МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

C O N T I N U U M

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №1(21) / Елец, 2021

УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
(399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Щербатых С.В. - **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);

Дворяткина С.Н. - **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);

Абылкасымова А.Е. - доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Казахстан);

Асланов Р.М. - доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);

Боровских А.В. - доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (Москва, Россия);

Гриншкун В.В. - доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования ГАОУ ВО города Москвы «Московский городской педагогический университет» (Москва, Россия);

Гроздев С.И. - доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, проректор по науке и академическому развитию Института математики и информатики Болгарской академии наук, академик IHEAS (София, Болгария);

Зарубин А.Н. - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева (Орел, Россия);

Каракозов С.Д. - доктор педагогических наук, профессор, проректор, директор Института математики и информатики ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (Москва, Россия);

Сергеева Т.Ф.	- доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления (Москва, Россия);
Солдатов А.П.	- заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН (Москва, Россия);
Солеев А.С.	- доктор физико-математических наук, профессор, проректор по учебной работе Самаркандского государственного университета (Самарканд, Узбекистан);
Корниенко Д.В.	- ответственный секретарь, кандидат физико-математических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
Максимов Д.И.	- технический секретарь, старший преподаватель кафедры математического моделирования и компьютерных технологий Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The Federal State Educational Government-Financed Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1)

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S.V.	**Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S.N.	**Deputy Editor-in-Chief,** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A.E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Corresponding Member of the NAS of the Republic of Kazakhstan, Academician of the Russian Academy of Education, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Informatics of Kazakh National Pedagogical University named after Abay (Kazakhstan);
Aslanov R.M.	Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan);
Borovskikh A.V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Grinshkun V.V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Education, Head of the Department of Education Informatization, Institute of Digital Education, Moscow State Pedagogical University of Moscow "Moscow City Pedagogical University" (Moscow, Russia);
Grozdev S.I.	Doctor in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Research and Academic Development Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, academician IHEAS (Sofia, Bulgaria);
Zarubin A.N.	Honored Scientist of Russia, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, head of the department of mathematical analysis and differential equations, Orel State University named after I.S. Turgenev (Oryol, Russia);
Karakozov S.D.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector, Director of the Institute of Mathematics and Informatics, Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
Sergeeva T.F.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of general mathematical and natural sciences Social Management Academy (Moscow, Russia);
Soldatov A.P.	Honored Worker of Science, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher of the Dorodnitsyn Computing Center named FIC IU RAS (Moscow, Russia);

Soleev A.S. Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Vice Rector for Academic Affairs of the Samarkand State University (Samarkand, Uzbekistan);

Kornienko D.V. Executive secretary, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);

Maksimov D.I. Technical Secretary, Senior Lecturer, Department of Mathematical Modeling and Computer Technology, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

ISSN 2500-1957

© Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Абатурова В.С.	О формировании и развитии у учащихся умения применять математическое моделирование при решении мотивационно-прикладных задач	9
Артюхин О.И., Артюхина М.С.	Интерактивные технологии как средство формирования мотивационно-ценностного отношения к предметам математического и естественнонаучного цикла в школе и в вузе	16
Асланов Р.М., Сушков В.В.	Электронный задачник-трансформер как инструмент формирования содержательно-методических линий на примере сборника задач по комплексному анализу	22
Богун В.В.	Реализация лабораторного практикума по основам математического анализа с применением пакета прикладных программ Scilab	29
Кузнецова Т.И.	Русский математический язык и чтение математических терминов: отношение двух чисел; пропорция	39
Тарасова О.В.	Методические истоки междисциплинарности в школьном курсе математики	48
Трунтаева Т.И.	Практико-ориентированные задачи по логике предикатов	57

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Гладких О.Б., Васильева И.И.	Расчет коэффициента пропускания симметричной полосковой линии и моделирование формы линии распространения поверхностной электромагнитной волны	65
Дружинина О.В., Масина О.Н., Петров А.А.	Построение дифференциальных математических моделей, используемых при разработке гибридной интеллектуальной обучающей среды, с учетом запаздывания и управляющих воздействий	69

Иванников И.С. Тест Гилева и методика APDEX как средства тестирования платформ 1С 80

ПЕРСОНАЛИИ

Мельников Р.А., Саввина О.А. Пафнутий Львович Чебышев (к 200-летию со дня рождения) 89

CONTENTS

PROBLEMS AND PROSPECTS OF MODERN MATHEMATICAL EDUCATION

V.S. Abaturova	On the formation and development of students' ability to apply mathematical modeling in solving motivative-applied problems	9
O.I. Artyukhin, M.S. Artyukhina	Interactive technologies as a means of forming motivational-value attitude to subjects of mathematical and natural science cycle in school and in university	16
R.M. Aslanov, V.V. Sushkov	Electronic problem book-transformer as tool for formation of content-methodical lines using example of problem book of complex analysis	22
V.V. Bogun	Implementation of laboratory workshop on basic mathematical analysis using Scilab application package	29
T.I. Kuznetsova	Russian mathematical language and reading of mathematical terms: relationship of two numbers; proportion	39
O.V. Tarasova	Methodological origins of interdisciplinarity in a school math course	48
T.I. Truntaeva	Practice-oriented tasks in predicate logic	57

APPLIED ASPECTS OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

O.B. Gladkikh, I.I. Vasilyeva	Calculating the transmission coefficient of a symmetric strip line and modeling the distribution line form of surface electromagnetic wave	65
O.V. Druzhinina, O.N. Masina, A.A. Petrov	Construction of differential mathematical models used in the development of a hybrid intellectual learning environment, taking into account delay and control actions	69
I.S. Ivannikov	Gilev test and APDEX technique as a means of testing platforms 1C	80

PERSONS

R.A. Melnikov, O.A. Savvina	Paphnuty Lvovich Chebyshev (to the 200-th anniversary from birthday)	89

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-09-15

УДК 372.851

О ФОРМИРОВАНИИ И РАЗВИТИИ У УЧАЩИХСЯ УМЕНИЯ ПРИМЕНЯТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ МОТИВАЦИОННО-ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Абатурова Вера Сергеевна
к.п.н., с.н.с.
veronika-abaturova@yandex.ru
г. Владикавказ

Южный математический институт ВНЦ РАН

Аннотация. Статья посвящена проблеме формирования и развития у учащихся умения применять метод математического моделирования при решении мотивационно-прикладных учебных задач на основе адаптированного к школьному образованию сложного математического знания – задач линейного программирования. Задачи данного класса составляют основу одного из современных развивающихся разделов прикладной математики, открытого в 1939 году выдающимся советским математиком, лауреатом Нобелевской премии академиком Л.В. Канторовичем. Актуальность данного исследования вызвана формированием различными группами исследователей новых моделей развития образования и необходимостью поиска новых средств, форм, методов и содержания математического образования, способных эффективно развивать у учащихся важное в 21 веке умение применять полученные математические знания на практике. Функциональная грамотность обучаемых по результатам исследований в области школьного математического образования, включая международные мониторинговые исследования «PISA», сохраняет недостаточный уровень. Представлен опыт разработки и реализации в старшей школе элективного курса «Математическое моделирование – школьникам. Линейные модели», содержание которого включает мотивационно-прикладные линейные оптимизационные задачи и математический аппарат, необходимый для их решения. Элективный курс разработан на принципах «от простого – к сложному», фундаментализации, прикладной направленности. Курс ориентирован на формирование умений применять при решении задач все этапы математического моделирования, позволяющие учащимся создавать собственные мотивационно-прикладные задания, описываемые линейными оптимизационными моделями. В качестве эффективного средства формирования умения учащихся применять математические знания на практике представлены многоэтапные мультидисциплинарные задачи на построение математической модели реальной ситуации, для решения которых необходимы знания по математике, информатике и одной или нескольким естественнонаучным дисциплинам, предлагаемые учащимся в ходе участия во Всероссийском командном турнире

школьников по математическому моделированию, проводимому СУНЦ МГУ, в котором автор в течение нескольких участвует с командой школьников.

Ключевые слова: математическое моделирование, мотивационно-прикладные задачи, сложное знание, линейные оптимизационные модели.

Формирующийся в мире шестой технологический уклад, связанный, в том числе, с беспрецедентным развитием цифровых технологий и глобальных информационных сетей, появлением искусственного интеллекта меняет устоявшийся уклад жизни человека. Новые способы обработки информации, возможность работы с большими данными, совершенствуют практически все виды деятельности человека, формируют условия для более полного и глубокого осмысления сложных явлений и процессов, и возможности выбора своей жизненной траектории в сложном современном мире.

Как должно меняться, в связи с этим, школьное образование – какие формы, средства, методы, содержание должны стать приоритетными в 21 веке? Над этим вопросом активно работают многие исследователи и практики в разных областях знаний в нашей стране и за рубежом.

Анализ исследований в области образования показывает, что в настоящее время разрабатываются различные прогнозные модели развития образования. Одна из возможных моделей развития образования была представлена в 2018 году на Саммите Global Education Leaders Partnership в рамках Московского международного салона образования в докладе «Образование для сложного общества», подготовленного авторским коллективом: П. Лукша, Д. Кубиста, А. Ласло, М. Попович, И. Ниненко и др. по итогам исследований 2014-2017 годов международной платформы «Global Education Futures», объединяющей лидеров глобального образования [4]. В основе этой модели лежит тезис об образовании в течение всей жизни, обучении для новой экономики знаний, для «будущего, построенного на мудрости» с использованием цифровых платформ, которое возможно в первую очередь через развитие *ученической самостоятельности* человека, определяемой авторами как «способность действовать как осознанный, рефлексирующий, социально ответственный человек, реализующий свой выбор, активно достигающий поставленных и принятых им целей» [4]. Рост ученико-центрированного образования и распространение «самоуправляемых» учащихся, формирование парадигмы образования для команд, сообществ и сетей, новые «глобальные» образовательные экосистемы, эволюция показателей образовательного «успеха» для работы со сложностью 21-ого века – главные направления развития образования в данной модели [4].

На наш взгляд, данная модель сильно идеализирована и не раскрывает конкретных методик и технологий как прийти к «обществу, построенному на мудрости», но следует отметить, что изменения в указанных направлениях развития образования, происходят уже сейчас и как-то будут развиваться дальше. Как меняется российское школьное образование в современном мире, какие тренды и направления развития актуальны сегодня?

Анализ результатов научных и мониторинговых исследований последний лет в области школьного математического образования, включая Единый государственный экзамен по математике, оценку функциональной грамотности 15-летних учащихся в рамках международной программы Programme for International Student Assessment (PISA), реализуемой Организацией экономического сотрудничества и развития (ОЭСР) – международной организацией развитых стран, а также собственный педагогический опыт работы с учащимися в рамках математического кружка, сезонных математических школ, проводимых в РСО-А, показывает, что школьники испытывают значительные трудности при решении текстовых задач и сюжетных контекстных заданий, которые также называют практико-ориентированными, прикладными, практическими задачами, задачами прикладного характера, описывающими реальные ситуации и процессы и решаемые математическими средствами. Мы в своем исследовании используем термин *мотивационно-прикладные задачи*

– сюжетные учебные задачи, описывающие реальные процессы в природе, обществе и производстве и решаемые математическими средствами.

Умения моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат в концепции PISA относят к математической грамотности учащегося, под которой понимается «способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она [математическая грамотность] включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане» [5].

В статье исследователя Е.И. Смирнова [6] отмечается, что «эффективным направлением формирования математической грамотности школьников может стать обучение математике на основе освоения сложного знания. При этом ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания и поддержки дистанционных сред и компьютерного моделирования. Это реализуется в ходе этапного исследования сложного знания и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений». Под сложным знанием в проводимом исследовании понимаются современные достижения прикладной математики, адаптированные к школьной математике.

«Необходимо выстраивание иерархий сложного разноуровневого знания, методов и средств в когнитивной деятельности, опоры на дидактические правила и закономерности освоения математической деятельности на основе синергетического подхода (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория хаоса и катастроф, устойчивость динамических систем и нелинейная динамика, теория кодирования и шифрования информации и т.п.) [6].

В качестве сложного математического знания, адаптированного нами для школьной математики был выбран один из разделов прикладной математики – линейное программирование, который, как известно, был открыт молодым профессором Ленинградского университета, позже – академиком АН СССР, лауреатом Нобелевской премии по экономике Леонидом Витальевичем Канторовичем. Данная научная дисциплина была создана после обращения к нему в 1938 г. сотрудников Центральной лаборатории Ленинградского фанерного треста с просьбой порекомендовать численный метод расчета рационального плана загрузки имеющегося оборудования. Решая эту практическую задачу, Л.В. Канторович развил математическую теорию с многочисленными экономическими приложениями, которая была опубликована в 1939 году в брошюре «Математические методы организации и планирования промышленного производства». В этой работе впервые давалась математическая постановка производственных задач оптимального планирования, предлагались эффективные методы их решения, а также приемы экономического анализа этих задач. Тем самым, идея оптимальности в экономике была поставлена на прочный научный фундамент. Выбор линейного программирования для адаптации к школьной математике был выбран неслучайно. Как отмечал Л.В. Канторович, внесший существенный вклад в математическую и экономическую науки, «поскольку с экономикой в различных ее аспектах приходится сталкиваться практически каждому человеку, то знакомство с математическими методами в этой науке особенно интересно и важно» [3].

При формализации практических задач на нахождение максимума или минимума возникает математическая задача, точная постановка которой включает три составляющие: 1) какое-то множество X, которое моделирует совокупность всех стратегий или способов действия; 2) числовая функцию f, определенная на множестве X, показывающая, в каком смысле стратегия должна быть наилучшей; 3) некоторое подмножество C множества X,

выделяемое ограничительными или регулирующими условиями задачи (последние часто выражаются системами уравнений и неравенств). Сама задача заключается в том, чтобы найти такой элемент x_0 в множестве C, для которого значение функции $f(x_0)$ является наименьшим (наибольшим) в множестве всех значений $\{f(x): x \in C\}$ и символически записывается в виде: $x \in C, f(x) \to min(max)$.

Если в этой задаче функция f линейна, а множество C задается системой линейных уравнений и неравенств, то говорят о линейной экстремальной задаче, или линейной оптимизационной задаче.

Линейное программирование относится к числу наиболее широко распространенных методов анализа управляющих решений, используемых при решении производственных и коммерческих задач. Любая задача линейного программирования включает три основных элемента: управляемые переменные, целевую функцию и ограничения.

Разработанный и реализованный элективный курс для школьников основной и старшей школы «Математическое моделирование – школьникам. Линейные модели» [1] содержит следующие темы: Линейные функции одной и двух переменных; Линейные уравнения; Линейные неравенства и системы линейных уравнений и неравенств с двумя неизвестными; Графический метод решения систем линейных неравенств с двумя неизвестными; Линейные оптимизационные модели; Симплекс-метод. Часть математических знаний (линейные функции, линейные уравнения с одной и двумя переменными, линейные неравенства с одной и двумя переменными, системы линейных уравнений и линейных неравенств с одной и двумя переменными) имеется в основной школьной программе по математике, поэтому введение понятия линейной оптимизационной модели вводится без особых затруднений, а затем на основе графического метода вводятся методы решения линейных оптимизационных задач с двумя неизвестными (графический и компьютерный – с помощью программы «Excel»). С целью выполнения принципа фундаментализации знаний и наглядного моделирования в обучении все понятия курса вводятся на основе геометрического подхода, который реализован посредством координатного метода, позволяющего дать наглядную интерпретацию связи основных понятий алгебры и геометрии – чисел и точек соответственно. Кроме этого курс построен на строгом доказательстве всех теоретических положений, в частности, теорем о графике линейной функции, графике линейного уравнения с двумя неизвестными, графическом способе решения систем линейных уравнений и неравенств с двумя неизвестными и их приложениях и др.

В ходе конструирования курса был разработан граф согласования математических и экономических знаний, которые интегрируются в ходе проведения элективного курса; составлены банки мотивационно-прикладных задач на линейные модели реальных процессов; описаны некоторые модели реальных линейных процессов: модель времени, модель равномерного прямолинейного движения, модель рыночного равновесия, модель национального дохода, линейные оптимизационные модели, модель распределения ресурсов.

В качестве примера рассмотрим следующую мотивационно-прикладную линейную оптимизационную задачу, адаптированную для школьной математики [2]:

Фермер выращивает для продажи кроликов двух пород — Русский косой и Белый великан, причем число кроликов породы Белый великан как минимум втрое меньше числа кроликов породы Русский косой. Спрос на породу Русский косой не превосходит 20 кроликов за 1 раз, а спрос на породу Белый великан достаточно высок — за один раз удается продать от 25 до 50 кроликов. Кроликовод обычно везет животных в клетке, которая вмещает не более 60 кроликов. Сколько кроликов каждой породы нужно взять для получения максимальной прибыли от продажи за 1 раз, если прибыль от продажи 1 кролика породы Русский косой составляет 450 рублей, а от продажи 1 кролика породы Белый великан — 300 рублей.

Решение данной задачи и иных задач курса строится на применении метода математического моделирования, который характеризуется несколькими этапами,

позволяющими осуществить моделирование реальной ситуации, проанализировать результат решения и построить цепочку задач на основе имеющейся фабулы задачи:

I этап – постановка проблемы (работа по созданию предмодели);

II этап – анализ данных задачи, поиск закономерностей;

III этап – формализация проблемы, построение модели;

IV этап – внутримодельное решение;

V этап – интерпретация модели;

VI этап – проверка адекватности модели;

VII этап – чувствительность модели.

Элективный курс «Математическое моделирование-школьникам. Линейные модели» предполагает работу учащихся с разноуровневыми заданиями, включая работу по созданию собственных мотивационно-прикладных линейных оптимизационных задач, тем самым создавая возможность развития умения применять математическое моделирование реальных процессов на разном уровне сформированности этого умения. Результаты данной работы докладываются учащимися на конкурсах проектно-исследовательских работ школьников.

Ещё одним эффективным средством формирования у учащихся умения применять математическое моделирование является участие школьников в интеллектуальных командно-личных соревнованиях по математическому моделированию, в которых сложным знанием являются *многоэтапные мультидисциплинарные задачи на построение математической модели реальной ситуации, для решения которых необходимы знания по математике, информатике и одной или нескольким естественно-научным дисциплинам.*

Примером таких соревнований являются международные интеллектуальные мультидисциплинарные командно-личные соревнования школьников IMMC, которые уже более двадцати лет с успехом проводятся в разных странах. В Китае, к примеру, в таких конкурсах ежегодно принимает участие более 40000 школьников, а предмет «математическое моделирование» в этой стране введён в школьную общеобразовательную программу.

В России впервые в ноябре 2018 года в СУНЦ МГУ был организован I Международный командно-личный турнир школьников 8-10 классов по математическому моделированию (ТММ, МаМоНТ). Основной этап конкурса 2018 года – решение реальной производственной задачи «Калибровка акселерометров», предложенной фирмой Huawei – многоэтапной мультидисциплинарной задачи, с условием задачи можно ознакомиться по ссылке: http://internat.msu.ru/wp-content/uploads/2018/10/zadacha_KMM2018.pdf.

Анализ трехлетних результатов турнира по всем участникам в двух лигах (старшей – 10-11 классы и младшей – 8-9 классы) показал, что высокий уровень сформированности умений решать предложенные задания показывают учащиеся 11-х классов специализированных математических школ и центров, которые кроме получения традиционных академических знаний в области математики, информатики и естественнонаучных дисциплин, получают необходимые знания на кружках по математическому моделированию, организованных в этих школах. В таких кружках у учащихся формируются умения формулировать ситуацию на языке математики, умения применять математические понятия, факты, процедуры, умения интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты, т.е. строить математические модели реальных ситуаций и процессов.

Расширение практики проведения конкурсов по математическому моделированию в школах страны (адаптируя задачи турнира на массовый школьный уровень), позволит повысить уровень компетенций в области математического моделирования школьных учителей, разработать адаптированные образовательные программы по математическому моделированию для организации школьных кружков, спецкурсов и /или факультативов и серии многоэтапных мультидисциплинарных мотивационно-прикладных задач.

Список литературы

1. Абатурова В.С. Математическое моделирование школьникам. Линейные модели: Учебное пособие. Владикавказ: Владикавказский научный центр РАН и РСО-А, 2007. 112 с.
2. Абатурова В.С. Математическое моделирование в обучении математике: Математическое моделирование как средство формирования познавательной самостоятельности учащихся. Саарбрюккен: LAP LAMBERT Academic Publising, Германия, 2012. 177 с.
3. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. М.: Наука, 1972. 231 с.
4. Образование для сложного общества. Доклад Global Education Futures. 2018. URL: https://drive.google.com/file/d/0B9ZvF6mQ5FMbSTFKVmhodU5rNTNiTXpUZ2QwZktiR0pzSmJR/view
5. Рослова Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. № 10. С. 48-56.
6. Смирнов Е.И. Инновационное содержание и синергия математического образования будущего учителя / Современные проблемы математики и математического образования: XV: Владикавказская молодежная математическая школа. Математический форум (25-27 сентября 2020). Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН. С. 132-169.

ON THE FORMATION AND DEVELOPMENT OF STUDENTS' ABILITY TO APPLY MATHEMATICAL MODELING IN SOLVING MOTIVATIVE-APPLIED PROBLEMS

V.S. Abaturova
Ph.D. (Pedagogy), Senior Researcher
veronika-abaturova@yandex.ru
Vladikavkaz

Southern Mathematical Institute

Abstract. The article is devoted to the problem of the formation and development of students' ability to apply mathematical modeling in solving motivational-applied educational problems on the basis of complex mathematical knowledge adapted to school education - linear programming problems. The tasks of this class form the basis of one of the modern developing branches of applied mathematics, opened in 1939 by the outstanding Soviet mathematician, Nobel Prize winner Academician L.V. Kantorovich. The relevance of this study is due to the formation of new models of education development by various groups of researchers and the need to search for new means, forms, methods and content of mathematical education that can effectively develop in students the ability to apply the acquired mathematical knowledge in practice, which is important in the 21st century. The functional literacy of trainees according to the results of research in the field of school mathematics education, including the international monitoring research "PISA", remains insufficient. The experience of development and implementation at school of the elective course “Mathematical modeling - for schoolchildren. Linear Models”, the content of which includes motivational and applied linear optimization problems and the mathematical apparatus necessary for their solution. The elective course is developed on the principles "from simple to complex", fundamentalization, applied orientation. The course is focused on the formation of skills to apply all stages of

mathematical modeling in solving problems, allowing students to create their own motivational and applied tasks based on modeling real processes and phenomena described by linear optimization models. As an effective means of forming students' ability to apply mathematical knowledge in practice, multi-stage multidisciplinary tasks for building a mathematical model of a real situation are presented, for the solution of which knowledge in mathematics, computer science and one or several natural science disciplines, offered to students during participation in the All-Russian team tournament of schoolchildren in mathematical modeling carried out by SSC MSU, in which the author has been participating for several years with a team of schoolchildren.

Keywords: mathematical modeling, motivational and applied problems, complex knowledge, linear optimization models.

References

1. Abaturova, V.S. (2007). *Matematicheskoe modelirovanie shkol'nikam. Linejnye modeli: Uchebnoe posobie* [Mathematical modeling for schoolchildren. Linear models.]. Vladikavkaz: Vladikavkazskij nauchnyj centr, 112 p. (In Russ.)
2. Abaturova, V.S. (2012). *Matematicheskoe modelirovanie v obuchenii matematike: Matematicheskoe modelirovanie kak sredstvo formirovaniya poznavatel'noj samostoyatel'nosti uchashchihsya* [Mathematical modeling in teaching mathematics: Mathematical modeling as a means of forming the cognitive independence of students]. Saarbryukken: LAP LAMBERT Academic Publising, Germaniya. 177 p. (In Russ.)
3. Kantorovich, L.V., Gorstko, A.B. (1972). *Optimal'nye resheniya v ekonomike* [Optimal solutions in the economy]. Moscow: Nauka. 231 p. (In Russ.)
4. *Obrazovanie dlya slozhnogo obshchestva. Doklad Global Education Futures* [Education for a complex society. Global Education Futures Report]. 2018. URL: https://drive.google.com/file/d/0B9ZvF6mQ5FMbSTFKVmhodU5rNTNiTXpUZ2QwZktiR0pzSmJR/view
5. Roslova, L.O. (2018). Funkcional'naya matematicheskaya gramotnost': chto pod etim ponimat' i kak formirovat' [What is functional mathematical literacy and how it should be formed]. Pedagogika [Pedagogy], 10, 48-56. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Smirnov, E.I. (2020). Innovacionnoe soderzhanie i sinergiya matematicheskogo obrazovaniya budushchego uchitelya [Innovative content and synergy of mathematical education of the future teacher]. *Sovremennye problemy matematiki i matematicheskogo obrazovaniya: XV: Vladikavkazskaya molodezhnaya matematicheskaya shkola. Matematicheskij forum* (25-27 Sentyabrya, 2020, Vladikavkaz), 132-169. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-16-22

УДК 372.851+378.14

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МОТИВАЦИОННО-ЦЕННОСТНОГО ОТНОШЕНИЯ К ПРЕДМЕТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ЦИКЛА В ШКОЛЕ И В ВУЗЕ

Артюхин Олег Игоревич
к.п.н., доцент
oma_net@mail.ru
г. Арзамас
Артюхина Мария Сергеевна
к.п.н., доцент
marimari07@mail.ru
г. Арзамас

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Аннотация. Проблема мотивационно-ценностного отношения к предметам математического и естественнонаучного цикла определяется как ключевае на государственном уровне. Для решения возникающих мотивационных проблем важно создание интерактивной модели обучения с применением современных информационных технологий. В методической системе обучения появляются новые формы организации обучения, новые образовательные технологии. Организация учебных занятий предполагает применение интерактивных форм и методов обучения на предметах математического и естественнонаучного цикла. К таковым следует отнести: проблемные лекции с преобладанием наглядных моделей; технологии «flipped classroom» при изучении нового материала; семинарские, практические и лабораторные занятия проводятся с применением проблемных технологий, агонального диалога и интерактивного оборудования, математических пакетов, малых средств информационных технологий и мультмедийных технологий; интернет-сопровождение в виде образовательного интернет-портала или сайта; образовательные web–квесты на базе облачных технологий; исследовательские задания на основе методов case-стади с применением сетевых ресурсов; компьютерные учебно-деловые игры; современные средства диагностики образовательных результатов (контекстные задачи, компьютерные учебно-деловые игры, выступление на научных конференциях, публикации, публичные защиты, интернет–олимпиады, синквейны и др. Опытно-экспериментальная работа показала, что учебно-деловые игры, позволяют значительно повысить мотивационно-ценностное отношение обучающихся к предметам математического и естественнонаучного цикла. Использование компьютерной учебно-деловой игры позволяет по-новому смоделировать виртуальную обучающую ситуацию на основе адаптивной интеллектуальной системы обучения. В статье представлены особенности компьютерной учебно-деловой игры по теории множеств. Компьютерная учебно-деловая игра позволяет организовать самостоятельную деятельность, активизировать учебно-познавательную деятельность.

Ключевые слова: интерактивное обучение, мотивация, компьютерная учебно-деловая игра, личностный рост.

Введение

Вопросы воспитания мотивации к обучению и формирования ценностей к познавательной деятельности, рассматриваются как основные вопросы развития личности на всех исторических этапах развития общества. В государственной программе национального проекта «Образование», одним из основных положений принято, что развитие личности обеспечивается через активную учебно-познавательную деятельность обучающихся. Одна из задач целевой программы развития образования направлена на создание условий, обеспечивающих развитие мотивации и способностей детей и молодежи в познании, творчестве, труде и спорте, формирование активной гражданской позиции, культуры здорового образа жизни. В концепции развития математического образования проблемы мотивационного характера, определяются, как одна из ключевых для развития математического образования и науки. На государственном уровне определена необходимость получения математических и естественнонаучных знаний, как осознанный и внутренне мотивированный процесс.

Вопросы мотивационно-ценностных отношений к учебно-познавательной деятельности были предметом анализа классиков психологии и педагогики – Е.С. Бабаевой, Л.И. Бажович, Л.А. Блохиной, Т.В. Кашко, А.Н. Леонтьева, А.К. Маркова, Г. Розенфельда, А. Шопенгауэра, Г.И. Щукиной, Д.Б. Эльконина и др. Большой вклад в теоретическое обоснование теории мотивации внес А. Маслоу [7]. Именно на его труды ссылаются все ученые, исследующие мотивацию достижений. Он определил пирамиду потребностей в последовательности от наиболее мелких мотивов до мотивов, связанных со стремлением к самореализации и самоактуализации.

Современное общество характеризуется быстрыми темпами развития науки и технологий, цифровизацией всех сфер деятельности, в том числе образования, при этом с активным включением самих обучающихся в процесс образования, субъект – субъектными отношениями всех участников образовательного процесса. Для решения возникающих мотивационных проблем важно создание интерактивной модели обучения. Необходимо формирование особого пространства взаимодействия субъектов деятельности, в котором каждый активно включается в коллективный поиск истины, высказывает, аргументирует свою точку зрения, уважительно отстаивает свою позицию. Это предполагает коммуникативный подход к обучению и основывается на сотрудничестве и сотворчестве, проявляющемся в интерактивном обучении.

Идеи интерактивного обучения не новы для отечественной педагогики. В последнее время появляются диссертационные исследования в области отдельных аспектов интерактивного обучения математике на разных ступенях образования (И. В. Китаева, Л. А. Линевич, А. И. Рыжков и др.) [5; 6; 8].

В методической системе обучения появляются новые формы организации обучения, новые образовательные технологии. Новая открытая информационно-образовательной среда определяет новое направление исследования методической системы интерактивного обучения математике. Понятие методической системы интерактивного обучения математике в информационно-образовательной среде вуза дополняется внешней средой обучения, обновляются цели обучения, изменяются содержание, формы и методы обучения.

Существенным компонентом методической системы обучения математике, определяющим изменение связей внутри системы, является педагогическое взаимодействие непосредственно через диалог и опосредованное информационными технологиями, способствующее индивидуальной активности обучающихся [3]. Изменение структуры методической системы влияет на организацию деятельности обучаемых в процессе интерактивного обучения математике. Организация интерактивного обучения математике содействует личностному росту и достижению высокого уровня профессиональных компетенций и поддерживает самоактуализацию личности обучающихся.

