающихся вузов к использованию социальных сетевых сервисов в образовательном процессе // Мир науки, культуры, образования. 2018. №2(69). С. 375-378.

THE POTENTIAL OF SOCIAL NETWORK SERVICES AS AN INSTRUMENTAL BASE FOR THE ORGANIZATION OF MONITORING AND EVALUATION OF STUDENTS' KNOWLEDGE: SOME THEORETICAL AND PRACTICAL ASPECTS

Alexandrova L. N.

PhD in Education (Pedagogy),
associate professor
alexandrovaludmila@rambler.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The issues of the inclusion of distance learning components in the educational process of the university today are particularly relevant and require immediate study and resolution. This is confirmed by the current situation around the world in connection with the pandemic, the development and implementation of a whole range of government programs to digitalize education and support IT specialists, the growth of scientific research in this area, as well as the author's own practical experience. Such interest in online forms of education, among other things, is explained by their unlimited didactic and methodological potential. In particular, the article deals with the problem of organizing competent and effective control of students' knowledge in the conditions of using online forms of learning. As a rule, in this case, one of the obstacles is a reasonable choice of a tool that allows you to organize diagnostic procedures. Within the framework of the presented material, the use of the capabilities of social network services (SSS) is proposed and justified. The author clarifies this concept, identifies CCC groups, analyzes some network resources for organizing computer testing. In more detail, using a specific practical example, the possibility of conducting diagnostics of students' knowledge based on Google services, namely Google forms, is considered. When describing the test preparation procedure, arguments are given and justified regarding the choice of this tool base, positive conclusions are made based on the results of computer testing. One of the main theses is that the practice of using social network services by teachers demonstrates their professional interest in the processes of digital transformation of education and the desire to increase their own ICT competence. In conclusion, the author outlines further ways to study the problem under consideration.

Keywords: social network services, computer testing, digital transformation.

References

- Belyaev, M. I., Vymyatin, V. M., Grigoriev, S. G. [and others] (2002). *Teoreticheskie osnovy sozdaniya obrazovatel'nykh elektronnykh izdaniy*. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo universiteta. (In Russ.)
- Gazizova, N. N., Nikonova, G. A., Nikonova, N. V. (2018). New Mathematics Tutorial for Technology Students. *Higher education in Russia*, 27(2), 56-61. (In Russ., abstract in Eng.)

- Krupoderova, E. P., Krupoderova, K. R. (2018.) Assessment of Students' Research Activities Using Social Network Services. *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya*, 61(1), 109-112. (In Russ., abstract in Eng.)
- Makarchenko, M. G., Sidoryakina V. V., Zabeglov, A. V. (2021.). Diagnostics of Students' Knowledge in the Digital Educational Environment of a University in the Study of Mathematical Disciplines. *International research journal*, 10(3), 56-59. DOI 10.23670/IRJ.2021.112.10.076. (In Russ., abstract in Eng.)
- Mukhametzyanov, I. S. (2021). Digital Divide, digital Competence of Educators and Digital Transformation of Education. *Pedagogical Informatics*, 3, 3-12. (In Russ., abstract in Eng.)
- Pazukhina, S. V., Ponomareva, T. M. The Improvement of Academic and Methodological Support of Psychological-Pedagogical Disciplines in the Conditions of Digitalization of Higher Education. *Pedagogika i prosveshchenie*, 2, 113-129. (In Russ., abstract in Eng.)
- Prikhoda, T. E., Kozhevina, L. I. (2019). Experience of Application of Informational and Communicational Technologies as a Tool of Organization of Extracurricular Independent Work of Students. *Innovative development of vocational education*, 21(1), 34-43. (In Russ., abstract in Eng.)
- Savchenkova, N. N., Maksimova, N.A. (2016.) Social network services in the educational process. *Modern high technologies*. 11(1), 161-164. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shakhovalov, N. N., Grinevich, L. A., Shakhovalova, E. G. (2018). Diagnostics of Higher Education Institute Students' Rreparedness to Usage the Social Networks for Education. *Mir nauki, kultury, obrazovaniya*, 2, 375-378. (In Russ., abstract in Eng.)
- Teplyashina, E. A., Ermolovich, E. V. (2016.). Using Information Technologies in "Biochemistry" Teaching of Medical University Students. *Education and science journal*, 9, 90-108. DOI 10.17853/1994-5639-2016-9-90-108 (In Russ., abstract in Eng.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-97-108

УДК
378.147.000**РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИН ПО ВЫБОРУ В
КАЧЕСТВЕННОЙ ПОДГОТОВКЕ МАГИСТРА ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ****Елецких Ирина Адольфовна**
к.ф.-м.н., доцент
yeletskikh.irina@yandex.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И.А. Бунина**Елецких Константин Сергеевич**
к.ф.-м.н., старший преподаватель
kostan86@yandex.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Современное общество рассматривает магистра как человека способного на эффективные действия в нестандартных ситуациях, на овладение приемами формализации задач, навыками обоснования хозяйственных и экономических решений на основе критического анализа и систематизации информации. Личность, обладающую умениями разрабатывать варианты реализации программного обеспечения и требований к нему. Подготовка компетентного специалиста-профессионала на сегодняшний день выступает в качестве первоочередной задачи классического университета. Данная статья посвящена вопросам качественной подготовки будущих магистров на примере дисциплин по выбору. Элективные дисциплины по выбору призваны развивать компетенции, углублять знания, умения и навыки, определяемые современными образовательными стандартами. Они предоставляют будущему магистру возможность повлиять на процесс обучения путем его формирования в соответствии со своими интересами. Элективные дисциплины направлены на развитие профессиональных и общих профессиональных компетенций. Анализируя подготовку специалистов к профессиональной деятельности в условиях классического университета, делается вывод, что наряду с заложенными в программах и стандартах обязательной части и части, формируемой участниками образовательных отношений, знаниями и умениями, у будущего магистра становится актуальной проблема формирования профессиональной компетентности, как основы университетской подготовки. В настоящее время сложились некоторые предпосылки для научного решения проблем разработки содержания элективных курсов по выбору, ориентированных на формирование профессиональной компетентности будущего магистра: социальные (требование общества к специалистам, способным компетентно решать профессиональную и социальную задачу), гностические (проблема формирования компетентного специалиста поставлена в психологии, педагогике и методике); практические (работодатели и социальные партнеры чаще обращаются к специалисту с требованиями к опыту, достижениям, компетентности).

Ключевые слова: элективные дисциплины, математические методы и модели, профессиональные и общепрофессиональные компетенции.

Введение

Отличительные для нашего времени изменения в системе подготовки магистров в области прикладной математики и информатики нацелены на развитие у них мобильности, инициативности и конкурентоспособности, готовности к постоянному саморазвитию в меняющихся условиях социума. Одним из преимуществ дисциплин по выбору, является то, что они предоставляют обучающемуся возможность повлиять на процесс обучения путем его формирования в соответствии со своими интересами. Преподавание элективных дисциплин – одно из средств индивидуализации обучения, развития инициативы и самостоятельности обучающихся. Они призваны развивать компетенции, углублять знания, умения и навыки, определяемые образовательными стандартами. В настоящее время существуют определенные условия для научно-обоснованного решения задачи разработки содержания элективных дисциплин, направленных на развитие профессиональной компетенции будущего исследователя: социально-гностические исследования и исследования практического характера (Рубанова, 2019).

Актуальность данной темы обусловлена недостаточной представленностью психологических и методологических исследований о путях и средствах разработки тематического содержания элективных дисциплин, направленных на развитие профессиональной компетенции магистра, а также ее объективной востребованности.

Методология исследования

Планирование и организация педагогических экспериментов – важная общетеоретическая проблема, решения которой предложены в работах известных педагогов. Теоретические и методические аспекты планирования и организации педагогического эксперимента были предметом исследования многих ученых, так как педагогический эксперимент – это неотъемлемый этап большинства научных исследований в области педагогики, теории и методики обучения и воспитания, теории и методики высшего образования. Сейчас можно сказать, что созданы подходы к организации педагогических экспериментов в ряде научных школ А.И. Жука, И.А. Новикова, П.И. Образцова, И.И. Цыркуна и др.

Педагогические эксперименты предполагают теоретически обоснованное изменение в организации педагогических процессов, реализуемое с целью осмысления эффективности инновационного педагогического процесса и изучения характеров связей различных компонентов образования с результатами педагогических воздействий. Важнейший этап педагогического эксперимента – его планирование. Приведём образец содержания и структуры программы педагогического эксперимента на примере организации самостоятельной работы будущих магистров в рамках дисциплины по выбору на тему «Математические методы анализа экономических процессов». Первым этапом планирования является формулировка цели и задач педагогического эксперимента. Следует отметить, что речь идет только об эксперименте, а не об исследовании в целом. Например, цель педагогического эксперимента: оценить влияние разработанной методики организации самостоятельной работы студентов по овладению математическими методами анализа экономических процессов. Цель эксперимента раскрывается в его задачах. В качестве задач возможно использование следующих положений:

1) изучить состояние проблемы усвоения математических понятий у студентов в практике обучения;

2) определить эффективность влияния методики организации самостоятельной работы на повышение качества обучения и реализацию межпредметных связей в процессе исследования реально существующих задач;

3) оценить эффективность методики самостоятельной работы студентов по овладению понятиями и их приложению к составлению и исследованию математических моделей.

Цель исследования: обосновать возможности формирования содержания и реализации дисциплины по выбору «Математические методы анализа экономических процессов» на

основе компетентностного подхода для обучающихся по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика; направленность: «Информационное обеспечение экономической деятельности».

Гипотеза исследования представляет собой совокупность теоретически обоснованных предложений, истинность которых подлежит проверке в педагогическом процессе. Приведем пример гипотезы, которая была взята за основу обучающимися, при составлении и выполнении ими практического задания с использованием математического аппарата. Существующая высшая школа может обеспечивать совокупность интересов будущих магистров, требований на рынке труда, а также возможностей университета в соответствии с достижениями передовой практики и науки, если:

- элективный курс формируется на основе компетенции и направлен на выполнение частных учебных задач, которые обеспечивают качественную подготовку специалиста;
- выбор элективных курсов для обучающихся учитывает требования к качественной профессиональной подготовке, потребности на рынке труда, а также возможности выпускников для самореализации;
- для каждого элективного курса используется инновационная технология обучения.

Традиционно студентам технических специальностей предлагаются дисциплины по выбору, направленные на углубленное изучение дисциплин профессионального цикла. Например, по направлению «Прикладная математика и информатика» студентам предлагается изучить дисциплины по следующей тематике: «Основы искусственного интеллекта», «Математическое моделирование физических явлений», «Языки программирования», «Численные методы», «Операционные системы» и т.п. Они направлены на развитие профессиональных и общих профессиональных компетенций. Для освоения дисциплины по выбору «Математические методы анализа экономических процессов» требуется знание не только различных разделов высшей математики, но и экономики, программирования, моделирования и др. В результате изучения дисциплины обучающийся должен

знать:

- методы и приемы формализации задач, языки формализации функциональных спецификаций;
- принципы построения и виды архитектуры программного обеспечения;
- типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения;

уметь:

- вырабатывать варианты реализации программного обеспечения и требований к нему;
- применять методы и технологии проектирования программного обеспечения, программных интерфейсов, структур и баз данных в соответствии с установленными требованиями;

владеть:

- навыками обоснования хозяйственных решений на основе критического анализа и систематизации информации;
- навыками выбора методов и средств решения задач по изучаемой дисциплине, осуществлению контроля выполнения задания.

Рассмотрение теории начинается с построения классификации основных математических методов в экономическом анализе: методы элементарной математики; математического анализа; линейного программирования; теории дифференциальных уравнений и др. Остановимся, к примеру, на приложении методов математического анализа для решения экономических задач. Предварительно отметим, что в исследовании принято выделять три группы методов: 1) организационные; 2) эмпирические; 3) методы обработки данных. К организационным методам относятся лонгитюдный, близнецовый, комплексный (в частности, использование медицинских, педагогических, физиологических и пр. данных).

В группу эмпирических методов включены диагностические методы и методики, а также метод формирующего или развивающего эксперимента. Методы обработки данных содержат метод математико-статистического анализа (использование критериев значимости, факторного, дисперсионного, корреляционного анализа и пр.), метод качественного описания (описание полученных типов, классификация эмпирического материала на группы). Выбирать диагностические средства, способы, методы (методики) операционализации предмета педагогического эксперимента, следует опираясь на научных достижения теории измерений с учетом критериев качества педагогического исследования.

Методы математического анализа широко применяются в экономической теории (Кремер, 2007). Это объясняется тем, что в математический анализ по современной классификации входит большое количество дисциплин, которые в свою очередь применяются в экономических исследованиях. Так как одним из основных понятий классического математического анализа является понятие функции, то приведем ряд примеров с его использованием (Красс, Чупрынов, 2008). Перечислим наиболее часто встречающиеся функции, применяемые в экономической теории:

функция полезности (или функция предпочтений) – зависимость результата некоторого действия от уровня интенсивности этого действия;

функция выпуска – зависимость объема выпускаемой продукции от объема перерабатываемого ресурса;

функция издержек – зависимость издержек производства от объема выпуска продукции;

функция спроса и предложения – зависимость объема спроса и предложения от цены на товар p .

Результаты

В качестве примера рассмотрим линейную паутинную модель рынка. В рамках данной модели спрос $d(p)$ (demand) и предложений $s(p)$ (supply) являются линейными функциями цены p .

Задача 1. «В паутинной модели рынка даны функция спроса $d(p) = 18 - \frac{3}{2}p$, функция предложения $s(p) = p - 2$ и начальная цена $p_0 = 10$. Построить графики этих функций, найти координаты точки рыночного равновесия и несколько узлов ломаной $\{(q_n, p_n); (q_{n+1}, p_{n+1})\}$. Получить общую формулу для p_n , $n = 0, 1, 2, \dots$. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ » (Окунева, 2013).

Студентам предлагается разработать план решения задачи, написать программу (или использовать готовый программный продукт) расчетов, программу построения паутинной модели рынка и провести анализ полученных результатов. Для решения задачи, обучающиеся должны знать методы математического анализа: теория дифференциального и интегрального исчисления, функций одного и нескольких переменных и др.

Применение дифференциального исчисления для исследования экономических процессов на основе анализа предельных величин (предельный анализ) широко применяется в экономике (Лискина, 2009). Предельные величины характеризуют не состояние, а процесс, т.е. изменение экономического объекта. Таким образом, производная выступает как скорость изменения некоторого экономического объекта (процесса) по времени или относительно другого исследуемого фактора (Гончаренко, Попова, 2016). К задачам, в решении которых используется экономический смысл производной, относятся задачи на производительность труда, издержки производства, спрос и предложение. Приведем две задачи, при решении которых требуется исследование на экстремум функции одной и двух переменных.

Задача 2. «Функция полных затрат в зависимости от объема выпускаемой продукции задана соотношением. $y = x^3 - 2x^2 + 96$. При каком объеме производство предельные и средние затраты совпадают? Найти коэффициенты эластичности полных и средних затрат при данном объеме» (Клюшин, 2009, 318).

Задача 3. «Найти величины используемых ресурсов (x ; y), при которых фирма-производитель получит максимальную прибыль, если заданы производственная функция $K(x; y) = 30 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{y}$ и цены $p_1 = 6$ ден. ед. и $p_2 = 5$ ден. ед. первого и второго ресурсов» (Клюшин, 2009, 318).

Для решения задач 2 и 3 студентам предлагается использовать математический пакет Maple или Microsoft Excel (Анно, 2016) для выполнения расчетов и построения полученного решения.

В процессе выполнения задания студенты должны знать типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения, уметь вырабатывать варианты реализации программного обеспечения и требований к нему, владеть навыками выбора методов и средств решения задач по изучаемой дисциплине, осуществлению контроля выполнения задания.

Задача 4. В некотором поселке с численностью населения 3000 человек распространение вирусной инфекции COVID – 19 (без применения экстренных санитарно-профилактических мер) описывается уравнением

$$\frac{dy}{dt} = 0,001y(3000 - y),$$

где y – число заболевших в момент времени t (t – число недель). Сколько будет больных в поселке через 2 недели, если в начальный момент было трое больных?

Решение.

По условию уравнение, описывающее процесс распространения инфекции, относится к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными. Разделяя переменные, а затем проводя процесс интегрирования, получим следующее решение.

$$\frac{dy}{0,001y(3000 - y)} = dt \Rightarrow \ln \left| \frac{y}{3000 - y} \right| = 3t + C_1$$

$$\frac{y}{3000 - y} = Ce^{3t} \Rightarrow y = \frac{3e^{3t}}{1 + 0,001e^{3t}} \Rightarrow y = \frac{3e^{3t}}{1 + 0,001e^{3t}}$$

По условию известно, что $y(0) = 3$, тогда

$$y(2) = \frac{3 \cdot e^6}{1 + 0,001 \cdot e^6} \approx 862$$

Из приведенной задачи можно сделать вывод, что за две недели количество заболевших увеличится приблизительно в 287 раз.

Эта задача была сформулирована обучающимися при выполнении самостоятельного задания на разработку и реализацию моделей в области экономики. Её создание актуально, так как пришлось на время карантина в феврале 2020 года. Перечисленные задачи направлены на формирование компетенции ОПК-2: способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы для решения прикладных задач.

Знания, навыки, умения, профессиональные и личностные качества не могут быть развиты в достаточном объеме, если в технологии разработки содержания и реализации дисциплины по выбору не будет заложена единая интегрирующая основа (Рубанова, 2019). Например, рассмотрим задачу:

Задача 5. «Производительность труда рабочего в течение дня задается функцией $z(t) = -0,00625 \cdot t^2 + 0,05 \cdot t + 0,5$ (ден.ед./ч), где t – время в часах от начала работы ($0 \leq t \leq 8$). Найти функцию $u = u(t)$, выражающую объем продукции от времени t (в денежных единицах) и его величину за рабочий день» (Окунева, 2013).

Решение.