Организация учебных занятий предполагает применение инновационных форм и методов обучения на предметах математического и естественнонаучного цикла, например:

- проблемные лекции с преобладанием наглядных моделей;
- технологии «flipped classroom» при изучении нового материала;
- семинарские, практические и лабораторные занятия проводятся с применением проблемных технологий, агонального диалога и интерактивного оборудования, математических пакетов, малых средств информационных технологий и мультмедийных технологий;
- интернет–сопровождение в виде образовательного интернет–портала или сайта;
- образовательные web-квесты на базе облачных технологий;
- исследовательские задания на основе методов case-стади с применением сетевых ресурсов;
- компьютерные учебно–деловые игры;
- современные средства диагностики образовательных результатов (контекстные задачи, компьютерные учебно-деловые игры, выступление на научных конференциях, публикации, публичные защиты, интернет-олимпиады, синквейны, тестовые и контрольные задания по темам, зачет, экзамен, защита практико-значимых работ);
- электронное портфолио учебных достижений.

Результаты исследования

Опытно-экспериментальная работа показала, что учебно-деловые игры, позволяют значительно повысить мотивационно-ценностное отношение обучающихся к предметам математического и естественнонаучного цикла. Компьютерная учебно-деловая игра – это технология обучения на основе компьютерной адаптивной интеллектуальной системы обучения, воссоздающая структуру и функциональные звенья познавательной деятельности в игровой компьютерной модели. Использование компьютерной учебно-деловой игры позволяет по-новому смоделировать виртуальную обучающую ситуацию на основе адаптивной интеллектуальной системы обучения. Для компьютерной учебно-деловой игры характерны компетентность учебно-игрового мира, визуализация знаний, диалог и интерактивность, открытость учебно-игровых модулей компьютерной программы [4; 9].

Приведем пример компьютерной учебно-деловой игры по теории множеств. Целью игры является изучение теории множеств. Можно выделить ряд дидактических задач компьютерной учебно-деловой игры [2]:

- изучение понятия множества, операций над множествами, рассмотреть способы задания множеств;
- формирование умений применять графический метод при выполнении операций с множествами;
- развитие навыков формализации при решении задач с помощью кругов Эйлера;
- формирование информационной культуры, потребности в приобретении знаний.

Условия: Все задания представлены в электронном формате. Тестовые задания выполняются в off-line режиме, с последующим результатом.

Компьютерная учебно-деловая игра по теории множеств разработана как приложение MacromediaFlash. Поскольку это мощное, при этом простое в использовании, средство создания анимированных проектов на основе векторной графики с встроенной поддержкой интерактивности. После нескольких принятых соглашений об использовании Flash в качестве Web стандарта, он стал легко интегрироваться с HTML, что позволяет встроить Flash проект практически без швов. Flash не требует ничего дополнительного для перехода по ссылке, открытия окна браузера или выполнения чего-либо посредством HTML.

Представим интерфейс разработанной авторами учебной игры. Поле компьютерной учебно-деловой игры разбито на этапы, рис. 1.

Правила: Обучающиеся выполняют задания каждого этапа. При успешном выполнении заданий поднимаются на следующий этап.

Для заданий исторического этапа подготовлены вопросы с выделением объекта, рис. 2.

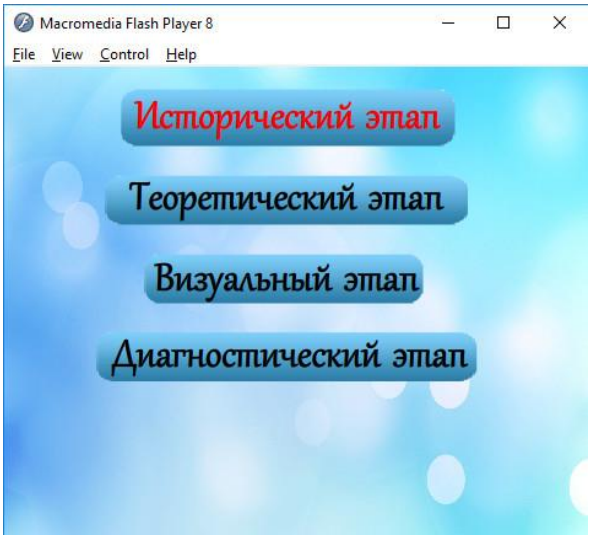


Рис. 1. Скриншот стартовой страницы игры

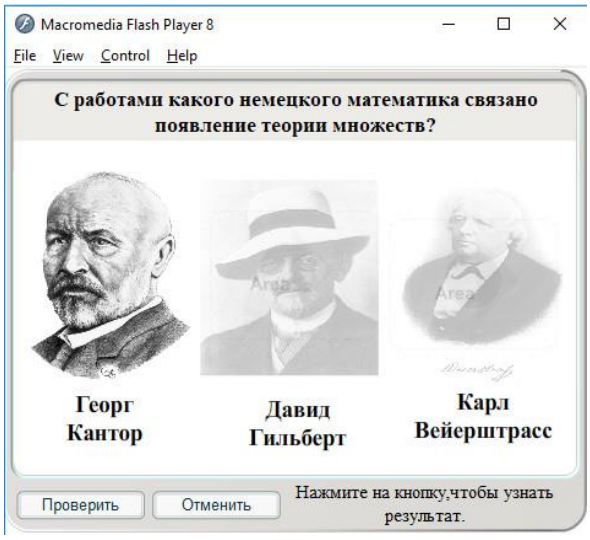


Рис.2. Пример вопроса с выбором объекта

В диагностическом этапе представлены разные типы вопросов (с выбором варианта ответа, открытого типа и т.д.), рис. 3

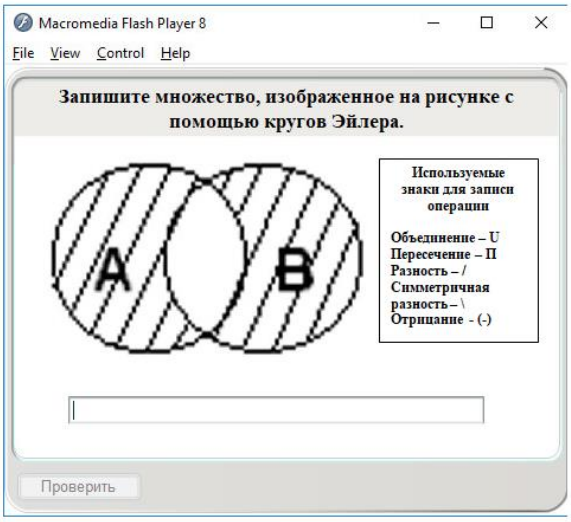


Рис.3. Пример задания открытого типа

В приложение имеется справочная информация, информирование обучающегося о результатах пройденного этапа. Компьютерная учебно-деловая игра позволяет организовать самостоятельную деятельность, активизировать учебно-познавательную деятельность.

Заключение

В процессе исследования было установлено, что эффективными средствами формирования мотивационно-ценностного отношения к предметам математического и естественнонаучного цикла являются компьютерные учебно-деловые игры, веб-квесты, виртуальные и динамические среды обучения, построенные на принципах проблемности, перспективности саморазвития, компьютерной визуализации абстракций, интерактивности учебного диалога. Авторы проиллюстрировали компьютерную учебно-деловую игру по теории множеств, целевой установкой которой явилось освоение теории множеств через активизацию мотивационно-ценностного отношения к дисциплинам математического цикла посредством организации интерактивного обучения. Представленные результаты полностью согласуются с полученными выводами ранее проведенных исследований [1; 3; 4; 10].

Список литературы

1. Артюхин О.И., Артюхина М.С. Контекстные технологии как мотивационная составляющая математического образования // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2018. Т. 11. №3. С. 99-104.
2. Артюхина М.С., Артюхин О.И. Интеграция e-learning и традиционного обучения математическим дисциплинам на гуманитарных направлениях подготовки // Информатизация образования и методика электронного обучения: материалы III Международной научной конференции, Красноярск, 24-27 сентября 2019 г. Красноярск: Сибирский федеральный университет, Институт космических и информационных технологий, 2019. С. 15-19.
3. Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Кейс-технологии в обучении математике как механизм развития вероятностного стиля мышления будущих специалистов в области экономики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т. 17. № 1. С. 42-50.
4. Карауылбаев С.К. Организация компьютерного учебно-игрового обучения в подготовке бакалавров // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 2. URL: http://scienceeducation.ru/ru/article/view?id=12453 (дата обращения: 01.03.2021).
5. Китаева И.В. Формирование стохастической компетенции учащихся при изучении математики с использованием интерактивных методов и средств обучения: дис… канд. пед. наук. Елец, 2017. 169 с.
6. Линевич Л.А. Развитие комплексных умений студентов на основе применения интерактивной контролирующей программы: на примере информационных и математических специальностей: дис… канд. пед. наук. Барнаул, 2011. 181 с.
7. Маслоу А.Х. Мотивация и Личность. Спб.: Евразия, 2001. 319 с.
8. Рыжков А.И. Технология разработки интерактивных средств обучения и методика их использования в курсе геометрии педвузов: дис… канд. пед. наук. Новосибирск, 2006. 198 с.
9. Санина Е.И., Карауылбаев С.К. Теория и практика создания и применения компьютерных учебно-деловых игр в обучении бакалавров: монография. Тула: Тульский полиграфист, 2014. 151 с.
10. Санина Е.И., Зенкова Л.А., Попова Т.С. Воспитание мотивационно-ценностного отношения к изучению математики обучающихся основной школы // Проблемы современного педагогического образования. 2020. Т. 66. №3. С. 261-264.

INTERACTIVE TECHNOLOGIES AS A MEANS OF FORMING MOTIVATIONAL-VALUE ATTITUDE TO SUBJECTS OF MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCE CYCLE IN SCHOOL AND IN UNIVERSITY

O.I. Artyukhin
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
oma_net@mail.ru
Arzamas
M.S. Artyukhina
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
marimari07@mail.ru
Arzamas

National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod

Abstract. The problems of motivational and value attitude to the subjects of the mathematical and natural science cycle are defined as key at the state level. To solve

the emerging motivational problems, it is important to create an interactive training model using modern information technologies. In the methodological system of training, new forms of organizing training, new educational technologies appear. The organization of training classes involves the use of interactive forms and methods of training in subjects of the mathematical and natural science cycle: problem lectures with a predominance of visual models; "flipped classroom" technology in the study of new material; Seminar, practical and laboratory lessons are conducted using problematic technologies, agonal dialogue and interactive equipment, mathematical packages, small information technology tools and multimedia technologies; Internet support in the form of an educational Internet portal or website; cloud-based educational web quests Research tasks based on case-stage methods using network resources computer training and business games; modern tools for diagnosing educational results (contextual tasks, computer educational and business games, speaking at scientific conferences, publications, public defenses, Internet Olympiads, synquins, test and control tasks on topics, offset, exam, protection of practical and significant works); e-learning portfolio. Experimental work has shown that educational and business games make it possible to significantly increase the motivational and value attitude of students to subjects of the mathematical and natural science cycle. The use of a computer training and business game allows you to model a virtual training situation in a new way based on an adaptive intelligent training system. The article presents the features of a computer educational and business game on set theory. The computer educational and business game allows you to organize independent activities, to intensify educational and cognitive activities.

Keywords: interactive learning, motivation, computer learning and business game, personal growth.

References

1. Artyukhin, O.I., Artyukhina, M.S. (2018). Kontekstnye tekhnologii kak motivacionnaya sostavlyayushchaya matematicheskogo obrazovaniya [Contextual technologies as motivational component of mathematical education]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Maths. Informatics. Education], 3(11), pp. 99-104. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Artyukhina, M.S., Artyukhin, O.I. (2019). Integratsiya e-learning i traditsionnogo obucheniya matematicheskim distsiplinam na gumanitarnykh napravleniyakh podgotovki [Integration of e-learning and traditional math training in humanities directions of training]. *Informatizaciya obrazovaniya i metodika elektronnogo obucheniya: materialy III Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii (24-27 sentyabrya, 2019 g., Krasnoyarsk)* [Informatization of education and e-learning methodology: materials of the III International Scientific Conference (September 24-27, 2019, Krasnoyarsk)], pp. 15-19. (In Russ.)
3. Dvoryatkina, S.N., Lopukhin, A.M. (2020). Kejs-tekhnologii v obuchenii matematike kak mekhanizm razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya budushchih specialistov v oblasti ekonomiki [Case Technologies in Teaching Mathematics as a Mechanism for the Development of a Probabilistic Style of Thinking of Future Specialists in the Field of Economics]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Maths. Informatics. Education], 17(1), 42-50. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Karauylbayev, S.K. (2014). Organizatsiya komp'yuternogo uchebno-igrovogo obucheniya v podgotovke bakalavrov [Organization of computer educational and game training in the preparation of bachelors]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Current problems of science and education]. URL: http://scienceeducation.ru/ru/article/view?id=12453 (accessed 07.03.2021). (In Russ.)

5. Kitaeva, I.V. (2017). *Formirovanie stohasticheskoj kompetencii uchashchihsya pri izuchenii matematiki s ispol'zovaniem interaktivnyh metodov i sredstv obucheniya* [Formation of stochastic competence of students in the study of mathematics using interactive methods and teaching aids]. [Candidate Dissertation]. Elec. (In Russ.)
6. Linevich, L.A. (2011). *Razvitie kompleksnyh umenij studentov na osnove primeneniya interaktivnoj kontroliruyushchej programmy: na primere informacionnyh i matematicheskih special'nostej* [Development of complex skills of students based on the use of an interactive control program: on the example of information and mathematical specialties]. [Candidate Dissertation]. Barnaul. (In Russ.)
7. Maslou, A.H. (2001). *Motivaciya i Lichnost'* [Motivation and Personality]. Saint Petersburg: Evraziya. (In Russ.)
8. Ryzhkov, A.I. (2006). *Tekhnologiya razrabotki interaktivnyh sredstv obucheniya i metodika ih ispol'zovaniya v kurse geometrii pedvuzov* [The technology for the development of interactive teaching aids and the methodology for their use in the geometry course of teacher training universities]. [Candidate Dissertation]. Novosibirsk. (In Russ.)
9. Sanina, E.I., Karauylbayev, S.K. (2014). *Teoriya i praktika sozdaniya i primeneniya komp'yuternykh uchebno-delovykh igr v obuchenii bakalavrov* [Theory and practice of creation and application of computer educational and business games in teaching bachelors] Tula. (In Russ.)
10. Sanina, E.I., Zenkova, L.A., Popova, T.S. (2020). Vospitanie motivatsionno-tsennostnogo otnosheniya k izucheniyu matematiki obuchayushchikhsya osnovnoy shkoly [Education of motivational and value attitude to the study of mathematics of students in the main school]. *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya* [Problems of modern pedagogical education], 66(3), pp. 261-264. (In Russ., abstract in Eng.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-22-28

УДК 378.147

ЭЛЕКТРОННЫЙ ЗАДАЧНИК-ТРАНСФОРМЕР КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ЛИНИЙ НА ПРИМЕРЕ СБОРНИКА ЗАДАЧ ПО КОМПЛЕКСНОМУ АНАЛИЗУ

Асланов Рамиз Муталлим
д.п.н., профессор
r_aslanov@list.ru
г. Баку, Азербайджан
Институт математики и механики НАН Азербайджана

Сушков Владислав Викторович
к.ф.-м.н., доцент
vvsu@mail.ru
г. Сыктывкар
Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина

Аннотация. Статья посвящена актуализировавшейся проблеме формирования базы качественных электронных средств поддержки процесса обучения с целью формирования компетенций обучающихся в условиях экстренных мер начала 2020 года. Решение проблемы авторы видят в применении в учебном процессе «электронных учебников-трансформеров», которые проектируются путем создания многовариантного представления его содержания, соответствующего замыслам преподавателя и научным предпочтениям обучающегося. Рассматривается вопрос о принципах построения электронного сборника задач по теории функций комплексного переменного. Приведены

примеры различных содержательно-методических линий курса. Предложен вариант построения электронного ресурса, основанный на организации учебного процесса в соответствии с конкретной содержательно-методической линией. Идея «трансформера» состоит в возможности изменения уровня изучения конкретного раздела дисциплины, скрывая «лишний» в рамках избранной содержательно-методической линии учебный материал и акцентируя внимание обучающегося на необходимых аспектах теории и практики. Реализация предложенного авторами подхода обеспечит установление междисциплинарных связей через решение вопросов приложения теории аналитических функций в более глубоких задачах комплексного анализа, математической физики, гидро- и аэродинамики. Разработанные электронные средства показали высокую результативность при их использовании в реальном учебном процессе в самообразовательной деятельности обучаемых. Материалы статьи представляют практическую ценность для разработчиков электронных средств обучения, а также преподавателей, предпочитающих использовать инновационные методы обучения.

Ключевые слова: средства информатизации образования, электронное обучение, учебник-трансформер, теория функций комплексного переменного, содержательно-методические линии.

Введение

Образовательный процесс в высшей школе в последние годы непрерывно трансформируется не только содержательно, но и технологически. В условиях экстренных мер начала 2020 года внимание образовательного сообщества было лишний раз акцентировано на и так очевидной проблеме формирования базы качественных электронных средств поддержки обучения, обеспечивающих максимально широкое сопровождение учебного процесса для формирования необходимых компетенций обучающихся. При этом подготовка электронных средств для организации учебного процесса по конкретной дисциплине (модулю) образовательной программы представляется, безусловно, избыточным решением – и более того, их формирование должно происходить с пониманием принципов взаимодействия с новым поколением обучающихся [6; 7].

Одним из вариантов решения проблемы видится в использовании в учебном процессе так называемых «электронных учебников-трансформеров», которые проектируются путем создания многовариантного представления его содержания, соответствующего замыслам преподавателя и предпочтениям обучающегося [8]. При этом могут рассматриваться различные направления вариативности содержания: по психотипу восприятия информации; по когнитивным стилям мышления; по методам обучения и др. [2]. В высшей школе одним из наиболее эффективной является вариативность содержания по содержательно-методическим линиям дисциплины [9]. В то же время подготовка таких электронных ресурсов требует проведения значительной предварительной переработки материала, предлагаемого обучающемуся. Кроме того, само понятие «электронного учебника-трансформера», сформировавшееся по аналогии со школьными электронными средствами поддержки обучения, необходимо расширить, рассмотрев сборники задач, пособия и иные учебные издания подобного вида.

Методология исследования / теоретические основы

Рассмотрим пример реализации содержательно-методических линий дисциплины с помощью электронного учебника-трансформера на примере сборника задач по теории функций комплексного переменного (далее будем называть его электронный задачник-

трансформер). Курс теории функций комплексного переменного (ТФКП) представляет собой один из наиболее сложных идеологически и в то же время один из наиболее важных математических курсов. Идейная взаимосвязь с другими отраслями математики (алгебра, аналитическая геометрия, вещественный анализ, теория чисел) в большой степени определяет вариативность содержания дисциплины.

Одним из способов мотивации студента является осознание практической значимости материала – и, действительно, связи курса ТФКП с физическими, техническими и другими дисциплинами невероятно обширны. В то же время демонстрация приложений аппарата комплексного анализа к решению, например, задач электротехники, теории упругости, гидро- и аэродинамики требует не только большой степени проникновения студента в материал ТФКП, но и значительных специальных знаний по перечисленным отраслям. Это затрудняет понимание студентами органической связи между абстрактными математическими объектами и реальными физическими явлениями, однако это же дает преподавателю возможность выстраивать изложение дисциплины с акцентом на те или иные разделы, практическая применимость которых может оказаться наиболее понятной студентам в соответствии с их направлением подготовки.

Таким образом, курс ТФКП представляет собой многослойную дисциплину с огромным количеством внутренних и внешних связей, выбор акцентов при изучении которой определяется преподавателем или обучающимся в зависимости от глубины изучения связанных дисциплин и практической значимости конкретного материала ТФКП для студента в будущем.

Важнейшим положительным аспектом при этом оказывается то, что курс теории функций комплексного переменного обладает уникальным потенциалом по представлению логически завершенных и внутренне целостных содержательно-методических линий. Преподавателю нет необходимости пытаться охватить в равной степени подробно все разделы комплексного анализа – и все его приложения. В зависимости от задач, стоящих перед лектором, ведущей может быть определена числовая методическая линия, ядром которой является рассмотрение поля комплексных чисел как алгебраического замыкания, линия конформных отображений в комплексной плоскости, линия аналитических функций, понимаемых в том числе как сумма степенного ряда, линия интегральных представлений и вычетов – и различные их комбинации. Выделение конкретной содержательно-методической линии и изложение материала с акцентом на неё не нарушит математической строгости изложения и не исказит результатов обучения.

Одним из примеров удачной реализации методического обеспечения конкретной содержательно-методической линии может служить пара взаимосвязанных учебных пособий А.В. Латышева и Г.Л. Луканкина, первое из которых [4] посвящено изложению общего курса ТФКП с акцентом на теорию аналитических функций и интегральное счисление и теорию вычетов, в то время как второе [5] посвящено непосредственному приложению изложенного материала в теории краевых функций комплексного анализа – и далее в базовых задачах математической физики.

С практической точки зрения это означает, что при подготовке электронного средства обучения мы можем использовать идею «трансформера», допуская возможность изменения уровня изучения материала конкретного раздела ТФКП, скрывая лишний в рамках избранной содержательно-методической линии материал и акцентируя внимание обучающегося на необходимых аспектах теории и практики. Классические лекционные курсы, изложенные в учебниках [4; 5], изначально подразумевают такую возможность. Однако изучение теоретического материала должно быть поддержано соответствующим сопровождением практических занятий (см., например, [8]).

Результаты и их обсуждение

Подготовка эффективного «задачника-трансформера» по дисциплине предполагает предварительное структурирование задачного и теоретического материала. Именно так

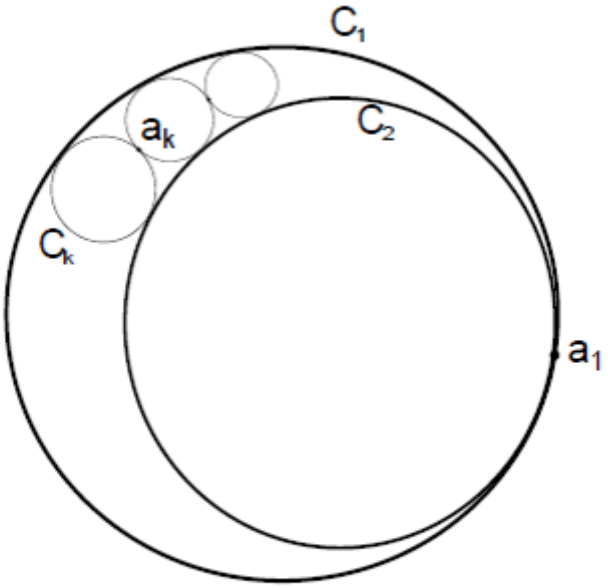
сформирован «Сборник задач по теории функций комплексного переменного», подготовленный к изданию Аслановым Р.М., Гориным Е.А. и Сушковым В.В., посвященный памяти доктора физико-математических наук, профессора Московского педагогического государственного университета Горина Е.А., выдающегося математика и педагога, не только непререкаемого авторитета в московской математической научной школе, но и значительную фигуру в российском математическом образовании в целом.

Задачник написан авторами на основе многолетнего опыта преподавания теории функции комплексного переменного в Московском педагогическом государственном университете (Р.М. Асланов [1], Е.А. Горин [3]) и Сыктывкарском государственном университете им. Питирима Сорокина (В.В. Сушков).

Сборник задач представляет собой набор из шести относительно независимых глав-модулей («Плоскость комплексных чисел. Числовые последовательности и ряды», «Функции комплексного переменного. Функциональные последовательности и ряды», «Аналитические функции», «Элементарные функции и конформные отображения», «Комплексный интеграл», «Представление функций рядами. Особые точки. Вычеты»), глубина изучения материала которых может варьироваться в зависимости от избранной методической линии без вреда для качества освоения глав, не относящихся к центральным, «стержневым». Для этого каждая глава содержит полноценный набор разноуровневых задач, позволяющих погрузить студента в конкретный материал в необходимой степени. Выделено три уровня задач:

1. задачи базового уровня;
2. задачи углубленного уровня или более интересные, нестандартные задачи;
3. исследовательские задачи, задачи повышенной сложности (рис. 1).

Задачи разного уровня графически разделены. Дополнительно в издании приведены приложения развитого аппарата комплексного анализа в теории дифференциальных уравнений и операционном исчислении (глава 7) и приложениями, содержащими справочные и методические материалы по курсу ТФКП.



Пусть две окружности касаются друг друга в точке a1, окружности Ck касаются двух исходных и друг друга в точках ak. Докажите, что все точки ak лежат на одной окружности.

Рис. 1. Пример задачи повышенной сложности

Предложенная авторами структуризация позволяет как организовывать учебный процесс в соответствии с конкретной содержательно-методической линией с использованием подготовленного задачника в традиционной форме, так и подготовить электронный задачник-

трансформер, позволяющий вариативно осуществлять подготовку обучающихся по дисциплине ТФКП в зависимости от образовательной программы, формируемых компетенций и научных интересов студента.

Например, если учебным планом образовательной программы предусмотрено изучение приложений комплексного анализа в решении граничных задач теории упругости, теории газов, астрофизики, тогда логичным было бы определение акцентов на последовательности «стержневых» тем: комплексные числа – функции комплексного переменного и степенные ряды – аналитические функции – интегрирование функций комплексного переменного – интегралы Коши, особые точки, вычеты – и далее, выходя за пределы стандартного курса ТФКП: интегралы типа Коши – формулы Сохоцкого-Племели – краевые задачи Римана – задачи математической физики.

В иных случаях преподавателем может быть выдержан акцент на линиях: комплексные числа – функции комплексного переменного – целые функции – ряды и бесконечные произведения – дзета-функция Римана, теория чисел или же: функции и отображения – конформные отображения – конформность отображений, заданных элементарными функциями – метод конформных отображений в электростатике, картографии и др.

Приведем пример реализации учебного курса в свете содержательно-методической линии аналитических функций. Для формирования у студента достаточной компетентности в требуемой области преподавателю достаточно выбрать материал и задачи базового уровня в главах «Плоскость комплексных чисел. Числовые последовательности и ряды», «Функции комплексного переменного. Функциональные последовательности и ряды», «Элементарные функции и конформные отображения». Задачи более высокого уровня могут предлагаться обучающимся для повышения познавательного интереса или при наличии личной заинтересованности обучающихся. Материал глав «Аналитические функции», «Комплексный интеграл», «Представление функций рядами. Особые точки. Вычеты» должен быть проработан более подробно, с детальным разбором задач всех уровней. При реализации подобного подхода по окончании курса студент будет полностью готов к рассмотрению вопросов приложения теории аналитических функций в более глубоких задачах – как комплексного анализа, так и математической физики, гидро- и аэродинамики и пр.

Таким образом, при формировании электронного задачника-трансформера для студентов университетов по дисциплине ТФКП наиболее перспективной является организация вариативности его содержания по содержательно-методическим линиям дисциплины, чему необходимо должно предшествовать структурирование предлагаемого материала по уровням глубины погружения.

Список литературы

1. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть 4. Калуга: Изд-во «ЭЙДОС», 2015.
2. Баженова И.В., Пак Н.И. Разработка электронного учебника-трансформера при обучении программированию на основе самопознавательной деятельности студента // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2019. Т 47. № 1. С. 20-28.
3. Горин Е.А. Введение в теорию аналитических функций. Учебное пособие. М.: Изд-во МПГУ, 2005. 163 с.
4. Латышев А.В., Луканкин Г.Л. Введение в теорию функций комплексного переменного. М: Изд-во МГОУ, 2002.
5. Латышев А.В., Луканкин Г.Л. Краевые задачи теории функций комплексного переменного. М: Изд-во МГОУ, 2003.
6. Мирошкина М.Р., Евладова Е.Б., Куракин А.В. Цифровое поколение в образовании: интерпретация результатов исследования // Социальная педагогика в России. 2017. № 6. С. 12-17.

7. Носков М.В., Дьячук П.П., Добронец Б.С., Вайнштейн Ю.В., Кытманов А.А., Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К., Захарова И.Г., Пак Н.И., Степанова Т.А., Михеев С.А., Скибицкий Э.Г. Эволюция образования в условиях информатизации. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2019. 212 с.
8. Пак Н.И., Потупчик Е.Г., Хегай Л.Б. Концепция трансформационных и перевернутых электронных учебников // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. 2020. Т. 17. № 2. С. 123-168.
9. Aslanov R.M., Sushkov V.V. About implementation of complex analysis informative and methodical lines in the problem book of the complex variable theory. International Conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics (23-25 October, 2019, Baku, Azerbaijan). 2019. Pp. 138-139.

ELECTRONIC PROBLEM BOOK-TRANSFORMER AS TOOL FOR FORMATION OF CONTENT-METHODICAL LINES USING EXAMPLE OF PROBLEM BOOK OF COMPLEX ANALYSIS

R.M. Aslanov
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
r_aslanov@list.ru
Baki
Institute of mathematics and mechanics of NAN of Azerbaijan

V.V. Sushkov
Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor
vvsu@mail.ru
Syktyvkar
Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin

Abstract. The article is devoted to the actualized problem of forming a base of high-quality electronic means of supporting the learning process in order to form the competencies of students in the context of emergency measures at the beginning of 2020. The authors see the solution to the problem in the use of "electronic textbooks-transformers" in the educational process, which are designed by creating a multivariate presentation of its content, corresponding to the teacher's intentions and the student's scientific preferences. The question of the principles of constructing an electronic collection of problems on the theory of functions of a complex variable is considered. Examples of various content-methodological lines of the course are considered. A variant of building an electronic resource based on the organization of the educational process in accordance with a specific content and methodological line is proposed. The idea of the "transformer" is the possibility of changing the level of study of a specific section of the discipline, hiding the "unnecessary" educational material within the chosen content and methodological line and focusing the student's attention on the necessary aspects of theory and practice. The implementation of the approach proposed by the authors will ensure the establishment of interdisciplinary connections through the solution of the application of the theory of analytical functions in deeper problems of complex analysis, mathematical physics, hydro- and aerodynamics. The developed electronic means have shown high efficiency when used in a real educational process during self-educational activities of students. The materials of the article are of practical value for developers of electronic learning tools, as well as teachers who prefer to use innovative teaching methods.

Keywords: means of informatization, e-learning, textbook-transformer, theory of functions of complex variable, informative and methodical lines.

References

1. Aslanov, R.M., Muhanova, A.A., Muhanov, S.A., Nizhnikov, A.I. (2015). *Vysshaya matematika* [Higher mathematics]. Kaluga: EJDOS. (In Russ)
2. Bazhenova, I.V., Pak, N.I. (2019). Razrabotka elektronnogo uchebnika-transformera pri obuchenii programmirovaniyu na osnove samopoznavatel'noj deyatel'nosti studenta [Development of Electronic Textbook-Transformer in Teaching Programming on the Basis of the Student's Self-Cognitive Activity]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta* [Vestnik of Moscow City University], 47(1), 20-28. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Gorin, E.A. (2005). *Vvedenie v teoriyu analiticheskih funkcij* [Introduction to the theory of analytic functions]. Moscow: MPGU, 163 p. (In Russ)
4. Latyshev, A.V., Lukankin, G.L. (2003). *Vvedenie v teoriyu funkcij kompleksnogo peremennogo* [Introduction to the theory of functions of a complex variable]. Moscow: MGOU. (In Russ)
5. Latyshev, A.V., Lukankin, G.L. (2003). *Kraevye zadachi teorii funkcij kompleksnogo peremennogo* [Boundary value problems of the theory of functions of a complex variable]. Moscow: MGOU. (In Russ)
6. Miroshkina, M.R., Evladova, E.B., Kurakin, A.V. (2017). Cifrovoe pokolenie v obrazovanii: interpretaciya rezul'tatov issledovaniya [Digital generation in education: interpretation of results of a research]. *Social'naya pedagogika v Rossii* [Social pedagogy in Russia], 6, 12-17. (In Russ., abstract in Eng.)
7. Noskov, M.V., D'yachuk, P.P., Dobronec, B.S., Vajnshtejn, YU.V., Kytmanov, A.A., Lapchik, M.P., Ragulina, M.I., Henner, E.K., Zaharova, I.G., Pak, N.I., Stepanova, T.A., Miheev, S.A., Skibickij, E.G. (2019). *Evolyuciya obrazovaniya v usloviyah informatizacii* [Evolution of education in the context of informatization]. Krasnoyarsk: Sibirskij federal'nyj universitet, 212 p. (In Russ)
8. Pak, N.I., Potupchik, E.G., Hegaj, L.B. (2020). Koncepciya transformacionnyh i perevernutyh elektronnyh uchebnikov [The concept of transformation and inverted electronic textbooks]. *Vestnik RUDN* [RUDN Journal of Informatization in Education], 17(2), 123-168. (In Russ., abstract in Eng.)
9. Aslanov, R.M., Sushkov, V.V. (2019). About implementation of complex analysis informative and methodical lines in the problem book of the complex variable theory. In: *International Conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics*, Baku, Azerbaijan, 23-25 October, 2019, 138-139.

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-29-39

УДК 378.146

РЕАЛИЗАЦИЯ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА ПО ОСНОВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТА ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ SCILAB

Богун Виталий Викторович
к.п.н., доцент
vvvital@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Аннотация. Организация лабораторных практикумов по математике осуществляется с применением различных средств информационно-коммуникационных технологий в виде компьютерных математических систем (Mathcad, Maple и др.) без использования полноценных возможностей создания приложений с применением полноценного графического интерфейса в сочетании с возможностями сохранения значений параметров исходных данных, промежуточных и итоговых результатов расчетов. Проводится анализ численных методов решения задач, возникающих при исследовании объектов математического анализа, вопросы реализации графического интерфейса для локальных приложений с применением пакета прикладных программ Scilab. Представлено описание разработанных автором локальных приложений для исследования объектов математического анализа, а также веб-приложения для дистанционной поддержки лабораторного практикума по основам математического анализа. В предложенном лабораторном практикуме по основам математического анализа применяются численные методы решения математических задач для нахождения значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей, приближенных решений алгебраических уравнений, приближенных вычислений значений определенных интегралов и приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Осуществлена разработка локальных приложений для реализации численных методов решения задач математического анализа с использованием пакета прикладных программ Scilab на основе применения представленной модели графического интерфейса и веб-приложения в рамках динамического веб-сайта для организации дистанционной поддержки лабораторного практикума по основам математического анализа с применением интерпретируемого языка программирования PHP и системы управления реляционными базами данных MySQL.

Ключевые слова: лабораторный практикум, основы математического анализа, численные методы, пакет прикладных программ Scilab, система дистанционного обучения, веб-приложение.

Введение

В настоящее время организация лабораторных практикумов по математике в целом и основам математического анализа в частности осуществляется с применением различных средств информационно-коммуникационных технологий в виде компьютерных математических систем (Mathcad, Maple и др.). При подобной реализации лабораторных работ

зачастую в текстовых редакторах сценариев компьютерных математических систем прописываются необходимые команды без организации какой-либо логической структуры, присущей адекватным компьютерным программам. При этом ввод значений параметров исходных данных и других дополнительных параметров осуществляется без применения графического интерфейса, а вывод значений параметров промежуточных и итоговых результатов – без сохранения в виде организованной структуры в файлах документов, загружаемых с помощью внешних общедоступных приложений для различных операционных систем стационарных и мобильных устройств. Подобные недостатки имеющегося подхода к организации лабораторных практикумов по математике негативным образом сказываются на понимании алгоритмов реализации численных методов при изучении математических объектов в целом и объектов, рассматриваемых в курсе основ математического анализа, в частности. Поэтому для полноценной эффективной организации лабораторного практикума по указанной тематике необходима разработка приложений в рамках компьютерных математических систем, где должен быть реализован графический интерфейс пользователя с возможностью наглядного указания как значений параметров исходных данных, так и настраиваемых значений параметров применяемых численных методов, которые используются в каждой из лабораторных работ, а также вывод полученных значений параметров промежуточных и итоговых результатов для каждого из численных методов в виде автоматически формируемого в рамках документа общедоступного приложения (например, в виде файла статической веб-страницы или pdf-документа). Однако для фиксирования результатов, используемых в каждой лабораторной работы, варьируемых значений параметров исходных данных, промежуточных и итоговых результатов расчетов, целесообразно применение веб-приложения с реализацией реляционной базы данных и соответствующего графического интерфейса [1; 2; 3].

Основная цель настоящего исследования состоит в разработке технических средств организации лабораторного практикума по основам математического анализа, включающих реализацию численных методов решения задач, связанных с исследованием математических объектов, применением разработанных на определенном языке программирования программных модулей (или отдельных приложений) для автоматизации выполнения расчетов и наглядного представления значений параметров промежуточных и итоговых результатов расчетов.

Результаты исследования

Лабораторный практикум по основам математического анализа включает следующие лабораторные работы:

1. Нахождение значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей с применением численных методов (раздел «Пределы и непрерывность»).
2. Приближенные решения алгебраических уравнений с применением численных методов (раздел «Дифференциальное исчисление»).
3. Приближенные вычисления значений определенных интегралов с применением численных методов (раздел «Интегральное исчисление»).
4. Приближенные решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с применением численных методов (раздел «Дифференциальные уравнения»).

Scilab представляет собой пакет прикладных математических программ, применяемый для решения математических и прикладных задач с применением широкого спектра функциональных возможностей [1; 7].

Scilab как программный продукт имеет следующие основные достоинства:

– кроссплатформенность как самого программного обеспечения (для скачивания доступны версии, устанавливаемые под операционные системы Windows, Linux и Mac OS), так и создаваемых приложений;

- открытый исходный код с целью реализации лицензии GNU и свободного распространения как физическими лицами, так различными учреждениями, в том числе и образовательными (школы, вузы и т.д.) и бесплатное распространение дистрибутивов через веб-сайт www.scilab.org;
- относительно малый размер дистрибутива, который, в свою очередь, также зависит от используемой пользователем операционной системы;
- высокая производительность в сочетании с невысокой загруженностью центрального процессора и оперативной памяти компьютера, что отражается на невысоких показателях системных требований с точки зрения используемого аппаратного обеспечения;
- обширная библиотека встроенных функциональных возможностей на основе применения широкого спектра математических функций с возможностью наглядного представления данных на основе применения 2D и 3D графики;
- возможности создания и использования собственных приложений для решения комплексных математических и прикладных задач в рамках встроенной среды программирования на основе применения языков программирования C, C++, Fortran и других) с представлением разнообразных простых и структурированных типов данных и реализацией полноценного графического интерфейса.

Scilab реализует кроссплатформенную библиотеку элементов интерфейсов (фреймворк) GTK, который реализован на языке программирования Си и является официальной библиотекой для создания графического интерфейса проекта GNU, благодаря чему можно создавать локальные приложения с использованием полноценного графического нитерфейса, что и будет продемонстрировано на примере реализации программ для информационной поддержки лабораторных работ.

Для создания локальных приложений, используемых в качестве информационной поддержки лабораторных работ для разработанного автором лабораторного практикума по основам математического анализа, была разработана общая модель графического интерфейса пользователя, реализуемая с применением программного кода в рамках встроенной среды программирования пакета прикладных программ Scilab.

В частности, для каждого локального приложения применялись различные элементы единой формы, благодаря наличию которых осуществлялись настройки варьируемых значений параметров следующих визуально представленных компонентов [8, 9]:

- параметры исходных данных, связанных с представлением исходного математического объекта, рассматриваемого в рамках лабораторной работы;
- выбор применяемых численных методов решения обозначенной в лабораторной работе математической задачи;
- дополнительные параметры исходных данных, связанных с реализацией применяемых в лабораторной работе численных методов решения поставленной математической задачи, варьируемые значения которых позволяют проводить сравнительные анализы эффективности применяемых вычислительных процедур и влияние изменений значений данных параметров на эффективность выполнения отдельно взятого численного метода решения задачи;
- наименование файла сохранения всех реализованных в рамках лабораторной работы параметров значений исходных данных, промежуточных и итоговых результатов расчетов с учетом выбранных численных методов решения поставленной математической задачи, представленного в виде файла статической веб-страницы с указанием места ее расположения на локальном носителе информации, составленного с учетом особенностей реализации различных визуальных компонентов на основе использования технологии представления гипертекстовой информации с применением языка разметки документов HTML.

На рис. 1 показан графический интерфейс пользователя локального приложения, необходимого для реализации лабораторной работы по нахождению значений минимальных

номеров приближения к пределу числовых последовательностей с применением численных методов с отражением всех описанных выше графических компонентов.

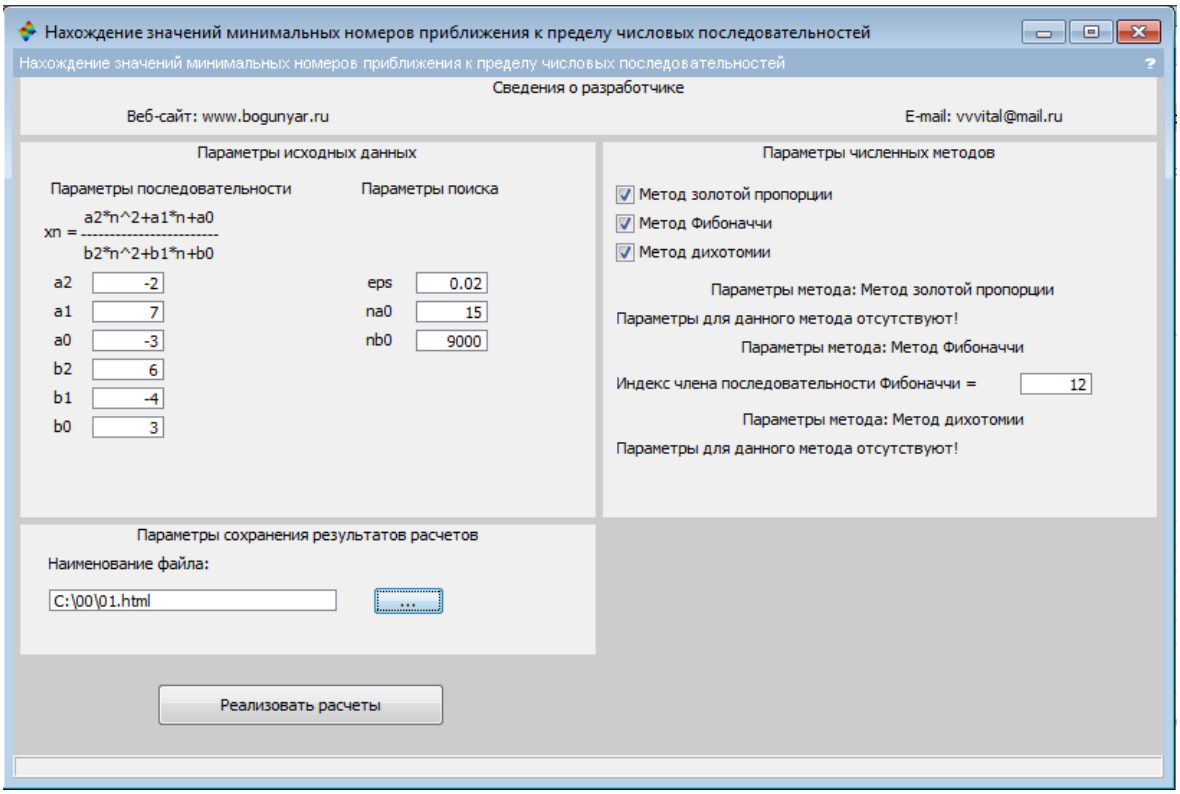


Рис. 1. Графический интерфейс локального приложения

2020. Богун Виталий Викторович
Сайт: www.bogunyar.ru E-mail: vvvital@mail.ru.

Значения параметров исходных данных для расчетов

Наименование параметра	Обозначение параметра	Значение параметра
Коэффициент числовой последовательности a_2	a_0	-3
Коэффициент числовой последовательности a_1	a_1	7
Коэффициент числовой последовательности a_0	a_2	-2
Коэффициент числовой последовательности b_2	b_0	3
Коэффициент числовой последовательности b_1	b_1	-4
Коэффициент числовой последовательности b_0	b_2	6
Число eps	eps	0.02000
Начальный номер n_{A0}	n_{A0}	15
Конечный номер n_{B0}	n_{B0}	9000

Рис. 2. Вывод обозначений и значений параметров исходных данных

В рамках созданного приложения применялись текстовые поля для указания значений параметров исходных данных рассматриваемого в лабораторной работе математического объекта и дополнительных параметров численных методов, флажки для реализации множественного выбора вариантов с целью выбора используемого для реализации численных методов расчетов, поле для выбора файла сохранения значений параметров результатов и кнопки для активации процессов выполнения расчетных алгоритмов, автоматической генерации и сохранения по указанному адресу файла статической веб-страницы, содержащей значения параметров исходных данных, промежуточных и итоговых результатов расчетов с применением табличных структур, реализованных с применением языка гипертекстовой разметки документов HTML, что отражено на рис. 2, 3 и 4.

Итоговые результаты расчетов

Числовая последовательность: $y = f(n) = (a_2*n^2+a_1*n+a_0)/(b_2*n^2+b_1*n+b_0) = (-2*n^2+7*n-3)/(6*n^2-4*n+3)$

Обозначение	Метод золотой пропорции	Метод Фибоначчи	Метод дихотомии
Количество шагов	$s^{GP}_{EPS} = 10$	$s^{FB}_{EPS} = 10$	$s^{DH}_{EPS} = 12$
Минимальный номер	$n^{GP}_{EPS} = 47$	$n^{FB}_{EPS} = 47$	$n^{DH}_{EPS} = 47$
Приближенное значение функции	$y^{GP}_{EPS} = 0.02023$	$y^{FB}_{EPS} = 0.02023$	$y^{DH}_{EPS} = 0.02023$
Разность абс. со знач. eps	$\lvert y^{GP}_{EPS}-EPS\rvert = 0.00023$	$\lvert y^{FB}_{EPS}-EPS\rvert = 0.00023$	$\lvert y^{DH}_{EPS}-EPS\rvert = 0.00023$

Рис. 3. Вывод обозначений и значений параметров итоговых результатов расчетов

Метод золотой пропорции

$№^{GP}$	n^{GP}_{AN}	n^{GP}_{BN}	n^{GP}_{CN}	n^{GP}_{DN}	$y(n^{GP}_{CN})$	$y(n^{GP}_{DN})$	$\lvert y(n^{GP}_{CN})-a_2/b_2\rvert$	$\lvert y(n^{GP}_{DN})-a_2/b_2\rvert$
1	15	9000	3447	5568	-0.33306	-0.33316	0.00027	0.00017
2	15	3447	1326	2136	-0.33262	-0.33289	0.00071	0.00044
3	15	1326	516	825	-0.33150	-0.33219	0.00183	0.00115
4	15	516	206	325	-0.32874	-0.33042	0.00459	0.00291
5	15	206	88	133	-0.32256	-0.32622	0.01077	0.00712
6	15	88	43	60	-0.31121	-0.31751	0.02212	0.01582
7	43	60	49	54	-0.31394	-0.31574	0.01940	0.01759
8	43	49	45	47	-0.31220	-0.31311	0.02113	0.02023
9	47	49	48	48	-0.31353	-0.31353	0.01980	0.01980
10	47	48	47	48	-0.31311	-0.31353	0.02023	0.01980

Рис. 4. Вывод обозначений и значений параметров промежуточных результатов расчетов (на примере одного численного метода)

Для дистанционной поддержки лабораторного практикума по основам математического анализа автором в рамках собственного динамического веб-сайта, доступного в рамках глобальной сети Интернет по доменному имени www.bogunyar.ru, был выделен соответствующий раздел в рамках информационной системы с точки зрения организации пользовательского интерфейса, фрагмент реляционной базы данных для хранения необходимой информации по организации дистанционного обучения [5, 6], а также соответствующая директория виртуального пространства на сервере для хранения файлов исходных кодов веб-приложения и сопутствующих файлов документов различных форматов.

В силу особенностей реализации веб-приложения в качестве основных компонентов прикладного программного обеспечения выступили следующие кроссплатформенные программные продукты:

1. Свободно распространяемый кроссплатформенный веб-сервер Apache HTTP Server для реализации виртуального локального сервера;
2. Интерпретатор скриптового объектно-ориентированного языка программирования PHP для корректного запуска и отображения результатов обработки исходного кода php-скриптов в рамках динамического веб-сайта;
3. Система управления реляционными базами данных MySQL для создания базы данных и формирования результатов обработки запросов к соответствующей базе данных.

Для хранения информации применяется единая реляционная база данных по преподавателям и студентам на основе автоматизированного учета основных атрибутов пользователей (наименования вузов, факультетов, направлений, групп и учебных дисциплин) и информации по лабораторным практикумам.

Непосредственно работа с веб-приложением основывается на применении следующих уровней реализации пользовательского интерфейса:

- «учебный курс» представлен вкладками с указанием атрибутов курса, описанием курса, списком лабораторных практикумов в рамках курса и результатами выполнения курса студентом;
- «лабораторный практикум» представлен вкладками с указанием атрибутов лабораторного практикума, описанием лабораторного практикума, списком работ в рамках выбранного лабораторного практикума и результатами выполнения студентом лабораторного практикума;
- «лабораторная работа» представлен вкладками с указанием атрибутов лабораторной работы, описанием выбранной лабораторной работы, списком коэффициентов по лабораторной работе и результатами выполнения студентом лабораторной работы;
- «работа студента» представлен вкладками с указанием атрибутов лабораторной работы, формированием и выводом содержания в виде единой формы непосредственно выполняемой студентом лабораторной работы и результатами выполнения студентом лабораторной работы.

Логически структура веб-приложения в независимости от статуса пользователя подразделяется на внешнее и внутреннее виртуальные пространства. Внешнее виртуальное пространство используется для оперирования атрибутами пользователя без активации учебного курса, тогда как внутреннее виртуальное пространство применяется для реализации деятельности пользователя с учебным материалом, представленном в виде курса по учебной дисциплине, лабораторным практикумам в рамках выбранного учебного курса, и лабораторным работам в рамках выбранного лабораторного практикума и работе с выбранной лабораторной работой.

Генерация индивидуальных заданий для студентов по каждой из лабораторных работ (вариантов значений параметров исходных данных) производится однократно, преподаватель может получить доступ к лабораторной работе студента только в режиме просмотра, студент может получить доступ к своей лабораторной работе с возможностью просмотра правильно и указания значений параметров промежуточных и итоговых результатов.

Применение разработанного автором веб-приложения для организации лабораторного практикума по основам математического анализа позволяет реализовать следующие возможности автоматизации образовательной деятельности:

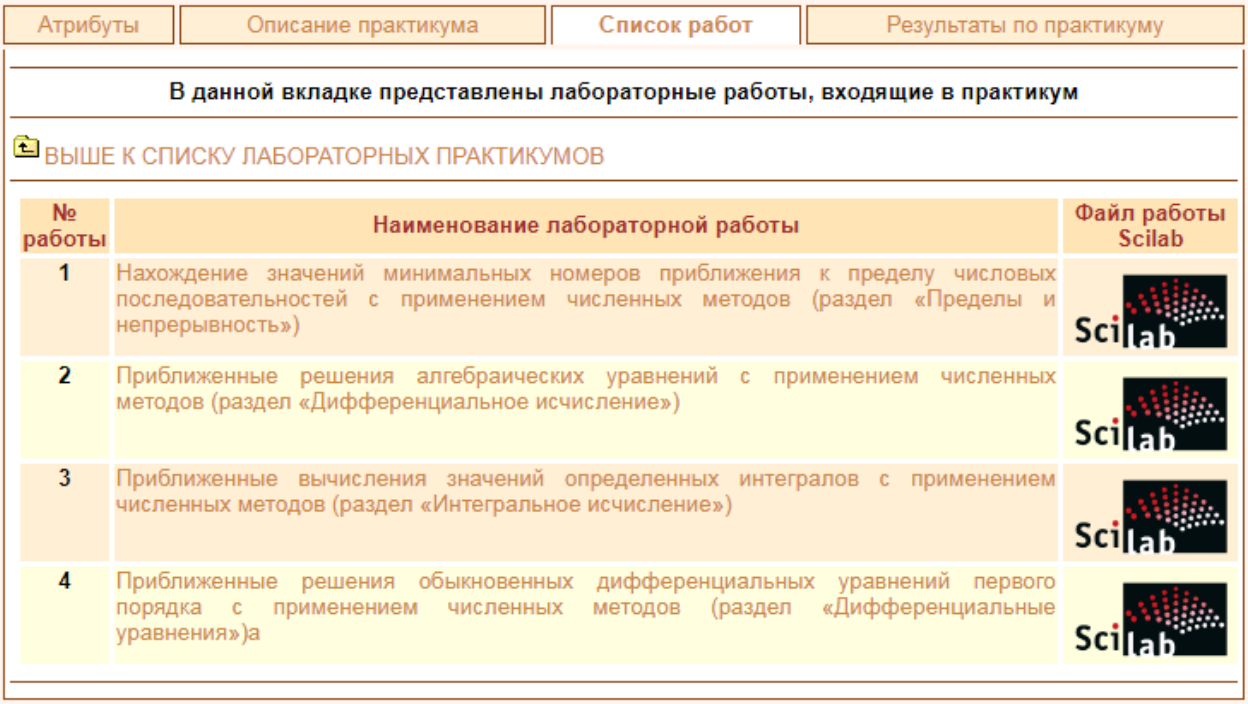
1. Автоматизация процесса составления преподавателем и сохранения информационной системой необходимых вариантов значений параметров исходных данных для студентов в рамках выполняемых лабораторных работ с применением генератора случайных чисел в соответствии с указанными числовыми диапазонами, корректно сформулированными для каждого из параметров исходных данных;
2. Автоматизация сохранения в базе данных, указанных студентами при реализации лабораторных работ значений параметров промежуточных и итоговых результатов;
3. Автоматизация реализации мониторинга преподавателем и студентом процесса выполнения обучаемыми лабораторных работ с применением разработанных автором в рамках пакета прикладных программ Scilab соответствующих локальных программ.

При работе с веб-приложением можно выделить особенности представления информации на следующих вкладках:

- Вкладка «Список работ» – отображение списка лабораторных работ в виде текстовых гиперссылок для перехода на их уровень реализации, а также графических гиперссылок для загрузки с сайта локальных приложений для выполнения расчетов с применением численных методов (рис. 7);
- Вкладка «Описание работы» – представление теоретического материала по лабораторной работе, содержимое которого загружается из отдельного файла соответствующей статической веб-страницы (рис. 8).
- Вкладка «Работа студента» – основная вкладка веб-приложения, на которой студентом осуществляется фиксирование результатов выполнения индивидуального варианта лабораторной работы (рис. 9). В автоматически генерируемой форме значения всех

параметров исходных данных окрашиваются в зеленый цвет, тогда как значения параметров итоговых результатов расчетов студент вводит самостоятельно в соответствующие текстовые поля с последующей их активацией с преобразованием текстовых полей в отображающиеся значения параметров, окрашенные в синий цвет.

– Вкладка «Результаты студента» – отображение результатов выполнения студентом лабораторной работы с отображением значений параметров исходных данных, промежуточных и итоговых результатов расчетов в соответствии с указанной выше цветовой схемы (рис. 10).



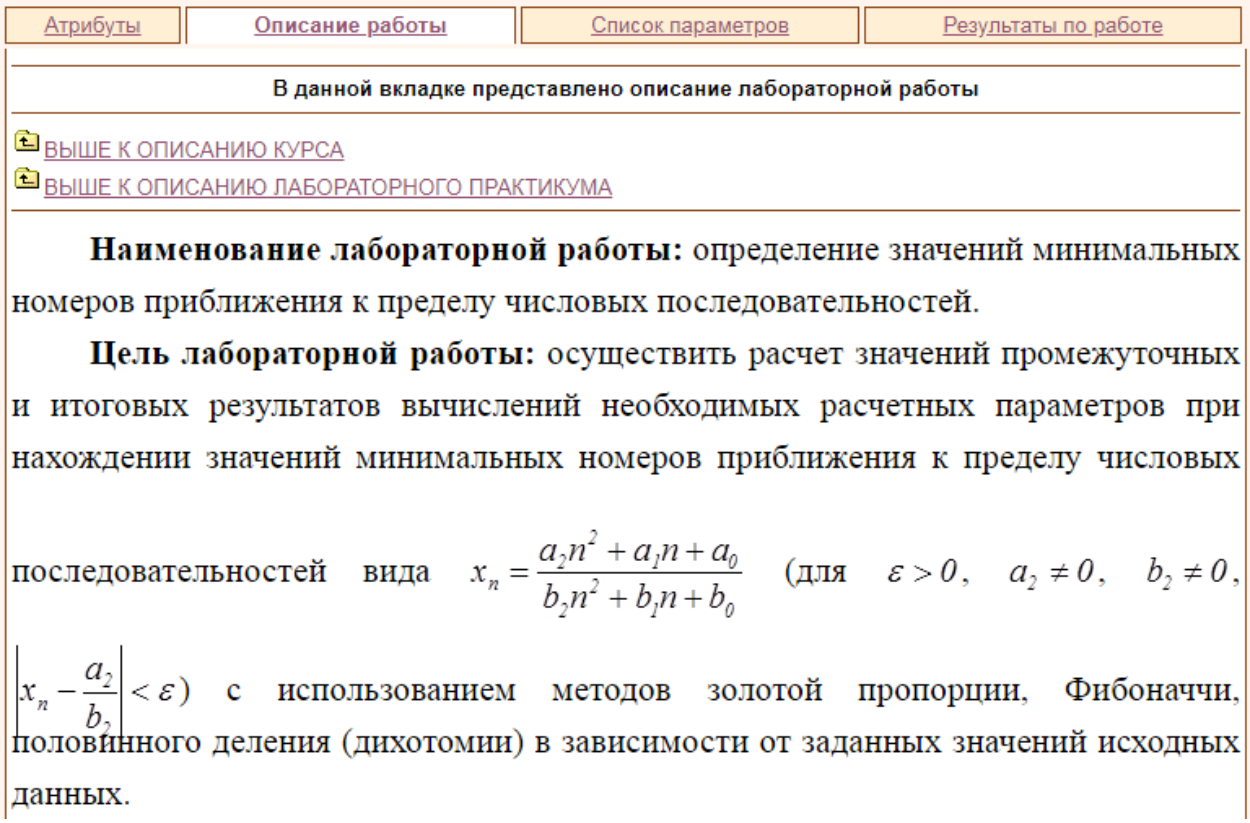
Атрибуты | Описание практикума | Список работ | Результаты по практикуму

В данной вкладке представлены лабораторные работы, входящие в практикум

ВЫШЕ К СПИСКУ ЛАБОРАТОРНЫХ ПРАКТИКУМОВ

№ работы	Наименование лабораторной работы	Файл работы Scilab
1	Нахождение значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей с применением численных методов (раздел «Пределы и непрерывность»)	Scilab
2	Приближенные решения алгебраических уравнений с применением численных методов (раздел «Дифференциальное исчисление»)	Scilab
3	Приближенные вычисления значений определенных интегралов с применением численных методов (раздел «Интегральное исчисление»)	Scilab
4	Приближенные решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с применением численных методов (раздел «Дифференциальные уравнения»)а	Scilab

Рис. 7. Содержимое вкладки «Список работ» для студента и преподавателя



Атрибуты | Описание работы | Список параметров | Результаты по работе

В данной вкладке представлено описание лабораторной работы

ВЫШЕ К ОПИСАНИЮ КУРСА

ВЫШЕ К ОПИСАНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Наименование лабораторной работы: определение значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей.

Цель лабораторной работы: осуществить расчет значений промежуточных и итоговых результатов вычислений необходимых расчетных параметров при нахождении значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей вида $x_n = \dfrac{a_2 n^2 + a_1 n + a_0}{b_2 n^2 + b_1 n + b_0}$ (для $\varepsilon > 0$, $a_2 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, $\left| x_n - \dfrac{a_2}{b_2} \right| < \varepsilon$) с использованием методов золотой пропорции, Фибоначчи, половинного деления (дихотомии) в зависимости от заданных значений исходных данных.