По условию задачи известно, что функция изменения производительности труда рабочего в течение дня имеет вид $u = z(t)$, промежуток времени, который используется как

пределы интегрирования: 0- нижний предел, 8 – верхний предел. Функция для нахождения объема продукции будет иметь вид:

$$u = \int_0^8 z(t) dt$$

Подставим значение функции $z(t)$ и найдем значение интеграла

$$u = \int_0^8 (-0,00625 \cdot t^2 + 0,05 \cdot t + 0,5) dt$$

Перепишем функцию под интегралом в другом виде

$$u = \int \left(-\frac{t^2}{160} + \frac{t}{20} + \frac{1}{2} \right) dt;$$

$$u = -\frac{t^2}{160} \int t^2 dt + \frac{1}{20} \int t dt + \frac{1}{2} \int 1 dt;$$

Поочередно вычисляем

$$\int t^2 dt = \frac{t^3}{3}; \int t dt = \frac{t^2}{2}; \int 1 dt = t$$

Подставим вычисленные интегралы и получим

$$u = -\frac{t^3}{480} + \frac{t^2}{40} + \frac{t}{2} + C;$$

Найдем определенный интеграл

$$u(8) = -\frac{8^3}{480} + \frac{8^2}{40} + \frac{8}{2} = -\frac{16}{15} + \frac{8}{5} + 4 = \frac{68}{15} \approx 4.533$$

Ответ: $u = \frac{68}{15} \approx 4.533$ ден. ед.

В ходе нашего экспериментального исследования мы организовали и осуществили констатирующий его этап. *Цель констатирующего этапа эксперимента:* выявить методические основы формирования профессиональной компетентности студентов, определить возможности компетентностного подхода в разработке дисциплин по выбору для студентов вуза и экспериментально проверить эффективность реализации заявленных дисциплин в подготовке будущих специалистов.

В ходе констатирующего эксперимента мы провели:

- анкетирование 18 студентов 2 курса группы ПМм-21 и это количество участников анкетирования мы приняли за 100%;

- анкетирование с 6 преподавателями (это количество участников анкетирования мы приняли за 100%) разных кафедр института математики естествознания и техники ЕГУ им. И.А. Бунина (кафедры математики и методики её преподавания - зав. кафедрой профессор, доктор педагогических наук С.Н. Дворяткина, кафедры математического моделирования, компьютерных технологий и информационной безопасности - зав. кафедрой доктор физико-математических наук, доцент О.Н. Масина). Преподаватели этих кафедр в ходе своей педагогической деятельности когда-либо были задействованы в проведении элективных дисциплин по выбору.

Обучающимся было предложено 7 вопросов. На первый вопрос: **«Вам нравятся элективные дисциплины по выбору?»** положительный ответ дали 15 магистрантов (83%), отрицательный – 3 обучающихся (17%), не знаю – не ответил никто (0%). Следовательно, большинство магистрантов осознает необходимость изучения дисциплин по выбору, которые обеспечивают расширение и углубление знаний, удовлетворяют познавательный интерес обучающихся.

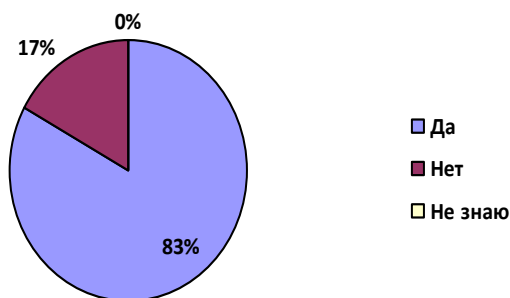


Рис. 1. Графическое представление результатов ответа на первый вопрос

Анализ ответов на второй вопрос: «**Понимаете ли Вы чем отличаются дисциплины предметно-содержательного блока и курсы по выбору?**» показал, что магистранты различают базовые дисциплины и курсы по выбору, понимают, чем они отличаются (17 человек или 94% опрошенных). Только один обучающийся (или 6%) неясно понимает разницу между основными и дисциплинами по выбору. Это говорит о том, что, в большинстве своем, магистранты готовы к изучению, как базовых дисциплин, так и дисциплин по выбору.

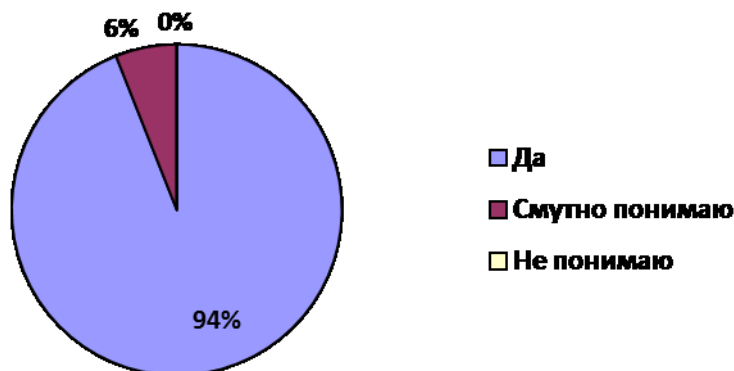


Рис. 2. Графическое представление результатов ответа на второй вопрос

На третий вопрос: «**Каким дисциплинам по выбору среди математических дисциплин Вы отдаете предпочтение?**» Были получены разнообразные варианты ответов, так как из предложенных вариантов ответов обучающиеся могли выбрать несколько. Предпочтение дисциплинам по выбору, затрагивающим классическую теорию математики отдали 5 человек (21%), отражающим современные математические тенденции – 5 человек (21%), с использованием компьютерных технологий – 7 человек (29%), затрагивающим математическое моделирование – 6 человек (25%), другим (каким-либо) – 1 человек (приблизительно 4%). Значит, магистранты не только ориентируются в разнообразных образовательных траекториях и дисциплинах по выбору, но и могут сделать осмысленный выбор в пользу своих профессиональных и научно-исследовательских интересов.

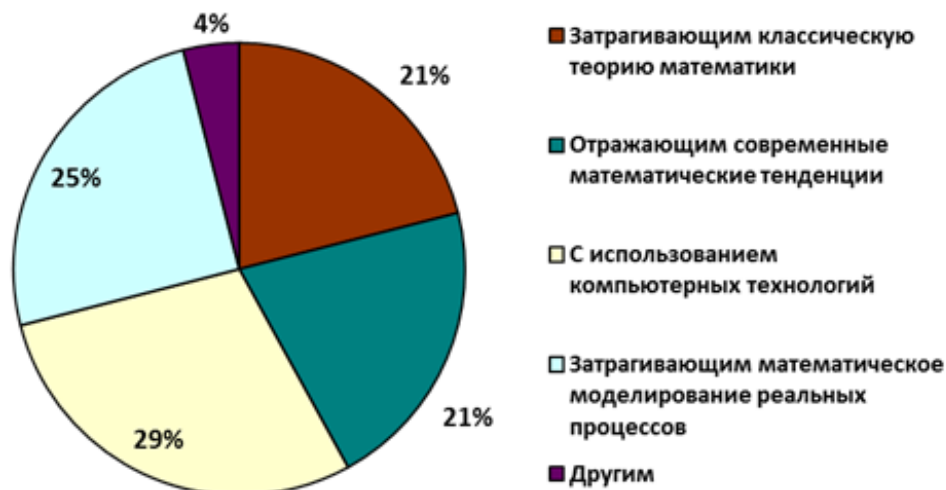


Рис. 3. Графическое представление результатов ответа на третий вопрос

На четвертый вопрос: «**Что для Вас является главным в дисциплине по выбору?**» Обучающиеся также могли выбрать несколько вариантов ответов. Главным в курсе по выбору считают получение новых знаний – 6 человек (24%), получение дополнительных навыков в программировании – 7 человек (28%), возможность использования полученных знаний в дальнейшем обучении – 2 человека (8%), возможность практического применения полученных знаний – 10 человек (40%). Итак, приоритетным в изучаемой дисциплине по выбору обучающиеся 2 курса магистратуры справедливо определяют получение новых знаний, формирование навыков и возможность их практического применения.



Рис. 4. Графическое представление результатов ответа на четвертый вопрос

В ответах на пятый вопрос: «**Курс по выбору по какой тематике Вас заинтересовал?**» мнения разделились. Обучающиеся указывали дисциплины, связанные с математическим моделированием экономических процессов (8 человек или 45%), новыми компьютерными технологиями (3 человека или 16,5%), программированием (2 человека или 11%), теорией специальных функций (2 человека или 11%), нелинейным функциональным анализом (1 человек или 5,5%), проектированием экспертных систем (1 человек или 5,5%), решением

интегральных уравнений (1 человек или 5,5%). Это свидетельствует о широте сформированного профессионального кругозора и способности анализировать тематику дисциплин по выбору.



Рис. 5. Графическое представление результатов ответа на пятый вопрос

Анализ шестого вопроса: «**Знакомы ли Вы с теорией математических методов анализа экономических процессов?**» показал, что большинство опрошенных магистрантов (16 человек или 89%) знакомы только с классической теорией математических методов в экономике. С современной теорией, к сожалению, незнаком никто. Значит, разработка курса по выбору обозначенной тематики актуальна и своевременна.

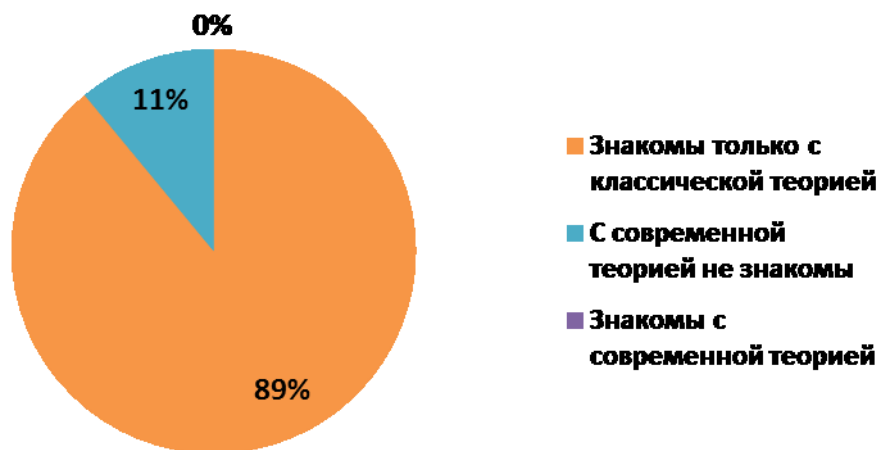


Рис. 6. Графическое представление результатов ответа на шестой вопрос

На седьмой вопрос: «**Хотели бы Вы, чтобы появился курс по выбору по этой тематике?**» Большинство магистрантов (11 человек или 60,5%) хотели, чтобы в программе образовательных траекторий появилась дисциплина по выбору, связанная с тематикой математического моделирования, 6 опрошенных ответили, что им все равно (34%) и 1 человек (5,5%) не хотел бы, чтобы такая дисциплина проводилась по непонятной причине. Ориентируясь на определенное большинство, мы разработали дисциплину, посвященную следованию обозначенной тематики.

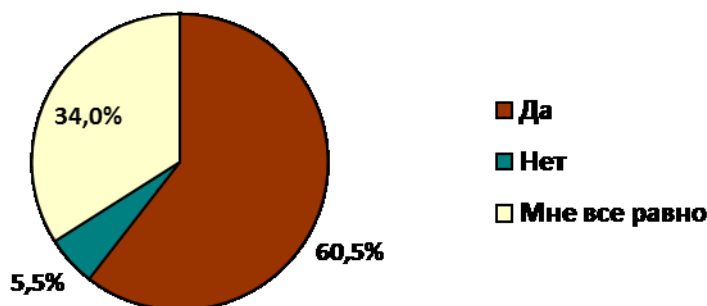


Рис. 7. Графическое представление результатов ответа на седьмой вопрос

Проведя анализ результатов анкетирования, можно сделать вывод, что включение дисциплины «Математические методы анализа экономических процессов» в учебный план элективных дисциплин по выбору института ИМЕиТ возможно, так как она ставит целью расширение знаний в области дифференциальных уравнений и систем, уравнений математической физики, а также построение математических моделей физических процессов и направлена на решение таких задач, как: понимание и применение будущими магистрами в исследовательской и прикладной деятельности современного математического аппарата; сбор, обработка, и интерпретация данных современных научных исследований; применение современных компьютерных технологий в моделировании физических процессов. Что обязательно будет способствовать формированию профессиональных компетенций у выпускников.

С целью определения места элективных дисциплин по выбору в системе профессиональной подготовки будущего магистра и возможности обеспечения существующей системы профессионального образования требованиям рынка труда, интересов обучающихся и возможностей вуза в соответствии с достижениями науки и передовой практики было проведено анкетирование среди преподавателей. Задавался вопрос: «Как Вы определяете для себя роль и значение компетентного подхода в профессиональной подготовке будущего магистра по направлению «Прикладная математика и информатика»?». Роль и значение компетентного подхода в профессиональной подготовке магистра по направлению «Прикладная математика и информатика» преподаватели (4 человека или 66,5% опрошенных) определяют как значимую и важную, потому что этот подход определяет и профессиональное и научное становление выпускника (3 человека или 50% опрошенных); потому что он определяет и обосновывает достаточную профессиональную подготовку выпускника (1 человек 16,5% опрошенных). Значение и роль комплексного подхода в качественной подготовке будущего магистра прикладной математики выделяет (1 человек или 16,5% опрошенных). Совсем не определяют роль и значение компетентного подхода в заявленном процессе, а предлагают ориентироваться на стандарт, т.к. это основной закон (1 человек 16,5% опрошенных). Следовательно, важную роль и большое значение компетентного подхода в профессиональной подготовке магистра по направлению «Прикладная математика и информатика» определяют большинство опрошенных, что согласуется с нашим мнением.

Заключение

Анализируя подготовку магистров к профессиональной деятельности в условиях классического университета, можно сделать вывод, что наряду с заложенными в образовательных стандартах и программах обязательной части и части, формируемой участниками образовательных отношений, компетенциями, у обучающегося должны быть сформированы организаторские способности. Выпускник магистратуры должен обладать умениями принимать решения и брать на себя ответственность за их выполнение, а также необходимыми коммуникативными качествами, оценивать процессы в обществе, определять роль и место своей профессиональной деятельности в них, находить возможности ее

постоянного совершенствования, оценивать личностные и деловые качества работников, их мотивацию к должностному росту и др. Таким образом, в процессе подготовки будущих магистров, их самосовершенствования становится актуальной проблема формирования профессиональной компетентности, как основы вузовской подготовки. В ходе исследования была обоснована возможность построения содержания и реализации дисциплины по выбору «Математические методы анализа экономических процессов» на основе компетентностного подхода для обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика». Получены экспериментальные данные и решены основные задачи, подтверждающие справедливость выдвинутой гипотезы. Установлено теоретически и подтверждено на практике предположении о том, что в системе профессиональной подготовки будущего магистра важное место принадлежит элективным дисциплинам по выбору.

Список литературы

- Анно Е.И., Самыгина Т.Н. Информатика в примерах и задачах. Microsoft Excel 2016. М.: Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2018.
- Гончаренко В.М., Попова В.Ю. Математические методы в экономике и финансах. М.: КНОРУС, 2016.
- Грачева М.В., Туманова Е.А. Математические и инструментальные методы в современных экономических исследованиях. М.: Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, 2018.
- Клюшин В.Л. Высшая математика для экономистов. М.: ИНФРА-М, 2009.
- Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: «Дело» АНХ, 2008.
- Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: Практикум для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям 2-е изд. М: ЮНИТИ-ДАНА, 2007.
- Лискина Е.Ю. Экономико-математические модели. Рязань: Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина, 2009.
- Окунева Е.О., Моисеев С.И. Математические методы исследования экономики. Воронеж: ВФ МГЭИ, 2013. 73 с.
- Рубанова, Е.И., Явбатырова Б.Г. Проблема становления и формирования профессиональной рефлексии специалистов в сфере образования // Современные педагогические технологии профессионального образования: сборник статей. 2019. С. 77-81.

THE ROLE AND SIGNIFICANCE OF THE DISCIPLINE OF CHOICE IN THE QUALITATIVE TRAINING OF THE MASTER OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATICS

Yeletskikh I. A.
Ph.D. (Physico-mathematical sciences),
associate professor
yeletskikh.irina@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Yeletskikh K. S.
Ph.D. (Physico-mathematical sciences),
senior lecturer
kostan86@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. Modern society considers the master as a person capable of effective action in non-standard situations, to master the techniques of formalizing tasks, the skills of

substantiating economic and economic decisions based on critical analysis and systematization of information. A person with the ability to develop options for the implementation of software and to it. Today, the training of a competent specialist-professional is the primary task of a classical university. This article is devoted to the high-quality preparation of future masters using the example of elective disciplines. Elective disciplines to determine the skills of competence, to deepen knowledge, skills and abilities, determined by educational standards. They will provide the future master with the opportunity to influence the learning process, shaping it in accordance with their interests. They focus on the development of professional and general professional competencies. Analyzing the preparation of specialists for professional activity in a university environment, it is done that, along with the compulsory part of the program and the knowledge and skills formed by the participants in educational relations, the future master's problem of forming professional competence as the basis of university training becomes urgent. At present, the prerequisites have been created for the scientific solution of the problem of developing elective courses focused on creating the professional competence of the future master: a social society for specialists who are able to competently solve a problem and a social task), gnostic (the problem of creating a competent specialist is posed in pedagogy), psychology, methodology); practical (social partners and employers often turn to a specialist with requirements for experience, achievements, competence).

Keywords: elective disciplines, mathematical methods and models, professional and general professional competencies.