Рис. 8. Содержимое вкладки «Описание работы» для студента и преподавателя

В данной вкладке представлена реализация лабораторной работы студентом

ВЫШЕ К ОПИСАНИЮ КУРСА
ВЫШЕ К ОПИСАНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА
ВЫШЕ К ОПИСАНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Исходные данные для работы:

Параметры числовой последовательности:
$a_2 = 3$
$a_1 = 7$
$a_0 = 4$
$b_2 = -1$
$b_1 = -10$
$b_0 = -5$

Реализация расчетов:

№	eps	n_{A0}	n_{B0}	Метод золотой пропорции				Метод Фибоначчи				Метод дихотомии			
				s^{GP}	n^{GP}	y^{GP}	$\lvert y^{GP}-eps\rvert$	s^{FB}	n^{FB}	y^{FB}	$\lvert y^{FB}-eps\rvert$	s^{DH}	n^{DH}	y^{DH}	$\lvert y^{DH}-eps\rvert$
1	$eps_1 = 0.08$	$n_{A01} = 6$	$n_{B01} = 5000$	$s^{GP}_1 = 9$	$n^{GP}_1 = 277$	$y^{GP}_1 = 0.08027$	$\lvert y^{GP}_1-eps\rvert = 0.00027$	$s^{FB}_1 = 9$	$n^{FB}_1 = 277$	$y^{FB}_1 = 0.08027$	$\lvert y^{FB}_1-eps\rvert = 0.00027$	$s^{DH}_1 = 11$	$n^{DH}_1 = 277$	$y^{DH}_1 = 0.08027$	$\lvert y^{DH}_1-eps\rvert = 0.00027$
2			$n_{B02} = 4000$	$s^{GP}_2 =$ 9	$n^{GP}_2 =$ 277	$y^{GP}_2 =$ 0.08027	$\lvert y^{GP}_2-eps\rvert =$ 0.00027	$s^{FB}_2 =$ 9	$n^{FB}_2 =$ 277	$y^{FB}_2 =$ 0.08027	$\lvert y^{FB}_2-eps\rvert =$ 0.00027	$s^{DH}_2 =$ 11	$n^{DH}_2 =$ 277	$y^{DH}_2 =$ 0.08027	$\lvert y^{DH}_2-eps\rvert =$ 0.00027
3		$n_{A02} = 6$	$n_{B03} = 2000$	$s^{GP}_3 =$	$n^{GP}_3 =$	$y^{GP}_3 =$	$\lvert y^{GP}_3-eps\rvert =$	$s^{FB}_3 =$	$n^{FB}_3 =$	$y^{FB}_3 =$	$\lvert y^{FB}_3-eps\rvert =$	$s^{DH}_3 =$	$n^{DH}_3 =$	$y^{DH}_3 =$	$\lvert y^{DH}_3-eps\rvert =$
4			$n_{B04} = 8000$	$s^{GP}_4 =$	$n^{GP}_4 =$	$y^{GP}_4 =$	$\lvert y^{GP}_4-eps\rvert =$	$s^{FB}_4 =$	$n^{FB}_4 =$	$y^{FB}_4 =$	$\lvert y^{FB}_4-eps\rvert =$	$s^{DH}_4 =$	$n^{DH}_4 =$	$y^{DH}_4 =$	$\lvert y^{DH}_4-eps\rvert =$
5	$eps_2 = 0.08$	$n_{A03} = 3$	$n_{B05} = 2000$	$s^{GP}_5 =$	$n^{GP}_5 =$	$y^{GP}_5 =$	$\lvert y^{GP}_5-eps\rvert =$	$s^{FB}_5 =$	$n^{FB}_5 =$	$y^{FB}_5 =$	$\lvert y^{FB}_5-eps\rvert =$	$s^{DH}_5 =$	$n^{DH}_5 =$	$y^{DH}_5 =$	$\lvert y^{DH}_5-eps\rvert =$
6			$n_{B06} = 6000$	$s^{GP}_6 =$	$n^{GP}_6 =$	$y^{GP}_6 =$	$\lvert y^{GP}_6-eps\rvert =$	$s^{FB}_6 =$	$n^{FB}_6 =$	$y^{FB}_6 =$	$\lvert y^{FB}_6-eps\rvert =$	$s^{DH}_6 =$	$n^{DH}_6 =$	$y^{DH}_6 =$	$\lvert y^{DH}_6-eps\rvert =$
7		$n_{A04} = 1$	$n_{B07} = 2000$	$s^{GP}_7 =$	$n^{GP}_7 =$	$y^{GP}_7 =$	$\lvert y^{GP}_7-eps\rvert =$	$s^{FB}_7 =$	$n^{FB}_7 =$	$y^{FB}_7 =$	$\lvert y^{FB}_7-eps\rvert =$	$s^{DH}_7 =$	$n^{DH}_7 =$	$y^{DH}_7 =$	$\lvert y^{DH}_7-eps\rvert =$
8			$n_{B08} = 1000$	$s^{GP}_8 =$	$n^{GP}_8 =$	$y^{GP}_8 =$	$\lvert y^{GP}_8-eps\rvert =$	$s^{FB}_8 =$	$n^{FB}_8 =$	$y^{FB}_8 =$	$\lvert y^{FB}_8-eps\rvert =$	$s^{DH}_8 =$	$n^{DH}_8 =$	$y^{DH}_8 =$	$\lvert y^{DH}_8-eps\rvert =$

Зафиксировать параметры

Рис. 9. Содержимое вкладки «Работа студента» для студента

Атрибуты | Работа студента | Результаты студента

В данной вкладке представлены результаты выполнения студентом лабораторной работы

ВЫШЕ К РЕЗУЛЬТАТАМ ПО КУРСУ
ВЫШЕ К РЕЗУЛЬТАТАМ ПО ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ
ВЫШЕ К РЕЗУЛЬТАТАМ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Параметры исходных данных

№ параметра	Обозначение параметра	Наименование параметра	Значение параметра
1	a_2	Коэффициент числовой последовательности a_2	3
2	a_1	Коэффициент числовой последовательности a_1	7
3	a_0	Коэффициент числовой последовательности a_0	4
4	b_2	Коэффициент числовой последовательности b_2	-1
5	b_1	Коэффициент числовой последовательности b_1	-10
6	b_0	Коэффициент числовой последовательности b_0	-5
7	$K_{F\|B}$	Индекс члена последовательности Фибоначчи K_F	11
8	eps_1	Число eps_1	0.08
9	eps_2	Число eps_2	0.08
10	n_{A01}	Начальный номер n_{A01}	6
11	n_{A02}	Начальный номер n_{A02}	6
12	n_{A03}	Начальный номер n_{A03}	3
13	n_{A04}	Начальный номер n_{A04}	1
14	n_{B01}	Конечный номер n_{B01}	5000
15	n_{B02}	Конечный номер n_{B02}	4000
16	n_{B03}	Конечный номер n_{B03}	2000
17	n_{B04}	Конечный номер n_{B04}	8000

Параметры результатов расчетов

№ параметра	Обозначение параметра	Наименование параметра	Значение параметра
1	s^{GP}_1	Количество шагов s^{GP}_1	9
2	n^{GP}_1	Минимальный номер n^{GP}_1	277
3	y^{GP}_1	Приближенное значение функции y^{GP}_1	0.08027
4	$\lvert y^{GP}_1-eps\rvert$	Разность абс. со знач. eps y^{GP}_1	0.00027
5	s^{FB}_1	Количество шагов s^{FB}_1	9
6	n^{FB}_1	Минимальный номер n^{FB}_1	277
7	y^{FB}_1	Приближенное значение функции y^{F}_1	0.08027
8	$\lvert y^{FB}_1-eps\rvert$	Разность абс. со знач. eps y^{FB}_1	0.00027
9	s^{DH}_1	Количество шагов s^{D}_1	11
10	n^{DH}_1	Минимальный номер n^{DH}_1	277
11	y^{DH}_1	Приближенное значение функции y^{DH}_1	0.08027
12	$\lvert y^{DH}_1-eps\rvert$	Разность абс. со знач. eps y^{DH}_1	0.00027
13	s^{GP}_2	Количество шагов s^{GP}_2	X
14	n^{GP}_2	Минимальный номер n^{GP}_2	X

Рис. 10. Содержимое вкладки «Результаты студента» для студента и преподавателя

Необходимо отметить, что в разработанном автором веб-приложении при активации студентом лабораторной работы осуществляется автоматическая генерация обозначений и значений параметров исходных данных в соответствии с указанными условиями, обозначений параметров итоговых результатов расчетов, а также визуальной формы представления

содержания самой лабораторной работы на основе внешнего файла скрипта динамической веб-страницы, имеющего определенное имя и директорию расположения, которые автоматически задаются веб-приложением в поле используемой реляционной базы данных.

Заключение

Таким образом, для организации полноценного лабораторного практикума по основам математического анализа в вузе в силу наличия сложных вычислительных процедур необходимо применять различное прикладное программное обеспечение для реализации алгоритмов, лежащих в основах численных методов решения математических задач, направленных на изучение определенных математических объектов.

Автором была осуществлена разработка локальных приложений для реализации численных методов решения задач математического анализа с использованием пакета прикладных программ Scilab на основе применения представленной общей модели графического интерфейса и веб-приложения в рамках динамического веб-сайта автора, доступного по доменному имени www.bogunyar.ru, для организации дистанционной поддержки лабораторного практикума с применением интерпретируемого языка программирования PHP и системы управления реляционными базами данных MySQL.

При проектировании лабораторного практикума по основам математического анализа были рассмотрены алгоритмы применения численных методов для нахождения значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей, приближенных решений алгебраических уравнений, приближенных вычислений значений определенных интегралов и приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. При работе с локальными приложениями в ходе реализации лабораторных работ в качестве выходных документов выступают автоматически формируемые файлы статических веб-страниц с определенной структурой представления данных, которая в свою очередь применяется для представления формы входного и выходного документа в процессе работы с веб-приложением.

Список литературы

1. Андриевский А.Б., Андриевский Б.Р., Капитонов А.А., Фрадков А.Л. Решение инженерных задач в среде Scilab: учебное пособие. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 97 с.
2. Богун В.В. Дистанционные динамические расчетные проекты по исследованию функций вещественного переменного: учебное пособие. Ярославль: Канцлер, 2015. 143 с.
3. Богун В.В. Лабораторный практикум по исследованию функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ: учебное пособие. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2014. 84 с.
4. Богун В.В. Организация процесса обучения математике с применением дистанционных динамических расчетных проектов // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2019. Т. 15. №3. С. 10 – 18.
5. Вайндорф-Сысоева М.Е., Грязнова Т.С., Шитова В.А. Методика дистанционного обучения: учебное пособие для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2019. 194 с.
6. Гулин А.В., Морозова В.А., Мажорова О.С. Введение в численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Инфра-М, 2017. 432 с.
7. Ерин С.В. Scilab – примеры и задачи: практическое пособие. М.: Лаборатория «Знания будущего», 2017. 154 с.
8. Капитанов Д.В., Капитанова О.В. Введение в SciLab: практикум. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. 56 с.
9. Bogun V., Balandin S., Paramonov I., Tuytina T. Implementation of Networking in the Organization of a Laboratory Practical Work on Numerical Methods in the Basics of Mathematical Analysis Using a Software Package Based on the Scilab Package. In: 26th

Conference of Open Innovations Association FRUCT, Helsinki, Finland, 23-25 April, 2020, pp. 687-688.

IMPLEMENTATION OF LABORATORY WORKSHOP ON BASIC MATHEMATICAL ANALYSIS USING SCILAB APPLICATION PACKAGE

V.V. Bogun
Ph.D. (Pedagogy), associate professor
vvvital@mail.ru
Yaroslavl

Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky

Abstract. Currently, in the process of teaching mathematics, the organization of laboratory workshops on mathematics is carried out using various means of information and communication technologies in the form of computer mathematical systems (Mathcad, Maple, etc.) without using the full capabilities of creating applications using a full-fledged graphical interface, combined with the ability to store the values of the parameters of the source data, intermediate and final calculation results within files of known and easy-to-use formats. The article lists numerical methods of solving problems arising in the study of mathematical analysis objects, the implementation of a graphical interface for local applications using the Scilab application package, a description of local applications developed by the author for the study of mathematical analysis objects, as well as web applications for remote support of a laboratory workshop on the basics of mathematical analysis. In the framework of the author's laboratory workshop on the basics of mathematical analysis, numerical methods of solving mathematical problems are used to find values of minimum numbers of approximation to the limit of numerical sequences, approximate solutions of algebraic equations, approximate calculations of values of certain integrals and approximate solutions of ordinary first-order differential equations. The author developed local applications for the implementation of numerical methods for solving mathematical analysis problems using the Scilab application package based on the application of the presented graphical interface model and web application as part of a dynamic website to organize remote support of a laboratory workshop on the basics of mathematical analysis using the interpreted PHP programming language and the MySQL relational database management system.

Keywords: laboratory workshop, fundamentals of mathematical analysis, numerical methods, Scilab application package, distance learning system, web application.

References

1. Andrievskij, A.B., Andrievskij, B.R., Kapitonov, A.A., Fradkov, A.L. (2013). *Reshenie inzhenernyh zadach v srede Scilab* [Solving engineering problems in the Scilab environment]. Saint Petersburg. (In Russ.)
2. Bogun, V.V. (2015). *Distancionnye dinamicheskie raschetnye proekty po issledovaniju funkcij veshhestvennogo peremennogo* [Remote dynamic computational projects for the study of functions of a real variable]. Jaroslavl'. (In Russ.)
3. Bogun, V.V. (2014). *Laboratornyj praktikum po issledovaniju funkcij veshhestvennogo peremennogo s primeneniem programm dlja JeVM* [Laboratory workshop on the study of functions of a real variable using computer programs]. Jaroslavl'. (In Russ.)

4. Bogun, V.V. (2019). Organizaciya processa obucheniya matematike s primeneniem distancionnyh dinamicheskih raschetnyh proektov [The organization of process of training in mathematics with application of remote dynamic settlement projects]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Maths. Informatics. Education], 3(15), pp. 10-18. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Bogun, V., Balandin, S., Paramonov I., Tuytina, T. *Implementation of Networking in the Organization of a Laboratory Practical Work on Numerical Methods in the Basics of Mathematical Analysis Using a Software Package Based on the Scilab Package*. In: 26th Conference of Open Innovations Association FRUCT, Helsinki, Finland, 23-25 April, 2020, pp. 687-688.
6. Erin, S.V. (2017). *Scilab – primery i zadachi: prakticheskoe posobie* [Scilab – examples and tasks]. Moscow.
7. Gulin, A.V., Morozova, V.A., Mazhorova, O.S. (2017). *Vvedenie v chislennye metody v zadachah i uprazhnenijah* [Introduction to numerical methods in problems and exercises]. Moscow. (In Russ.)
8. Kapitanov, D.V., Kapitanova, O.V. (2019). *Vvedenie v SciLab: praktikum* [Introduction to SciLab]. Nizhnij Novgorod. (In Russ.)
9. Vajndorf-Sysoeva, M.E., Grjaznova, T.S., Shitova, V.A. (2019). *Metodika distancionnogo obuchenija* [Distance learning methodology]. Moskva.

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-39-47

УДК 378.147

РУССКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК И ЧТЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ: ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ; ПРОПОРЦИЯ

Кузнецова Татьяна Ивановна
д.п.н., профессор
kuzti45@gmail.com
г. Москва

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Аннотация. В статье актуализируется терминологическая проблема чтения русскоязычных математических текстов, состоящая в обучении студентов речевой деятельности, в том числе иноязычной, в совокупности средств и способов ее реализации. Установлены критерии отбора активного грамматического материала: функциональная необходимость, которая выражается в предпочтительном (высокочастотном) способе оформления определенных типов смысловых связей; стилистическая репрезентативность, характерная для устной научной речи; исключение явлений, употребительных только в книжно-письменном варианте; грамматический параллелизм и синонимия, позволяющие создавать структурно разнообразные высказывания. Автором детально проанализированы школьные и вузовские учебники на предмет корректности чтения русских математических текстов, в частности отношения двух чисел и пропорций, установлена недостаточная разработанность речевых нормативов в учебно-методической литературе. Основным результатом исследования является разработанная автором терминологическая семантическая модель, содержащая варианты чтения отношения двух чисел. Модель создана на материалах учебной и справочной литературы по математике для отечественных и иностранных учащихся. На основе разработанной модели рассматриваются варианты чтения пропорций,

объясняющие строение языковых штампов, используемых в устной речи. Предложена методика работы над научным стилем математической речи, направленная на оптимизацию чтения математических текстов и организацию в иноязычной аудитории математического дискурса.

Ключевые слова: русский математический язык, математическая профессиональная культура, чтение отношений чисел, чтение пропорций.

Настоящая работа является логическим продолжением начатого автором лонгированного исследования, связанного с обсуждением проблемы чтения русскоязычных математических текстов [10]. Продолжим развивать представление об отношении двух чисел, начатое нами в докладе на XIX конференции «Русское культурное пространство» [11]. Рассмотрим чтение отношения двух чисел, проявляющееся в учебно-методических материалах по школьной математике сначала для отечественных учащихся, а затем для студентов подготовительных факультетов университетов и вузов России.

Чтение отношения двух чисел в пособиях для отечественных учащихся

Для начала отметим, что А.П. Киселев в своём «Систематическом курсе арифметики» рассматривает интересующее нас понятие отношения двух чисел сначала на отвлеченных числах:

«Пусть даны два числа a и b. Число, показывающее, сколько раз число b содержится в числе a, т. е. частное от деления a на b, называется также отношением числа a к числу b или, короче, отношением чисел a и b» [8].

Затем он обращает внимание читателя на то, что в приложениях членами отношения могут быть именованные числа с одним и тем же наименованием [8, с.119]. В отличие от него, М.Я. Выгодский говорит о свойстве отношения, определяющем и отделяющем его от частного тем, что рассматривается на именованных однородных числах, т. е. отношение – это частное от деления однородных величин [3] и поэтому является числом отвлеченным. Эта информация подкрепляется примером, в котором фигурирует отношение книг на русском языке **к** общему числу книг в библиотеке.

Там же М.Я. Выгодский делает поправку: с некоторых пор говорят и «об отношении неоднородных величин, скажем, веса тела **к** его объему» (удельный вес вещества, из которого состоит тело). В настоящее время, к примеру, активно используется такое понятие, как индекс массы тела (ИМТ) – отношение массы тела в кг **к** квадрату роста в м», введенное А. Кетле ещё в 1869 г. – число уже не отвлечённое, а измеряемое в кг/м^2.

Обратившись к учебнику для 8–10 классов средней школы А.П. Киселева «Алгебра, ч. II», в пункте, посвященном графику прямой пропорциональной зависимости, читаем [7, с. 35]:

«… угловой коэффициент равен отношению какого-нибудь значения функции (какой-нибудь ординаты) **к** соответствующему значению аргумента (**к** соответствующей абсциссе)».

В Полном курсе высшей математики Д.Т. Письменного [16, с. 164] производная функции определяется как «предел **отношения приращения** функции **к приращению** аргумента», почти так же – в Справочнике по высшей математике Н.Г. Тактарова [19, с. 164] – как «предел **отношения приращения** функции **к** соответствующему **приращению** аргумента».

Возвращаясь на уровень средней школы, в учебном пособии для 9 и 10 классов средней школы «Алгебра и начала анализа», созданного под редакцией А.Н. Колмогорова, читаем [9, с. 56]:

«Средней скоростью изменения функции на промежутке называется **отношение приращения** функции **к приращению** независим**ого** переменн**ого**».

Обратим внимание на то, что во всех приведенных примерах отношения «читаются» с предлогом «**к**». Поэтому, очевидно, студенты-иностранцы должны, по крайней мере, понимать такие представления отношений.

Далее мы вынуждены сделать небольшое отступление от генеральной линии исследования проблемы чтения отношения двух чисел в связи с возникшей сопутствующей проблемой: в последней цитате вызывает опасение её концовка. Чутьё подсказывает, что там что-то не так. Конкретно, возникает вопрос: почему «независимо**го** переменно**го**»? Почему мужского или среднего рода? Смотрим на предыдущую страницу [9, с. 55]:

«Пусть x и x_0 – два значения **независимой переменной**. Разность $x - x_0$ называется приращением **независимой переменной** в точке x_0».

Здесь мы дважды видим то же словосочетание, но женского рода! Почему? Ясно, что имеет место сокращение. На самом деле полный вариант этого словосочетания следующий:

независимая переменная (величина) – женского рода.

Значит, в учебнике А.Н. Колмогорова на с. 56 в определении скорости изменения функции – **морфологическая ошибка!** Правильный вариант приведённой цитаты должен выглядеть так:

«Средней скоростью изменения функции на промежутке называется **отношение приращения** функции **к приращению** независим**ой** переменн**ой**».

Чтение отношения двух чисел в пособиях для студентов-иностранцев

Как уже отмечалось в статье [11], в используемых в настоящее время пособиях для начального обучения студентов-иностранцев математике [12; 13], разработанных в Институте русского языка и культуры, при чтении математических текстов используется форма «отношение чисел a **и** b», в противоположность пособиям, разработанным для отечественных студентов, в которых, как только что было продемонстрировано в п. 1, однозначно используется форма «отношение a **к** b».

Перейдем к обзору пособий для студентов-иностранцев, созданных в ИРЯиК МГУ в 60–70-х годы, а также в других вузах. В пособиях РУДН «Математика для иностранных студентов подготовительных факультетов вузов России» [5, с. 60–61; 18, с. 78–79] читаем: «процентное отношение **чисел** 15 **и** 20», «процентное **отношение числа** 13 **и числа** 39». Итак, имеем две близкие формы: «**отношение чисел *a* и *b*»** и **«отношение числа *a* и числа *b*».** Вслед за последним примером видим: «процентное отношение 12 кг и 48 кг». Для чтения этот пример значительно сложнее, так как требует произнесения родительного падежа представленных именованных чисел. И буквально на следующей странице видим варианты с «**к**»: процентное отношение 1,5 кг **к** 20 г. Чтение этой записи ещё труднее, поскольку требует от студентов умения составить не только родительный падеж именованного числа, но и дательный. Заметим, что образцов чтения представленных записей в этих пособиях нет. Приведём чтение их хотя бы здесь:

– процентное отношение **чисел** пятнадцать **и** двадцать;

– процентное отношение **числа** тринадцать **и числа** тридцать девять;

– процентное отношение (чего?) двенадцати килограммов **и** (чего?) сорока восьми килограммов;

– процентное отношение (чего?) одной целой пяти десятых килограмма **к** (чему?) двадцати граммам.

Отсюда видно, насколько труднее читать отношения именованных чисел. Заметим, что последнюю запись можно прочитать ещё и так (используя нестандартный вариант чтения числа 1,5):

– процентное отношение (чего?) полутора килограммов **к** (чему?) двадцати граммам.

Следующий раздел, в котором появляется необходимость в чтении отношений – это «Тригонометрия». Надо сказать, что здесь уже во всех пособиях – при определении тригонометрических функций как соответствующих отношений – используется вариант с «**к**». Этот момент мы рассматривали на пособиях, разработанных в ИРЯиК МГУ. Здесь приведем пример из пособия РУДН «Основы математики» [18, с.96]:

– «Синус угла α – это **отношение ординаты** конца подвижного радиуса **к длине** этого радиуса».

Как мы видим, форма **«отношение чисел *a* и *b*»** в процессе изучения тригонометрии заменяется формой **«отношение (числа) *a* к (числу) *b*»**.

В рассмотренных пособиях имеются описания отношений и без «и», и без «к»:

– «Найдем **отношение коэффициентов** при неизвестных» [14, с. 80].

– «**Отношение периметров** подобных треугольников равно коэффициенту подобия» [12, с. 57].

– «**Отношение площадей** подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия» [10, с. 58].

Это сокращённые формы чтения. Восстановим их полные формы (в квадратных скобках – дополнения до полных вариантов):

– «Найдем **отношение коэффициентов при неизвестных** [*x* **и** *y*]».

– «**Отношение периметров подобных треугольников** [ABC **и** $A_1B_1C_1$] равно коэффициенту подобия».

– «**Отношение площадей подобных треугольников** [ABC **и** $A_1B_1C_1$] равно квадрату коэффициента подобия».

На рисунке 1 представлена модель, демонстрирующая чтение отношения двух чисел во всём его многообразии.

Формы чтения пропорций в пособиях по математике для студентов-иностранцев подготовительных факультетов университетов и вузов

1) В пособии «Арифметические операции» [13, с. 57] пропорции, являясь равенством двух отношений, читаются так:

– «Отношение чисел 10 и 2 равно отношению чисел 15 и 3».

Такое чтение (с «и») основано на чтении отношений, о котором мы говорили в статье [11] и в предыдущих пунктах настоящей статьи. Следующие варианты чтения пропорций предлагались в более ранних пособиях ИРЯиК МГУ, а также в пособиях других вузов. Как правило, в них не учитываются падежные трудности студентов-иностранцев и сразу используются варианты чтения с «к»:

2) «Отношение пяти к двум равно отношению тридцати к двенадцати» [17, с.35].

3) Форма «*a* относится к *b*», которая употребляется в трёх вариантах:

3.1. *«a* относится к *b,* как *c* относится к *d*» [1, с. 131–132; 2, с. 155–156]. Здесь появляется глагол «относиться к …», но исчезает слово «отношение».

Пример: (что?) восемь относится к (чему?) четырём, как (что?) шесть относится к (чему?) трём.

3.2. «*a* так относится к *b,* как *c* относится к *d*» [15, с. 11, 13]). Как видим, здесь появляется дополнительное слово «так», которое можно рассматривать как усиление формы. К сожалению, конкретных примеров чтения в этом пособии нет.

Приведём ещё один вариант чтения пропорций, близкий к последнему тем, что тоже содержит слово «так»:

3.3. «Говорят: «**8 000 относится к 10 000 так, как 9 600 к 12 000**» [3, с. 116; 4, с. 102].

Надо отметить, что здесь отсутствует второе слово «относится». Возможно, это оправдывается наличием усилителя «так». Кроме того, следует признать, что это не полный вариант чтения пропорции

$$8\,000 : 10\,000 = 9\,600 : 12\,000, \qquad (*)$$

что может скрывать «подводные камни». Попробуем записать полный вариант чтения этой пропорции:

– восемь тысяч относ**и**тся к десяти тысячам так, как девять тысяч шестьсот к двенадцати тысячам.

Выделенная буква «и» намекает на то, что на её месте с бо′льшим правом должна находиться буква «я», что свидетельствует о том, что глагол «относиться» оказался чувствительным к своему числительному:

– восемь тысяч относ**я**тся к десяти тысячам так, как девять тысяч шестьсот [относ**я**тся] к двенадцати тысячам.

- *Отношение*
  - (чего?)
    - *числа*
      - [*двух*] *чисел*
        - *a и b*
        - 15 *и* 20
      - 15
        - *и* (чего?) *числа* 20
        - *к* (чему?) *числу* 20
      - *a*
        - *и* (чего?) *числа b*
        - *к* (чему?) *числу b*
    - *коэффициентов при неизвестных* [*x и y*]
    - *отрезков* (*AB и CD*)
    - *отрезка AB к* (чему?) *отрезку CD*
    - *длин* (чего?)
      - *отрезков* [*AB и CD*]
      - *сторон* [*AB и CD*]
      - *ломаных* [*AB и CD*]
      - *окружностей* [*C и C′*]
    - *длины* (чего?)
      - *отрезка AB к* (чему?) *длине* (чего?) *отрезка CD*
      - *стороны AB к* (чему?) *длине* (чего?) *стороны CD*
      - *ломаной AB к* (чему?) *длине* (чего?) *ломаной CD*
      - *окружности C к* (чему?) *длине* (чего?) *окружности C′*
    - *периметров* (чего?)
      - *треугольников* [*ABC и A′B′C′*]
      - *многоугольников* [*P и Q*]
    - *периметра* (чего?)
      - *треугольника ABC к* (чему?) *периметру* (чего?) *треугольника A′B′C′*
      - *многоугольника P к* (чему?) *периметру* (чего?) *многоугольника Q*
    - *площадей* (чего?)
      - *треугольников* [*ABC и A′B′C′*]
      - *многоугольников* [*P и Q*]
    - *площади* (чего?)
      - *треугольника ABC к* (чему?) *площади* (чего?) *треугольника A′B′C′*
      - *многоугольника P к* (чему?) *площади* (чего?) *многоугольника Q*
    - *синуса* (*угла*) *к* (чему?) (*его*) *косинусу*
    - *косинуса* (*угла*) *к* (чему?) (*его*) *синусу*
    - *катета к* (чему?) *гипотенузе*
    - *ординаты* / *абсциссы* *к* (чему?) *радиусу*
  - (какое?) *процентное* (чего?)
    - *числа*
      - [*двух*] *чисел*
        - *a и b*
        - 15 *и* 20
      - 15
        - *и* (чего?) *числа* 20
        - *к* (чему?) *числу* 20
      - *a*
        - *и* (чего?) *числа b*
        - *к* (чему?) *числу b*

Рис. 1. Семантическая модель, содержащая варианты чтения отношения двух чисел

Ясно, почему: «восемь тысяч», как и «девять тысяч шестьсот», – требуют для себя глагола во множественном числе. Однако можно оставить первоначальный вариант, если перед этими числами сказать слово «число»:

– **число** «восемь тысяч» относ**и**тся к десяти тысячам так, как [число] «девять тысяч шестьсот» [относ**и**тся] к двенадцати тысячам.

Особенность данной формы состоит в том, что при её использовании требуются именительный и дательный падежи, а не родительный и дательный, как в форме 2.

Для полноты картины составим ещё несколько вариантов чтения пропорции (*) – в соответствии с формами 1 и 2:

– отношение чисел «восемь тысяч» и «десять тысяч» равно отношению чисел «девять тысяч шестьсот» и «двенадцать тысяч»;

– отношение числа «восемь тысяч» и числа «десять тысяч» равно отношению числа «девять тысяч шестьсот» и числа «двенадцать тысяч»;

– отношение «восьми тысяч» и «десяти тысяч» равно отношению «девяти тысяч шестисот» и «двенадцати тысяч»;

– отношение числа «восемь тысяч» к числу «десять тысяч» равно отношению числа «девять тысяч шестьсот» к числу «двенадцать тысяч»;

– отношение числа «восемь тысяч» к «десяти тысячам» равно отношению числа «девять тысяч шестьсот» к «двенадцати тысячам»;

– отношение «восьми тысяч» к «десяти тысячам» равно отношению «девяти тысяч шестисот» к «двенадцати тысячам».

Фразы из нашего пособия по геометрии [12]:

– «в подобных треугольниках **отношение соответствующих сторон** равно **отношению** соответствующих **высот**» [12, с. 57];

– «**отношение длин** окружностей равно **отношению длин** их диаметров» [12, с. 75] – можно рассматривать как сокращённые варианты чтения соответствующих пропорций. Восстановим их, т. е. составим полные варианты их чтения. Для этого приведём сами эти пропорции:

$$\frac{b}{b_1} = \frac{h}{h_1} \text{ и } \frac{C}{C'} = \frac{2R}{2R'}$$

Теперь легко записать полные варианты чтения (сделаем это и с «и», и с «к»):

– «в подобных треугольниках **отношение** соответствующих **сторон** [b **и** b_1] равно **отношению** соответствующих **высот** [h **и** h_1]»;

– «в подобных треугольниках **отношение** соответствующих **сторон** [b **к** b_1] равно **отношению** соответствующих **высот** [h **к** h_1]»;

– «**отношение длин окружностей** [C **и** C'] равно **отношению длин** их диаметров [2 R **и** 2 R']»;

– «**отношение длин окружностей** [C **к** C'] равно **отношению длин** их диаметров [2 R **к** 2 R']».

Заключение

Подводя итог нашему исследованию, сделаем вывод о том, что вариантов чтения отношений и пропорций существует много и узнавать их студенту-иностранцу желательно, хотя проговаривать все – не обязательно. Конечно, при чтении иностранными студентами математических текстов учитывается достигнутый уровень рецептивного владения ими научным словарем. При этом используются возможности выявления тематической и предикативно-логической связности лексических единиц, что способствует более быстрому и прочному их запоминанию. При этом преподаватель может выдать и не очень правильный вариант, в чём мы убедились в настоящем исследовании, будучи вынужденными редактировать таких замечательных ученых, как А.Н. Колмогоров и М.Я. Выгодский.

Список литературы

1. Варшавская Л.В., Лазарева Е.А., Коновалов А.И., Рогова М.К. Пособие по математике для студентов-иностранцев (начальный этап обучения). М.: Изд-во Моск. ун-та, 1967. 220 с.
2. Варшавская Л.В., Лазарева Е.А., Коновалов А.И., Рогова М.К. Пособие по математике для студентов-иностранцев (начальный этап обучения). М.: Изд-во Моск. ун-та. 2-е изд., перераб. и доп. 1974. 152 с.
3. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М.: Физматгиз, 13-е изд. 1960, 115 с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М.: Физматгиз 24-е изд. 1976, 102 с.
5. Громов А.И., Жаров В.К., Кузьминов В.И., Суркова М.В. Математика для иностранных студентов подготовительных факультетов вузов России. М.: «Янус-К», 2005. 348 с.
6. Громов А.И., Кузьминов В.И., Суркова М.В. Математика: Учеб. пособие. М.: РУДН, 2010. 503 с.
7. Киселев А.П. Алгебра, ч. II. Учебник для 8–10 классов средней школы. М.: Учпедгиз, 1959. 232 с.
8. Киселев А.П. Систематический курс арифметики / Под ред. А.Я. Хинчина. М.: ЛЕНАНД, 2015. 152 с.
9. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 9–10 кл. / Под ред. А.Н. Колмогорова. М.: Просвещение, 1980. 336 с.
10. Кузнецова Т.И. Русский математический язык для студентов-иностранцев (начальный этап). Чтение математических текстов: один и единица // CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т. 19. № 3. С. 35-42.
11. Кузнецова Т.И. Русский математический язык. Адаптация математических текстов в условиях подготовительного факультета для иностранных граждан: плюсы и минусы // Русское культурное пространство: коммуникативные аспекты: Сборник материалов XIX Международной научно-практической конференции, Москва, 19 апреля 2018 г. М.: МАКС Пресс, 2019. С. 262–267.
12. Кузнецова Т.И., Грибков И.В. Геометрия: Учеб. пос. для иностранных студентов естественнонаучных специальностей, обучающихся на подготовительном факультете МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985. 108 с.
13. Лазарева Е.А., Зверев Н.И. Арифметические операции: Пособие для начального этапа обучения математике иностранных учащихся. М.: Ред.-Изд. Совет МОЦ МГ, 2005. 95 с.
14. Лазарева Е.А., Пацей И.П., Вуколова Т.М. Алгебра: Учебное пособие для студентов-иностранцев, обучающихся на подготовительных факультетах. М.: Ред.-Изд. Совет МОЦ МГ, 2006. 153 с.
15. Математика. Алгебра и начала анализа: Учеб. пос. для иностранных граждан, обучающихся на подготовительных факультетах вузов / Под общ. ред. А.И. Лобанова. Киев: Вища шк. Головное изд-во, 1987. 304 с.
16. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. М.: Айрис-пресс, 2009. 608 с.
17. Приходько Е.М., Пасько Т.П., Чебова Д.Л. Математика: Арифметика, алгебра, тригонометрия: Учеб. пособие для студентов-иностранцев. М.: Высш. шк., 1971. 304 с.
18. Соколова Л.И. Основы математики: Учебник для иностранных студентов подготовительных факультетов вузов. М.: РУДН, 2008. 129 с.
19. Тактаров Н.Г. Справочник по высшей математике для студентов вузов. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. 880 с.

RUSSIAN MATHEMATICAL LANGUAGE AND READING OF MATHEMATICAL TERMS: RELATIONSHIP OF TWO NUMBERS; PROPORTION

T.I. Kuznetsova
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
kuzti45@gmail.com
Moscow

Lomonosov Moscow State University

Abstract. The article actualizes the terminological problem of reading Russian-language mathematical texts, which consists in teaching students speech activity, including foreign language, in the aggregate of means and methods of its implementation. The criteria for the selection of active grammatical material have been established: functional necessity, which is expressed in the preferred (high-frequency) way of formalizing certain types of semantic connections; stylistic representativeness characteristic of oral scientific speech; exclusion of phenomena used only in the book-written version; grammatical parallelism and synonymy, allowing the creation of structurally diverse statements. The author has analyzed in detail school and university textbooks for the correctness of reading Russian mathematical texts, in particular, the ratio of two numbers and proportions, the insufficient development of speech standards in educational and methodological literature has been established. The main result of the research is a terminological semantic model developed by the author, containing variants of reading the relationship of two numbers. The model was created on materials of educational and reference literature on mathematics for domestic and foreign students. On the basis of the developed model, options for reading proportions are considered, explaining the structure of language stamps used in oral speech. A method of work on the scientific style of mathematical speech is proposed, aimed at optimizing the reading of mathematical texts and organizing mathematical discourse in a foreign language audience.

Keywords: Russian mathematical language, mathematical professional culture, reading relations of numbers, reading proportions.

References

1. Gromov, A.I., Zharov, V.K., Kuz'minov, V.I., Surkova, M.V. (2005). *Matematika dlya inostrannyh studentov podgotovitel'nyh fakul'tetov vuzov Rossii* [Mathematics for foreign students of preparatory faculties of Russian universities]. Moscow: «Yanus-K». (In Russ.)
2. Gromov, A.I., Kuz'minov, V.I., Surkova, M.V. (2010). *Matematika* [Maths]. Moscow: RUDN. (In Russ.)
3. Kiselev, A.P. (1959). *Algebra. Uchebnik dlya 8–10 klassov srednej shkoly* [Algebra. Textbook for grades 8-10 high school]. Moscow: Uchpedgiz. (In Russ.)
4. Kiselev, A.P. (2015). *Sistematicheskij kurs arifmetiki* [Systematic arithmetic course]. Moscow: LENAND. (In Russ.)
5. Kolmogorov, A.N. (1980). *Algebra i nachala analiza. 9–10 kl.* [Algebra and the beginning of analysis. 9-10 grades]. Moscow: Education. (In Russ.)
6. Kuznecova, T.I. (2020). Russkij matematicheskij yazyk dlya studentov-inostrancev (nachal'nyj etap). Chtenie matematicheskih tekstov: odin i edinica [Russian mathematical language for foreign students (initial stage). Reading math texts: one and one]. *CONTINUUM.*

Matematika. Informatika. Obrazovanie [Continuum. Maths. Informatics. Education], 3(19), 35-42. (In Russ., abstract in Eng.)

7. Kuznecova, T.I. (2018). Russkij matematicheskij yazyk. Adaptaciya matematicheskih tekstov v usloviyah podgotovitel'nogo fakul'teta dlya inostrannyh grazhdan: plyusy i minusy [Russian mathematical language. Adaptation of mathematical texts in the conditions of the preparatory faculty for foreign citizens: pros and cons]. *Russkoe kul'turnoe prostranstvo: kommunikativnye aspekty: Sbornik materialov XIX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii (Moskva, 19 aprelya 2018)* [Russian cultural space: communicative aspects: Collection of materials of the XIX International scientific-practical conference (Moscow, April 19, 2018)], 262–267. (In Russ.)
8. Kuznecova, T.I., Gribkov, I.V. (1985). *Geometriya: Ucheb. pos. dlya inostrannyh studentov estestvennonauchnyh special'nostej, obuchayushchihsya na podgotovitel'nom fakul'tete MGU im. M.V. Lomonosova* [Textbook for foreign students of natural science specialties studying at the preparatory faculty of Moscow State University M.V. Lomonosov]. Moscow: Publishing house of Moscow University. (In Russ.)
9. Lazareva, E.A., Zverev, N.I. (2005). *Arifmeticheskie operacii: Posobie dlya nachal'nogo etapa obucheniya matematike inostrannyh uchashchihsya* [Arithmetic Operations: A Guide for the Initial Stage of Teaching Mathematics to Foreign Students]. Moscow. (In Russ.)
10. Lazareva, E.A., Pacej, I.P., Vukolova, T.M. (2006). *Algebra: Uchebnoe posobie dlya studentov-inostrancev, obuchayushchihsya na podgotovitel'nyh fakul'tetah* [Algebra: A Study Guide for Foreign Students in Preparatory Faculties]. Moscow. (In Russ.)
11. *Matematika. Algebra i nachala analiza: Ucheb. pos. dlya inostrannyh grazhdan, obuchayushchihsya na podgotovitel'nyh fakul'tetah vuzov* (1987) [Mathematics. Algebra and the beginning of analysis: Textbook. pos. for foreign citizens studying at the preparatory faculties of universities]. Pod obshch. red. A.I. Lobanova. Kiev. (In Russ.)
12. Pis'mennyj, D.T. (2009). *Konspekt lekcij po vysshej matematike: Polnyj kurs* [Lecture notes for higher mathematics]. Moscow: Ajris-press. (In Russ.)
13. Prihod'ko, E.M., Pas'ko, T.P., Chebova, D.L. (1971). *Matematika: Arifmetika, algebra, trigonometriya: Ucheb. posobie dlya studentov-inostrancev* [Mathematics: Arithmetic, Algebra, Trigonometry]. Moscow: High School. (In Russ.)
14. Sokolova, L.I. (2008). *Osnovy matematiki: Uchebnik dlya inostrannyh studentov podgotovitel'nyh fakul'tetov vuzov* [Fundamentals of Mathematics]. Moscow: RUDN. (In Russ.)
15. Taktarov, N.G. (2015). *Spravochnik po vysshej matematike dlya studentov vuzov* [A Handbook of Higher Mathematics for University Students]. Moscow: Knizhnyj dom «LIBROKOM». (In Russ.)
16. Varshavskaya, L.V., Lazareva, E.A., Konovalov, A.I., Rogova, M.K. (1967). *Posobie po matematike dlya studentov-inostrancev (nachal'nyj etap obucheniya)* [Mathematics textbook for foreign students (initial stage of study)]. Moscow: Publishing house of Moscow University. (In Russ.)
17. Varshavskaya, L.V., Lazareva, E.A., Konovalov, A.I., Rogova, M.K. (1974). *Posobie po matematike dlya studentov-inostrancev (nachal'nyj etap obucheniya)* [Mathematics textbook for foreign students (initial stage of study)]. Moscow: Publishing house of Moscow University. (In Russ.)
18. Vygodskij, M.Ya. (1960). *Spravochnik po elementarnoj matematike* [Elementary Mathematics Reference]. Moscow: Physics and mathematics literature. (In Russ.)
19. Vygodskij, M.Ya. (1976). *Spravochnik po elementarnoj matematike* [Elementary Mathematics Reference]. Moscow: Physics and mathematics literature. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-48-57

УДК 372.851

МЕТОДИЧЕСКИЕ ИСТОКИ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОСТИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Тарасова Оксана Викторовна
д.п.н., профессор
tarasova_orel@mail.ru
г. Орел

Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева

Аннотация. В статье идет речь об изучении методических истоков междисциплинарности в школьном курсе математики, об истории обучения математике в отечественной школе в первой трети XX века, о введении в учебный процесс комплексного обучения математике, которое явилось источником реализуемого в настоящее время междисциплинарного подхода в образовании. Приведены примеры из учебников и учебных пособий прошлых лет. Особо отмечено, что сегодня перед школой ставится задача установления связи между отдельными элементами содержания образования различных учебных дисциплин, зачастую довольно далеких друг от друга. Истоки междисциплинарных связей, с психологической точки зрения, находятся внутри учебного предмета, поэтому методически грамотное установление связей между предметами является необходимым педагогическим условием для формирования системы знаний у обучаемых. Нередко реализация идеи междисциплинарности сочетается с применением проектного обучения. Сделан вывод о том, что данные принципы обучения являются обоснованными, но только после изучения отдельных классических школьных предметов, после формирования фундамента знаний, на котором базируются междисциплинарные курсы. Осуществлять реализацию междисциплинарных курсов в школе необходимо, но только в 10-11 классах с опорой на фундаментальность и осознанность выполнения учебных действий нашими школьниками.

Ключевые слова: методика преподавания математики, школа, комплексное обучение, междисциплинарность.

Введение

Современные научные исследования носят интегративный характер. Процессы интеграции в научном познании окружающего мира происходят постоянно, вопрос только в степени интенсивности этих процессов. Непрерывное освоение реальности, становление ранее не существовавших познавательных средств и методов способствует формированию новых дисциплинарных областей, образующихся при взаимоизучении и взаимодополнении различных научных дисциплин. Приоритетом сегодня являются разработки в области искусственного интеллекта. Данное научное направление появилось сравнительно недавно, но уже активно развивается. Открытия в сфере искусственного интеллекта, машинного обучения, нейронных сетей позволяют создать мощные технологии, способные решить множество задач из реального мира. Исследования, связанные с искусственным интеллектом, требуют привлечения различных знаний, включая математику, статистику, теорию вероятностей, физику, обработку сигналов, машинное обучение, психологию, лингвистику, науку о мозге и многие другие. Очевидно, что специализированная подготовка участников научных исследований в данных условиях имеет первостепенное значение. В школах и вузах все более

активно разрабатываются соответствующие образовательные программы, построенные на принципах междисциплинарности. В области науки и технологий все активнее осуществляется применение конвергентного подхода, нацеленного на преодоление междисциплинарных границ научного и технологического знания, направленного на разработку способов и технологий создания природосообразных объектов.

Важность и необходимость проведения комплексных научных исследований требует реализации принципов междисциплинарности уже в школьном учебном процессе. Вопрос состоит только в том, в какой временной промежуток это должно начинаться и каким образом может быть организовано.

В последнее время всё активнее поднимается вопрос выявления и реализации в школьном учебном процессе междисциплинарных связей. Методистами, учителями-предметниками определяются и изучаются отдельные темы, учебные понятия, являющиеся или способные стать объектом связей чаще всего между двумя или более учебными дисциплинами. Осуществляются попытки поиска точек соприкосновения различных дисциплин.

Сегодня перед школой ставится задача установления связи между отдельными элементами содержания образования различных учебных дисциплин, зачастую довольно далеких друг от друга. Цель – повышение эффективности образовательного процесса. Основы реализации междисциплинарных связей заложены в работах выдающихся отечественных психологов: П.Я. Гальперина, Е.Н. Кабановой-Миллер, Н.Ф. Талызиной и др. Истоки образования междисциплинарных связей, с психологической точки зрения, находятся внутри учебного предмета, поэтому методически грамотное установление связей между предметами является необходимым педагогическим условием для формирования системы знаний у обучаемых. Зачастую реализация идеи междисциплинарности должна осуществляться с применением проектного обучения.

Исторический аспект проблемы междисциплинарности

Обратимся к истории методики преподавания математики. Оценка явлений прошлых лет должна помочь сделать правильные выводы в выборе приоритетных принципов организации процесса обучения в современной школе. Как говорил Василий Осипович Ключевский, «история ничему не учит, а только наказывает за незнание уроков».

Установление междисциплинарных связей, составление учебных проектов было предметом изучения методистов-предметников, в том числе и математиков, ещё почти сто лет назад.

В первой трети XX века высокую публикационную активность проявляли методисты-математики: А.М. Воронец, В.В. Добровольский, М.А. Знаменский, П.А. Карасёв, А.И. Никитин, П.М. Орлов и др. Особое внимание и интерес заслуживают работы видного отечественного педагога-математика *Александра Васильевича Ланкова* (1884-1953).

В начале XX века Главсоцвосом было издано Методическое письмо «Работы по математике в связи с комплексами». Написанные А.В. Ланковым и А.С. Мошковой. рабочие книги «Первые шаги в математике» основывались на положениях данного нормативного документа, предназначались для начальной школы и в течение всех четырёх лет обучения довольно массово применялись.

Кратко остановимся на каждой из них.

1 год обучения. Книга построена с применением иллюстраций, с числовыми примерами. В ней особое внимание уделялось играм. Так в первом классе используется игра – математическое лото. Она, по мнению авторов, «является хорошим средством закрепления навыков счёта: ею дети интересуются и без особых усилий запоминают новые результаты» [2]. Конечно, ни о каких проектах пока речи не идёт. Авторы старались предложить задачи практической направленности, связанные с имеющимся жизненным опытом учащихся. И что самое важное, задания предлагаются группами, связанными сюжетом, общей целью, сочетающими в себе арифметическую и геометрическую составляющую начального курса

математики. Например, на страницах 66-67 представлена следующая группа задач [2, с. 66-67].

4. Прилетают скворцы. Им нужно приготовить жилище. Сделаем скворечник. Вырезать из картона прямоугольник 40 *см* длины и 20 *см* ширины. Такой размер будут иметь передняя и задняя стенки скворечника.

5. Вырезать из картона прямоугольник 40 *см* длины и 15 *см* ширины. Такой размер будут иметь боковые стенки.

6. Начертите треугольник. Берите длину сторон столько сантиметров, сколько на чертеже миллиметров. Вырежьте такой треугольник из картона. Это будет передняя и задняя стенки под крышей.

7. У квадрата все стороны равны. Вырежьте из картона квадрат так, чтобы каждая его сторона имела длину 20 *см*. Такие квадраты нужны для левой и правой части крыши.

8. Теперь у вас имеется выкройка всех частей скворечника. Найдите доску, примерно в 15 *мм* толщиной и по выкройке вырежьте из нее все части скворечника. В передней стенке сделайте отверстие. Сколотите скворечник гвоздями длиною в 30 или 35 *мм*.

Рис. 1. Скворечник

2 год обучения. Материал представлен в виде «Дневников занятий». В среднем страница текста приходится на 2 урока. По своему содержанию материал исходит из условий жизни и главным образом сельского хозяйства Центрально-промышленной области. <…> В текст в некоторых случаях вводятся выводы и формулировки, которые могут оказать существенную помощь детям в домашней работе» [3]. Весь материал представлен в виде группы заданий:

1. Жизнь и труд детей летом и начало работы в школе.
2. Осенние работы в деревне.
3. Охрана здоровья в семье и в деревне.
4. Жизнь и труд зимой.
5. Начало весны и подготовка к весенним работам.
6. Весенние работы в деревне.

Приведем фрагмент задания «Охрана здоровья в семье и в деревне» [3, с.25-35], в котором предполагается изучение следующих тем: Сложение и вычитание составных именованных чисел. Определение времени по часам. Таблица умножения 2 и 5. Единица для измерения площадей.

1) Здоровый ребенок каждый год должен расти. Измерим свой рост. Сделаем бумажную полоску в полтора метра и отметим на ней, где кончается метр. Оставшуюся половину метра разделим на сантиметры, десятки сантиметров отмечаем цветной чертой. Прикрепим полоску к стене так, чтобы конец метра касался пола. По очереди измеряем рост друг друга, как показано на рисунке и записываем его двумя числами. Например, Круглов Петя – 1 м 24 см.

Рис. 2. Измерение роста

2) Мой рост в прошлом году и теперь. Найдем запись роста прошлого года.

3) Записать в своей табличке рост своего соседа по парте и узнать, на сколько сантиметров он вырос. Кто больше вырос?

4) Составить диаграмму. На сколько я вырос за год? В диаграмме 10 см роста отмечать одним сантиметром.

Таблица 1. Рост соседа по парте

Фамилия или имя	Рост теперь	Рост в прошлом году	На сколько сантиметров я вырос?
Круглов Петя	1 м 24 см	1 м 19 см	

Учащимся предлагаются задания с жизненным содержанием, сюжетом близким к их реальной окружающей жизни, событиям и явлениям, задачи, которые направлены на расширение кругозора учащихся.

15) У Митрохиных большая семья, они в неделю выпекают $35\frac{1}{2}$ *кг* хлеба, а у Васильевых семья меньше и потому хлеба выходит только 18 *кг* в неделю. На сколько больше выходит хлеба у Митрохиных?

17) Отец Пети заказал свалять 3 пары детских валенок и дал на них $3\frac{1}{2}$ *кг* шерсти. Пете на валенки нужно $1\frac{1}{2}$ *кг,* братишке 1 кг, а остальная шерсть - на валенки маленькой сестренке. Сколько пошло шерсти на валенки сестренке?

Рис.3. Зубной порошок и щётка

27) Узнайте, сколько нужно денег, чтобы на каждого члена вашей семьи старше 5 лет купить зубной порошок и щетку. Порошок стоит 10 коп., щетка 20 коп.

28) В семье нужно на умыванье самих себя $\frac{1}{2}$ *кг* мыла в неделю и на стирку белья – 1 *кг.* Узнать расход на мыло в месяц (4 недели), если мыло покупают по 10 коп. за килограмм.

3 год обучения. В «Рабочей книге» нашли «видное место вопросы реконструкции сельского хозяйства и социалистического строительства в деревне и городе» [4]. По утверждению автора, весь материал проверен на детях и является доступным для их понимания и несложным по типу вычислений. «В текст в некоторых случаях введены выводы и формулировки, которые могут оказать большую помощь детям, особенно в процессе повторения» [4, с.3] На отдельных карточках даются лабораторные работы и задачи-проекты (16 работ). В процессе звеньевой работы (проект) и при выполнении трудового задания (лабораторная работа) удобнее иметь под рукой только карточку, а не целую книжку <…> Точно так же отдельным конвертом выпускаются проверочные работы (13 работ), к которым приложены и правила их проведения»[4, с.3]. Тематика заданий следующая: 1. Сбор урожая и осенняя посевная кампания. 2. Деревня и её окрестности. 3. Советская власть в деревне. 4. Труд в деревне зимой. 5. Местные промыслы. 6. Быт деревни. 7. Торговля между городом и деревней. 8. Фабрики и заводы. 9. Жизнь города. 10. Культурная связь деревни и города. 11. Весенняя посевная кампания. 12. Водоёмы, лес, луга и пасека. 13. Благоустройство деревни и задание на лето.

Рис. 4. Почтовый ящик

Рис. 5. Телефон

Приведём фрагмент задания *«Культурная связь деревни и города».*

1. Город связан с деревней почтой. Из города получаются газеты, книги, письма. Письма отправляются с марками. Марки выпускаются разной ценности: 1, 2, 3, 5, 10 коп. и дороже. На обыкновенные письма наклеивается марка в 10 коп. Сколько таких марок можно купить на 1 рубль? Какую часть рубля составляет стоимость одной марки?

2. Любое сообщение можно быстро передать из одного места в другое по телеграфу. Телеграмма оплачивается в 7 коп. с каждого слова и еще

прибавляется 15 коп. независимо от числа слов. За телеграмму уплачено 85 коп. Сколько в ней слов? Какую часть телеграммы составляет одно слово?

3. В последние годы большое распространение получил беспроволочный телеграф, или радио. Поставив у себя дома приемник, можно слушать Москву, Ленинград и даже заграничные города. Приемник можно сделать собственными силами, а необходимые части купить в магазине. Ребята в школе решили поставить радио и собрали на это 18 руб. Оказалось, что на покупку всех материалов не хватает десятой части этой суммы. Сколько будет стоить радио?

4. Районы со своими окружными городами переговариваются при помощи телефона. В Тверском округе 722000 чел. населения. На каждую тысячу человек приходится 1 километр телефонной сети. Какое протяжение имеет сеть телефона?

5. На 100 *км* телеграфных проводов приходится 25 *км* телефонных. Какую часть составляют телефонные провода от телеграфных?

6. Рост связи города с деревней можно установить по распространению крестьянских газет. Газета «Московская деревня» в 1927 г. расходилась в количестве 75000 экземпляров. За год число её читателей увеличилось на одну десятую часть. Сколько стало читателей в 1928 году?

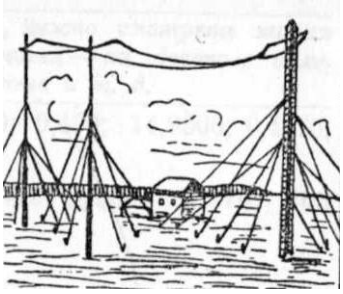


Рис. 6. Телефонные сети

Междисциплинарность изучения материала была ярко представлена и в домашних заданиях на лето. Например, одно из них [4, с.137-138].

Поля, сады, огороди, луга и леса страдают от вредителей - животных и насекомых. Нужно изучить вредителей и начать борьбу с ними.

10. Полевая мышь и полевка живут в норках. Для каждой из них нужно в день 5 г зерна или 20 г зелени. На гектаре луга или поля бывает иногда до 1000 мышей.

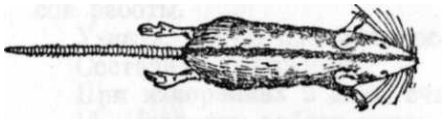


Рис. 7. Полевая мышь

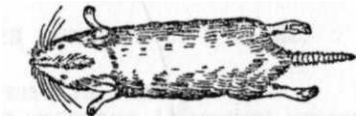


Рис. 8. Полевка

Узнать, сколько зерна и зелени могут они истребить в течение месяца (30 дней). Отыскать в полосе и на лугах мышиные норки. Затоптать ногами найденные норки; если на следующий день норки откроются, значит, в них живут мыши. В каждую жилую норку засунуть поглубже маленький мокрый кусочек отравленного хлеба. Отрава для мышей составляется в школе. На 30 частей теплой воды взять 1 часть мышьяковисто-кислого натра (яд можно достать через агронома), прибавить 1 часть патоки или мёду. Нарезанные кусочки хлеба положить на решето и вместе с решетом опустить в раствор на 5 минут. Потом вынуть и, когда стечет вода, пойти в поле. Отрава обходится в 1 коп. на 100 шт. мышей. Через несколько дней затоптать отравленные норки и затем посмотреть, будут ли они открыты на следующий день. Подсчитать число отравленных норок. Подсчитать прибыль от отравления, считая в каждой норке 8 штук мышей.

Можно по- разному относиться к такому виду заданий. При этом необходимо помнить, что в 30-е годы XX века сельского населения в России было значительно больше, чем городского. К труду, к реальным делам и поступкам приучали со школьной скамьи. Предполагалось формирование практических навыков, базирующихся на целом ряде учебных предметов. Но были ли сформированы в должном объёме фундаментальные математические знания, на которых и можно было бы базироваться? История отечественного школьного математического образования однозначно положительного ответа на этот вопрос не дает.

Приведем еще один пример первооснов междисциплинарности в процессе реализации “комплексной системой обучения” в отечественной начальной школе.

В учебном пособии “Арифметический задачник (применительно к комплексной системе) для деревни. Первый год обучения” [1] А.М. Астряб в 1924 году предлагает изложение основ арифметики начинать с изучения первого десятка посредством картинок. Затем идут первые задачи: “Испекла мама 4 буханки хлеба, а потом одну отнесла, и на столе осталось 3”. Рассматриваются соответствующие картинки; рассуждения проходят под руководством учителя. На следующем этапе дети самостоятельно составляют задачи по аналогичным рисункам. Нередко изложение учебного материала идет в форме рассказа, например:

“Что делал Вася сегодня утром”

Вася проснулся сегодня. Стал Вася одеваться. Обул один сапог на левую ногу, а правая нога босая. Долго искал Вася сапог, пока не нашел и не надел его. (Сколько сапог тогда было у Васи на ногах?)

Пошел Вася умываться, налил в чашку сначала две кружки воды, а потом влил еще одну кружку. (Сколько кружек воды налил Вася? Нарисуйте эти кружки). Мама уже испекла хлеб и начала вынимать его из печи. Вынула сначала три хлеба, а потом вынула еще один. Стал Вася считать, сколько всего хлебов испекла мама. (Нарисуйте те хлеба, которые испекла Васина мама). Мама говорит Васе: “Вася, покормить кур помоги мне”. Пошли они к курятнику. Видит Вася, что на одной жердочке сидят четыре курочки, а еще одна сидит отдельно. Когда вошли в курятник, то и эта курица перелетела к остальным. Мама спросила Васю, сколько у них всего кур. (Нарисуйте курятник в виде квадратика; жердь, на которой сидели куры, - в виде прямой линии, а самих кур - кружочками. Нарисуйте, как сидели куры прежде, а потом нарисуйте, как они сели, когда Вася вошел в курятник).

Мама посыпала перед курятником просо и стала сзывать кур: ”Цып, цып, цып!” Сидели в курятнике пять курочек. Сначала подбежала к зерну одна курочка, а другие остались в курятнике. Мама спрашивает Васю, сколько еще кур осталось в курятнике. Вася подумал, подумал, да и вычислил, не идя в курятник. ...”

И далее в такой форме идет описание всего дня, прожитого Васей. Так, ненавязчиво, соединяя рассказ с вычислениями, идет обучение детей числам и действиям в первом десятке.

Следующий этап – изучение числа 5, в процессе которого выполняются примеры на сложение и вычитание в пределах 5. Автор знакомит детей с римской системой счисления, используя при этом кисти рук. Попутно рассказывается сказка-задача о пальцах, где какой палец расположен (указательный, средний, безымянный и т.д.).

Рассмотрим еще один фрагмент книги, который “привязывает” изучение числа 7 к попутному изучению дней недели:

“В <u>понедельник</u> баню я топила,
А во <u>вторник</u> в банюшку ходила,
В <u>среду</u> я в угаре пролежала.
А в ч<u>етверг</u> головушку чесала.
Люди добрые в <u>пятницу</u> не пряли,
А в <u>субботу</u> мы на улице гуляли.
<u>Воскресенье</u> целый день проспали.
Так вот всю <u>неделюшку</u> мы пряли.”

При изложении арифметики чисел А.М. Астряб часто успешно прибегает к помощи геометрии. Вот один из примеров, представленных в виде последовательности практических задач, объединенных одним сюжетом.