References

- Anno, E. I., Samygina, T. N. (2018). *Informatika v primerakh i zadachakh. Microsoft Excel 2016*. Moscow: Faculty of Economics, Moscow State University. M.V. Lomonosov. 2018. (In Russ.)
- Goncharenko, V. M., Popova V. Yu. (2016). *Matematicheskiye metody v ekonomike i finansakh*. Moscow: KNORUS. (In Russ.)
- Gracheva, M. V., Tumanova, E. A. (2018). *Matematicheskiye i instrumental'nyye metody v sovremennykh ekonomicheskikh issledovaniyakh*. Moscow: Faculty of Economics, Moscow State University named after M.V. Lomonosov. (In Russ.)
- Klyushin, V. L. (2009). *Vysshaya matematika dlya ekonomistov*. Moscow: INFRA-M. (In Russ.)
- Krass, M. S., Chuprynov, B. P. (2008). *Osnovy matematiki i yeye prilozheniya v ekonomicheskom obrazovanii* [Foundations of mathematics and its applications in economic education]. Moscow: "Delo" ANKh. (In Russ.)
- Kremer, N. Sh. (2007). *Vysshaya matematika dlya ekonomistov: Praktikum dlya studentov vuzov, obuchayushchikhsya po ekonomicheskim spetsial'nostyam 2-ye izd.* Moscow: UNITY-DANA. (In Russ.)
- Liskina, E. Yu. (2009). *Ekonomiko-matematicheskiye modeli*. Ryazan: Ryazan State University named after S.A. Yesenin. (In Russ.)
- Okuneva, E. O., Moiseev, S. I. (2013). *Matematicheskie metody issledovaniya ekonomiki*. Voronezh: VF MGEI. (In Russ.)
- Rubanova, E. I., Yavbatyrova, B. G. (2019). Problema stanovleniya i formirovaniya professional'noy refleksii spetsialistov v sfere obrazovaniya. *Sovremennyye pedagogicheskiye tekhnologii professional'nogo obrazovaniya: sbornik statey*, 77-81.

УДК
378**НЕОБХОДИМОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛА
РАСКРЫТИЯ «ПРОБЛЕМНЫХ ЗОН» ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ
КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В
ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗАХ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ****Драгилева Ирина Петровна**
старший преподаватель
idrag2012@yandex.ru
г. Москва**Потепалова Александра Юрьевна**
к.ф.-м.н., доцент
apoteralova@mail.ru
г. Москва**Розанова Светлана Алексеевна**
д.п.н., профессор
srozanova@mail.ru
г. МоскваФГБОУ ВО МИРЭА-Российский технологиче-
ский университетФГБОУ ВО МИРЭА-Российский технологиче-
ский университетФГБОУ ВО МИРЭА-Российский технологиче-
ский университет

Аннотация. В условиях цифровизации высшего образования во многих вузах России началась трансформация учебного процесса по различным дисциплинам. Разрыв между школьными знаниями, умениями по математике абитуриентов и требованиями технических вузов, отсутствие мотивации к изучению математики уже с самого начала обучения создает возможность накопления математических «проблемных зон». Актуальной становится задача: максимально использовать традиционные методы и положительные стороны цифровизации для их раскрытия. В данной статье обосновывается необходимость использования в технических вузах потенциала раскрытия «проблемных зон», относящихся к основным математическим понятиям и методам для повышения качества математического образования. Поэтому ставится проблема исследования: повышение качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации посредством использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон». Цель исследования: разработка методики использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон», ее реализация в учебном процессе технических вузов. Новизна, актуальность, значимость постановки проблемы в настоящее время очевидна. Для решения проблемы используются: синтез традиционных и инновационных методов с сохранением для технических вузов принципа оптимального сочетания фундаментальности и профессионально-прикладной направленности в математическом учебном процессе, методы деятельностного, синергетического подходов и системного анализа. Предложена методика использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон» при трансформации учебного процесса в условиях цифровизации. Основные составляющие методики: актуализация и выявление математических «проблемных зон» в базовом курсе; создание их банка для технических вузов; поиск методов, алгоритмов и технологий раскрытия математических «проблемных зон»; составление банка профессионально-прикладных задач, в том числе, заданий для научно-исследовательской работы студентов. Для некоторых «проблемных зон»

приведены примеры их разрешения с использованием ИКТ и традиционных методов. Проведенное исследование и новые исследования, реализация разработанной методики позволят улучшить качество математического образования в технических вузах в условиях цифровизации.

Ключевые слова: математические проблемные зоны, технические вузы, методика, потенциал раскрытия, синтез, цифровизация

Введение

Роль математики и ее методов, математического образования в современном мире хорошо известна. Математика, как одна из фундаментальных наук, необходима практически всем специальностям классических университетов и технических вузов. Однако, отечественные и зарубежные исследователи математического образования в вузах отмечают, что многие математические абстракции (понятия, процедуры (особенно доказательства теорем), методы и др.) вызывают у студентов нематематических направлений и специальностей большие трудности, возникают «проблемные зоны» при их изучении, что приводит к формальному заучиванию этих абстракций и потере учебной мотивации. Недопонимание студентами инженерно-технических вузов основных математических понятий и недооценка ее методов - одна из основных причин снижения мотивации к изучению этого предмета и, как следствие, качества математического образования. Следует отметить, что разрыв в математических знаниях и умениях абитуриентов и требованиями к ним технических вузов велик, за небольшим исключением. Положение усугубляется еще следующим: накопленные при среднем образовании математические «проблемные зоны», отсутствие мотивации к изучению математики, слабо сформированное математическое мышление переходят в технические вузы и, встречаясь с новыми трудностями, порождают новые «проблемные зоны». Цифровизация высшего образования, особенно во время пандемии, может внести свой отрицательный вклад в этот процесс, если не найти способы и методы использования ее положительных сторон.

Выявление «проблемных зон» базовых учебных элементов высшей математики, нахождение способов и алгоритмов решения сложных задач, связанных с «проблемной зоной», является в настоящее время актуальной задачей в теоретических исследованиях и практике педагогов технических вузов.

В данной работе обосновывается необходимость использования в технических вузах потенциала раскрытия «проблемных зон», относящихся к основным математическим понятиям и методам для повышения качества математического образования. Поэтому ставится *проблема исследования*: повышение качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации посредством использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон». *Цель исследования*: разработка методики использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон», ее реализация в учебном процессе технических вузов. Под «потенциалом раскрытия проблемных зон» мы будем понимать «комплекс традиционных и инновационных методов, методик, технологий и способов решения задач, позволяющий не только снять возникшую проблему в изучаемой теме, но и уметь применять ее основные элементы в своей учебной и профессиональной деятельности»

Новизна, актуальность, значимость постановки проблемы в настоящее время очевидна, так как накопленные и нераскрытые «проблемные зоны» тормозят эффективность учебного процесса, что ведет к снижению его качества, особенно при online образовании.

Материалы и методы. Методологию исследования составляет *синтез* традиционных и инновационных методов и технологий с учетом положительных и отрицательных сторон цифровизации высшего образования. Кроме того, используются принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессионально-прикладной направленности

преподавания математики в технических вузах, идеи, методы деятельностного, синергетического подходов и системного анализа.

Обзор литературы

Задачи цифровизации, в том числе высшего образования, были сформулированы в основополагающих документах (Указ Президента РФ №203, 2017; Распоряжение Правительства РФ №1632-р, 2017; Указ Президента РФ №204, 2018) и в (Уваров, Гейбл, Дворецкая и др., 2019). Научно-педагогическая общественность активно откликнулась на поставленные перед ней задачи серией публикаций. Мнения, высказываемые в них, достаточно противоречивы. Можно выделить из них следующие основные направления исследований.

Одно из направлений – это обсуждение необходимости учета психолого-педагогических основ при реализации цифровизации высшего образования. Прежде всего, к этому направлению следует отнести — обсуждение и конкретные предложения по совершенствованию основополагающих документов о цифровизации высшего образования (Стариченко, 2020). В этой работе анализируются программные документы и публикации, подготовленные специалистами НИУ ВШЭ. Автор отмечает большую и важную работу, проделанную специалистами НИУ ВШЭ, но и отмечает слабую доказательность преимуществ, предлагаемых ими мер и действий, неточности определений и терминов, отсутствие их научно-педагогического, юридического и медицинского обоснования. Делается вывод, что цифровизация не должна носить революционный характер.

К этому направлению можно отнести психолого-педагогические, философские, социальные, экономические, управленческие, медицинские исследования. Наиболее интересные из них в ракурсе рассматриваемой темы приведены в списке литературы, например, (Минина, 2020; Kuzu, 2020; Saykili, 2019 и др.). Остановимся только на некоторых из них. Так в исследовании авторов (Петрова, Бондарева, 2019) отмечается: онлайн-обучение в цифровой образовательной среде предусматривает синхронное (электронное взаимодействие студента и преподавателя в конкретное время) и асинхронное обучение (студенты работают в удобное для них время по материалам преподавателя, выложенным в их личных кабинетах или в облаке вузов). Однако, авторы, дискутируя со сторонниками каждого из этих видов обучения, делают выбор в пользу «смешанного обучения» (совмещение реального обучения с интерактивными возможностями).

В статье (Дождиков, 2020) подвергается критическому осмыслению результат, полученный исследователями «Высшей школы экономики» в отношении итогов эксперимента по оценке качества онлайн-обучения. Обосновывается мысль, что тезис о возможности «полной замены онлайн-образованием традиционных форм обучения без потери качества» искажён в СМИ, а выводы базируются на недостаточных данных». В статье делается акцент на том, что пока в достаточной мере не изучено воздействие онлайн-образования на психологию и физиологию обучающихся, существует риск ухудшения здоровья, равно как и падения качества образования.

В работе (Михайлов, 2020) рассмотрены проблемы, связанные с возможным широким внедрением дистанционного обучения в практику российского высшего образования. Сделан вывод о том, что дистанционное обучение может стать преобладающим только в совершенно уникальных ситуациях, при которых «живое» общение между людьми вообще и, преподавателями и студентами в частности, по тем или иным причинам должно быть сведено к минимуму.

Другое направление – работы, посвященные конкретным результатам реализации разработанных дидактических концепций, программ трансформации учебного процесса по некоторым предметным дисциплинам в вузах различного профиля или предложениям по модернизации существующих программ. В работе (Задаев, 2018) отмечается, что естественная цифровизация математического образования требует существенного пересмотра и актуализации рабочих программ математических дисциплин на предмет интеграции необходимых теоретических понятий и методов с наиболее популярными в

профессиональной среде ИТ-инструментами, их практической реализации с одной стороны, и обучение профессорско-преподавательского состава новым технологиям прикладных исследований и их преподаванию, с другой стороны. Приводится пример трансформации на втором курсе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в новую практико-ориентированную дисциплину «Анализ данных».

Разнородность мнений (революционный путь развития; модный тренд, который угаснет со временем; постепенный переход к цифровизации по мере готовности вузов), высказываемых в публикациях, отразилась на темпах трансформации учебного процесса. Пандемия вызвала ускорение процесса цифровизации, но и актуализировала старые и новые проблемы, вызывающие понижение эффективности учебного процесса. Разрыв между школьными знаниями, умениями по математике абитуриентов и требованиями технических вузов, отсутствие мотивации к изучению математики уже с самого начала обучения создает возможность накопления математических «проблемных зон».

Исследования по «проблемным зонам» и близким к ним по тематике, как показывает проведенный анализ публикаций в зарубежных и российских источниках, начались с 2011 года, но их пик пришелся на 2017 - 2018 годы. В зарубежных источниках рассматриваются различные аспекты высшего математического образования и существующие проблемы, например, (Saykili, 2019; Maracci, 2013; Hudgins, 2010; Lithner, 2011). Особенно наглядно это разнообразие прослеживается в (Home - Ninth Congress, 2015). Наиболее близкая к рассматриваемой проблеме является зарубежная работа (Ní Shé, O'Shea, 2017). В ней выявляются «проблемные темы» по математике тестированием студентов первого курса и их лекторов в высших учебных заведениях Ирландии. Отмечается, что мнение студентов не всегда совпадает с мнением преподавателей.

В российских источниках также исследуются различные аспекты математического образования в средней и высшей школах (Семенов, 2013; Смирнов, 2017; Райхельгауз, 2019). Но большинство исследований относится к возникновению синергетических эффектов при интеграции математических знаний с естественнонаучными, экономическими и гуманитарными знаниями, выявлению «проблемных зон» учебных элементов, недостатков при преподавании математики, отсутствие мотивации у обучаемых в школе и университетах. В работах (Пентин, 2018; Поликарпов, 2017; Розанова, 2015) рассмотрено состояние и недостатки математического, естественнонаучного образования, необходимость развития к изучению математики в школе и вузе. Выделению критериев отбора содержания математического образования посвящены исследования (Зыкова, 2017; Панцева, 2016). Исследование вопросов междисциплинарного, интеграционного характера и введение профессиональных задач в математические курсы классических и технических университетов проведены в (Кузнецова, 2009; Дворяткина, 2016; Дворяткина, 2017).

Разработке теоретических основ в области исследования проблемных зон в педагогических вузах (Смирнов, 2017). В этой работе дано определение математической «проблемной зоны», разработана технология их исследования и применена к одному из самых основополагающих учебных элементов – пределу функции по Коши с поэтапной иллюстрацией из теории фракталов. Начатое Е.И. Смирновым направление исследований по теории и практике в области математических «проблемных зон» было продолжено его последователями: (Осташков, 2017; Смирнов, Абатурова, 2017; Дворяткина, 2018; Дворяткина, 2019). Одним из авторов данной статьи в работе (Розанова, 2017) положено начало целенаправленному исследованию математических «проблемных зон» в технических университетах и продолжено в исследовании (Драгилева, 2021). В результаты этой статьи включены в виде таблицы выявленные авторами «проблемные зоны» из 4-х семестров математического анализа, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений. В ней подробно описаны алгоритмы и способы решения задач при раскрытии «проблемных зон» с учетом того, что у студентов технических вузов с помощью информатики довольно хорошо развито алгоритмическое мышление.

Кроме того, даны рекомендации по использованию КТ в случаях необходимости обеспечения принципа наглядности. Но в ней не были рассмотрены следующие вопросы:

- 1) не актуализированы «проблемные зоны», возникающие при выполнении НИРС;
- 2) необходимость и актуальность исследования математических «проблемных зон» в технических вузах в условиях цифровизации высшего образования;
- 3) не разработана методика их раскрытия.

Таким образом, в этих исследованиях можно выделить следующие направления:

1. Различные аспекты исследований в области математического образования в школе и вузах;
2. Рассмотрение проблемы и критериев отбора содержания математического образования в вузе;
3. Исследование вопросов междисциплинарного, интеграционного характера и введение профессиональных задач в математические курсы классических и технических университетов;
4. Разработка теоретических основ в области исследования проблемных зон в педагогических и вузах различного профиля.

Нерешенные вопросы общей проблемы:

1. В связи с существующим разрывом в математических знаниях абитуриентов и требованиями технических вузов к их математической подготовке, методическая работа преподавателей направлена на поиск различных методик ликвидации этого разрыва. Сложность этой проблемы усиливается отсутствием у многих поступивших в технические вузы мотивации к изучению математики;
2. Изучение высшей математики приводит таких студентов к накоплению математических «проблемных зон». Поэтому своевременное их выявление и «раскрытие» становится актуальной задачей;
3. Начавшаяся цифровизация высшего образования помогает найти новые методики и технологии их раскрытия, но в то же время создает новые проблемы, особенно при online обучении;
4. Выявлены далеко не все «проблемные зоны» базовых учебных элементов высшей математики в технических университетах;
5. Пока мало уделено внимания их выявлению в научно-исследовательской работе студентов (НИРС) технических вузов;
6. Не для всех выявленных «проблемных зон» подобран комплекс методов и технологий, обеспечивающий их разрешение;
7. Частично используются математические модели профессиональных и прикладных задач;
8. Не разработана методика использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон».

Указанные недостатки и нерешенные вопросы общей проблемы, важные для повышения качества математического образования в технических университетах, приводят к постановке *проблемы исследования*: повышение качества математического образования в технических университетах посредством использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон».

Цель исследования: разработка методики использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон» и ее реализация в учебном процессе технических вузов.

Это – очень важная и трудоемкая работа, которая может составить цель не только настоящего, но и нескольких будущих исследований. Все отмеченное выше определяет *актуальность* и *значимость* рассматриваемой в данной статье проблемы.

1. В основу исследований данной статьи положено определение «проблемной зоны» в обучении математике в педагогических университетах и критерии их выявления, введенные Е.И. Смирновым и его последователями. Проблемная зона — это «комплекс содержательных, процессуальных, личностно-адаптационных компонентов обучения

математике, основанных на вскрытии противоречий и проблем когнитивной деятельности в конкретно определенной области, и нацеленных на поиск и исследование сущностей ее сложных учебных элементов» (Смирнов, 2017). Критерии их выявления — вариативное целеполагание: отсутствие инварианта структуры эффективной деятельности; практическая инновация; вероятностное прогнозирование.

2. Обоснованы актуальность и необходимость исследования в технических вузах потенциала раскрытия «проблемных зон», относящихся к основным математическим понятиям и методам разных разделов высшей математики в условиях цифровизации образования.

3. Введено определение потенциала раскрытия проблемных зон. Под «потенциалом раскрытия проблемных зон» мы будем понимать «комплекс традиционных и инновационных методов, методик, технологий и способов решения задач, позволяющий не только снять возникшую проблему в изучаемой теме, но и уметь применять ее основные элементы в своей учебной и профессиональной деятельности».

4. Предложена методика использования потенциала раскрытия математических «проблемных зон» при трансформации учебного процесса в условиях цифровизации высшего образования. Она основана на синтезе традиционных (классических) и инновационных методов и технологий при сохранении для технических вузов принципа оптимального сочетания фундаментальности и профессионально-прикладной направленности в учебном процессе по математике. Основные составляющие методики: актуализация и выявление математических «проблемных зон» (ПЗ); создание их банка для технических вузов; поиск методов, алгоритмов и технологий раскрытия математических «проблемных зон» базовых учебных элементов; составление банка профессионально-прикладных задач; создание с помощью руководителей перечня тем для научно-исследовательской работы студентов (НИРС).

5. Проведено пополнение авторского банка математических «проблемных зон» ПЗ, возникающими при решении задач НИРС для студентов специалитета и бакалавриата.

6. Реализована предложенная методика для некоторых математических разделов, включая НИРС.

7. Разработан комплекс алгоритмов и методов решения сложных учебных и профессионально-прикладных задач, связанных с «проблемными зонами», основанный на синтезе традиционных и инновационных методов, методик и технологий.

Проиллюстрируем некоторые пункты предложенной методики на одном из разделов математического анализа и примерах из НИРС.

Следует особо рассмотреть в качестве «проблемной зоны» ряды Фурье (математический анализ, 3 семестр). Этот раздел имеет важное теоретическое и прикладное значение для студентов всех направлений и специальностей технических университетов. В результате изучения этой темы студенты должны научиться: приближать функцию частичными суммами тригонометрического ряда Фурье (гармониками) и обобщенным рядом Фурье по другим ортогональным системам; не только получать аналитически эти решения, но и изображать геометрически эти приближения на одном чертеже с графиком заданной функции; правильно определять виды сходимости. Качественно раскрыть эту «проблемную зону» целесообразно: применением поэтапно алгоритмов получения аналитического решения и построения графиков частичных сумм. Это возможно с помощью программы MATHCAD или других программ; рассмотрением математической модели профессиональной задачи. По этой теме рассмотрим учебную задачу, входящую в типовые самостоятельные работы студентов, и задачу для НИРС.

Пример №1 (математический анализ, 3 семестр, учебная задача). Тема. Приближение периодической функции $f(x)$ частичными суммами тригонометрического ряда Фурье.

Задача. Приблизить периодическую функцию $f(x)$, заданную на полупериоде $(0,1)$ частичными суммами ряда Фурье $S_2(x), S_3(x), S_{10}(x)$, продолжив ее на $(-1, 0)$ а) чётно, б)

нечетно, в) нулем. $f(x) = x - 2, l = 2$. Изобразить это приближение на чертеже и установить виды сходимости. Эта сложная учебная задача является для студентов большой «проблемной зоной», состоящей из нескольких «проблемных зон» на каждом этапе решения задачи.

1-й этап: построение графика функции с заданной формой продолжения и учетом теоремы Дирихле. На этом этапе возникает *первая проблема* с графиком нечетного продолжения (пункт б) исходной задачи); *вторая* - с применением теоремы Дирихле.

2-й этап: вычисление коэффициентов Фурье. «Проблемная зона» – неумение самостоятельно искать свои ошибки в вычислениях.

3-й этап: составление ряда Фурье, его частичных сумм и построение на одном чертеже графиков функции с продолжением и частичных сумм. *Проблемная зона*: недопонимание важности такого чертежа, т. е. самой идеи гармонического анализа. Часто проявляют «творчество» – строят графики каждой частичной суммы отдельно от графика функции (находят образцы в интернете).

4-й этап: указать и обосновать виды сходимости частичных сумм к функции в каждом пункте задачи а), б), в). «Проблемная зона» – в обосновании вида сходимости.

Комплекс мер, реализуемый для раскрытия выявленных в этой задаче «проблемных зон»: алгоритмы, наглядность, обеспечивающаяся с помощью КТ; лекции и семинары в электронном виде, размещенные, благодаря начавшейся цифровизации, в рабочих областях преподавателей, а в режиме online - дополнительно перечень наводящих вопросов и составление индивидуальных консультаций в виде рецензий; проведение лекционных и семинарских вебинаров в режиме, приближенном к offline с помощью специально разработанных методик. Иллюстрация на лекции и семинарах хотя бы одного графика этой задачи, выполненного студентом, позволяет раскрыть наглядно все тонкости «проблемных зон» и акцентировать их внимание на ряде важных вопросов.

$$f_1(x) \text{ (красный)} = \begin{cases} x - 2, x \in [0; 2) \\ x + 2, x \in (-2; 0) \end{cases}; \quad S_2(x) \text{ (голубой)}; \quad S_3(x) \text{ (зеленый)}; \\ S_{10}(x) \text{ (фиолетовый)}$$

Рис. 1. Цвета графиков

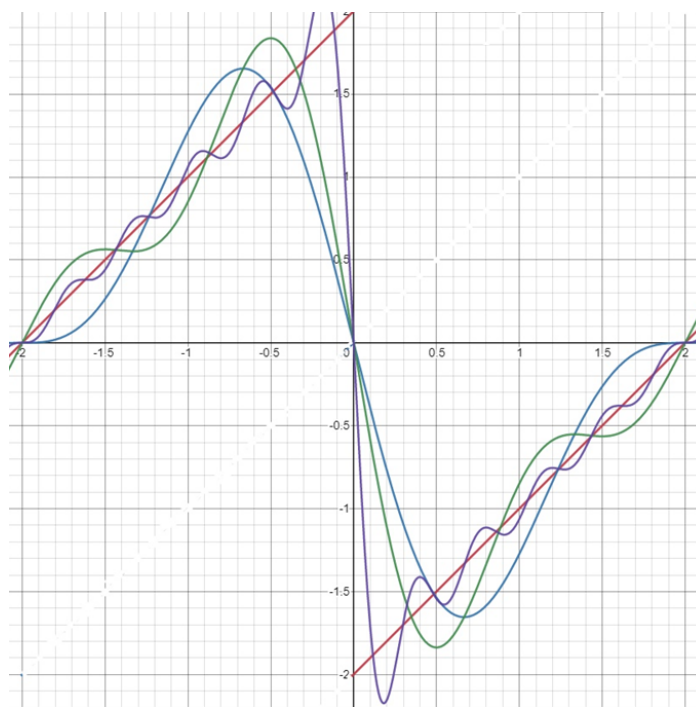


Рис. 2. Графики функции и частичных сумм пункта б) задачи

Имеет место поточечная сходимость и сходимость в среднем квадратичном.

Введение в этом семестре в самостоятельную работу профессиональных задач (типовые расчеты, исследовательские работы) позволяет достичь умения составлять и решать математические модели профессиональных задач, развивать творческое мышление.

Разработанная нами исследовательская работа с профессиональной задачей «Аппроксимация сигналов с помощью ортогональных полиномов и специальных функций», включена в создаваемый банк задач НИРС для специалитета (Кузнецова Т.А., Мироненко Е.С. Розанова С.А. и др., 2009). В ней рассмотрены формы сигналов, часто встречающиеся в теории и практике передачи информации. Предлагается: приблизить их частичными суммами тригонометрического и обобщенного ряда Фурье (ортогональными полиномами и специальными функциями); выбрать наилучшее приближение в смысле среднего квадратичного; изобразить результат геометрически; исследовать профессиональные и другие прикладные области, в которых может быть использована задача аппроксимации сигналов.

«Проблемные зоны» в данной задаче: впервые самостоятельное углубленное изучение рекомендованной литературы по сложной математической теме «Обобщенные ряды Фурье. Гильбертово пространство»; составление математической модели профессионально-прикладной задачи; вывод по графикам и расчетам, какие из ортогональных полиномов и функций дают наилучшее приближение заданного сигнала в смысле среднего квадратичного; поиск областей применения этой задачи, включая профессию.

Пример №2 (Задача для НИРС, 2-ой курс специалитета). Тема. Обобщенные ряды Фурье. Задача (Профессионально-прикладная)

Аппроксимировать исходный сигнал

$$s(t) = \begin{cases} \sin(\pi t), & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & -1 \leq t < 0 \end{cases},$$

разложив его по ортогональной системе тригонометрических функций, по системам ортогональных полиномов Лежандра, Чебышева, функций Уолша и найти оптимальное приближение в смысле средне-квадратичного; указать области применения результатов аппроксимации сигналов (курсовая работа студента 2 курса по направлению специалитета Фримучкова А.Н (руководитель Розанова С.А.), математический анализ, 3 семестр). Результат решения изображен на графике рис. 3

На этом рисунке представлен график исходной функции и функций, аппроксимирующих её: (график построен с помощью программного пакета Maple):

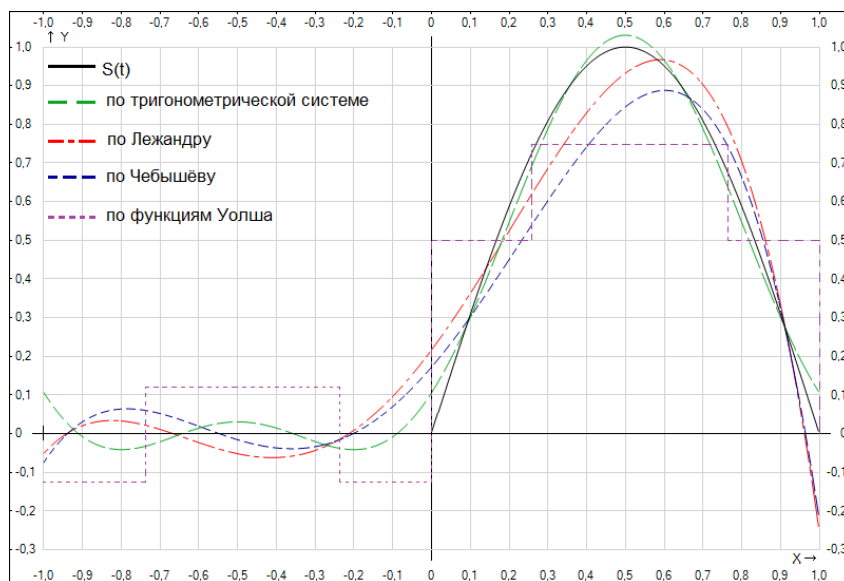


Рис. 3. Приближение заданного сигнала ортогональными полиномами и функциями

Из сравнения графиков видно, что наилучшее приближение исходного сигнала в смысле среднего квадратичного дает разложение по тригонометрическому ряду Фурье, что согласуется с вычисленными ошибками приближения при количестве членов в аппроксимирующем ряде $n=4$: $(\sigma^2)=0,00116$ (для тригонометрического ряда Фурье); 0,00684 (полиномы Лежандра); 0,01331 (полиномы Чебышева); 0,14 (функции Уолша).

Примеры приложения теории аппроксимации функций. В данной работе рассмотрена аппроксимация функций, которая имеет колоссальное значение в прикладных задачах, она используется практически везде: от создания компьютерных игр до добычи нефти. Необходимость аппроксимации сигналов возникает во многих радиотехнических задачах, в том числе при исследовании помехоустойчивости приемного устройства, в задачах информационной безопасности и других. Функции Уолша и основанные на них функции получили широкое распространение при обработке речевых сигналов, при обработке изображений в биологии и медицине, в цифровой голографии и многих других областях. Отдельно стоит отметить, что широкое применение функции Уолша находят в спектральном анализе генетических секвенций и при создании новых генетических алгоритмов.

Для бакалавров по специальности «Информатика и прикладная математика» по заявкам руководителей тем создан кафедральный фонд тем ВКР, наглядно иллюстрирующий эффективность реализации принципа оптимального сочетания фундаментальности и прикладной направленности математического образования в ТУ в условиях цифровизации. Например, такие актуальные в настоящее время темы: «Статистический анализ таяния льдов с помощью спутниковых снимков»; «Прогностический анализ лесных пожаров по данным космических снимков»; «Анализ факторов риска, приводящих к внезапной остановке сердца, с помощью методов машинного обучения»; и др.

Проиллюстрируем появление «проблемных зон» на примере выполнении ВКР «Применение фильтра Калмана в задаче определения ориентации искусственного спутника». Руководитель ВКР Потепалова А.Ю., Студентка-бакалавр Зайцева Н.

Пример 3. (*Задача для НИРС – ВКР бакалавра*). Тема ВКР: *Применение фильтра Калмана в задаче определения ориентации искусственного спутника.*

Проблемные зоны в квалификационной работе бакалавра. Первая часть задания квалификационной работы, аналитическая, была преодолена студенткой отлично. Формулы выведены, литература подобрана. Однако алгоритм решения, наилучший в контексте заданной темы, было сложно применить в связи с высокой размерностью соответствующей системы дифференциальных уравнений. Перед студенткой встает первая «проблемная зона»: как использовать понравившийся алгоритм для решения ее задачи? У нее возникла идея (конечно, преподаватель подвела студентку к этой идее незаметно для нее) применить пока этот алгоритм для более простой (учебной) задачи, использующей систему уравнений более низкого порядка. Что и было выполнено бакалавром. Вторая «проблемная зона»: найти способ решения составленной системы уравнений. Возникла идея – написать специальную программу для решения своей задачи, а затем использовать ее для решения подобных задач в учебном процессе и НИРС. Составленная студенткой программа иллюстрирует эффективность предложенного алгоритма. «Проблемная зона» на данном этапе раскрыта! Результаты опубликованы в (Потепалова, 2021)

Обсуждение

Дискуссия о цифровизации высшего образования, развернувшаяся в статьях, книгах ученых-преподавателей высшей школы, выступлениях на конференциях и в других различных формах их общения, побудила и нас высказать свое мнение. Мы не разделяем крайних точек зрения в отношении цифровизации высшего математического образования в ТУ, руководствуясь тезисом, что цифровизации не является панацеей, решающей все проблемы в высшем математическом образовании в ТУ, но очень важна, как его помощник, для повышения качества учебного процесса. Начавшаяся цифровизация в технических университетах во время пандемии помогла продолжать учебный процесс в форматах online и

offline, но одновременно ярко высветила проблему накопления «проблемных зон» и необходимость исследования потенциала их раскрытия.

Поэтому в данной статье на основании анализа литературы, тестирования студентов, опытных и молодых преподавателей обоснована необходимость продолжения выявления и исследования «проблемных зон», предложена методика их раскрытия, приведены примеры ее реализации в учебном процессе по математике в ТУ МИРЭА, показана возможность использования положительных сторон цифровизации.

Создание более совершенных виртуальных обучающих сред приведет к существенному изменению роли преподавателя высшей школы. Оно поможет: раскрытию «проблемных зон» в обучении, без чего не может быть успешным учебный процесс; приближению дистанционных лекций и семинаров в случаях пандемий к очной форме обучения; формированию творческих способностей студентов и, в конечном итоге, повышению качества учебного процесса по математике в ТУ.

Заключение

Проведенный аналитический обзор зарубежной и отечественной литературы в области высшего образования, в том числе математического в технических университетах, позволяет констатировать необходимость исследования потенциала раскрытия «проблемных зон» в условиях цифровизации.

Исследование поставленной проблемы проведено на основе синтеза традиционных и инновационных методов и технологий, реализации принципа оптимального сочетания фундаментальности и прикладной направленности математического курса в ТУ, учета более развитого у студентов инженерного мышления по сравнению с математическим мышлением и пробелов в знаниях элементарной (школьной) математики.

В результате проведенных мероприятий (тестирования студентов, интервью с преподавателями, контрольных мероприятий и собственного многолетнего опыта авторов этой статьи) дополнительно (по сравнению с предыдущей статьей авторов) выделены «проблемные зоны» при выполнении НИРС.

Предложена методика исследования потенциала раскрытия «проблемных зон». Выделенные «проблемные зоны» раскрыты с помощью синтеза различных педагогических методов, приемов, технологий (алгоритмы, схемы, геометрическая наглядность, математические модели профессионально-прикладных задач, решение которых целесообразно аналитически и/или с помощью КТ). Приведены примеры реализации разработанной методики.

Результаты данного исследования ввиду их универсальности могут быть использованы при преподавании математики студентам нематематических специальностей в вузах различного профиля.

Актуализация рассматриваемой проблемы и ее решение помогут формированию математического стиля мышления, математической культуры студентов технических вузов и приведет к успешному применению математического аппарата в их профессиональной деятельности.

Список литературы

- «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года»: (Указ Президента РФ от 07 мая 2018 г. № 204. – URL <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201805070038> <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf>).
- «О стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы»: (Указ Президента РФ от 09 мая 2017 г. № 203. – URL: <http://static.kremlin.ru/media/acts/files/0001201705100002.pdf>)

- «Об утверждении программы «Цифровая экономика Российской Федерации»: Распоряжение Правительства РФ от 28 июля 2017 г. № 1632-р. (URL: <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf>)
- Дворяткина С.Н. Технологическое сопровождение креативной деятельности студентов при исследовании «проблемных зон» высшей математики // Развитие креативности личности в современном мультикультурном пространстве: материалы международной научно-практической конференции, Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина, г. Елец, 27 апреля 2018 г. 2018. С. 3-11.
- Дворяткина С.Н., Дякина А.А., Розанова С.А. Синергия гуманитарного и научного знания как педагогическое условие решения междисциплинарных проблем // Интеграция образования. 2017. Т.21. №1. С.8-18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018
- Дворяткина С.Н., Розанова С.А. Разработка интегративных курсов на основе синергетического подхода при решении профессиональных и прикладных задач. // Ярославский педагогический вестник. 2016. №6. С.127-131.
- Дворяткина С.Н., Сафронова Т.М. Интеграция инновационных и классических образовательных технологий при выявлении «проблемных зон» в содержании выпускных экзаменов по математике. Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2019. Т. 13. №1. С. 45-52.
- Дворяткина С.Н., Симоновская Г.А. Актуализация синергетических эффектов в «проблемных зонах» школьного математического образования на основе шахматной игры (на примере изучения комбинаторики) // Ярославский педагогический вестник. 2018. №6. С. 89-97.
- Дождиков А.В. Онлайн-обучение как e-Learning: качество и результаты (критический анализ) // Высшее образование в России. 2020. Том 29. №12. С. 21-32. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2020-29-12-21-32>.
- Драгилева И.П., Потепалова А.Ю., Розанова С.А. Актуализация и выявление «проблемных зон» базовых учебных компонентов в курсе математики университетов инженерно-технического профиля // Sciences of Europe. 2021. Т. 2. № 64. С.23-32. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-64-2-23-32
- Зададаев С.А. Цифровое расширение преподавания базовой математики // Современная математика и концепции инновационного математического образования. 2018. Т. 5. № 1. С. 308-314.
- Зыкова Т. В., Кузнецова И. В., Тихомиров С.А., Смирнов Е.И. Критерии отбора содержания обучения математике студентов педвуза на основе синергетического подхода. Ярославский педагогический вестник. 2017. № 5. С. 75-81.
- Кузнецова Т.А., Мироненко Э.С., Розанова С.А., Сирота А.И. и [др.]. Высшая математика / Под ред. С.А. Розановой. М.: Физматлит. 2009.
- Минина В.Н. Цифровизация высшего образования и ее социальные результаты // Вестник Санкт-Петербургского университета. Социология. 2020. Т. 13. № 1. С. 84-101.
- Михайлов О.В., Денисова Я.В. Дистанционное обучение в российских университетах: "шаг вперед, два шага назад" // Высшее образование в России. 2020. Т.29. №10. С. 65–76.
- Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Синергия исследования «проблемной зоны» базового учебного элемента «предел функции» // Гуманитарные науки и образование. 2018. Т.9. № 2. С. 109-116.
- Панцева Е.Ю., Шалугина Т.В. Проблема отбора математического образования в вузе // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2016. Т.15. С. 481–485. URL: <http://e-koncept.ru/2016/96000.htm>.
- Пентин А.Ю., Ковалева Г.С., Давыдова Е.И., Смирнова Е.С. Состояние естественнонаучного образования в российской школе по результатам международных исследований TIMSS и PISA // Вопросы образования. 2018. №1. С. 79-107.
- Петрова Н.П., Бондарева Г.А. Цифровизация и цифровые технологии в образовании // Мир науки, культуры, образования. 2019. Т. 78. №5. 2019. С. 353-355.