Приведем пример упражнения, в котором переплетаются арифметика с геометрией.

Возовица.

1. “Ну, говорит отец, надо готовить телеги. Завтра начнем возить снопы”. - “А сколькими телегами будем возить мы?” — спрашивает мама. — “Да у нас, отвечает отец, только одна телега, но мы решили возить вместе с дядей Степаном да Власом, а у них 2 телеги. Вот и будем возить снопы ... телегами.

2. Вошел отец в избу и жалуется, что мало у него дегтя для колес. “Этим дегтем больше двух колес не подмажешь, а я обещал дать Степану да дяде Власу своего дегтя на все их 8 колес”.

3. Поутру, чуть заря, подъехал к нашей избе дядя Влас и кричит отцу, чтоб и он поскорее выезжал со своей телегой в поле. Выбежали мы с Машей из избы и начали просить дядю Власа, чтоб он взял и нас с собой. “Ну и шустрый же вы народ!”- заворчал на нас дядя Влас: - Вон на моей телеге и так уже сидят 3 моих шалунов. Ну, да что с вами поделаешь. Возьму уж и вас для компании. Полезайте - да поскорее!” Мы с Машей быстро вскарабкались на телегу, и покатили мы ... детей, в поле. (Нарисуй всех детей, что поехали на телеге с дядей Власом в поле. Сколько их?)

4. Пока отец приехал в поле, дядя Влас успел уже положить на свою телегу 8 снопов, да мы еще поднесли ему 2 снопа. (Сколько снопов лежало тогда на телеге дяди Власа?)

5. Начал и отец укладывать снопы на свою телегу. А дядя Влас наложил уже на свой воз снопов доверху да и говорит отцу: “Вот от моего кресца осталось еще 9 снопов. 2 из них я положил на свою телегу, а остальные забери уж ты.” (Сколько снопов из этого кресца пришлось взять отцу на свою телегу?)

6. Когда отец поднимал последние снопы, то из- под них выбежало 6 мышат: 2 отец поймал, а остальные убежали. (Нарисуйте тех мышат, которые убежали. Сколько их? Запишите, как узнали вы это число?)

7. Все ребята остались с отцом ловить мышат, а дядя Влас поехал домой со снопами. Едет Гнедко его шажком, а дядя Влас лежит на снопах и дремлет. Вез, вез Гнедко да и завез телегу в канаву. 2 колеса уехали с Гнедком, а телега осталась в канаве. (Сколько колес осталось в канаве?) Упал дядя Влас вместе с 7 снопами прямо в канаву. 2 снопа упали на сухое место, а остальные прямо в воду. (Сколько снопов намокло?) Стоит дядя Влас да чешет себе поясницу. Вот тебе наука: не спи!

Задание. 1. Попробуем нарисовать то колесо, которое сломалось у дяди Власа.

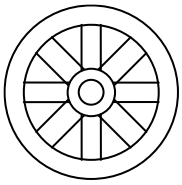


Рис. 9. Колесо

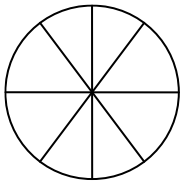


Рис. 10. Круг

Нарисуйте сначала обод колеса. (Линия эта называется окружностью.)

Вырежьте вдоль окружности кружок. Найдите в этом кругу ту точку, которой надвигают колесо на ось. (Назовем эту точку центром). Остается нарисовать спицы колеса. Для этого соединим прямыми линиями центр с окружностью. (Эти прямые называются радиусами). Вот и готово колесо!

2. А теперь давайте нарисуем телегу дяди Власа. Для этого надо выучиться рисовать вот такие фигуры:

Рис. 11. Прямоугольник

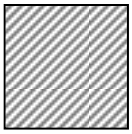


Рис. 12. Квадрат

(Похож ли этот прямоугольник на квадрат? Чем отличается прямоугольник от квадрата?)

Остается вместо колес приклеить из цветной бумаги кружочки, а вместо оглобель - две прямые линии. Вот и готова телега!

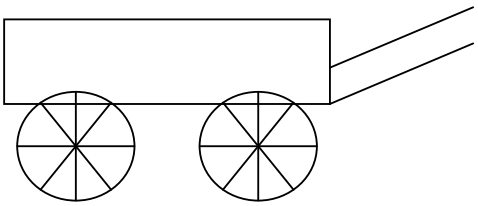


Рис. 13. Телега

3. Попробуйте и вы склеить такую телегу из цветной бумаги» [6].

Дискуссия и выводы

Представленные задания являются только частными примерами из учебников. Их разнообразие значительно. Часть заданий, связанная с сельским хозяйством, домашним бытом, торговлей, производством, идеологически ориентирована на советский уклад жизни и др. Это наша методико-математическая история, которой уже порядка ста лет. Учебники, программы, учебно-методические пособия свидетельствуют о том, что явно выраженная реализация междисциплинарности обучения школьников начиналась уже в начальных классах. Насколько результативным было таким образом построенное обучение, можно судить по тому факту, что универсализация метода проектов была осуждена в Постановлении ЦК ВКП(б) «О начальной и средней школе» (1931 г.). Наша школа вернулась к классно-урочной традиционной системе обучения с изучением самостоятельных учебных предметов, сложившихся исторически еще в дореволюционный период отечественной истории.

И самое важное, на наш взгляд, была осуществлена констатация факта потери фундаментальности образования. Увлечение проектами в школе, ориентированными на привлечение сведений из различных областей знания, привело к снижению качества подготовки, в том числе и математической.

Мы считаем, что реализация междисциплинарных принципов обучения должна осуществляться только после изучения отдельных классических школьных предметов, после формирования фундамента знаний, на котором базируются междисциплинарные курсы. На наш взгляд, осуществлять реализацию междисциплинарных курсов в школе необходимо, но только в 10-х-11-х классах с опорой на фундаментальность и осознанность выполнения учебных действий нашими школьниками.

Список литературы

1. Астряб А.М. Арифметический задачник. (Применительно к комплексной системе). Для деревни. Первый год обучения. Киев: Гос. изд-во Украины, 1924. 78с.
2. Ланков А.В., Мошкова А.С. Первые шаги в математике. 1 год обучения. Рабочая книга для школ I ступени. М.-Л.: Работник просвещения, гос. тип. имени Евгении Соколовой. 1929. 72с.
3. Ланков А.В., Мошкова А.С. Первые шаги в математике. 2 год обучения. Рабочая книга для школ I ступени. М.-Л.: Работник просвещения, гос. тип. имени Евгении Соколовой. 1930. 80с.
4. Ланков А.В., Мошкова А.С. Первые шаги в математике. 3 год обучения. Рабочая книга для школ I ступени. М.: "Работник просвещения", 7-я тип. Мосполиграфа "Искра революции", 1930. 138с.
5. Ланков А.В. Первые шаги в математике. 4-й год обучения. Приложения: 1. Лабораторные работы и задачи-проекты по математике - 10 работ. 2. Проверочные работы по математике - 9 работ. М.: Работник просвещения", 1930. 19 с.
6. Тарасова О.В. По страницам арифметического задачника для деревенской школы. К 120-летию со дня рождения А.М. Астряба // Начальная школа. 1999. №2. С.53-55.

METHODOLOGICAL ORIGINS OF INTERDISCIPLINARITY IN A SCHOOL MATH COURSE

O.V. Tarasova
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
tarasova_orel@mail.ru
Orel

Orel State University

Abstract. The article deals with the study of the methodological origins of interdisciplinarity in the school course of mathematics, the history of teaching mathematics in the domestic school in the first third of the twentieth century, the introduction of integrated teaching of mathematics into the educational process, which was the source of the currently implemented interdisciplinary approach in education. Examples from textbooks and textbooks of previous years are given. It is particularly emphasized that today the school is faced with the task of establishing a connection between the individual elements of the educational content of various academic disciplines, often quite far from each other. The origins of the formation of interdisciplinary connections, from a psychological point of view, are located within the educational subject, so methodically competent establishment of connections between subjects is a necessary pedagogical condition for the formation of a system of knowledge among students. Often, the implementation of the idea of interdisciplinarity should be carried out with the use of project training. It is concluded that the implementation of interdisciplinary principles of teaching should be carried out only after the study of certain classical school subjects, after the formation of the foundation of knowledge on which interdisciplinary courses are based, and it is necessary to implement interdisciplinary courses in school, but only in grades 10-11, based on the fundamental and awareness of the implementation of educational actions by our students.

Keywords: methods of teaching mathematics, school, integrated training, interdisciplinarity.

References

1. Astriab, A.M. (1924). *Arifmeticheskij zadachnik. (Primenitel'no k kompleksnoj sisteme). Dlya derevni. Pervyj god obucheniya* [Arithmetic problem book. (Applied to a complex system). For the village. First year of study]. Kiev: State Publishing House of Ukraine. (In Russ)
2. Lankov, A.V., Moshkova, A. S. (1929). *Pervye shagi v matematike. 1 god obucheniya. Rabochaya kniga dlya shkol I stupeni* [The first steps in mathematics. 1 year of training. Workbook for schools of the first stage]. Moscow-Leningrad: Worker of Education, state type named after E. Sokolova. (In Russ)
3. Lankov, A.V., Moshkova, A. S. (1930). *Pervye shagi v matematike. 2 god obucheniya. Rabochaya kniga dlya shkol I stupeni* [The first steps in mathematics. 2 year of training. Workbook for schools of the first stage]. Moscow-Leningrad: Worker of Education, state type named after E. Sokolova. (In Russ)
4. Lankov, A.V., Moshkova, A. S. (1930). *Pervye shagi v matematike. 3 god obucheniya. Rabochaya kniga dlya shkol I stupeni* [The first steps in mathematics. 3 year of training. Workbook for schools of the first stage]. Moscow: Worker of Education. (In Russ)
5. Lankov, A.V. (1930). *Pervye shagi v matematike. 4-j god obucheniya. Prilozheniya: 1. Laboratornye raboty i zadachi-proekty po matematike – 10 rabot. 2. Proverochnye raboty po matematike – 9 rabot* [The first steps in mathematics. 4th year of study. Applications: 1.

Laboratory work and tasks-projects in mathematics – 10 works. 2. Verification works in mathematics – 9 works]. Moscow: Worker of Education". (In Russ)

6. Tarasova, O.V. (1999). Po stranicam arifmeticheskogo zadachnika dlya derevenskoj shkoly. K 120-letiyu so dnya rozhdeniya A.M. Astryaba [On the pages of the arithmetic problem book for the village school. To the 120 th anniversary of the birth of A. M. Astriab]. *Nachal'naya shkola* [Primary school], 2, 53-55. (In Russ)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-57-64

УДК 378.147.34

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ЛОГИКЕ ПРЕДИКАТОВ

Трунтаева Татьяна Ивановна
к.п.н., доцент
TruntayevaTI@tksu.ru
г. Калуга

Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского

Аннотация. Статья посвящена проблеме разработки учебных материалов с практической направленностью для методического обеспечения учебного процесса по математике в вузе. Данная проблема в современных трудах в области математического образования рассматривается в рамках исследования содержательного и методического аспектов практико-ориентированного обучения, контекстного обучения в вузе, реализации принципа гуманизации. Задача традиционно является основным средством обучения математике, поскольку вовлечение обучаемого в учебную математическую деятельность возможно только в условиях постановки понятной и целесообразной учебной задачи вместе с предоставлением учебных материалов, содержащих задачи как тренировочного, так и проблемного характера. В осуществлении практико-ориентированного и контекстного обучения математике в вузе значимая роль в содержании учебных материалов отводится практико-ориентированным задачам. Применение практико-ориентированных задач является одним и способов гуманитаризации обучения математике, которая рассматривается как содержательная составляющая реализации принципа гуманизации в математическом образовании. В статье выделены подходы к определению практико-ориентированных задач в современных педагогических исследованиях и, согласно этим подходам, описаны виды этих задач в обучении математике. Данные виды задач рассмотрены на примере практико-ориентированных задач по разделу математической логики — логика предикатов. Данная область знания имеет возможности конструирования учебных материалов с практической направленностью. Выявлено, что ряд задач, представляющих собой логические проблемы, имеют практический характер, и их решение в рамках логики предложений не приводит к верному результату. Моделирование же условий текстовой задачи, содержащей в себе логическую проблему, как задачи логики предикатов, и дальнейшее ее решение с применением аппарата логики предикатов дает верное решение. В исследовании рассмотрены примеры подобных задач, которые успешно применялись в обучении математической логике студентов направления «Педагогическое образование» (профиль «Физика и математика») в Калужском государственном университете им. К.Э. Циолковского.

Ключевые слова: математическое образование, обучение математической логике, практико-ориентированные задачи, сюжетные задачи по математической логике.

Решение задач занимает центральное место в обучении математике. Без целенаправленного и методически грамотно выстроенного процесса по решению задач невозможно получение и усвоение математических знаний. Особая роль среди задач, применяемых в учебном процессе по математике, отводится задачам проблемного характера, практико-ориентированным задачам, умение осуществлять поиск решения которых свидетельствует о высоком уровне математической культуры. Применение таких задач в учебном процессе по математике способствует поддержанию познавательного интереса к ее изучению, воспитывает самостоятельность мышления.

В статье И.Ф. Шарыгина актуализируется роль практико-ориентированных задач в обучении математике: «практическое и прикладное значение математики состоит в первую очередь в умении поставить задачу, найти или построить математическую модель, описывающую данную практическую ситуацию, а уж затем найти решение» [13].

А.А. Вербицкий [3] отмечает важность содержания учебного материала и организации его усвоения в формах и видах деятельности, соответствующих системной логике построения курса математики и моделирующих познавательные и различные практико-ориентированные задачи.

О.Д. Кендиван, описывая в своем исследовании [7] особенности практико-ориентированных задач в обучении химии, указывает такую их важную черту как наличие проблемы познавательного и практического характера, решение которой является условием сознательного усвоения предмета, основой интереса к предмету. Автор выделяет виды практико-ориентированных задач, которые можно отнести к задачам, нацеленным, главным образом, на формирование надпредметных умений и навыков.

Л.В. Павлова [10] рассматривает задачи в обучении математике, которые заключают в себе стандартную или нестандартную ситуацию (предметную, межпредметную, практическую), разрешение которой осуществляется с обязательным использованием предметных (математических) знаний, и отмечает исключительную образовательную ценность таких задач в обучении математике.

Л.Г. Деменкова и Е.В. Полицинский [4] в качестве практико-ориентированных задач рассматривают задачи с использованием сведений, которые могут быть востребованы в быту.

Г.Ю. Дмух [6] пишет, что «для развития познавательного интереса к изучению математики, активизации творческого потенциала студентов необходимо ввести в рассмотрение задачи прикладного характера, в максимальной степени учитывающие потребности специальных дисциплин». Таким образом, включение в учебный процесс таких задач нацелено, главным образом, на получение межпредметных и общепредметных знаний.

Ф.В. Дмитриева [5] рассматривает понятие практико-ориентированного образования и в качестве характерного признака этого образования указывает его направленность на приобретение, кроме знаний, умений и навыков, также и опыта практической деятельности. При этом формирование у студентов значимых для будущей профессиональной деятельности качеств личности, а также знаний, умений и навыков, необходимых для осуществления осваиваемой профессиональной деятельности может осуществляться не только в период прохождения практики на предприятии, но и с помощью практико-ориентированных технологий обучения, внедряемых в учебный процесс. Ф.В. Дмитриева отмечает возможности реализации практико-ориентированного образования с использованием контекстного изучения профильных и непрофильных дисциплин.

Н.В. Никаноркина и Т.А. Алмазова [9], исследуя содержательные и методические особенности профессионально-ориентированного образования, дают характеристику профессионально-ориентированным задачам, и определяют их функции в обучении математике студентов-экономистов.

Ю.А. Маслова [8] также рассматривает практико-ориентированные задачи как задачи, нацеленные на формирование знаний, умений, навыков, качеств личности, значимых в осваиваемой профессиональной деятельности и предлагает задачи, имитирующие условия реальной профессиональной педагогической деятельности, которые можно использовать в методической подготовке будущих учителей.

На основании вышесказанного можно сделать вывод о том, что под практико-ориентированной задачей для профессиональной подготовки студентов в вузе в современных педагогических исследованиях понимают:

- задачи, нацеленные на применение и усвоение знаний и умений, необходимых в будущей профессиональной деятельности;
- задачи, решение которых актуализирует надпредметные умения студентов;
- задачи, решение которых реализует междисциплинарные связи;
- задачи, моделирующие проблемы повседневной жизни.

Эти уточнения можно рассматривать как виды практико-ориентированных задач в профессиональной подготовке студентов вузов, в частности, в математической подготовке будущих учителей математики.

Примеры, изложенных в статье задач вместе с комментариями методического содержания по работе с ними, можно отнести к средствам практико-ориентированного обучения, реализующего междисциплинарные связи, направленного на формирование надпредметных умений студентов, в частности, умения переформулировать сюжетную задачу как типовую математическую задачу, выбирать оптимальный способ ее решения, грамотно интерпретировать результаты. Также умение строить математические модели логических проблем и решать их с помощью аппарата математической логики важно для будущего учителя математики и для расширения математического кругозора образованного человека.

Среди приведенных примеров задач особое внимание уделено задачам, модели которых, построенные без применения кванторов, не позволяют получить правильные решения этих задач. Поэтому модели данных задач дополняются и формируются для применения аппарата логики предикатов.

Задача 1. Если все рассудительные люди являются терпеливыми, то следует ли отсюда, что, если есть рассудительный человек, то есть и терпеливый человек.

Для решения формализуем условие задачи: $x \in$ множеству людей, $P(x) = $ "x рассудительный", $T(x) = $ "x терпеливый".

Получаем задачу логики предикатов: проверить справедливость логического вывода (общезначимость формулы)

$$\forall x\big(P(x) \to T(x)\big) \to \big(\exists x P(x) \to \exists x T(x)\big).$$

Общезначимость данной формулы удобно установить через доказательство общезначимости эквивалентного предложения.

Эквивалентное предложение строим по закону логики $(A \to B) \sim (\bar{B} \to \bar{A})$ и получаем:

$$\big(\overline{\exists x P(x) \to \exists x T(x)}\big) \to \overline{\forall x\big(P(x) \to T(x)\big)} \sim$$

$$\sim \exists x P(x) \wedge \forall x \bar{T}(x) \to \exists x\big(P(x) \wedge \bar{T}(x)\big).$$

Доказательство общезначимости последней формулы может быть следующим. Пусть x рассматривался на множестве X. Поскольку каждый элемент этого множества, согласно формуле, обладает свойством $\bar{T}$, то к характеристикам элементов, образующих множество X, добавим характеристику – обладать свойством $\bar{T}$. Тогда доказываемая формула получает вид:

$$\exists x P(x) \to \exists x P(x)$$

Данная формула общезначима, поскольку формула $A \to A$ является тождественно истинной.

Задача 2. Известно, что предложение со структурой «Все элементы со свойством P обладают свойством Q» записывается формулой логики предложений $P \to Q$ или формулой логики предикатов $\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big)$. Можно ли данное предложение заменить предложением со структурой «Если все элементы обладают свойством P, то все элементы обладают свойством Q»?

Решение задачи сводится к проверке общезначимости формулы:

$$\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big) \leftrightarrow \big(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)\big)?$$

Проверку удобно провести согласно закону логики $(A \leftrightarrow B) \sim (A \to B) \wedge (B \to A)$: проверить общезначимость двух следований.

1) Проверим общезначимость формулы $\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big) \to \big(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)\big)$.

Для этого воспользуемся законом логики $(A \to B) \sim (\bar{B} \to \bar{A})$ и проверим общезначимость эквивалентного предложения:

$$\overline{\big(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)\big)} \to \overline{\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big)} \sim$$

$$\sim \forall x P(x) \wedge \exists x \bar{Q}(x) \to \exists x\big(P(x) \wedge \bar{Q}(x)\big).$$

Доказательство общезначимости полученной формулы аналогично доказательству, приведенному в задаче 1.

2) Проверим общезначимость формулы $\big(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)\big) \to \forall x\big(P(x) \to Q(x)\big)$.

Аналогично предыдущему доказательству проверим общезначимость формулы, эквивалентной данной, то есть формулы

$$\overline{\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big)} \to \big(\overline{\forall x P(x) \to \forall x Q(x)}\big) \sim$$

$$\sim \exists x\big(P(x) \wedge \bar{Q}(x)\big) \to \forall x P(x) \wedge \exists x \bar{Q}(x)$$

Данная формула, очевидно, не является общезначимой, поскольку существует интерпретация, в которой она не выполнима. Например, интерпретация: x рассматривается на множестве целых чисел, предикаты $P(x) =$ "x делится на 2", $Q(x) =$ "x делится на 4".

Таким образом, можно дать следующий ответ на вопрос задачи: Данная замена не будет равносильной, однако, заменить можно, понимая при этом, что переходим к следствию исходного предложения.

Задача 3. Общезначима ли формула: $\forall x P(x) \vee \exists x P(x) \sim \exists x P(x)$?

Проверку общезначимости данной формулы реализуем через следующие шаги:

1) Введем обозначения $A = \forall x P(x)$ и $B = \exists x P(x)$ и составим таблицу истинности для формулы $A \vee B \sim B$ (Таблица 1).

Таблица 1. Таблица истинности для формулы $A \vee B \sim B$

A	B		$A \vee B$	$A \vee B \sim B$
1	1		1	1
1	0		1	0
0	1		1	1
0	0		0	1

По таблице видим, что при $A = 1$ и $B = 0$ формула принимает значение 0. Рассмотрим этот случай, учитывая, что $A = \forall x P(x)$ и $B = \exists x P(x)$.

2) Условие $\forall x P(x) = 1$ и $\exists x P(x) = 0$ равносильно условию $\forall x P(x) = 1$ и $\forall x \bar{P}(x) = 1$, которое содержит противоречие. Поэтому формула $A \vee B \sim B$ при $A = \forall x P(x)$ и $B = \exists x P(x)$ значение 0 не принимает. Значит, формула $\forall x P(x) \vee \exists x P(x) \sim \exists x P(x)$ является общезначимой.

3) Противоречивость условий $\forall x P(x) = 1$ и $\forall x \bar{P}(x) = 1$ доказывается путем равносильных преобразований условия $\forall x P(x) \to \exists x P(x) \sim 1$.

Замечание: применение данной формулы позволяет упростить имеющуюся формулу.

Задача 4. Для доказательства справедливости логического вывода проверили, выполняются ли условие и заключение вместе. Получили, что выполняются, и на этом основании сделали вывод о том, что логический вывод верен. Правильно ли поступили?

Решение задачи сводится к проверке общезначимости формулы:

$$\exists x\big(\text{У}(x) \wedge \text{З}(x)\big) \to \forall x\big(\text{У}(x) \to \text{З}(x)\big)$$

Данная формула не является выполнимой, поскольку можно найти интерпретацию, в которой она не выполнима. Такой интерпретацией может быть следующая: x рассмотрим на множестве целых чисел, а предикаты $\text{У}(x) = \text{"}x \text{ делится на } 2\text{"}$, $\text{З}(x) = \text{"}x \text{ делится на } 4\text{"}$.

Задача 5. Противоречивы ли предложения: «Не все бармаглоты не являются хрюмзиками. Есть хрюмзики, которые не являются бармаглотами»?

Решение с помощью аппарата логики предикатов состоит в проверке выполнимости формулы:

$$\overline{\forall x\big(\text{Б}(x) \to \overline{\text{Хр}(x)}\big)} \wedge \exists x\big(\text{Хр}(x) \wedge \bar{\text{Б}}(x)\big).$$

Для этого удобно формулу преобразовать к виду:

$$\exists x\big(\text{Б}(x) \wedge \overline{\text{Хр}}(x)\big) \wedge \exists x\big(\text{Хр}(x) \wedge \bar{\text{Б}}(x)\big).$$

Полученная формула, очевидно, выполнима.

Замечание: решение данной задачи с помощью логики предложений состоит в проверке выполнимости формулы $\overline{(\text{Б} \to \overline{\text{Хр}})} \wedge (\text{Хр} \wedge \bar{\text{Б}})$, однако эта формула является тождественно ложной, то есть решение данной задачи с помощью алгебры логики без введения предикатов приводит к неверному результату.

В целом, задачи, изложенные в статье, были интересны студентам, они отмечали их практическое содержание. Можно заметить, что многие студенты в решении сюжетных задач по математической логике с практико-ориентированным содержанием впервые задумываются над значением слов – терминов математической логики «логическая причинно-следственная связь», «рассуждение непротиворечиво», «дедуктивное рассуждение», которые всем известны и используются в повседневной жизни.

Приведенные в статье тренировочные задания по математической логике имеют практическую направленность, являются занимательными по содержанию, реализуют связи математической теории с повседневной жизнью, используют фундаментальные понятия математической логики, то есть актуализируют гуманитарную составляющую этой области знания, поэтому могут быть предложены для решения студентам профильных направлений подготовки в учебном процессе по математике в контексте гуманитаризации его содержания.

Примеры сюжетных практико-ориентированных задач по курсу математической логики были также рассмотрены в статьях [1; 2; 11; 12].

Список литературы

1. Алмазова Т.А., Трунтаева Т.И. Обучение математической логике в контексте гуманитаризации педагогического математического образования // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 3. С.80. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=38732429 (Дата последнего обращения 14.12.2020)
2. Алмазова Т.А., Трунтаева Т.И. Роль математической логики в формировании математической культуры студентов вузов // Проблемы современного педагогического образования. Серия: Педагогика и психология. 2018. Т. 61. №4 С. 4-7.
3. Вербицкий А.А. Контекстное обучение: понятие и содержание // Эксперимент инновации в школе. 2009. №4. С. 8-13.

4. Деменкова Л.Г., Полицинский Е.В. Использование практико-ориентированных задач в процессе обучения студентов технического вуза // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2014. Т. 15. №3. С.121-125.
5. Дмитриева Ф.В. Формирование профессиональных компетенций у студентов СПО через внедрение в образовательный процесс практико-ориентированных задач // Вестник Северо-восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. 2012. Т. 9. №3. С.131-135.
6. Дмух Г.Ю. Практико-ориентированные задачи как основа математического образования студентов // Обучение и воспитание: методика и практика. 2013. №6. С.122-125.
7. Кендиван О.Д. Практико-ориентированные учебные задачи по химии // Образование в современной школе. 2009. №4. С.13-18.
8. Маслова Ю.А. Методическая значимость практико-ориентированных задач для подготовки бакалавра педагогического образования // Научное мнение. 2016. №6-7. С.150-153.
9. Никаноркина Н.В., Алмазова Т.А. Использование профессионально-ориентированных задач в обучении математике студентов экономических вузов // Калужский экономический вестник. 2018. №3. С.75-80.
10. Павлова Л.В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя математики // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2009. № 113. С.169-174.
11. Трунтаева Т.И. Обучение математической логике студентов вузов гуманитарных направлений подготовки // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. Т. 17. №1. С.44-50.
12. Трунтаева Т.И. Развитие дедуктивного мышления с помощью сюжетных логических задач // Вестник Калужского университета. 2019. №4. С.125-129.
13. Шарыгин И.Ф. Математическое образование: вчера, сегодня, завтра // Скепсис: научно-просветительский журнал. 2001. URL: https://scepsis.net/library/id_638.html (Дата последнего обращения 14.12.2020).

PRACTICE-ORIENTED TASKS IN PREDICATE LOGIC

T.I. Truntaeva
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
TruntayevaTI@tksu.ru
Kaluga

Tsiolkovsky Kaluga State University

Abstract. The paper is devoted to the problem of developing educational materials with a practical focus for the teaching support of the educational process in mathematics at the university. This problem in modern works in the field of mathematics education is considered within the framework of the study of the content and teaching aspects of practice-oriented learning, contextual learning at a university and the implementation of the principle of humanization in mathematics education. The task is traditionally the main mean of teaching mathematics, since the involvement of the student in educational mathematical activity is possible only in the conditions of formulating an understandable and expedient educational task together with the provision of educational materials containing tasks of both training and problematic nature. In the implementation of practice-oriented learning, contextual teaching of mathematics at the university, a significant role in the content of educational materials is assigned to practice-oriented tasks. The use of practice-

oriented tasks is one of the ways to humanitarization teaching mathematics, which is considered as a meaningful component of the implementation of the principle of humanization in mathematics education. The article highlights approaches to the definition of practice-oriented tasks in modern pedagogical research and, according to these approaches, describes the types of these tasks in teaching mathematics. These types of problems are considered on the example of practice-oriented tasks in such a section of mathematical logic as predicate logic. This area of knowledge has the ability to design training materials with a practical focus. Thus, a number of tasks that are logical problems are of a practical nature, and their solution within the framework of the logic of proposals does not lead to the correct result. Modeling the conditions of a plot task, which contains a logical problem, as a problem of predicate logic and its further solution using the apparatus of predicate logic, gives the correct solution. Examples of such tasks are discussed in this paper. The tasks, examples of which are set out in this paper, were used in teaching mathematical logic to students enrolled in the direction of "Pedagogical Education", profile "Physics and Mathematics" at Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky.

Keywords: mathematical education, teaching mathematical logic, practice-oriented tasks, plot tasks in mathematical logic.

References

1. Almazova, T.A., Truntaeva, T.I. (2019). Obucheniye matematicheskoy logike v kontekste gumanita-rizatsii pedagogicheskogo matematicheskogo obrazovaniya Teaching mathematical logic in the context of the humanization of pedagogical mathematical education [Teaching mathematical logic in the context of the humanization of pedagogical mathematical education]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern Problems of Science and Education], (3), 80. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=38732429 (accessed 14.12.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
2. Almazova, T.A., Truntaeva, T.I. (2018). Rol' matematicheskoy logiki v formirovanii matemati-cheskoy kul'tury studentov vuzov [The role of mathematical logic in the formation of the mathematical culture of university students]. *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya* [Problems of Modern Teacher Education], 4(61), 4-7. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Demenkova, L.G., Politsinsky, E.V. (2014). Ispol'zovaniye praktiko-oriyentirovannykh zadach v protsesse obucheniya studentov tekhnicheskogo vuza [Aplplying the practice-oriented tasks for training students of technical university]. *Professional'noe obrazovanie v Rossii i za rubezhom* [Professional Education in Russia and Abroad], 3(15), 121-125. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Dmitrieva, F.V. (2012). Formirovaniye professional'nykh kompetentsiy u studentov SPO cherez vnedreniye v obrazovatel'nyy protsess praktiko-oriyentirovannykh zadach [Formation of professional competencies in students of secondary vocational education through introduction of the practice-based problems]. *Vestnik Severo-vostochnogo federal'nogo universiteta im. M.K. Ammosova* [Bulletin of the North-Eastern Federal University. M.K. Ammosova], 9(3). 131-135. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Dmukh, G.Yu. (2013). Practice-oriented problems as the basis of students' mathematical education [Praktiko-oriyentirovannyye zadachi kak osnova matematicheskogo obrazovaniya studentov]. *Obuchenie i vospitanie: metodika i praktika* [Education and Upbringing: Methodology and Practice], 6, 122-125. (In Russ.)
6. Kendivan, O.D. (2009). Praktiko-oriyentirovannyye uchebnyye zadachi po khimii [Practice-oriented educational tasks in chemistry]. *Obrazovanie v sovremennoj shkole* [Education in a Modern School], 4, 13-18 (In Russ.)