- Поликарпов С.А., Розанова С.А., Ягола А.Г. и [др.]. Проблемы школьного математического образования глазами учителей и преподавателей вузов: результаты опросов // Математика в школе. 2017. №2. С. 36-44.
- Потепалова А.Ю., Зайцева Н.В. Моделирование алгоритма калмановской фильтрации // Science of Europe. 2021. Т.1. № 70. С.35-42. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-70-1-35-42
- Потепалова А.Ю., Зайцева Н.В. Уточнение ориентации искусственного спутника по опорным точкам на снимке поверхности Земли // Science of Europe. 2021. Т.1. №71. С. 49-53. DOI: 10/24412/3162-2364-2021-71-49-53
- Развитие мотивации к изучению математики в современном мире / Розанова С.А., Карапетян В.С., Смирнов Е.И. и [др.]; под ред. Розановой С.А., Карапетяна В.С. М.: Российский университет дружбы народов, 2015. 283 с.
- Райхельгауз Л.Б. К вопросу об устойчивости результатов математического образования // Мир науки, культуры, образования. 2019. Т. 78. №5. С. 42-45.
- Розанова С.А. К вопросу о синергии исследования «проблемных зон» базовых учебных элементов при преподавании математики в университетах инженерно-технического профиля // Фундаментальные и прикладные научные исследования. Актуальные вопросы, достижения: материалы 7-ой международной научно-практической конференции, 16 ноября 2017. г. Пенза. Международный центр научного сотрудничества (МЦНС) «Наука и просвещение», 2017. С. 77-81.
- Семенов А.Л. Состояние и перспективы математического образования // Модернизация системы образования на современном этапе. 2013. С. 139–146. URL: <http://federalbook.ru/files/FSO/soderganie/Tom%209/IV/Semenov.pdf>
- Смирнов Е.И. Синергия исследования «проблемной зоны» базового учебного элемента содержания математического образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. №5. С. 82–90.
- Смирнов Е.И., Абатурова В.С. Синергия "проблемных зон" как средство освоения высшей математики // Чтения Ушинского. Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и совершенствование их преподавания: материалы конференции. Ярославль: Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, 2017. С. 43-48.
- Смирнов Е.И., Смирнов Н.Е., Уваров А.Д. Этапы технологического сопровождения процесса самоорганизации в математическом образовании будущего педагога // Ярославский педагогический вестник. 2017. №3. С. 102–111.
- Стариченко Б.Е. Цифровизация образования: иллюзии и ожидания // Педагогическое образование в России. 2020. №3. С. 49-58.
- Трудности и перспективы цифровой трансформации образования / А.Ю. Уваров, Э. Гейбл, И.В. Дворецкая, И.М. Заславский, И.А. Карлов, Т.А. Мерцалова, П.А. Сергомонов, И.Д. Фрумин; под ред. А. Ю. Уварова, И. Д. Фрумина. М: Издательский дом Высшей школы экономики, 2019.
- Home - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (archives-ouvertes.fr) (TWG14: University mathematics education). Praha, 2015.
- Hudgins D. Teaching Synergistic Integration of Economics and Mathematics // Journal of Economics and Economic Educational Research. 2010. Vol. 11. No 1. P. 43-52.
- Kuzu O.H. Digital Transformation in Higher Education: A Case Study on Strategic Plans. Higher Education in Russia. 2020. Vol. 29. No 3. P. 9-23.
- Lithner J. University Mathematics Students' Learning Difficulties // Education Inquiry. 2011. Vol. 2. No. 2. P. 289-303.
- Maracci M., Cazes C., Cazes C. Synergies between theoretical approaches to mathematics education with technology: A case study through a cross-analysis methodology // Educational Studies in Mathematics. 2013. No 84. P. 461–485.

- Ní Shé C., Mac & Bhaird, C., Eabhnat, O'Shea, A. Problematic topics in first-year mathematics: lecturer and student views // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Vol. 48. No 5. 2017. P. 715-734.
- Saykili A. Higher education in the digital age: The impact of digital connective technologies // Journal of Educational Technology & Online Learning. 2019. Vol. 1. No 2. P. 1–15. DOI: 10.31681/JETOL.516971

THE NEED TO USE THE POTENTIAL OF "PROBLEM AREAS" DISCLOSURE TO IMPROVE THE QUALITY OF MATHEMATICAL EDUCATION IN TECHNICAL UNIVERSITIES IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION OF HIGHER EDUCATION

Dragileva I. P. Senior Lecturer idrag2012@yandex.ru Moscow Potepalova A. Y. Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, assistant professor potepalova@mail.ru Moscow Rozanova S. A. Dr. Sci. (Pedagogy), professor, srozanova@mail.ru Moscow	MIREA - Russian Technological University MIREA - Russian Technological University MIREA - Russian Technological University
--	---

Abstract. The transformation of the educational process in various disciplines in the context of digitalization of higher education has begun in many Russian universities. The gap between the school knowledge and skills in mathematics of applicants and the requirements of technical universities, the lack of motivation for a significant contingent to study mathematics creates from the very beginning of training the possibility of accumulation of mathematical "problem areas". The task to maximize the positive aspects of digitalization for their embodiment becomes urgent. This article substantiates the relevance and necessity of using the potential of "problem areas" disclosure in technical universities related to the basic mathematical concepts and methods of various sections of higher mathematics to improve the quality of mathematical education. In this regard, the problem of research is posed: improving the quality of mathematical education in technical universities in the context of digitalization using the potential of mathematical "problem areas" disclosure. The purpose of the study: to develop a methodology for using the potential of mathematical "problem areas" disclosure and its implementation in the educational process of technical universities. The novelty, relevance, and significance of the problem statement is currently obvious. To solve the problem, the following methods are used: synthesis of traditional and innovative methods with preservation for technical universities of the principle of optimal combination of fundamental and professionally applied orientation in the mathematical educational process, methods of activity, synergetic approaches and system analysis. The method of using the potential of mathematical "problem areas" disclosure in the transformation of the educational process in the context of the digitalization is proposed. The main components of the method: actualization and identification of mathematical "problem areas" in the basic

course; creation of their bank for technical universities; search for methods, algorithms and technologies for the disclosure of mathematical "problem areas" of basic educational elements; compilation of a bank of applied problems, including assignments for students' research work. Examples of their resolution using ICT and traditional methods are given for some "problem areas". The conducted research and new research, the implementation of the developed methodology will improve the quality of mathematical education in technical universities in the context of digitalization.

Keywords: mathematical problem areas, technical universities, methodology, the disclosure potential, synthesis, digitalization.

References

- «Ob utverzhdenii programmy «Tsifrovaya ekonomika Rossiyskoy Federatsii»: Order of the government of the Russian Federation № 1632 of July. 28. 2017. Retrieved from <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf>
- «O natsional'nykh tselyakh i strategicheskikh zadachakh razvitiya Rossiyskoy Federatsii na period do 2024 goda»: (presidential decree №204 of 07.May. 2018 Retrieved from <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201805070038> <http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf>).
- «O strategii razvitiya informatsionnogo obshchestva v Rossiyskoy Federatsii na 2017– 2030 gody»: (presidential decree № 203 of May 9.2017. Retrieved from <http://static.kremlin.ru/media/acts/files/0001201705100002.pdf>).
- Dozhdikov, A. V. (2020). Online learning as e-learning: the quality and results (critical analysis). Higher education in Russia, 29(12), 21-32. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2020-29-12-21-32>. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dragileva, I. P., Potepalova, A. Yu., Rozanova, S.A. (2021). Actualization and discovery of "problem areas" of basic curriculum elements in teaching mathematics in universities specializing in engineering and technology. *Sciences of Europe*, 2(64), 15-23. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-64-2-23-32 (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N. (2018). Tekhnologicheskoe soprovozhdenie kreativnoy deyatel'nosti studentov pri issledovanii «problemnykh zon» vysshey matematiki. *Razvitie kreativnosti lichnosti v sovremennom mul'tikul'turnom prostranstve: materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* (pp. 3-11). Elets: Eletskiy gosudarstvennyy universitet imeni I.A. Bunina. (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Rozanova, S. A. (2017). Synergy of humanitarian and mathematical knowledge as a pedagogical condition for solving interdisciplinary problems. *Integration of education*, 21(1), 8-18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018 (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Rozanova, S. A. (2016). Integrative courses development based on the synergistic approach in solving professional and applied problems. *Yaroslavl pedagogical bulletin*, (6), 127-131. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Safronova, T. M. (2019). Active methods of training in mathematics: positive and negative synergetic effects. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*, 1(13), 45-52. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Simonovskaya, G. A. (2018). Updating of synergetic effects in "problem zones" of school mathematical education based on the chess game. *Yaroslavl pedagogical bulletin*, 6, 89-97. (In Russ., abstract in Eng.)
- Home - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (2015) (archives-ouvertes.fr) (TWG14: University mathematics education). Praha.

- Hudgins, D. (2010). Teaching Synergistic Integration of Economics and Mathematics. *Journal of Economics and Economic Educational Research*, 11(1), 43-52.
- Kuznetsova T.A., Mironenko E.S., Sirota A.I. and others. (2009). *Vyshshaya matematika*. Moscow: Fizmatlit. (In Russ.)
- Kuzu, O. H. (2020). Digital Transformation in Higher Education: A Case Study on Strategic Plans. *Higher Education in Russia*, 29 (3), 9-23.
- Lithner, J. (2011). University Mathematics Students' Learning Difficulties. *Education Inquiry*, 2(2), 289-303.
- Maracci, M., Cazes, C., Vandebrouck, F., Mariotti, M. (2013). Synergies between theoretical approaches to mathematics education with technology: A case study through a cross-analysis methodology. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 461-485.
- Mikhaylov, O. V., Denisova, Ya. V. (2020). Distance learning, contact education, student, teacher, digitalization of education, digital technologies, learning outcomes. *Higher Education in Russia*, 29 (10), 65-76. (In Russ., abstract in Eng.)
- Minina, V. N. (2020). Digitalization of higher education and its social outcomes. *Vestnik of saint Petersburg University. Sociology*, 13 (1), 84-101. (In Russ., abstract in Eng.)
- Ní Shé, C., Mac an Bhaird, C., Ní Fhloinn, E., O'Shea, A. (2017). Problematic topics in first-year mathematics: lecturer and student views. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48 (5).
- Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I. (2018). The Synergy of "Problem Zones" research of Basic Concept of "Function limit". *The Humanities and Education*, 9(2), 109-116. (In Russ., abstract in Eng.)
- Pantseva, E. Yu., Shalugina, T. V. (2016). Problema otbora matematicheskogo obrazovaniya v vuze. *Kontsept*, 15, 481–485. Retrieved from <http://e-koncept.ru/2016/96000.htm>. (In Russ.)
- Pentin, A. Yu., Kovaleva, G. S., Davydova, E. I., Smirnova, E. S. (2018). Cience Education in Russia According to the Results of the Timss and Pisa International Studies. *Voprosy obrazovaniya*, 1, 79-107. (In Russ., abstract in Eng.)
- Petrova, N. P., Bondareva, G. A. (2019). Digitalization and digital technologies in education. *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya*, 78(5), 353-355. (In Russ., abstract in Eng.)
- Polikarpov, S. A., Rozanova, S. A., Yagola, A. G. [and others]. (2017). Problems of school mathematical education through the eyes of teachers and lecturers of higher education institutions: the results of the polls. *Matematika v shkole*, (2), 36-44. (In Russ., abstract in Eng.)
- Potepalova, A. Yu., Zaytseva, N. V. (2021). Djusting the orientation of an artificial satellite based on reference points on the earth's surface. *Science of Europe*, 1(71), 49-53. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-71-49-53
- Potepalova, A. Yu., Zaytseva, N. V. (2021). Modelling an algorithm of kalman filtration. *Science of Europe*, 1(70), 35-42. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-70-1-35-42.
- Raykhel'gauz, L. B. (2019). To the question about sustainability of mathematics education. *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya*, 78(5), 42-45. (In Russ.)
- Rozanova, S. A., Karapetyan, V. S., Smirnov, E. I. [and others]. (2015) Razvitie motivatsii k izucheniyu matematiki v sovremennom mire. Moscow: RUDN. (In Russ.)
- Rozanova, S. A. (2017). K voprosu o sinergii issledovaniya «problemnykh zon» bazovykh uchebnykh elementov pri prepodavanii matematiki v universitetakh inzhenerno-tehnicheskogo profilya. *Fundamental'nye i prikladnye nauchnye issledovaniya. Aktual'nye voprosy, dostizheniya: materialy 7 mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, 16 noyabrya 2017* (pp.77-81). Penza: Mezhdunarodnyy Tsentr Nauchnogo Sotrudnichestva (MTsNS) «Nauka i prosveshchenie». (In Russ.)
- Saykili, A. (2019). Higher education in the digital age: The impact of digital connective technologies. *Journal of Educational Technology & Online Learning*, 2(1), 1-15. DOI: 10.31681/jetol.516971.

- Semenov, A. L. (2013). Sostoyanie i perspektivy matematicheskogo obrazovaniya (2013). *Modernizatsiya sistemy obrazovaniya na sovremennom etape*, 139-146. Retrieved from <http://federalbook.ru/files/FSO/soderganie/Tom%209/IV/Semenov.pdf> (In Russ.)
- Smirnov, E. I. (2017). Ynergy of researching "a problem zone" of a basic educational element of mathematical education content. *Yaroslavskiy Pedagogicheskiy Vestnik*, (5), 82–90. (In Russ.)
- Smirnov, E. I., Abaturova, V. S. (2017). Sinergiya "problemnykh zon" kak sredstvo osvoeniya vysshey matematiki. *Chteniya Ushinskogo. Matematika i informatika, astronomiya i fizika, ekonomika i sovershenstvovanie ikh prepodavaniya: Materialy konferentsii* (pp.43-48). Yaroslavl: Yaroslavskiy gosudarstvennyy pedagogicheskiy universitet im. K.D. Ushinskogo. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov, E. I., Smirnov, N. E., Uvarov, A. D. (2017). Stages of technological support of the process of self-organization in the future teacher's mathematical training. *Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik*, 3, 102–111. (In Russ., abstract in Eng.)
- Starichenko, B. E. (2020). Digitalization of education: illusions and expectations. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*, 3, 49-58.
- Uvarov, A. Yu, Geybl, E., Dvoretzkaya, I. V. [and others]. (2019). *Trudnosti i perspektivy tsifrovoy transformatsii obrazovaniya*. Edited by. A. Yu. Uvarov, I. D. Frumin. Moscow: Izdatel'skiy dom Vysshey shkoly ekonomiki. (In Russ.)
- Zadadaev, S. A. (2018). The digitalization of teaching basic mathematics. *Sovremennaya matematika i koncepcii innovacionnogo matematicheskogo obrazovaniya*, 5(1), 308-314. (In Russ.)
- Zykova, T. V., Kuznetsova, I. V., Tikhomirov, S. A., Smirnov, E. I. (2017). Selection criteria of training content in mathematics of students of teacher training university on the basis of the synergetic approach. *Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik*, 5, 75-81. (In Russ., abstract in Eng.)

УДК
372.851**ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО
МАТЕРИАЛА ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ****Сотникова Ольга Александровна**д.п.н., профессор
sotnol@mail.ru

Сыктывкар

Симоновская Галина Александровнак.п.н., доцент
simonovskaj_g@mail.ru

г. Елец

Сыктывкарский государственный универ-
ситет имени Питирима СорокинаЕлецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье рассматривается проблема предметной подготовки будущего учителя математики. Дается характеристика методологических знаний. Выделяются знания необходимые студенту для успешной самостоятельной работы с математическими фактами и их характеристиками. Представлены особенности предметных знаний курса алгебры. Описаны обобщенные действия при работе с алгебраическим материалом. Эти действия опираются на аксиоматизацию, как основной метод алгебры. Анализируется содержание вузовского курса алгебры и делается вывод, что курс построен аксиоматически с высокой степенью формализма и наличием особенного математического языка. Делается предположение, что уход от формализма даст студенту возможность вникнуть в суть математических терминов, структур, теорий, что позволит ему в ходе своей профессиональной деятельности адаптировать полученные знания. Грамотное владение обучающимися математическим языком является одним из результатов обучения в системе высшего педагогического образования. Особенный математический язык (формулы, записанные аналитически, запись построения доказательств, устная математическая речь и пр.) требует от студента не только знания синтаксиса и семантики математического языка, но умения им пользоваться, что возможно развить путем пояснения сути математических терминов, структур на естественном языке. Делается вывод, что изучение алгебраического материала при подготовке учителя математики будет эффективно, если в организации деятельности студентов будет использоваться связь между методологическими и предметными знаниями.

Ключевые слова: алгебраический материал, методологические знания, аксиоматизация, формализация и интерпретация.

Введение

В подготовке учителя математики можно выделить две составляющие: методическую и предметную. Методическую подготовку студенты получают в ходе изучения дисциплин методического модуля, прохождения учебных ознакомительных, производственных педагогических и других практик. Предметная подготовка будущего специалиста осуществляется в ходе изучения математических дисциплин и, возможно, при организации предметно-содержательных практик. Методическая и предметная области в подготовке современного учителя математики тесно переплетены, и качество подготовки высококлассного специалиста зависит и от уровня освоения предметных знаний. В этой связи в педагогических вузах нашей страны в разное время предлагались и проводились

коренные преобразования математической подготовки студентов: изменение аудиторных часов на изучение дисциплин математического модуля, введение курса элементарной математики, исключение формализованного материала, усиление практической направленности изучаемых дисциплин, расширение курсов по выбору предметного блока и др. Многочисленные попытки изменения учебных программ, введение образовательных стандартов, проявление тенденции демократизации и другие мероприятия в системе высшего педагогического образования, не привели к существенному изменению состояния математической подготовки будущих учителей. И на современном этапе поиск эффективных методов в усвоении вузовского курса высшей математики, лишенного формализма в знаниях, представляет серьезную и далеко нерешенную проблему. Уход от формализма даст студенту возможность вникнуть в суть математических терминов, структур, теорий, что позволит ему в ходе своей профессиональной деятельности адаптировать полученные знания. Предметная подготовка чрезвычайно важна для учителя математики, это неотъемлемая база при работе с одаренными учащимися (с повышенными образовательными потребностями).

Анализ содержания алгебраического материала

Данная проблема относится ко всем математическим курсам. Однако преподаватели высшей математики отмечают, что для алгебры данный недостаток проявляется в значительной степени и специфическим образом. На наш взгляд, это спровоцировано особенностями алгебраического материала.

Первый вид алгебраических объектов, объединенных в математические теории, характеризуется интуитивными теориями, элементы множеств которых допускают наглядно-образное представление, а алгебраические операции на них являются правилами нахождения результатов операции. Основные связи на начальных этапах развития алгебры, которые устанавливались в математике и способствовали ее становлению, — это связи наглядно-образных, житейских представлений с их обобщениями (математическими абстракциями). Мы их называем содержательным смыслом интуитивных теорий. Проблема обобщения свойств математических объектов привела к связям другого характера, состоящим в формальном смысле интуитивных теорий. (Сотникова, 2004).

Второй вид алгебраических объектов, объединяющихся в математические теории, характеризуется алгебраическими структурами, элементы множеств которых рассматриваются вне возможной их природы (обобщенное понятие множества), а алгебраические операции – вне правил, по которым находится результат операции. По отношению интуитивных теорий к ним связи, устанавливаемые в математике, характеризовались формализацией. Алгебраические структуры по отношению к интуитивным теориям характеризуются интерпретационными связями. Их установление раскрывает действенность алгебраических структур (Сотникова, 2004).

Основную особенность в развитии алгебраических знаний представляет переход от интуитивных теорий к алгебраическим структурам. В истории алгебры он предстал как барьерная ситуация для задач (алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел, разрешимость уравнений в квадратных радикалах), решение которых потребовало других методов и уровней абстракций (абстракции от абстракций). Преодоление барьерного перехода породило два основных метода алгебры: формализацию как способ получения алгебраических структур (способ получения знаний «формализованного» уровня) и интерпретацию как способ получения знаний в интуитивных теориях.

Проанализируем содержание алгебры с точки зрения философии математики. Г. Вейль, анализируя мыслительную деятельность исследовательской работы в области математики, выделяет «два способа понимания в математике, всепроникающие и плодотворные: топология и абстрактная алгебра» (Вейль, 1989, 26). При этом «понимание» он трактует применительно к математике как процедуру, состоящую из следующих действий:

- разделение предмета математического исследования;
- освоение каждой стороны полученного разделения, «исходя из особого, сравнительно узкого и легко обозримого набора предположений»;
- объединение результатов в сложное единство («возвращаемся к целому»).

Основанием к разделению и последующему соединению является, по его мнению, критерий плодотворности. В качестве этого основания и выделяется один из способов исследования математических объектов, охарактеризованный Г. Вейлем как метод абстрактной алгебры, он обладает специфической особенностью: «в алгебре исходным пунктом математического мышления выступают операции, а непрерывность (или некий ее алгебраический суррогат) вводится лишь на заключительном этапе спецификации. Эти два метода противоположны по направлению мысли» (Вейль, 1989, 34). Он выделяет следующие особенности абстрактной алгебры, которые подтверждаются историческим анализом развития алгебры, приведенным выше:

- 1) «замкнутость» в рассмотрении алгебраических действий;
- 2) «формальное» рассмотрение объектов;
- 3) чисто аксиоматическое построение алгебры.

Необходимо отметить еще одну особенность алгебры, на которую обратил внимание Г. Вейль. Алгебра соединяет в себе две идеи математики: конструктивизм и аксиоматизацию. Ни один из подходов не является в математике приоритетным, поэтому «взаимопроникновение этих процедур, возможно, и должно вызвать чувство удовлетворения» (Вейль, 1989, 22). Воззрения на понятие «конструктивность» (способ получения новых объектов, построение их) позволяет выделить интуитивные теории в алгебре как воплощение идей конструктивизма. Аксиоматизация, как это очевидным образом следует из структуры (алгебраических) аксиоматических теорий, воплощается в алгебраических структурах. То есть в идейном аспекте предметное содержание алгебры вбирает в себя два основных направления движения мысли: конструктивизм и аксиоматизация. Первое направление в предметном содержании алгебры «материализуется» интуитивными теориями, второе – алгебраическими структурами.

А.Н. Уайтхед характеризует алгебру как специфический язык, отмечая, что «алгебра полностью изменяет относительную важность факторов в обыденном языке» (Уайтхед, 1990, 331). Он указывает на важность языка алгебры в конкретной разновидности того образца, который должен быть передан мыслью. По его мнению, специфической особенностью алгебры является то, что используемые ею знаки и символы по заданным правилам наиболее адекватно отражают ход мысли, мыслительную деятельность человека. В этой связи необходимо сформулировать один вывод, важный для изучения алгебры. Дело в том, что каким бы ни был математический язык, насколько бы он ни использовал свои специфические знаки, он все равно играет роль вспомогательного средства, присоединяемого к обычному языку. Эту мысль однозначно высказывает и обосновывает В.Н. Молодший: язык математических знаков без обычного языка существовать не может (Молодший, 1969, 124). Действительно, в вузовской практике часто используются, например, такие обороты: «рассмотрим алгебраическую операцию, заданную правилом...», после чего следует формула. С одной стороны (точка зрения Уайтхеда) эта формула однозначно определяет ход мысли при задании алгебраической операции. С другой (точка зрения В.Н. Молодшего) для того, чтобы она стала существующей для человека, ее созерцающего (точнее – обрела значимость), необходим перевод формулы на естественный язык. Без этого перевода не будет «схватывания» мысли, заложенной алгебраическим текстом (формулой, последовательностью суждений на алгебраическом языке и т.д.).

Например, в комплексных числах изучается формула возведения комплексного числа в натуральную степень (формула Муавра):

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi),$$

где $z = r(\cos \varphi + i\sin \varphi)$.

Формула однозначно задает способ возведения в степень. Но без ее перевода в обучении на естественный язык она выступает лишь набором математических символов, не принимая «живого образа», что часто обнаруживается парадоксальным образом в процессе решения задач.

Например, z^9 при $z = \cos 400 - i \sin 400$ студентами «вычисляется» по формуле Муавра так:

$$z^9 = \cos(9 \cdot 400) - i \sin(9 \cdot 400) = \cos 360 - i \sin 360 = 1 - i \cdot 0 = 1.$$

Знак «+» в исходной формуле воспринят как несущественный, условие использования формулы игнорируется. Выясняется, что студент не понимает сути в представлении комплексного числа в тригонометрической форме. Не усвоены понятия модуля и аргумента комплексного числа. Часто приходится обращать на это внимание студентов и при нахождении корней n -степени из комплексного числа.

Корнем n -ой степени из комплексного числа $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ являются числа $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$, где $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

Вычисляя $\sqrt{z}$ при $z = \cos 40 - i \sin 40$, игнорируя знак «-» в условии, студент получает $z_0 = \cos 20 + i \sin 20$. Выполняя проверку, формула Муавра дает другой результат $z_0^2 = \cos 40 + i \sin 40$.

Помимо формулы, записанной аналитически, для понимания ее сути необходимо прокомментировать основные аспекты на естественном языке.

Понимание сути математического понятия дает возможность грамотного его применения в конкретных ситуациях. Так, например, введенное понятие нейтрального элемента относительно произвольной бинарной операции на некотором множестве A легко переносится на числовые множества с известными операциями сложения и умножения. Но при рассмотрении множеств матриц, подстановок или искусственно созданных определений операций возникают трудности, которые преодолеваются лишь через словесное проговoreние сути понятия нейтрального элемента.

Особое место следует уделить структурам, содержащим кванторы, логические операции. Такого рода задания помогают раскрыть внутреннюю суть фундаментальных понятий. (Трунтаева, 2021)

Следовательно, особая «идейность» алгебры в ее языке. Для того чтобы изучать алгебру, т.е. изучать ход мыслей, приведший к математическим фактам, необходимо усвоить сущность алгебраического языка. Уметь понимать и применять этот язык на уровне высокого абстрагирования и в ходе будущей профессиональной деятельности (при обучении школьников математике).

Одна из особенностей алгебраического материала связана с отличием компонентов содержания от «школьных» компонентов.

Школьный курс математики содержит в основном родо-видовые определения, чаще с одним видовым отличием, а если их несколько, то логическая связь в большинстве случаев конъюнктивная (по одному – два примера можно привести с другой логической связью). Например:

- треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны;
- квадрат – это прямоугольник с равными сторонами;
- ромб – это параллелограмм с равными сторонами;
- вектор – это направленный отрезок прямой;
- многочленом называется сумма одночленов;
- две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Структура родо-видовых определений вузовского курса алгебры значительно сложнее. Например, определение линейно независимой системы векторов имеет в видовом отличии эквиваленцию, причем одна из составных частей – конъюнкция, и вся эта структура находится в области действия квантора общности.

Или:

Две группы называются изоморфными, если существует изоморфизм одной группы на другую.

В видовом отличии этого определения – условие существования. В курсе алгебры таких определений несколько. Наряду с приведенным, можно указать и другие примеры:

Система векторов линейно зависима, если существуют такие скаляры из поля P , что

...

Число α называется алгебраическим над полем P , если существует такой многочлен $f(x)$ из $P[x]$, что ... и т.д.

Таких определений в школьном курсе в явном виде нет.

Стоит отметить, что в курсе высшей алгебры содержится известное количество аксиоматических определений, носящих фундаментальный характер (определения алгебраических систем), тогда как в школьном курсе подобные определения в явном виде отсутствуют.

Заметим еще одну особенность дефиниций вузовского курса алгебры: они определяют понятия более высокого уровня абстракции по отношению к школьным. В школе математические понятия в основном представляют результат абстрагирования (отвлечения) от реальных вещей и явлений (множество, треугольник и т.п.). В вузовском же курсе понятия есть результат абстракции этих понятий первого уровня (бинарные операции — результат абстрагирования понятия функции, числовые системы — результат обобщения понятия числа, алгебраические структуры — результат обобщения понятия множества и т.д.).

Даже известные из школы понятия (число, функция, многочлен и т.п.) в вузе изучаются на другом содержательном уровне: изменяется способ их введения (в школе используется конкретно-индуктивный способ, в вузе — абстрактно-дедуктивный). Изменяется уровень строгости используемых определений, изменяются цели изучения понятий, а следовательно, и требования к их усвоению. Например, в школе отношение делимости вводится неявно:

Разделить число a на число b — это значит найти такое число, которое при умножении на b дает число a .

Отрабатываются способы выполнения действия деления действительных чисел. В вузовском курсе алгебры это делается на более высоком уровне: «разделить один элемент на другой» можно ввести посредством условного определения:

Если действие умножения коммутативно и обратимо на множестве A , то под частным от деления a на b будем понимать произведение ab^{-1} .

К этому определению обязательно прилагается обоснование корректности вводимого понятия. В школе же перед учениками таких проблем не ставится. Видовые отличия школьных определений бывают конструктивными, что не требует обоснования существования понятия. В вузовском курсе такой подход используется редко.

Теоремы вузовского курса алгебры также сложнее по структуре встречающихся в школьном курсе. Часто вычленение структуры заключения теоремы требует навыков использования операций квантификации. Одно время сходная структура рассматривалась в школьном курсе в определении предела числовой последовательности (с использованием квантификации). Практика показала, что такая структура не усваивается старшеклассниками, и она была изменена. Теперь, вчерашние старшеклассники, без какой-либо подготовки к усвоению «получают» определения и теоремы сложной структуры (например, определение отображения с двумя операциями квантификации и пр.).

В курсе алгебры имеют большое как теоретическое, так и практическое значение теоремы существования. Роль теорем существования не только в том, что они часто скрывают алгоритм решения какого-либо рода задач, но и в том, что методы, используемые при доказательстве таких теорем, служат ориентировочной основой действий подведения под определение, видовое отличие которого содержит условие существования. В школе же теорем существования в явном виде нет, а те теоремы, которые несут смысл теорем

существования (о вписанной и описанной окружности треугольника, о неравенстве треугольника и др.), не дают возможности использовать их так, как теоремы вузовского курса.

Результаты

Чтобы студенты могли самостоятельно формулировать математические факты (определять понятия, выделять их существенные свойства и т.д.) необходимы знания:

- 1) об определениях (сущность действия определения понятия, требования к определениям, функции определений, структура и виды дефиниций и др.);
- 2) о теоремах (сущность, структура, виды, их назначение, пути получения новых суждений и пр.);
- 3) об алгоритмах (основные характеристики, назначение, способы реализации и др.);
- 4) о доказательствах (методы, сущность, способы построения и др.).

Только на основе этих знаний можно обеспечить правильное оперирование понятиями, логичность рассуждений и формулирование выводов, планирование деятельности по отысканию ответа на вопрос и т.д. Такие знания о предметных знаниях и способах их использования называют методологическими.

«Методологическое знание по содержанию принципиально отличается от предметного знания. Содержание последнего отражает свойства и природу исследуемого явления, фиксирует законы его внутреннего строения и сущности, отвечая на вопросы: каков предмет и почему он является именно таким. Методологическое знание непосредственно относится к структуре деятельности, знания и средств его получения, осмысления и проверки, отвечая на вопросы: какова исследовательская деятельность, структура ее предмета и средств? Каковы исходные принципы, подходы и процедуры исследования, логические основы языка, выражающего полученные результаты? Почему деятельность исследователя является именно такой?» (Элентух, 1989, 103).

Сравнительный анализ определений и теорем школьного курса математики и вузовского курса алгебры позволяет сделать вывод, что понимание содержательного материала будет более результативным, если будет осуществляться установлением соотношений между методологическими и предметными знаниями. Эти действия затруднительно выполнять на школьном материале математики.

Другая особенность изучения курса алгебры видится в том, что методы преподавания в вузе приближены к методам изучаемой науки (в данном случае алгебры) и нацелены на освоение этих методов.

Познать метод сложнее, чем познать отдельный факт. Например, можно усвоить понятие фактор-множества в том плане, что знать определение, свойства, уметь привести примеры. Тем самым факт (понятие фактор-множества) «изучен». Но если при этом не усвоен метод факторизации, способ построения новых математических объектов, то нет действенности в знании фактор-множества. Оно не будет использоваться в математической деятельности, например, при отыскании решения задачи. Трудность в том и заключается, что за отдельными математическими фактами студенту для понимания изучаемого материала (освоения знания) необходимо усматривать метод, идею. Всякий метод (от греческого *methodos* – «путь к чему-либо») позволяет в познании перейти от одного объекта к изучению другого, т.е. связывает математические объекты (понятия, отношения и т.д.). Поэтому для понимания материала необходимо изучение не отдельного факта (объекта), а определенной системы фактов и установление между ними взаимосвязей. При этом важно выделить основу, на которой осуществляется взаимосвязь. Она и дает метод (идею).

Не останавливаясь подробно на методах алгебры, отметим, что основным методом вузовской алгебры является аксиоматизация. Исторический путь к аксиоматизации в алгебре был длительным и тернистым. И это не случайно. Данный метод отличается от других методов математики тем, что приводит к возникновению объектов (аксиоматических теорий), существенно отличающихся от тех, на основе которых они возникают, тем, что они

формализованы по используемым правилам (аксиомам и правилам вывода) и весьма широки в своих применениях (интерпретациях).

Поскольку при изучении метода необходимо выполнять действия, адекватные этому методу, то для изучения аксиоматизации в алгебре необходимо основываться на формализации и интерпретации, как методах познания математической действительности.

В педагогических исследованиях установлено, что будущему учителю математики необходимо уметь выполнять следующие основные обобщенные действия:

- 1) выделять главное в изучаемом вопросе;
- 2) приводить примеры и контрпримеры;
- 3) применять теоретические положения при решении математических задач;
- 4) проводить рассуждения (подводить под определение, теорему, строить выводы и т. д.);
- 5) сопровождать свои рассуждения наглядными комментариями.

Содержание курса алгебры таково, что данные действия объективно имеют специфические особенности.

Чтобы выделять главное в изучаемом материале, обобщать и систематизировать некоторую совокупность фактов, необходимо «видеть», как в этом материале факты (объекты, понятия и т.д.) взаимосвязаны между собой, что из них определяющее для всех, что – для некоторых. Ибо именно это «что-то» и занимает центральное положение в материале. Разрозненное знание не позволит определить главное во всем материале (или отдельном его разделе). Вместе с тем, содержание курса алгебры не способствует соединению знаний «самим собой». Дело в том, что материал алгебры дискретен. Отдельные темы курса могут рассматриваться вне зависимости от того, какой материал предшествовал изучению темы (не всегда, но имеет место в ряде случаев).