7. Maslova, Yu.A. (2016). Metodicheskaya znachimost' praktiko-oriyentirovannykh zadach dlya podgo-tovki bakalavra pedagogicheskogo obrazovaniya [Methodological Value of Practice-oriented Tasks for Preparation of Bachelors of education]. *Nauchnoe mnenie* [The Scientific Opinion], 6(7), 150-153. (In Russ., abstract in Eng.)
8. Nikanorkina, N.V., Almazova, T.A. (2018). Ispol'zovaniye professional'no-oriyentirovannykh zadach v obuchenii matematike studentov ekonomicheskikh vuzov [Using of professional-oriented problems in mathematics teaching of students universities of economics]. *Kaluzhskij ekonomicheskij vestnik* [Kaluga Economic Bulletin], 3, 75-80. (In Russ., abstract in Eng.)
9. Pavlova, L.V. (2016). Poznavatel'nyye kompetentnostnyye zadachi kak sredstvo formirovaniya predmetno-professional'noy kompetentnosti budushchego uchitelya matematiki [Cognitive competency problems as a way of forming of future mathematics teachers' professional subject competence], *Izvestiya RGPU im. A.I. Gercena* [Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences], 113, 169-174. (In Russ., abstract in Eng.)
10. Truntaeva, T.I. (2020). Obucheniye matematicheskoy logike studentov vuzov gumanitarnykh napravleniy podgotovki [Teaching mathematical logic to university students in humanitarian areas of training]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Maths. Informatics. Education], 1 (17), 44-50. (In Russ., abstract in Eng.)
11. Truntaeva, T.I. (2019). Razvitiye deduktivnogo myshleniya s pomoshch'yu syuzhetnykh logicheskikh zadach [Deductive thinking training using plot logic tasks]. *Vestnik Kaluzhskogo universiteta* [Bulletin of Kaluga University], 4, 125-129. (In Russ., abstract in Eng.)
12. Sharygin, I.F. (2001). Matematicheskoye obrazovaniye: vchera, segodnya, zavtra [Mathematical education: yesterday, today, tomorrow]. *Skepsis: nauchno-prosvetitel'skij zhurnal* [Skepticism: a scientific and educational journal]. URL: https://scepsis.net/library/id_638.html Date of last access 12/14/2020. (In Russ.)
13. Verbitsky, A.A. (2009). Kontekstnoye obucheniye: ponyatiye i soderzhaniye [Contextual learning: concept and content]. *Eksperiment innovacii v shkole* [Experiment with Innovation in School], 4, 8-13. (In Russ.)

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-65-69

УДК 004.423.22

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКАНИЯ СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ ЛИНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Гладких Ольга Борисовна
к.ф.-м.н., доцент
og1972@rambler.ru
г. Елец
Васильева Ирина Ивановна
преподаватель
irinavsl@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

Аннотация. Работа посвящена анализу зависимости диэлектрических свойств высокопроводящих анизотропных материалов от величины и направления магнитного поля. Рассматривается нелинейная модель распространения поверхностной электромагнитной волны в плоском волноводе из висмута, расположенном в квантующем магнитном поле. В результате моделирования формы линии магнитооптического эксперимента представлен программный комплекс на языке JavaScript для расчета диэлектрической проницаемости и тензора электропроводности висмута для каждого направления (бинарного, биссекторного и тригонального).

Ключевые слова: планарный волновод, электромагнитные волны в квантующем магнитном поле, алгоритм численного решения, магнитооптический эффект, коэффициент пропускания.

Кристаллическая структура висмута представляет собой решетку типа мышьяка с двумя атомами на элементарную ячейку. Из-за симметрии инверсии кристалла и симметрии относительно обращения времени все полосы двукратно вырождены по всей зоне Бриллюэна для нулевого магнитного поля. Каждая из трех электронных поверхностей Ферми по форме близка к эллипсоиду с отношением большой оси к малой примерно 15:1. Главные оси электронной поверхности Ферми повернуты вокруг двойной оси примерно на + 6 от системы bbt, то есть k_x параллельна двойной оси, k_y составляет угол около 6 градусов к оси биссектрисы, а k_z составляет угол 6 градусов к тригональному направлению.

Несмотря на то, что электронные свойства висмута изучались достаточно много, теоретическое понимание не совсем соответствует реальности. Только недавно была прояснена путаница относительно соотношений между основными моделями энергетических зон. Хотя форма поверхностей Ферми и их положение в зоне Бриллюэна были определены, общее численное согласие между теорией и экспериментом довольно плохое.

В настоящей работе проводили моделирование решетки диэлектрической проницаемости для электронов и дырок (рис. 1). Анализ результатов показал, что лучше подбор значений диэлектрической проницаемости решетки для электронов, хуже – для дырок.

Поведение времени релаксации от магнитного поля аналогично зависимости диэлектрической проницаемости решетки от магнитного поля.

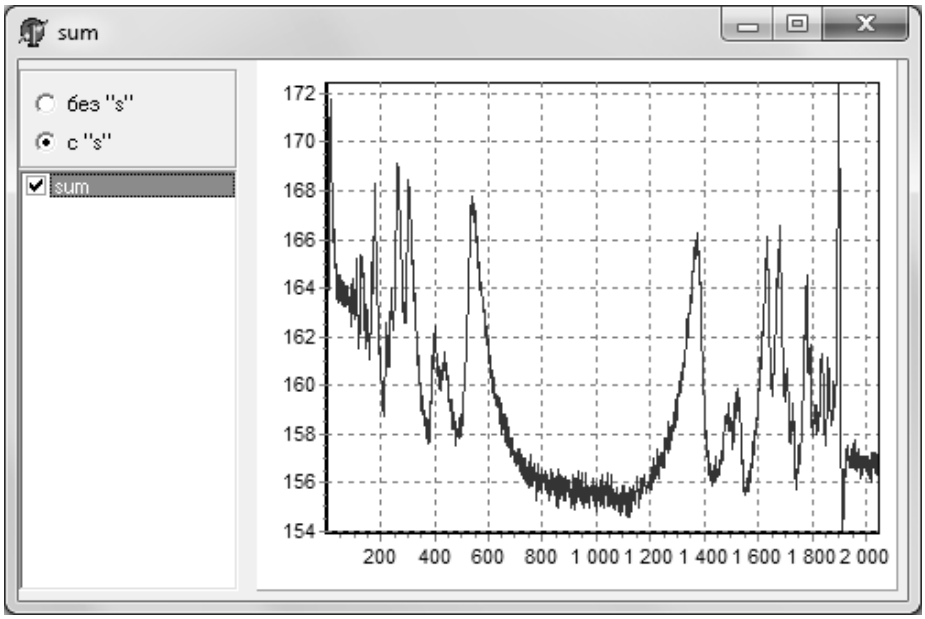


Рис. 1. Результаты моделирования формы магнитооптического эксперимента при ориентации магнитного поля вдоль бинарной оси

Численные расчеты могут привести к ошибкам или ошибкам в определении корней дисперсионного уравнения. Чувствительность результатов численных расчетов к первоначальному предположению решения позволяет сформировать мнение об устойчивости решения и косвенно о правильности нашей численной процедуры (2).

Program for calculating the characteristics of a strip line in the binary direction

60.00000001609416
100.00000002232873
100.00000002224773
5.683470156360677e-10
1.1890295557849245e-9

Рис. 2. Программа для расчета характеристик полосковой линии в бинарном направлении

В данной работе моделирование формы линии магнитооптического эксперимента заключалось в численном расчете коэффициента пропускания симметричной полосковой линии. Алгоритм расчета представлял собой решение системы уравнений Максвелла (1) с граничными условиями:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \vec{\nabla}\vec{B} = 0, \vec{\nabla}\vec{D} = \rho, \quad (1)$$

где $\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H}$ – векторы напряженности и индукции электрического и магнитного полей, $\vec{\nabla}$ – оператор градиента.

При решении секулярного уравнения, получающегося в результате подстановки предполагаемого решения в систему уравнений Максвелла, получим алгебраическое уравнение четвёртой степени. Два из четырёх корней этого уравнения соответствуют физически реальной ситуации, когда электромагнитная волна затухает, проникая в вещество. Эти корни и являются искомыми решениями. На рисунке 3 приведен график соответствующего решения.

В результате была получена формула для расчета коэффициента пропускания симметричной полосковой линии численными методами:

$$T = 2{,}27 \cdot e^{2L\cdot[Im(q_y(B))-Im(q_y(0))]} \quad (2)$$

Таким образом, в работе рассматривалась нелинейная модель распространения поверхностной электромагнитной волны в планарном волноводе из висмута, находящемся в квантующем магнитном поле при температуре жидкого гелия. Решалось дисперсионное уравнение волны для каждого направления (бинарного, биссекторного и тригонального). В итоге, получена формула для расчета прохождения субмиллиметрового излучения через симметричную полосковую линию в зависимости от величины магнитного поля (2). По результатам исследования предложен алгоритм численного решения с помощью скриптового языка программирования JavaScript, разработаны сопутствующие приложения для оцифровки экспериментальных данных в графической форме (рис. 4).

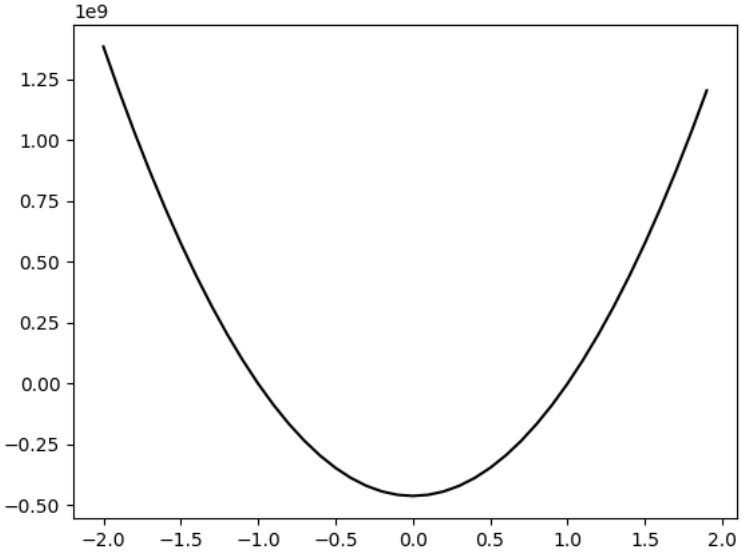


Рис. 3. График решения системы уравнений Максвелла

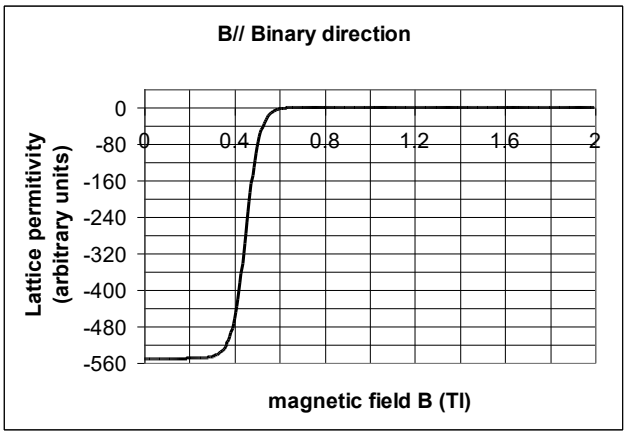


Рис. 4. Моделирование тензора диэлектрической проницаемости для электронов и дырок

Полученные результаты позволяют применить эту методику к широкому классу исследовательских задач и могут быть использованы для создания активных волноводных сред на основе сбалансированной полосковой линии, управляемой магнитным полем.

Построенная в настоящей работе нелинейная модель распространения поверхностной электромагнитной волны в планарном волноводе из висмута может быть использована для создания активных волноводных сред на основе симметричной полосковой линии, управляемой магнитным полем, а также для математического моделирования высокотехнологичных систем.

Список литературы

1. Васильева И.И., Гладких О.Б. Подход к нахождению параметров распространения поверхностной электромагнитной волны на основе численных методов моделирования // Наукоемкие технологии. 2018. №5. С. 49-55.
2. Васильева И.И, Масина О.Н. Особенности исследования зонной структуры висмута // Международный академический вестник. 2014. № 1. С. 45–51.
3. Васильева И.И. Моделирование физического процесса в висмуте с помощью языка программирования PYTHON // Материалы международной научно-практической конференции «Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования». Елец, 24 апреля 2019 г. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2019. С.134-138.
4. Choi K.H. Calculation of Landau levels and electronic properties of bismuth. Diss. doct. of phil. 1978. 128 p.
5. Lax B., Mavroides J.G., Zeiger H.J., Keyes R.I. Infrared magnetoreflection in bismuth // Phys. Rev. Lett. 1960, 6 (5), 241-243.
6. McClure J.W., Choi K.H. Energy band model and properties of electrons in bismuth // Solid State Communications. 1977, 21, 1015-1018.
7. McClure J.W. The Energy Band Model for Bismuth: Resolution of a Theoretical Discrepancy //J. Low Temp. Phys. 1976, 5/6(25), 527-540.

CALCULATING THE TRANSMISSION COEFFICIENT OF A SYMMETRIC STRIP LINE AND MODELING THE DISTRIBUTION LINE FORM OF SURFACE ELECTROMAGNETIC WAVE

O.B. Gladkikh
Ph.D., associate professor
og1972@rambler.ru
I.I. Vasilyeva
Lecturer
irinavsl@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The work is devoted to the analysis of the dependence of the dielectric properties of highly conducting anisotropic materials from the magnitude and the direction of the magnetic field. A nonlinear model of propagation of a surface electromagnetic wave in a planar bismuth waveguide located in a quantizing magnetic field is considered. As a result of the simulation of the shape of the magneto-optical experiment line, a software package in the JavaScript language for calculating the dielectric constant and the bismuth conductivity tensor for each direction (binary, bisector and trigonal) is presented.

Keywords: planar waveguide, electromagnetic waves in a quantizing magnetic field, the numerical solution algorithm, a magneto-optical effect, transmission coefficient.

References

1. Choi, K.H. (1978). Calculation of Landau levels and electronic properties of bismuth // Diss. doct. of phil. 128 p.

2. Lax, B., Mavroides, J.G., Zeiger, H.J., Keyes, R.I. (1960) Infrared magnetoreflection in bismuth // Phys. Rev. Lett. V. 5. № 6. 241-243.
3. McClure, J.W. (1976). The Energy Band Model for Bismuth: Resolution of a Theoretical Discrepancy. *J. Low Temp. Phys*, 25. № 5/6 (25). 527-540.
4. McClure, J.W., Choi, K. H. (1977). Energy band model and properties of electrons in bismuth. *Solid State Communications*, 21, 1015-1018.
5. Vasilyeva, I.I. (2019). Modelirovanie fizicheskogo processa v vismute s pomoshch'yu yazyka programmirovaniya PYTHON [Modeling the physical process in bismuth using the PYTHON programming language]. *Materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Sistemy upravleniya, tekhnicheskie sistemy: ustojchivost', stabilizaciya, puti i metody issledovaniya (24 aprelya 2019 g., Yelets)* [Proceedings of international scientific-practical conference Control systems, technical systems: stability, stabilization, ways and methods of research (April 24, 2019, Yelets)], 134-138. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Vasilyeva, I. I., Gladkikh, O. B. (2018). Podhod k nahozhdeniyu parametrov rasprostraneniya poverhnostnoj elektromagnitnoj volny na osnove chislennyh metodov modelirovaniya [An Approach to Finding The Parameters of Propagation of a Surface Electromagnetic Wave Based on Numerical Modeling Methods] *Naukoemkie tekhnologii* [Science-intensive technologies], 5(19), 49-55. (In Russ., abstract in Eng.)
7. Vasilyeva, I. I., Masina, O. N. (2014). Osobennosti issledovaniya zonnoj struktury vismuta [The Features of Investigation of Bismuth Band Structure] *Mezhdunarodnyj akademicheskij vestnik* [International Academic Bulletin], 1, 45–51. (In Russ., abstract in Eng.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-69-80

УДК 004.89, 37.022

ПОСТРОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ГИБРИДНОЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СРЕДЫ, С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ И УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Дружинина Ольга Валентиновна
д.ф.-м.н., профессор
ovdruzh@mail.ru
г. Москва

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук

Масина Ольга Николаевна
д.ф.-м.н., доцент
olga121@inbox.ru
г. Елец

Петров Алексей Алексеевич
к.т.н., ст. преподаватель
xeal91@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

Аннотация. Направление, связанное с применением математического моделирования и интеллектуальных технологий в разработке методов и средств поддержки образовательных процессов, относится к числу актуальных научных направлений. Рассматриваются вопросы построения и анализа математических моделей, используемых при разработке гибридной

интеллектуальной обучающей среды (ГИОС). При построении и исследовании моделей учитываются факторы запаздывания, управляющих воздействий и используются методы и алгоритмы интеллектуального анализа, в частности, методы нейросетевого моделирования. В рамках создания ГИОС предлагается построение дифференциальных математических моделей с запаздывающей обратной связью, а также дифференциальных моделей с управляющими воздействиями. Рассмотрена непрерывная динамическая модель, описывающая процесс получения и усвоения знаний, с учетом использования коэффициентов усвоения, мотивации ученика, уровня требований и управляющих воздействий в системе. Дана характеристика обобщенной модели образовательного процесса, содержащей модуль базы знаний и модуль взаимодействия на основе искусственного интеллекта, применительно к процессу изучения математики в системе общего образования. Для модели передачи заданий от учителя к ученику с учетом взаимодействия с ГИОС и с учетом запаздывающей по времени обратной связи изучен ряд качественных свойств. Описанный подход к анализу свойств моделей позволяет учитывать неопределенности и управляющие воздействия в гибридных обучающих средах. Охарактеризованы алгоритмы искусственного интеллекта и параметрической оптимизации, которые предполагают проведение эффективного численного анализа и вычислительных экспериментов, направленных на оценку процесса получения усвоения и контроля знаний по математике в системе общего образования.

Ключевые слова: гибридная интеллектуальная обучающая среда, дифференциальные модели, инструментально-методические средства поддержки образовательного процесса, устойчивость, стабилизация, нейросетевые алгоритмы, управляющие воздействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-29-14009).

Введение

Синтез новых моделей, описывающих педагогические процессы, является необходимым этапом при создании гибридной интеллектуальной обучающей среды (ГИОС) в различных предметных областях, в том числе в предметной области, связанной с преподаванием математики в средней школе [1, 13, 21]. Цифровые математические образовательные платформы должны в перспективе предоставить инструменты для эффективной работы ученика, усовершенствовать средства организации среднего образования и оптимизировать учебное время. Использование современных цифровых технологий в образовательном процессе приводит, с одной стороны, к изменению программ и подходов к обучению, а с другой стороны – к разработке дополнительного инструментально-методического обеспечения. Разрабатываемое инструментально-методическое обеспечение должно способствовать изучению с разных точек зрения процессов и явлений, учитывающих предметные особенности изучаемой дисциплины, психологические особенности и знания обучающихся. Кроме того, использование синергетического подхода к анализу процесса обучения позволяет заложить основы проектирования индивидуальных образовательных сред, складывающихся из образовательных элементов разных уровней с учетом процессов самоорганизации субъектов [22].

Вопросы синтеза и анализа математических моделей образовательного процесса рассматривались в [7, 9, 11, 12, 17] и в других работах. Сущность основных направлений кибернетической педагогики и положения теории управления образовательными системами изложены в [11, 17]. Следует отметить, что при построении и изучении моделей процесса

обучения в рамках ГИОС представляет интерес следующее обобщение часто используемой постановки задачи: с учетом параметров учащихся, характеристик используемых методов учителя и используемой структуры ГИОС, учебной программы, оценить уровень знаний учеников в конце обучения. Для решения задач такого типа можно использовать методы имитационного моделирования [11, 12]. Указанные методы в сочетании с методами теории оптимизации можно применить и к решению оптимизационных задач процесса обучения: найти распределение учебной информации, уровень требований учителя и оптимальную структуру соответствующего модуля ГИОС, при которых знания учеников в конце периода обучения достигнут заданного уровня с учетом того, что ограничения, накладываемые на процесс обучения, будут выполнены.

В [11, 12] предложены многокомпонентные модели обучения и рассмотрены вопросы их использования для исследования дидактических систем. Автором развивается информационно-кибернетический подход к анализу учебного процесса. Модели такого типа допускают эффективное использование методов компьютерного моделирования, позволяющих проводить серии компьютерных экспериментов с учетом различных начальных условий, параметров, внешних воздействий, а также позволяющих оценить состояние дидактической системы в конце обучения.

В настоящей работе изучены вопросы построения и анализа математических моделей, используемых в процессе разработки ГИОС. При построении и исследовании моделей учитываются факторы запаздывания, управляющие воздействий и используются методы и алгоритмы интеллектуального анализа, в частности, методы нейросетевого моделирования. Предлагается построение дифференциальных математических моделей с запаздывающей обратной связью, а также дифференциальных моделей с управляющими воздействиями. Рассмотрена непрерывная динамическая модель, описывающая процесс получения и усвоения знаний, с учетом использования коэффициентов усвоения, уровня требований и управляющих воздействий в системе. Дана характеристика обобщенной модели образовательного процесса, содержащей модуль базы знаний и модуль взаимодействия на основе искусственного интеллекта, применительно к процессу изучения математики в системе общего образования.

Управляемые динамические модели с учетом запаздывания

В векторном виде конечномерные динамические модели с учетом запаздывания и управляющих воздействий можно записать в следующем виде:

$$\dot{x} = g(t, x, \delta), \;\; x \in R^n, \tag{1}$$

$$\dot{x} = g(t, x, \delta, u), \;\; x \in R^n, \tag{2}$$

где $x \in R^n$ – вектор фазового состояния системы, t – время, δ – вектор запаздывания, $u = u(x, t)$ – вектор управления.

Модели (1), (2) и их конкретизации используются при разработке одного из базовых модулей ГИОС – модуля построения моделей. К методам исследования указанных динамических моделей относятся, в частности, методы качественной теории динамических систем и теории управления [3, 16, 20], а также методы численного анализа, параметрической оптимизации и интеллектуального анализа [2, 10, 19, 23]. В частности, к числу важных задач можно отнести поиск состояний равновесия и анализ устойчивости в смысле Ляпунова относительно всех и части фазовых переменных применительно к неуправляемым моделям вида (1) и стабилизация применительно к управляемым моделям вида (2).

Рассмотрим случай управляемых динамических моделей (УДМ). Для учета различных типов неопределенностей возможно осуществить переход от УДМ вида (2) к соответствующим УДМ, задаваемых дифференциальными включениями, нечеткими и стохастическими дифференциальными уравнениями (рис. 1).

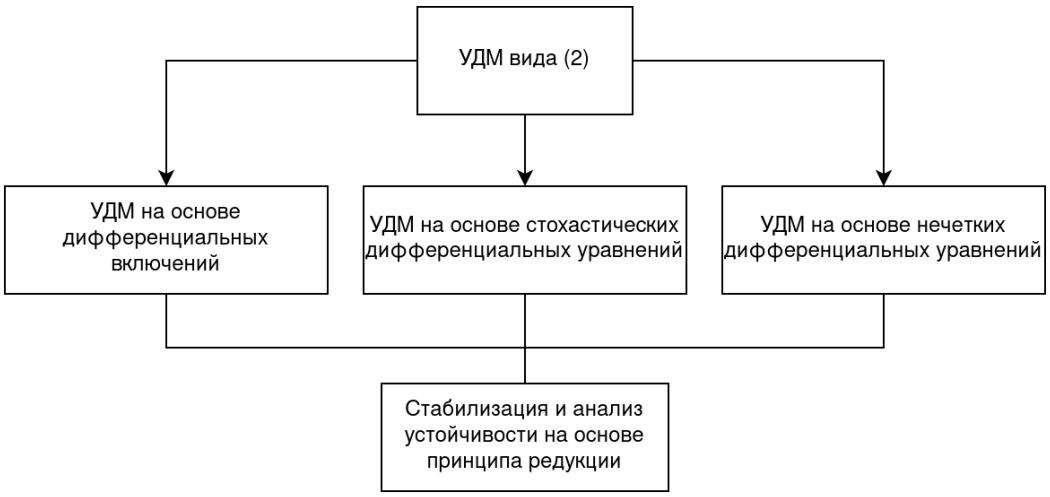


Рис. 1. Виды управляемых динамических моделей для описания образовательных процессов и иллюстрация единого подхода к анализу устойчивости и стабилизации

На основе принципа редукции задачи об устойчивости дифференциальных включений к задаче об устойчивости нечетких и стохастических дифференциальных уравнений формулируются конструктивные условия устойчивости и стабилизации [5, 14, 20]. Предлагается использовать указанный принцип применительно к моделям педагогического процесса, описываемых с помощью систем (1), (2). Следует отметить, к важным методам анализа относятся численные методы поиска траекторий систем (1), (2) и их частных случаев на основе модификаций и обобщений численных методов дифференциальных уравнений с применением прикладных математических пакетов.

Существуют различные подходы к оптимальному управлению системами вида (2), а именно, на основе управления с помощью ПИД-регуляторов [16] или с помощью введения системы в скользящие режимы [6]. Для получения оптимальных траекторий модели (2) можно использовать методы глобальной параметрической оптимизации (включая методы, инспирированные природой: нейросетевые методы, методы муравьиных колоний и др.) в сочетании с применением интеллектуальных технологий [2, 10, 19, 23].

Модели многоступенчатой передачи заданий

Рассмотрим модель многоступенчатой передачи учебных заданий, задаваемую дифференциальным уравнением m-го порядка, следующего вида:

$$\frac{d^m x}{dt^m} = f\big(t, x(t), x(t-\delta t), \gamma(x,t)\big), \tag{3}$$

где $x \in R^n$ – вектор фазового состояния системы, t – время, $x(t-\delta t)$ – вектор запаздывания, $\gamma(x,t)$ – функция, задающая вектор возмущений в системе.

Обобщенную управляемую модель можно представить в виде:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = f\big(t, x(t), x(t-\delta t), \gamma(x,t), u(x,t)\big), \tag{4}$$

где часть входящих величин пояснена после уравнения (1), $u(x,t)$ – вектор управления.

В моделях (3) и (4) n-й порядок производной соответствует построению цепочки из m звеньев передачи учебных заданий. В указанной цепочке присутствует качественная зависимость значения последующего звена от предыдущего. Системы (3), (4) задают непрерывные динамические модели с учетом запаздывания. Наличие вектора запаздывания обусловлено возникающими задержками при передаче заданий.

В модели (4) предполагается, что возмущения задаются функцией, на которую накладываются соответствующие ограничения. Для указанной модели можно поставить задачу оптимального управления с заданными начальными и граничными условиями. Задача

оптимального управления заключается в нахождении управляющей функции $u(t,x)$, которая соответствует траектории с учетом выполнения заданных условий. В рамках этой задачи следует рассматривать фиксированный промежуток (t_1, t_2). Кроме того, для модели (4) с учетом накладываемых условий также может рассматриваться постановка задачи быстродействия. Согласно такой постановке необходимо минимизировать значение разности t_2 и t_1. Следует также отметить, что интерес представляет также соответствующая задача оптимального управления со смешанными ограничениями [15].

Модель передачи заданий в цепочке «учитель – модуль ГИОС – ученик» с запаздывающей обратной связью и с возмущениями можно представить в виде:

$$\begin{gathered}\dot{x}_1 = k_1 x_2(t-\hat{t}) + k_5 x_3(t-2\hat{t}),\\ \dot{x}_2 = k_2 x_3(t-\hat{t}) + k_6 x_2(t-\hat{t}),\\ \dot{x}_3 = k_3 + k_4 x_1(t-3\hat{t}) + F_1,\end{gathered} \tag{5}$$

где x_1, x_2, x_3 – взаимозависимые количественные показатели педагогического процесса для ученика, учителя и модуля ГИОС соответственно, $k_1, \ldots, k_6$ – коэффициенты параметров модели, F_1 – функция возмущения, $\hat{t}$– единичная задержка в системе. Модель (5) является частным случаем модели (3), когда размерность модели равна 3.

Выполнены вычислительные эксперименты по нахождению траекторий модели (5). Результаты анализа трехмерной модели образовательного процесса показывают, что при заданном наборе начальных значений и значений параметров поведение траекторий имеет характер осцилляций [21]. Серия компьютерных экспериментов демонстрирует аналогичное поведение траекторий. Перспективным направлением является изучение управляемой трехмерной модели и построение регуляторов на основе методов глобальной параметрической оптимизации.

Синтез и анализ модели (5) выполняется с учетом некоторых допущений. В частности, предполагается, что процесс передачи заданий является непрерывным. Для получения уточняющих результатов планируется использование комплексных методик моделирования, в частности, моделей системной динамики и мультиагентных систем.

Модели образовательного процесса с учетом прочности усвоения получаемых знаний

В [11, 12] рассмотрены многокомпонентные модели образовательного процесса, в которых принимается во внимание различие в скорости забывания различных элементов учебного материала и переход непрочных знаний в разряд прочных. При этом учитывается, что процесс усвоения и запоминания учебной информации связан с установлением ассоциативных связей между новыми и уже имеющимися знаниями. В результате многократного использования формируются навыки, которые сохраняются длительное время, а приобретенные знания становятся более прочными, при этом элементы учебного материала разделены на несколько категорий с учетом разной прочности знаний.