Например, тема «Матрицы и определители» может изучаться без знаний комплексных чисел (и наоборот). Скажем, студент по каким-либо причинам не разобрался в теме «Матрицы». Внешних оснований полагать, что он не сможет изучать тему «Комплексные числа» нет, поскольку ее материал может не использовать понятия матрицы. Связь содержания этих тем в курсе алгебры часто чисто номинальная. Скажем, включаются задачи с матрицами, имеющими комплексные компоненты. Или изучение свойств бинарных операций до рассмотрения темы «Матрицы». Хотя нужно отметить, что на множестве матриц легко привести контрпримеры для свойств коммутативности, ассоциативности бинарной операции умножения.

Особенность содержания курса может привести к разрозненным знаниям студентов, что и происходит в реальной практике. То есть в рамках какой-либо одной теории студент способен проявлять «освоенное знание», но не видит его связи с другими знаниями (других теорий по отношению к уровню абстрактности, общей структуры теорий одного уровня абстрактности, теорий других разделов математики и школьной математики и т.д.), в другой теме совершенно теряется. Чтобы этого не происходило, необходимо взаимосвязи в содержании алгебры обнажать. При изучении новых тем, обращаться к старому материалу, приводить примеры, рассматривать математическую теорию с другого ракурса. Организовывать так изучение материала, чтобы студент осознал единство материала, объективно в нем присутствующее. Эта проблема может быть решена только на методическом уровне.

Так, например, при изучении комплексных чисел, будет полезным показать их приложение при решении практических задач (на геометрические преобразования, в тригонометрии, в физике и др.). Так рассматривая свойства осевой симметрии, используя аппарат комплексных чисел, легко доказать:

Если ABC и $A_1B_1C_1$ два треугольника симметричных относительно действительной оси, то центроид (точка пересечения медиан) треугольника ABC симметричен центроиду треугольника $A_1B_1C_1$ относительно оси OX .

Все доказательство построено на факте, что точки симметричные относительно действительной оси имеют сопряженные комплексные координаты.

При изучении систем линейных алгебраических уравнений можно рассмотреть достаточное количество примеров, связанных с экономикой, где алгебраические методы играют ведущую роль. Здесь методы решения систем линейных уравнений рассматриваются на конкретном практическом материале, но не теряют своей общности (Жук, 2020).

Приведение примеров и контрпримеров в обучении алгебре имеет ряд особенностей. Во-первых, немногие примеры «хороши» своей иллюстративностью. Скажем, пример кольца целых чисел, как пример алгебраической системы кольца, не совсем удачен, т.к. он не раскрывает специфику того, что умножение в кольце не обязательно коммутативно, не всегда оно является областью целостности. Другой «классический» пример кольца квадратных матриц фиксированной размерности неудачен наличием единичного элемента. Для приведения иллюстративного примера в данном случае необходим «выход» на подмножества рассматриваемых множеств и на межпредметные связи. И.Р. Шафаревич отмечает, что «среди континуума мыслимых множеств с заданными в них отношениями реально привлекает математиков очень редкое, дискретное подмножество, и смысл вопроса как раз и заключается в том, чтобы понять, чем же особенно ценна эта исчезающе-малая часть, вкрапленная в аморфную массу. Точно так же, смысл математического понятия далеко не содержится в его формальном определении. Не меньше (скорее больше) дает набор основных примеров (как правило, в не очень большом числе), являющихся для математика одновременно и мотивировкой, и содержательным определением, и «смыслом» понятия» (Шафаревич, 2001, 7). Значит, чтобы привести пример понятия, важно отобрать во всем многообразии элементов объема понятия те его компоненты, которые отражают существенные стороны смысла его рассмотрения в математике. И таких примеров, значимых для понимания понятия, не так уж много. Чтобы сделать это, необходимо соотнести все многообразие примеров между собой, выделить те составляющие, которые они иллюстрируют, наполняют содержанием какую-либо сторону понятия. Иначе говоря, необходимо содержательно проанализировать примеры понятия, сопоставить их между собой, связать с сущностью понятия. И только на основе выводов, полученных в такой деятельности, можно выделить примеры, которые иллюстрируют ценность понятия. Следовательно, для того, чтобы студент приводил примеры (и контрпримеры), необходимо организовывать деятельность по соотнесению элементов объема понятия с его содержанием, сопоставлением их между собой и оценке иллюстративности примеров. Только в такой деятельности возникает возможность обрести «смысл» понятия.

Во-вторых, приведение примеров и контрпримеров возможно только при наличии соответствующего опыта математической деятельности, определенных математических знаний. Ведь примеров много. Например, если «задачить» студента необходимостью привести пример, скажем, циклической группы, то для ее решения он должен обладать определенным запасом знаний. Если он знаком на момент решения проблемы только с материалом школьной математики, то данную задачу он может решить одним-двумя примерами. В этом случае затруднительно иллюстрировать (а студенту — осознать) значимость понятия «циклическая группа»: зачем рассматривать это понятие, если в его объеме так «мало» объектов? Если же та же самая задача ставится в ситуации, когда студент обладает знанием матриц, подстановок, преобразований множеств, комплексных чисел и т.д., то появляется возможность богатства приводимых примеров циклических групп, а значит, и возможность соотнесения их между собой, т.е. установлением значимости рассматриваемого понятия. Однако сам по себе запас знаний, «лежащий по полочкам», не гарантирует выполнение требуемой деятельности (рассмотрение многообразия примеров). Так, мы предлагали студентам подобрать как можно больше примеров понятия (алгебраического действия, циклической группы, гомоморфизмов колец и т.п.). При этом изученный материал позволял на указанные понятия привести достаточно большое количество примеров. Однако ответы студентов на данный вопрос опять же ограничивались, как правило, одним примером. Мы представили студентам список возможных требуемых примеров и попросили прокомментировать свои примеры. Студенты отметили, что в приведенном списке все понятия и факты им известны. То есть если запас знаний представлен в сознании как знание

отдельных фактов, «существующих самих по себе», нет той «нити», которая бы соединяла их между собой, то в сознании вряд ли возникнет необходимая «зацепка» для использования знаний.

Таким образом, для обеспечения деятельности по приведению примеров необходим запас знаний математических объектов, но этот запас должен быть не в разрозненном плане, а связан между собой. Проведение таких тренингов для студентов нужно осуществлять систематически, не только после изучения темы, а при удобных ситуациях, когда приведенные ими примеры, позволят выйти на более высокий уровень понимания рассматриваемых математических структур, теорий. Накопленный опыт такой работы, в дальнейшем позволит его применить и в школе при изучении различных разделов математики. Методическая копилка будущего учителя обогатится новой формой работы.

Применение теоретических положений при решении математических задач в алгебре имеет также некоторые особенности. Теоретические факты в алгебре структурированы в виде отдельных математических теорий, построенных аксиоматически. Их применение в рамках одной теории строится только на использовании аксиом и теорем, полученных логическим следствием. Например, находясь в теории групп, необходимо понимать, что использовать можно то и только то, что указано в аксиомах группы и уже доказанных теоремах. Другие имеющиеся знания следует применять «аккуратно» — подводить под соответствующие теоремы или аксиомы, а значит, они могут оказаться неприменимыми (например, коммутативность алгебраического действия). В связи с этим некоторые формулировки теорем теории групп отличаются от известных. Например, свойство сокращения в теории групп имеет вид:

$$a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b,$$

в школьном же курсе математики изучается такое «сходное» свойство:

$$a \cdot c = b \cdot c \text{ и } c \neq 0 \Rightarrow a = b.$$

Противоречия между этими двумя фактами нет, поскольку они из различных математических структур. Каждая отдельная структура — это особый предметный "микромир" («мир сам по себе» по Г. Вейлю), в который необходимо "погрузиться", приняв его законы и правила. Среди этих правил есть специфические (аксиомы теории), а есть общематематические (методы доказательств, правила вывода и пр.). Студент, начинающий изучать этот раздел алгебры (структуры) и обладающий опытом работы в основном с интуитивным знанием, при знакомстве с теорией групп неизбежно:

- вовлекается в усвоение знаний об аксиоматических определениях, что само по себе для него составляет определенную трудность;
- ставится в ситуацию «запрета» использования интуитивных представлений, имеющихся знаний;
- обращается к правилам формальной логики;
- привлекается к осознанию специфики структуры аксиом группы и т.д.

Применение теоретических знаний ограничено кругом положений той теории, в рамках которой применяются знания, но не ограничено использованием идей и методов. Для применения теоретических знаний важно усматривать взаимосвязи внутри теории и в применении методов и идей.

Относительно проведения рассуждений в алгебре мы здесь сделаем только одно, наиболее существенное на наш взгляд, замечание. В проведении рассуждений важно уметь использовать определения и теоремы. Названные компоненты в алгебре часто имеют вид формул или компактно записываются с помощью математической символики в виде логического следования. Поэтому «оперирование ими» часто выглядит для студента как «оперирование символами», т.е. оперирование в формализованных системах. Приведем конкретный пример.

При изучении свойства векторного пространства рассматривается следующее свойство нулевого вектора:

$$(\forall k \in P) (k\theta = \theta).$$

Его доказательство представляет собой короткую цепочку следующих рассуждений.

Возьмем вектор x . По определению векторного пространства имеем:

$$kx = k \cdot (x + \theta) = kx + k\theta.$$

Отсюда по известному уже свойству векторного пространства $k\theta = \theta$.

Используемые соотношения, заданные определением и уже доказанным свойством, следующие:

(1) $k \cdot (x + y) = kx + ky$ (определение векторного пространства);

(2) $(\forall x) (x = x + \theta)$ (определение векторного пространства);

(3) $(\forall x, y) (x = x + y \Rightarrow y = \theta)$ (доказанное ранее свойство).

В первом равенстве, полученном в ходе рассуждений, используется соотношение (2): вместо x «записывают» $x + \theta$. Во втором равенстве раскрывают скобки по соотношению (1). На третьем шаге рассуждений используют теорему (3), подведя под посылку импликации полученное равенство. Заключение импликации дает требуемое соотношение. То есть в рассуждениях «оперируют символами», нигде не обратившись к природе объектов, которые эти символы обозначают. И это не случайно: природа элементов векторного пространства не имеет значения. «Какая-либо апелляция к воображению здесь отсутствует в принципе. Взамен этого тщательно препарируется логический скелет» (Клейн, 2003, 372). Приведенная цитата Ф. Клейна, правда, относится к характеристике аксиоматического определения группы, но для использования аксиоматического определения векторного пространства она точно, на наш взгляд, отражает сущность предъявления алгебраических рассуждений. В «предъявлении рассуждений» нет обращения к каким-либо образным представлениям. Поэтому, проводя рассуждения в таком виде (например, на лекции), мы иллюстрируем лишь формализованный аппарат алгебры. Это является следствием аксиоматически заданных математических теорий, рассматриваемых в алгебре. «Подобного рода абстрактные формулировки превосходны лишь для шлифовки доказательств, но они совершенно не годятся для того, чтобы с их помощью отыскивать новые идеи и методы. Более того, как правило, они являются завершением определенного этапа предшествующего развития. Поэтому внешне они облегчают преподавание, поскольку на их основе можно просто и без каких-либо пробелов доказывать предложения. Однако они внутренне чрезвычайно затрудняют учащегося, т.к. он оказывается поставленным перед чем-то совершенно законченным, ничего не зная о том, как автор пришел к этим определениям, к тому же он не может себе абсолютно ничего представить. Этот метод не поощряет к тому, чтобы пользующийся им мыслить; требуется лишь внимательно следить, чтобы не погрешить против данных нам четырех заповедей» (имеется в виду 4 аксиомы группы) (Клейн, 2003, 372). То есть материал алгебры содержателен по своему возникновению («завершение этапа предшествующего развития» по Ф. Клейну), но по своему предъявлению рассуждений настолько формализован, что слабо способствует («не поощряется») мыслительной деятельности.

Выводы

Относительно рассуждений в алгебре, можно сказать, что они формализованы по своему предъявлению, а потому самостоятельное их проведение затруднительно для студента. Содержательная сущность рассматриваемых понятий настолько глубоко скрыта в материале, что требуется специальная организация преподавания с тем, чтобы способствовать эффективной мыслительной деятельности. Другими словами, необходимо устанавливать взаимосвязь между формализованным предъявлением рассуждений и их содержательной сущностью. Учитывать будущих учителей применять формализм рассуждений при обучении школьников математике, не теряя внутреннего содержания изучаемого.

Из сказанного выше следует особенность наглядности комментариев к проводимым рассуждениям. В алгебре наглядность не всегда возможна, а порой опасна. Доказательства теорем слишком близки к формальной логике. Например, опираясь на «наглядно-интуитивные» соображения, студент недоумевает, почему для векторного пространства нужно доказывать, что умножение любого скаляра на нулевой вектор равно нулевому

вектору (свойство векторного пространства, рассмотренное выше). Эта «наглядность» отвергает необходимость (для студента) проведения соответствующего доказательства. Поэтому при изучении доказательства этого свойства он относится к нему формально (если вообще обращается к его изучению). А ведь доказательство содержит идеи, основанные на взаимосвязях в компонентах содержания материала. Если студент не усматривает их, то он не способен и обрести смысл аксиоматики векторного пространства, а, следовательно, и понять сущность этой алгебраической структуры, особенность алгебраических рассуждений. Таким образом, наглядные комментарии к алгебраическим рассуждениям являются результатом установления взаимосвязей между формализованным предъявлением рассуждений и их содержательной сущностью.

Из анализа действий, необходимых для изучения материала алгебры, и особенностей содержания курса алгебры мы приходим к выводу о том, что при ее изучении студенту необходимо устанавливать в материале различные взаимосвязи методологического и содержательного характера, что, несомненно, повысит уровень профессиональной подготовки студента.

Список литературы

- Вейль Г. Математическое мышление: пер. с англ. и нем. / под ред. Б.В. Бирюкова и А.Н. Паршина. М.: Наука, 1989.
- Жук Л.В., Симоновская Г.А. Высшая математика в экономике: Линейная алгебра. Елец: Изд-во: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2020.
- Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. М.: Наука, 2003.
- Трунтаева Т.И. Практико-ориентированные задачи по логике предикатов // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. № 1 (21). С. 57-64
- Молодший В.Н. Очерки по философским вопросам математики. М.: Просвещение, 1969.
- Сотникова О.А. Целостность курса алгебры как методологическая основа его понимания. Архангельск: Поморский университет, 2004.
- Уайтхед А.Н. Избранные работы по философии. М.: Прогресс, 1990.
- Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
- Элентух И.П. Целостность методологического анализа фундаментальных проблем конкретных наук. Томск: Издательство Томского Университета, 1989.

SPECIFICS OF STUDYING ALGEBRAIC MATERIAL FOR MATHEMATICS TEACHER TRAINING

Sotnikova O. A.
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
sotnol@mail.ru
Syktyvkar

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

Simonovskaya G. A.
PhD in Education (Pedagogy),
associate professor
simonovskaj_g@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article deals with the problem of subject training of a future mathematics teacher. The characteristic of methodological knowledge is given. The knowledge necessary for a student to successfully work independently with

mathematical facts and their characteristics is highlighted. The features of the subject knowledge of the algebra course are presented. Generalized actions are described when working with algebraic material. These actions rely on axiomatization as the main method of algebra. The content of the university algebra course is analyzed and it is concluded that the course is constructed axiomatically with a high degree of formalism and the presence of a special mathematical language. It is assumed that the departure from formalism will give the student the opportunity to delve into the essence of mathematical terms, structures, theories, which will allow him to adapt the acquired knowledge in the course of his professional activity. The students' competent command of the mathematical language is one of the results of training in the system of higher pedagogical education. A special mathematical language (formulas written analytically, recording the construction of proofs, oral mathematical speech, etc.) requires from the student not only knowledge of the syntax and semantics of the mathematical language, but the ability to use it, which can be developed by explaining the essence of mathematical terms, structures in natural language. It is concluded that the study of algebraic material in the preparation of a mathematics teacher will be effective if the connection between methodological and subject knowledge is used in the organization of students' activities.

Keywords: algebraic material studying, methodological skills, axiomatization, formalization and interpretation.

References

- Weil, G. (1989). *Mathematical thinking*. Moscow: Science.
- Zhuk, L. V., Simonovskaya, G. A. (2020). *Vysshaya matematika v ekonomike: Lineynaya algebra*. Yelets: Izd-vo: Eletskiy gosudarstvennyy universitet im. I.A. Bunina.
- Kleyn, F. (2003). *Lektsii o razvitii matematiki v XIX stoletii*. Moscow: Nauka.
- Truntaeva, T. I. (2021). Practice-oriented Tasks in Predicate Logic. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 1(21), 57-64. (In Russ., abstract in Eng.)
- Molodshiy, V. N. (1969). *Ocherki po filosofskim voprosam matematiki*. Moscow: Prosveshchenie.
- Sotnikova, O. A. (2004). *Tselostnost' kursa algebry kak metodologicheskaya osnova ego ponimaniya*. Arkhangel'sk: Pomorskiy universitet.
- Uaytkhed, A. N. (1990). *Izbrannye raboty po filosofii*. Moscow: Progress.
- Shafarevich, I. R. (2001). *Osnovnye ponyatiya algebry*. Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika».
- Jelentuh, I. P. (1989). *Celostnost' metodologicheskogo analiza fundamental'nyh problem konkretnykh nauk*. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo Universiteta.

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-137-143

УДК
378.147.34**ГУМАНИТАРНАЯ И ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ****Трунтаева Татьяна Ивановна**
к.п.н., доцент
tatyana.kovtunova.19@mail.ru
г. КалугаКалужский государственный университет
им. К.Э. Циолковского

Аннотация. В статье описываются особенности содержания курса математической логики для студентов вузов – будущих учителей математики. Учитывая эти особенности в разработке учебно-методических материалов, в частности, упражнений, в учебном процессе по курсу математической логики для студентов вузов – будущих учителей математики можно осуществлять идею профессионально-педагогической направленности предметной подготовки в вузе, актуализировать гуманитарный потенциал данной математической области знания. В статье кратко представлен результат анализа трудов, посвященных проблемам гуманитаризации математического образования, реализации профессионально-педагогической направленности обучения математике, проектирования курса математической логики для студентов, обучающихся в вузе профессии учителя математики. Эти труды составили теоретическую основу проводимого исследования, некоторые результаты которого представлены в данной статье. К основным результатам, изложенным в данной статье, можно отнести приоритетные направления в составлении упражнений по курсу математической логики для студентов – будущих педагогов-математиков. В названиях этих направлений отражены особенности содержания учебного материала по курсу математической логики с гуманитарно-педагогической направленностью. Согласно этим направлениям можно описать виды упражнений по курсу математической логики. В статье приведены примеры таких упражнений, и дан краткий результат анализа опыта их применения в работе по курсу математической логики со студентами, обучающимися по направлению «Педагогическое образование», профиль «Физика и математика» в Калужском государственном университете им. К.Э. Циолковского. Опыт применения разработанных упражнений можно считать положительным, поскольку упражнения студентам были понятны, понравились и они сочли эти упражнения полезными им как будущим учителям математики.

Ключевые слова: гуманитарная составляющая обучения математической логики, профессионально-ориентированное обучение математике в вузе, предметная подготовка в вузе будущих учителей математики.

Введение

Идеи профессионально-ориентированного обучения в вузе, гуманизации и гуманитаризации математического образования имеют давнюю историю, и их возникновение и существование подчинены намерению улучшить качество математической

подготовки в вузе через дополнение и обогащение учебно-методических материалов сведениями, заданиями, демонстрирующими красоту математики, общенаучное значение математических понятий, идей, методов, применение математических знаний в осваиваемой профессиональной деятельности, способствующими развитию качеств мышления, отличающих математическое мышление.

Методология исследования

Принципы профессионально-педагогической направленности обучения математике студентов вузов – будущих учителей математики определены и обоснованы А.Г. Мордковичем (Мордкович, 1986). Это принципы фундаментальности, бинарности, ведущей идеи и непрерывности. Принцип фундаментальности состоит в том, что математическая подготовка студента должна быть согласована с нуждами приобретаемой профессии. Принцип бинарности заключается в объединении общенаучной и методической линий. Принцип ведущей идеи осуществляется в соблюдении связей вузовских математических курсов со школьным курсом математики. Под принципом непрерывности понимается преемственность всех математических курсов, изучаемых в вузе, нацеленная на постижение студентом элементов педагогической деятельности.

Теоретической основой реализации гуманитарного потенциала математической области знания в создании учебно-методических материалов для математических курсов для студентов, обучающихся в вузе профессии учителя математики, является концепция гуманизации и гуманитаризации образования, ключевые положения которой сформулированы в работе В.А. Мейдера (Мейдер, 1998). Так, гуманизация образования выражается в создании гуманной системы образования, то есть ориентированной на всестороннее развитие личности в интересах самой личности, на общечеловеческие ценности. Основная цель гуманитаризации состоит в преодолении разобщения естественнонаучного и гуманитарного компонентов культуры.

Проблемы гуманизации и гуманитаризации математического образования, формирования математической культуры, развития личности средствами обучения математике исследовали многие ученые, в частности, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, А.Л. Жохова, В.И. Игошин, Е.В. Кузнецова, А.Г. Мордкович, Г.К. Муравин, Л.Г. Петерсон, Г.И. Саранцев, А.А. Столяр.

Гуманизация образования предполагает создание условий, обеспечивающих:

- нацеленность на развитие личности с помощью учебных дисциплин, осмысление обучаемым содержания изучаемой предметной области, при котором знания приобретают личностный смысл;
- отражение в обучении деятельностной природы знания, овладение методами научного поиска, приобщение к творческой деятельности;
- усиление мотивации учения;
- выявление связей изучаемых дисциплин с общечеловеческой культурой, формирование общекультурных основ в процессе обучения;
- формирование готовности к индивидуальному интеллектуальному усилию, самообразованию, саморазвитию;
- дифференциацию и индивидуализацию обучения.

Гуманитаризация математического образования рассматривается как направление реализации принципа гуманизации математического образования в содержании обучения и осуществляется через обогащение системы математических знаний гуманитарными объектами.

Гуманитаризация математического образования раскрывается через перечисление целевых направлений данного процесса:

- формирование представлений о фундаментальных понятиях математики, в том числе, имеющих общенаучное значение, математического аппарата, владение которым

необходимо в повседневной жизни, в осваиваемой профессиональной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения математического образования;

- приобщение к поисковой, творческой, исследовательской математической деятельности;
- развитие культуры мышления, привитие стиля научного мышления, то есть основанного на методах научного познания, законах логики;
- развитие речи, в том числе, таких ее качеств как аргументированность, точность, краткость, умение четко выражать свои мысли;
- нравственное и эстетическое воспитание;
- формирование целостной научной картины мира;
- формирование научного гуманистического мировоззрения.

Все вышеперечисленные направления гуманитаризации обучения математике, а также принципы профессионально-педагогической направленности обучения математике могут быть реализованы в курсе математической логики.

Вопросами проектирования курса математической логики для студентов вузов – будущих учителей математики занимались И.А. Дудковская, Е.С. Жиленкова, И.Н. Бурилич, В.И. Игошин, А.А. Столяр и др.

Результаты

Изучение работ (Дудковская, 2004), (Жиленкова, 2020), (Игошин, 2002) и личный опыт работы по курсу математической логики со студентами, обучающимся в Калужском государственном университете по направлению «Педагогическое образование», профиль «Физика и математика» позволили выделить приоритетные направления в разработке упражнений по математической логике для студентов – будущих учителей математики:

- показ связей схоластической логики и математической логики;
- опора на представления о логике, приобретенные в школе;
- особое внимание к понятиям логики, используемым в повседневной жизни, имеющим общенаучное значение;
- выделение типовых задач, всевозможных обобщенных способов их решения, определение области применения того или иного способа;
- внимание к методу математического моделирования, аксиоматическому методу;
- показ методической адаптации аппарата математической логики для школьников;
- особое внимание к логической структуре определений математических понятий, формулировок теорем, доказательств.

Далее приведем примеры упражнений по курсу математической логики, в которых учитываются эти направления и комментарии по их применению в работе со студентами.

Упражнение 1. Полагая, что для предложенных условий выполняется закон исключенного третьего, определите, какое условие является логической причиной, а какое логическим следствием. Ответ обоснуйте с помощью определения логической связки «следование». Используя эти условия логически верно сформулируйте предложения со структурой а) «Если А, то В», б) «Все элементы со свойством А обладают свойством В», в) «Для А необходимо В», г) «Для В достаточно А».

Условия: «Я счастлив», «Я здоров».

Упражнение 2. С помощью аппарата математической логики проверьте, противоречивы условия или нет: «Не все физики не являются математиками. Ни один математик не является физиком». (Для условий «быть физиком», «быть математиком» считаем закон исключенного третьего выполненным).

Изложим наиболее универсальный способ решения задач на проверку непротиворечивости условий. Именно этот способ вызывает наибольшие затруднения у студентов.

Условие «Не все физики не являются математиками» переформулируем по закону $\overline{(A \rightarrow B)} \approx A \wedge \overline{B}$ и получаем, что «Есть человек, который является и физиком, и математиком».

Условие «Ни один математик не является физиком» имеет логическую структуру $M \rightarrow \bar{\Phi}$, где M – «быть математиком», Φ – «быть физиком». По определению логической связки «следование» ситуация «есть человек, который является и физиком, и математиком» исключена.

Поэтому условия противоречивы.

Упражнение 3. Он одноцветный: красный, желтый или фиолетовый. Если он круглый, то он красный. Если он желтый, то он не игольчатый. Если он не красный, то он круглый или игольчатый. Если он не круглый и не игольчатый, то он фиолетовый. Какой он?

Изложим способ решения таких задач, адаптированный для школьников.

Для него указываются два свойства: цвет и форма. Каждое из этих свойств имеет по 3 значения. Перечислим возможные комбинации этих свойств:

- 1) красный и круглый;
- 2) желтый и круглый;
- 3) фиолетовый и круглый;
- 4) красный и игольчатый;
- 5) желтый и игольчатый;
- 6) фиолетовый и игольчатый;
- 7) красный и не круглый и не игольчатый;
- 8) желтый и не круглый и не игольчатый;
- 9) фиолетовый и не круглый и не игольчатый.

Условие «Если он круглый, то он красный» исключает случай «круглый и не красный», то есть случаи 2 и 3.

Условие «Если он желтый, то он не игольчатый» исключает случай «желтый и игольчатый», то есть случай 5.

Условие «Если он не красный, то он круглый или игольчатый» исключает случай «не красный и не круглый и не игольчатый», то есть случаи 8 и 9.

Условие «Если он не круглый и не игольчатый, то он фиолетовый» исключает случай «не круглый и не игольчатый и не фиолетовый», то есть случаи 7 и 8.

Всем условиям удовлетворяют только случаи 1, 4 и 6. Они и дают ответ в этой задаче.

Подобные задания, как правило, предлагаются школьникам как логические задачи, например, в конкурсных работах. Студенты, рассматривая всевозможные способы решения таких задач, понимают идею методической адаптации математических знаний для школьников.

Упражнение 4. Проанализируйте структуру определения производной: «Производная функции $f(x)$ – это функция $f'(x)$, которая вычисляется как $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ ».

Упражнение 5. Сформулируйте отрицание определения точки максимума функции:

x_0 – точка максимума функции $f(x) \overset{\text{определение}}{\iff} \exists U(x_0, \varepsilon) \forall x (x \in U(x_0, \varepsilon) \rightarrow x < x_0)$.

В выполнении заданий на выяснение структуры определения понятия, формулирование отрицания определения (упр. 4 и 5) студенты, в большинстве своем, затруднений не испытывали.

Упражнение 6. Запишите определение точной верхней границы ограниченного сверху множества в виде формулы математической логики. Проверьте правильность этого определения, получив отрицание составленной формулы.

Задание записать определение математического понятия в виде формулы математической логики у студентов вызывает большие трудности, несмотря на то, что они помнят содержание самого понятия и могут дать привычное словесное определение.

Упражнение 7. Согласно закону математической логики $(A \rightarrow B) \sim (\bar{B} \rightarrow \bar{A})$ сформулируйте теорему, эквивалентную теореме: если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$, то $\exists n_0 \forall n (n > n_0 \rightarrow a_n < b_n)$.

В выполнении упражнений, аналогичных упражнению 7, неприятность состоит в том, что сформулировав эквивалентную теорему, нередко сталкиваемся с необходимостью «подчистить» полученную формулировку.

Упражнение 8. Будут ли следующие теоремы эквивалентны друг другу?

Теорема 1: Если функция возрастает на промежутке I , то в каждой точке этого промежутка ее производная неотрицательна.

Теорема 2. Если в каждой точке промежутка I производная функции отрицательна, то функция убывает на этом промежутке.

Трудность в выполнении упражнений на проверку эквивалентности математических предложений для студентов вызвана, главным образом, затруднениями в построении формулы математической логики по предложенной формулировке.

Упражнение 9. Проанализируйте структуру формулировки теоремы «Предел суммы двух функций равен сумме пределов этих функций». Результат анализа представьте, записав, что в теореме дано и что нужно доказать в виде, удобном для проведения доказательства.

При анализе структуры формулировки теоремы, результатом которого является запись того, что дано и что нужно доказать (упр. 9), для понимания студентами значения этой работы нужно их ориентировать на удобство такой формы представления для поиска и построения доказательства и на то, что здесь, как правило, нужно переформулировать теорему.

Упражнение 10. Найдите логическую ошибку в построении доказательства или укажите в нем вывод, нуждающийся в дополнительном обосновании. Доказательство свойства неопределенного интеграла «Интеграл суммы двух функций равен сумме интегралов этих функций»: дифференцируем по x обе части равенства

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx,$$

применяем свойство производной и свойство неопределенного интеграла и получаем верное равенство. Значит, доказываемое равенство верно.

Логическая ошибка заключается в том, что от доказываемого приходим к верному утверждению и на этом основании делаем вывод о том, что доказываемое утверждение верно. Однако, как известно, «истина следует из чего угодно».

Заключение

Упражнения, примеры которых приведены в статье, и аналогичные им применялись в практике работы по курсу математической логики со студентами, обучающимися по направлению «Педагогическое образование», профиль «Физика и математика» в Калужском государственном университете им. К.Э. Циолковского.

В целом можно отметить, что данные задание нацелены на усиление внимания студентов к логическим формам представления информации, к культуре мышления и речи, а также эти задания обучают работе с математическим текстом.

Виды профессионально-ориентированных заданий по курсу математической логики, заданий, нацеленных на формирование первичных методических умений, заданий, в которых раскрывается гуманитарный потенциал математической логики также описаны в работах (Баданова, 2015), (Ковтунова, 2006), (Трунтаева, 2020).

Список литературы

- Баданова Т.А., Трунтаева Т.И. Профессионально-ориентированные задачи в курсе математической логики // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2-2. С. 299.
- Дудковская И.А. Проектирование курса математической логики с целью формирования компетентности будущих учителей математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Новосибирск, 2004.
- Жиленкова Е.С., Бурилич И.Н. Особенности преподавания математической логики с целью формирования компетентности будущих учителей математики // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим дисциплинам в современном образовательном пространстве: IV Всероссийская (с международным участием) научно-практическая конференция, Курск, 16-17 декабря 2020 года. Курск: изд-во Курского государственного университета, 2020. С. 57-60.

- Игошин В.И. Профессионально-ориентированная методическая система обучения основам математической логики и теории алгоритмов учителей математики в педагогических вузах: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 2002.
- Ковтунова Т.И. Методические задачи в предметной подготовке учителя математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Орел, 2006.
- Мейдер В.А. Концепция гуманизации и гуманитаризации образования: сущность, направления, проблемы. Волгоград: Изд-во ВГУ, 1998.
- Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителей математики в педагогических институтах: дис. ... д-ра пед. наук. М., 1986.
- Трунтаева Т.И. Обучение математической логике студентов вузов гуманитарных направлений подготовки // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 1 (17). С. 44-50.

HUMANITARIAN AND PROFESSIONAL-ORIENTED COMPONENTS OF TEACHING MATHEMATICAL LOGIC TO FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Truntaeva T. I.

Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
tatyana.kovtunova.19@mail.ru
Kaluga

Tsiolkovsky Kaluga State University

Abstract. The paper is described features of the content of the course of mathematical logic for university students – future teachers of mathematics. Taking into account these features in the development of educational and teaching materials, in particular, exercises, in the educational process in mathematical logic for university students - future teachers of mathematics, it is possible to implement the idea of a professional and pedagogical orientation of subject and to consider humanitarian potential of this mathematical area knowledge. The paper briefly presents the result of the analysis of works devoted to the problems of humanitarization of mathematics education, the implementation of the professional and pedagogical orientation of teaching mathematics, the design of a course in mathematical logic for students studying at a university as a teachers of mathematics. These works formed the theoretical basis of this research, some of the results of which are presented in this paper. Main results presented in this paper include priority directions in the preparation of exercises for the course of mathematical logic for students – future teachers-mathematicians. Names of these areas reflect the peculiarities of the content of the teaching material for the course of mathematical logic with a humanitarian and pedagogical orientation. According to these directions, it can be described types of exercises in the course of mathematical logic. The paper provides examples of such exercises, and gives a brief result of the analysis of the experience of their application in the work on the course of mathematical logic with students enrolled in the direction of «Pedagogical education», profile «Physics and Mathematics» at Tsiolkovsky Kaluga State University. The experience of using these exercises can be considered positive, since exercises were understood by students, they liked them, and students found these exercises useful for them as future teachers of mathematics.

Keywords: the humanitarian component of teaching mathematical logic, professionally oriented teaching of mathematics at the university, subject training at the university of future teachers of mathematics.

References

- Badanova, T. A., Truntaeva, T. I. (2015). Professional'no-oriyentirovannyye zadachi v kurse matematicheskoy logiki. *Modern problems of science and education*, (2-2), 299. (In Russ.)
- Dudkovskaya, I. A. (2004). *Proyektirovaniye kursa matematicheskoy logiki s tsel'yu formirovaniya kompetentnosti budushchikh uchiteley matematiki*. [Candidate Thesis] Novosibirsk. (In Russ.)
- Igoshin, V. I. (2002). *Professional'no-oriyentirovannaya metodicheskaya sistema obucheniya osnovam matematicheskoy logiki i teorii algoritmov uchiteley matematiki v pedagogicheskikh vuzakh*. [Doctor Thesis] Moscow. (In Russ.)
- Kovtunova, T. I. (2006). *Metodicheskiye zadachi v predmetnoy podgotovke uchitelya matematiki*. [Candidate Thesis] Orel. (In Russ.)
- Maider, V. A. (1998). *Kontseptsiya gumanizatsii i gumanitarizatsii obrazovaniya: sushchnost', napravleniya, problemy*. Volgograd. (In Russ.)
- Mordkovich, A. G. (1986). *Professional'no-pedagogicheskaya napravlennost' spetsial'noy podgotovki uchiteley matematiki v pedagogicheskikh institutakh* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Truntaeva, T. I. (2020). Teaching mathematical logic to university students in the humanitarian areas of training. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 1(17), 44-50. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-17-1-44-50 (In Russ., abstract in Eng.)
- Zhilenkova, E. S., Burilich, I. N. (2020). Features of teaching mathematical logic in order to form the competence of future teachers of mathematics. *Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskimi disciplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve: IV Vserossiyskaya (s mezhdunarodnym uchastiem) nauchno-prakticheskaya konferenciya, Kursk, 16-17 dekabrya 2020 goda* (pp. 57-60). Kursk: izd-vo Kurskogo gosudarstvennogo universiteta. (In Russ.)

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №4(24) / 2021

Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – В.В. Лаухин
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 20.12.2021
Дата выхода в свет 21.12.2021

Бумага формат А-4 (72,0 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 119
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в объединенном каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1