Будем использовать ряд обозначений согласно [12]. Пусть U – уровень требований, предъявляемый учителем и согласованный с соответствующим модулем ГИОС. Для двухкомпонентной модели предполагается, что суммарные знания ученика состоят из знаний двух категорий: $Z = z_1 + z_2$, где z_1 – менее прочные знания с более высоким коэффициентом абывания γ_1, z_2 – более прочные знания с более низким коэффициентом забывания γ_2. Коэффициент κ является индикатором процесса: пока происходит обучение $\kappa = 1$, когда же обучение прекращается, $\kappa = 0$. Через α_i обозначены коэффициенты усвоения знаний. Двухкомпонентная модель образовательного процесса задается системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{gathered}\dot{z}_1 = \kappa\alpha_1(U-Z) - \kappa\alpha_2 z_1 - \gamma_1 z_1,\\ \dot{z}_2 = \kappa\alpha_2 z_1 - \gamma_2 z_2.\end{gathered} \tag{6}$$

Для модели (6) в [11, 12] изложены результаты имитационного моделирования, в ходе которого учитывался линейный рост уровня требований: $U = a(t - t_0) + b$. В этих работах построены и изучены также многокомпонентные модели для n-мерного случая, когда рассматривается n категорий знаний.

Рассмотрим обобщение модели (6) на управляемый случай

$$\begin{gathered} \dot{z}_1 = \kappa\alpha_1(U - Z) - \kappa\alpha_2 z_1 - \gamma_1 z_1 + u_1, \\ \dot{z}_2 = \kappa\alpha_2 z_1 - \gamma_2 z_2 + u_2, \end{gathered} \tag{6}$$

где $u_i (i = 1, 2)$ – функции управления.

С помощью задания критериев качества управления образовательным процессом можно построить управляющие функции, при которых решаются такие задачи, как поиск оптимального уровня требований и оптимального распределения учебной информации, при этом достигается максимально возможный уровень знаний в конце периода обучения. Для решения задач оптимального управления для модели (7) и ее обобщений на более высокую размерность можно использовать методы теории оптимального управления, методы глобальной параметрической оптимизации, нейросетевые методы, методы построения нечетких регуляторов, методы машинного обучения.

Структура модели процесса обучения с применением искусственного интеллекта и базы знаний

Важным вопросом разработки гибридной обучающей среды является анализ предметной области. Если рассматривать образовательный процесс как единую систему, то сложность процесса заключается в наличии объективных и субъективных факторов. Для построения базы знаний (БЗ) гибридной интеллектуальной обучающей среды (ГИОС) на основе технологий искусственного интеллекта (ИИ) помимо дидактических материалов необходимо наличие исходных данных, репрезентативно отражающих основные закономерности функционирования образовательной системы. Структура модели образовательного процесса применительно к процессу обучения математике в системе общего образования с учетом построения БЗ и алгоритмов ИИ представлена на рис. 2.

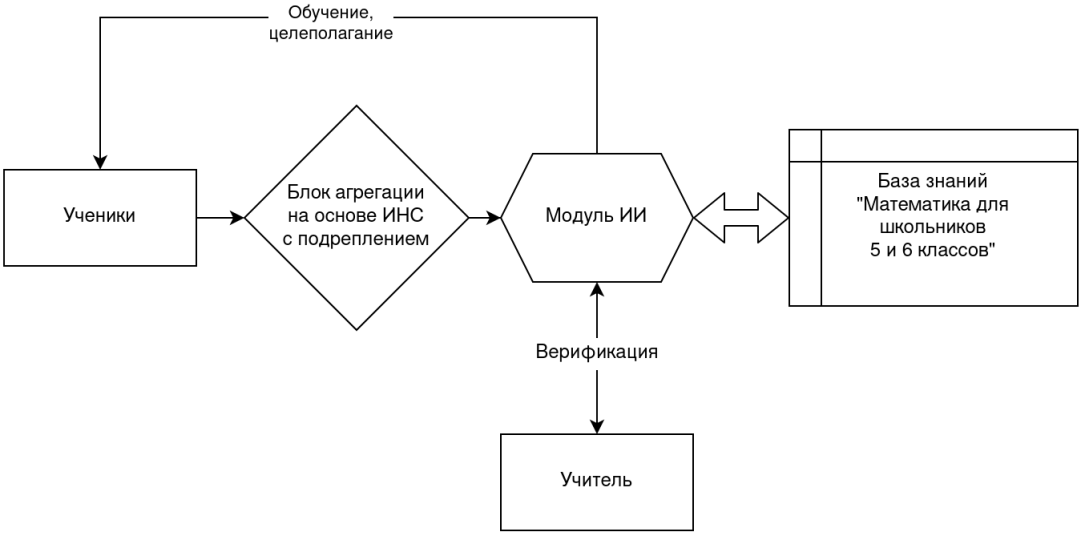


Рис. 2. Структура обобщенной модели образовательного процесса с использованием модулей ИИ и БЗ в рамках разработки ГИОС (на примере обучения математике в системе общего образования)

Отметим, что блок агрегации имеет вариативность в зависимости от используемых нейросетевых алгоритмов. В частности, можно использовать нейросети с различным количеством слоев, нейросети с задержкой, нейросети с подкреплением. В частности, в [24]

предлагается использовать нейронную сеть 2-3 скрытых слоев с идентичным числом нейронов (по 10) с выходной фиксацией состояния нейрона по мере прохождения по скрытым слоям.

В рамках создания ГИОС при решении актуальных задач образовательного процесса, в частности, для анализа построенных дифференциальных математических моделей с запаздывающей обратной связью и с управлением, могут использоваться методы нейросетевого моделирования, предложенные в [18]. Вопросы, связанные с изучением устойчивости сложных систем, к которым относятся и гибридные обучающие системы, могут быть исследованы с помощью результатов [4, 8], в которых содержатся, в частности, методы анализа систем интеллектного управления. Существуют различные подходы к получению исходных данных, в частности, анализ и синтез, натурный эксперимент и вычислительный эксперимент.

Анализ и синтез имеют ограниченную применимость из-за специфики предметной области. Натурный эксперимент можно считать достаточно эффективным, однако его организация является наиболее трудоемкой. Вычислительный эксперимент сочетает в себе преимущества первого и второго подхода – он может быть выполнен исследователем самостоятельно, и при этом его результаты могут отражать скрытые закономерности изучаемого процесса.

В рамках дальнейшего изучения моделей (5) и (7) представляет интерес построение конкретных критериев качества управления, оптимизирующих процессы передачи заданий и получения знаний. Для нахождения управляющих функций с учетом начальных значений переменных и заданных наборов параметров можно использовать методы глобальной параметрической оптимизации [10] в сочетании с методами нейросетевого моделирования [19] и с другими методами. Предлагается использовать разработанные нейросетевые алгоритмы и создать модули программного комплекса моделирования систем, обеспечивающих функционирование гибридной обучающей среды с применением современных подходов к моделированию.

Важно отметить, что теоретический и практический интерес представляет стабилизация до асимптотической устойчивости моделей вида (2), (4), (5), (7) и анализ возможностей решения линейных матричных неравенств при аппроксимации с помощью ТС-моделей [25, 26]. Применение аппарата ТС-моделей позволяет использовать современные вычислительные системы для решения линейных матричных неравенств, описывать свойства исходных нелинейных систем и решать задачи устойчивости и стабилизации.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе изучены вопросы построения и интеллектуального анализа моделей образовательного процесса в рамках разработки ГИОС. Рассмотрены обобщенные управляемые динамические модели с учетом запаздывания. В качестве конкретизаций изучены модели многоступенчатой передачи заданий и модели образовательного процесса с учетом прочности усвоения полученных знаний. Описана структура модели процесса обучения с применением искусственного интеллекта и базы знаний. Предлагаемые методы решения задач устойчивости и оптимального управления педагогическим процессом в условиях неопределенности демонстрируют достаточно высокий уровень формализуемости и применимости инструментов искусственного интеллекта. Полученные результаты могут найти применение при разработке гибридной обучающей среды с использованием искусственного интеллекта, а также при решении задач оптимального управления моделями образовательных и социально-экономических систем.

Описанный подход к анализу свойств моделей позволяет учитывать неопределенности и управляющие воздействия в гибридных обучающих средах. Охарактеризованы алгоритмы искусственного интеллекта и параметрической оптимизации, которые предполагают проведение эффективного численного анализа и вычислительных экспериментов, направленных на оценку процесса получения усвоения и контроля знаний по математике в системе общего образования.

Список литературы

1. Басалин П.Д., Тимофеев А.Е., Кумагина Е.А., Неймарк Е.А., Фомина И.А., Чернышова Н.Н. Реализация гибридной интеллектуальной обучающей среды продукционного типа // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14. № 1. С. 256–267.
2. Васильев В.И., Ильясов Б.Г. Интеллектуальные системы управления. Теория и практика. М.: Радиотехника, 2009.
3. Демидович Б.П. Математическая теория устойчивости. М.: Наука, 1967.
4. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы анализа устойчивости систем интеллектного управления. М.: Изд. группа URSS, 2016.
5. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы исследования устойчивости и управляемости нечетких и стохастических динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2009.
6. Емельянов С.В., Коровин С.К., Левант А. Скользящие режимы высших порядков в системах управления // Дифференц. уравнения. 1993. Т. 29. №11. С. 1877–1899.
7. Ивашкин Ю.А., Назойкин Е.А. Мультиагентное имитационное моделирование процесса накопления знаний // Программные продукты и системы. 2011. №1. С. 47–52.
8. Игонина О.В., Масина О.Н., Дружинина О.В. Анализ устойчивости динамических систем на основе методов интеллектного управления и свойств линейных матричных неравенств. Монография. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020.
9. Леонтьев Л.П., Гохман О.Г. Проблемы управления учебным процессом: Математические модели. Рига: Зинатне, 1984.
10. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.
11. Майер Р.В. Кибернетическая педагогика: имитационное моделирование процесса обучения. Глазов: Глазовский государственный педагогический институт, 2014.
12. Майер Р.В. Многокомпонентная модель обучения и ее использование для исследования дидактических систем // Фундаментальные исследования. 2013. №10. С. 2524–2528.
13. Масина О.Н., Дружинина О.В., Петров А.А. Построение и анализ моделей педагогического процесса в условиях неопределенности // Материалы Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце (Елец, ЕГУ им. И.А. Бунина, 25–27 сентября 2020 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. С. 87–89.
14. Меренков Ю.Н. Устойчивоподобные свойства дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. М.: Изд-во РУДН, 2000.
15. Милютин А.А., Дмитрук А.В., Осмоловский Н.П. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Изд-во МГУ, 2004.
16. Никулин Е. А. Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем. СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
17. Новиков Д.А. Теория управления образовательными системами. М.: Народное образование, 2009.
18. Петров А.А., Масина О.Н., Дружинина О.В. Особенности применения интеллектуальных технологий в разработке базового математического и программного обеспечения гибридной обучающей среды // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии», посвященной 100-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова (Елец, 16-17 сентября 2020 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. С. 69–71.
19. Тархов Д.А. Нейросетевые модели и алгоритмы. М.: Радиотехника, 2014.
20. Шестаков А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1990. 2-е изд. доп. М.: URSS, 2007.

21. Druzhinina O.V., Masina O.N., Petrov A.A., Shcherbatykh S.V. Application of intelligent technologies and neural network modeling methods in the development of a hybrid learning environment // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1691. P. 012125(1–6).
22. Dvoryatkina S., Shcherbatykh S., Shcherbatykh L. Synergy of mathematics, informatics and innovative didactics (on the example of retraining of teachers of mathematics) // Proceedings of the 12th International Conference on Education and New Learning Technologies (ICERI-2018), 12th-14th November, 2018. Seville, Spain. P. 2503–2509.
23. Price K., Storn R., Lampinen J. Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization. Springer, 2005.
24. Smirnov E.I., Shcherbatykh S.V. Parameters and classifier of neural network databases of educational results // Материалы Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце (Елец, ЕГУ им. И.А. Бунина, 25–27 сентября 2020 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. С. 162–163.
25. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its appli-cations to modeling and control // IEEE Trans. Syst., Man and Cybernetics. 1985, 15, 116–132.
26. Tanaka K., Wang H.O. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. N.Y.: Wiley, 2001.

CONSTRUCTION OF DIFFERENTIAL MATHEMATICAL MODELS USED IN THE DEVELOPMENT OF A HYBRID INTELLECTUAL LEARNING ENVIRONMENT, TAKING INTO ACCOUNT DELAY AND CONTROL ACTIONS

O.V. Druzhinina
Dr. Sci. (Physics & Math.), professor
ovdruzh@mail.ru
Moscow

Federal Research Center «Computer Science and Control» of Russian Academy of Sciences, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences

O.N. Masina
Dr. Sci. (Physics & Math.), associate professor
olga121@inbox.ru
Yelets

A.A. Petrov
Ph.D. (Tech), Senior Lecturer
xeal91@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The direction associated with the use of mathematical modeling and intelligent technologies in the development of methods and means of supporting educational processes is one of the relevant scientific areas. The issues of construction and analysis of mathematical models used in the development of a hybrid intelligent learning environment (GILE) are considered. When constructing and researching models, factors of delay, control actions are taken into account, and methods and algorithms of intelligent analysis are used, in particular, methods of neural network modeling. As part of the creation of GILE, it is proposed to build differential mathematical models with delayed feedback, as well as differential models with control actions. A continuous dynamic model is considered that describes the process

of obtaining and assimilating knowledge, taking into account the use of assimilation coefficients, student motivation, the level of requirements and control actions in the system. A characteristic is given of a generalized model of the educational process, containing a knowledge base module and an interaction module based on artificial intelligence, in relation to the process of studying mathematics in the general education system. For the model of transferring tasks from teacher to student, taking into account the interaction with the GIOS and taking into account the time-delayed feedback, a number of qualitative properties have been studied. The described approach to the analysis of model properties makes it possible to take into account uncertainties and control actions in hybrid learning environments. Algorithms of artificial intelligence and parametric optimization, which imply effective numerical analysis and computational experiments aimed at assessing the process of obtaining the assimilation and control of knowledge in mathematics in the general education system, are characterized.

Keywords: hybrid intelligent learning environment, differential models, instrumental and methodological means of supporting the educational process, stability, stabilization, neural network algorithms, control actions.

References

1. Basalin, P.D., Timofeev, A.E., Kumagina, E.A., Neymark, E.A., Fomina, I.A., Chernyshova, N.N. (2018) Realizatsiya gibridnoy intellektual'noy obuchayushchey sredy produktsionnogo tipa [Implementation of a hybrid intelligent production-type learning environment]. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovanie* [Modern information technology and IT-education], 14(1), pp. 256–267. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Demidovich, B.P. (1967) *Matematicheskaya teoriya ustoychivosti* [Mathematical theory of stability]. Moscow: The science. (In Russ.)
3. Druzhinina, O.V., Masina, O.N. (2016) *Metody analiza ustoychivosti sistem intellektnogo upravleniya* [Methods for analyzing the stability of intelligent control systems]. Moscow: URSS. (In Russ.)
4. Druzhinina, O.V., Masina, O.N. (2009) *Metody issledovaniya ustoychivosti i upravlyaemosti nechetkikh i stokhasticheskikh dinamicheskikh system* [Methods for studying the stability and controllability of fuzzy and stochastic dynamical systems]. Moscow: Dorodnitsyn Computing Center of RAS. (In Russ.)
5. Druzhinina, O.V., Masina, O.N., Petrov, A.A., Shcherbatykh, S.V. (2020). Application of intelligent technologies and neural network modeling methods in the development of a hybrid learning environment [*Primenenie intellektual'nyh tehnologij i metodov nejrosetevogo modelirovanija pri razrabotke gibridnoj obuchajushhej sredy*]. Journal of Physics: Conference Series, 1691, 012125(1–6). (In Eng.)
6. Dvoryatkina, S., Shcherbatykh, S., Shcherbatykh, L. (2018) Synergy of mathematics, informatics and innovative didactics (on the example of retraining of teachers of mathematics) [*Sinergija matematiki, informatiki i innovacionnoj didaktiki (na primere perepodgotovki uchitelej matematiki)*] In: *Proceedings of the 12th International Conference on Education and New Learning Technologies* (ICERI-2018), 12th-14th November, 2018 (pp. 2503–2509). Seville, Spain. (In Eng.)
7. Emel'yanov, S.V., Korovin, S.K., Levant, A. (1993) Skol'zyashchie rezhimy vysshikh poryadkov v sistemakh upravleniya [Higher-order sliding modes in control systems] *Differents. Uravneniya* [Differential Equations], 29(11), pp. 1877–1899. (In Russ.)
8. Igonina, O.V., Masina, O.N., Druzhinina, O.V. (2020) *Analiz ustoychivosti dinamicheskikh sistem na osnove metodov intellektnogo upravleniya i svoystv lineynykh matrichnykh neravenstv. Monografiya* [Analysis of the stability of dynamic systems based on intelligent

control methods and properties of linear matrix inequalities. Monograph]. Yelets: Bunin Yelets State University. (In Russ.)

9. Ivashkin, Yu.A., Nazoykin, E.A. (2011) Mul'tiagentnoe imitatsionnoe modelirovanie protsessa nakopleniya znaniy [Multi-agent simulation modeling of the knowledge accumulation process]. *Programmnye produkty i sistemy* [Software products and systems], 1, pp. 47–52. (In Russ.)
10. Karpenko, A.P. (2017) *Sovremennye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodoy* [Modern search engine optimization algorithms. Algorithms inspired by nature]. Moscow: Moscow State Technical University. (In Russ.)
11. Leont'ev, L.P., Gokhman, O.G. (1984) *Problemy upravleniya uchebnym protsessom: Matematicheskie modeliyu* [Educational process management problems: Mathematical models]. Riga: Zinatne. (In Russ.)
12. Masina, O.N., Druzhinina, O.V., Petrov, A.A. (2020) Postroenie i analiz modeley pedagogicheskogo protsessa v usloviyakh neopredelennosti [Construction and analysis of models of the pedagogical process in conditions of uncertainty]. *Materialy Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii «Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizatsii obrazovaniya», posvyashchennoy 180-letiyu pedagogicheskogo obrazovaniya v g. El'tse (25–27 sentyabrya 2020 g., Elets).* [Proceedings of the International Scientific Conference "Fundamental Problems of Teaching Mathematics, Informatics and Informatization of Education" dedicated to the 180th anniversary of pedagogical education in Yelets (September 25-27, 2020, Yelets)], pp. 87–89. (In Russ.)
13. Mayer, R.V. (2013) Mnogokomponentnaya model' obucheniya i ee ispol'zovanie dlya issledovaniya didakticheskikh system [Multicomponent learning model and its use for the study of didactic systems] *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental Research], 10, 2524–2528. (In Russ.)
14. Mayer, R.V. (2014) *Kiberneticheskaya pedagogika: imitatsionnoe modelirovanie protsessa obucheniya* [Cybernetic Pedagogy: Simulation of the Learning Process]. Glazov. (In Russ.)
15. Merenkov, Yu.N. (2000) *Ustoychivopodobnye svoystva differentsial'nykh vklyucheniy, nechetkikh i stokhasticheskikh differentsial'nykh uravneniy* [Stable-like properties of differential inclusions, fuzzy and stochastic differential equations]. Moscow: RUDN Publishing House. (In Russ.)
16. Milyutin, A.A., Dmitruk, A.V., Osmolovskiy N.P. (2004) *Printsip maksimuma v optimal'nom upravlenii* [The maximum principle in optimal control]. Moscow: Publishing house of Moscow State University. (In Russ.)
17. Nikulin, E.A. (2004) *Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Chastotnye metody analiza i sinteza system* [Foundations of the theory of automatic control. Frequency methods of analysis and synthesis of systems]. St. Petersburg: BHV -Peterburg. (In Russ.)
18. Novikov, D.A. (2009) *Teoriya upravleniya obrazovatel'nymi sistemami* [Control theory of educational systems]. Moscow: Public education.
19. Petrov, A.A., Masina, O.N., Druzhinina, O.V. (2020) Osobennosti primeneniya intellektual'nykh tekhnologiy v razrabotke bazovogo matematicheskogo i programmnogo obespecheniya gibridnoy obuchayushchey sredy [Features of the use of intelligent technologies in the development of basic mathematical and software for a hybrid learning environment] *Materialy VI Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Sistemy upravleniya, slozhnye sistemy: modelirovanie, ustoychivost', stabilizatsiya, intellektual'nye tekhnologii», posvyashchennoy 100-letiyu so dnya rozhdeniya professora A.A. Shestakova (16-17 sentyabrya 2020 g., Elets).* [Proceedings of the VI International Scientific and Practical Conference "Control Systems, Complex Systems: Modeling, Stability, Stabilization, Intelligent Technologies" dedicated to the 100th anniversary of the birth of Professor A.A. Shestakova (September 16-17, 2020, Yelets), pp. 69–71. (In Russ.)

20. Price, K., Storn, R., Lampinen, J. (2005) Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization [*Differencial'naja jevoljucija: prakticheskij podhod k global'noj optimizacii*]. Springer. (In Eng.)
21. Shestakov, A.A. (2007) *Obobshchennyy pryamoy metod Lyapunova dlya sistem s raspredelennymi parametrami* [Generalized direct Lyapunov method for systems with distributed parameters]. Moscow: URSS. (In Russ.)
22. Smirnov, E.I., Shcherbatykh, S.V. (2020) Parametry i klassifikator nejrosetevyh baz obrazovatel'nyh rezul'tatov [Parameters and classifier of neural network databases of educational results] *Materialy Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii «Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizatsii obrazovaniya», posvyashchennoy 180-letiyu pedagogicheskogo obrazovaniya v g. El'tse (25–27 sentyabrya 2020 g., Elets).* [Proceedings of the International Scientific Conference "Fundamental Problems of Teaching Mathematics, Informatics and Informatization of Education" dedicated to the 180th anniversary of pedagogical education in Yelets (September 25-27, 2020, Yelets)], pp. 162–163. (In Eng.)
23. Takagi, T., Sugeno, M. (1985) Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [*Nechetkaja identifikacija sistem i ee prilozhenija k modelirovaniju i upravleniju*]. IEEE Trans. Syst., Man and Cybernetics, 15, 116–132. (In Eng.)
24. Tanaka, K., Wang, H.O. (2001) Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach [*Razrabotka i analiz sistem nechetkogo upravlenija: podhod s ispol'zovaniem linejnogo matrichnogo neravenstva*]. N.Y.: Wiley. (In Eng.)
25. Tarkhov, D.A. (2014) *Neyrosetevye modeli i algoritmy* [Neural network models and algorithms]. Moscow: Radio engineering. (In Russ.)
26. Vasil'ev, V.I., Il'yasov, B.G. (2009) *Intellektual'nye sistemy upravleniya. Teoriya i praktika* [Intelligent control systems. Theory and practice]. Moscow: Radio engineering. (In Russ.)

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-80-88

УДК 004.424.22

ТЕСТ ГИЛЕВА И МЕТОДИКА APDEX КАК СРЕДСТВА ТЕСТИРОВАНИЯ ПЛАТФОРМ 1С

Иванников Илья Сергеевич
аспирант
mail@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье рассматривается базовая методика анализа проблем производительности в работающей многопользовательской системе 1С:Предприятие 8. Проблемы производительности не локализованы в определенных бизнес-процессах, а "равномерно распределены" по всей функциональности системы. В связи с этим внедрение новой платформы 1С на предприятии, необходимо не только провести тестирование нового функционала, убедиться в работоспособности старого, но и быть готовым к увеличению выделяемых ресурсов или апгрейду серверов. С каждой новой версией платформы 1С аппаратных ресурсов нужно больше, чтобы сохранить производительность и быстродействие системы как минимум на том же уровне.

Ключевые слова: платформа, релиз, методика APDEX, тест Гилева.

Программные решения компании 1С очень давно занимают лидирующие позиции среди учетных программ, а сама компания - практически монополист на рынке. Наверное, нет сферы бизнеса, учет которой не пытались бы автоматизировать на базе платформы 1С, а сама платформа действительно признана не только учетной системой, но и полноценной средой разработки.

Именно поэтому платформа 1С (без дополнительных конфигураций и надстроек) является довольно сложной системой, которая постоянно дорабатывается и развивается, что не может не сказаться на ее производительности и стабильности. Как и любая система, платформа 1С имеет стабильные и нестабильные версии, баги и, конечно же, версия от версии отличается производительностью. Зачастую обновление на определенную версию платформы вызвано необходимостью внедрения нового функционала в конфигурацию или же требованиями конфигурации в обновлении платформы – это происходит уже как факт случившийся, а значит возможности отказаться от новой платформы нет.

В статье демонстрируются растущие требования к аппаратной составляющей платформ 1С и снижение производительности 1С на тех же ресурсах, чтобы доказать эмпирически моральное устаревание выделенного пула для платформы 1С, а также иметь возможность прогнозировать возможный рост потребляемых ресурсов новыми платформами.

Методика тестирования

Тестирование будет разделено на две части. В первой части проанализируем платформы версии 8.2, исключительно ради теоретического знания и построения регрессионной модели роста производительности. Во второй части мы проведем более детальное исследование платформ версии 8.3, поскольку они сейчас используются на практике в большинстве случаев.

В качестве тестового стенда (табл. 1) будем использовать виртуальную машину на гипервизоре Hyper-V с установленной Windows Server 2016 Standard. В качестве опытного образца будем использовать только серверный вариант, 64-битный сервер 1С:Предприятие, Microsoft SQL Server 2017 Standard.

Таблица 1.
Тестовый стенд

Характеристика	Значение
Гипервизор	Hyper-V
Процессор носителя	Intel Xeon E5-2667 v4 3.20 GHz
Количество ядер процессора	4 ядра
Количество ОЗУ	8 Гб
Дисковая подсистема	Intel SSD RAID 1
Операционная система	Windows Server 2016 Standard
SQL Server	Microsoft SQL Server 2017 Standard

Приведем методики тестирования для платформ версий 8.2 (рис. 1) и версий 8.3 (рис. 2).

При внедрении, сопровождении и технической поддержке информационных систем на платформе 1С:Предприятие возникают задачи, связанные с необходимостью получить объективную интегральную оценку производительности системы. Рекомендуется решать эти задачи с использованием методики APDEX.

APDEX (далее АПДЕКС) – это открытый международный стандарт, разработанный с целью формирования объективной оценки показателей производительности корпоративных информационных систем. Такая методика позволяет:

– Привести к простому значению разнородные факторы и множество статистических данных о производительности. Главное преимущество методики - в простом результате, для быстрой оценки состояния производительности информационной системы.

– Ранжировать отслеживаемые операции по приоритетности с точки зрения бизнеса, что позволяет правильно акцентировать внимание при мониторинге и оптимизации большого количества операций.
– Построить индекс на основании фактических данных, полученных при работе всех пользователей приложения. Результирующая оценка производительности по методике APDEX является общей, фактической и объективной.

Рис. 1. Методика тестирования платформ версий 8.2

Рис. 2. Методика тестирования платформ версий 8.3

Система АПДЕКС позволит провести сценарии тестирования по выполнению стандартных операций, которые делают пользователи ежедневно в подобных конфигурациях и замерить время их выполнения. Для конфигурации 1С:Бухгалтерия это:

– Формирование оборотно-сальдовой ведомости.

- Проведение возврата товаров от покупателя.
- Проведение платежных поручений.
- Проведение ПТИУ.
- Проведение реализации товаров и услуг.
- Проведение счета на оплату.
- Справка расчета калькуляции себестоимости.

Результаты тестирования и анализ

При проведении испытаний будем опираться на метод синтетической генерации нагрузки и имитации работы пользователей в 1С. Это тест Гилева (ТРС-1С).

Тест Гилева принадлежит к разделу универсальных кроссплатформенных нагрузочных тестов. Он может использоваться как для файловой, так и для клиент-серверной архитектуры 1С:Предприятие. Тест измеряет количество работы в единицу времени в одном потоке и подходит для оценки скорости работы однопоточных нагрузок, включая скорость прорисовки интерфейса, влияния ресурсных затрат, перепроведения документов, процедур закрытия месяца, расчета зарплаты и т.п. Универсальность позволяет делать суммарную оценку производительности, не привязываясь к одной конфигурации платформы. Результатом теста является тотальная оценка измеряемой системы 1С, выраженная в условных единицах.

Перейдем к первому этапу тестирования и анализу результатов Теста Гилева по платформе 8.2 за период с 13-года до последнего релиза платформы 8.2.

На графике (рис. 3) представлены значения тестов и соответствующая платформа (чем больше значение, тем лучше).

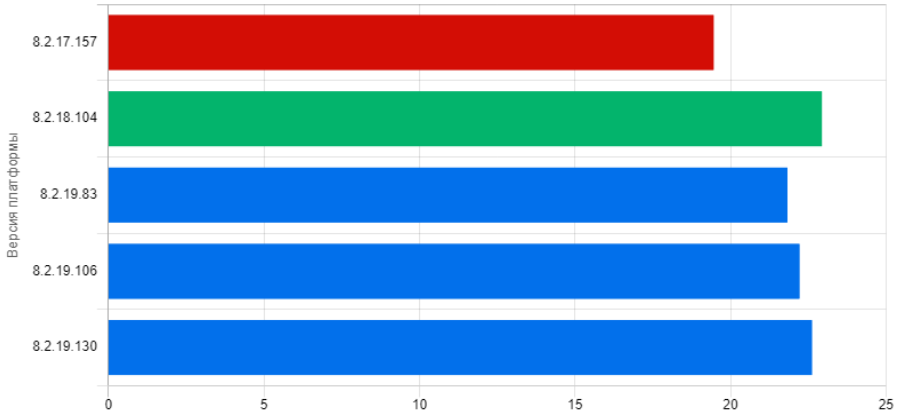


Рис. 3. Диаграмма значений теста Гилева относительно версий платформы 1С 8.2

Из графика видно, что гипотеза, выдвинутая в начале статьи, не подтверждается. С выходом новой версии платформы 8.2, производительность платформы как минимум не падает согласно данным нагрузочного теста, т.е. наименьшее значение у платформы 8.2.17.157 - 19,46, а максимальное у 8.2.18.104 - 22,94 единицы.

Приведем пример графика (рис. 4) нагрузочного теста в разрезе платформы 8.3 (чем больше значение, тем лучше) и попробуем подтвердить или опровергнуть вышеупомянутую гипотезу.

Исходя из представленного выше графика видно, что с каждой новой версией платформы 1С 8.3, производительность на тех же ресурсах уменьшается, исключением является одна из последних версий платформы 8.3.16, которая вышла в конце 1-го квартала 2020 года.

Построим график (рис. 5) в таком виде, чтобы можно было оценить тренд и предсказать будущие значения новых версий платформ 8.3.

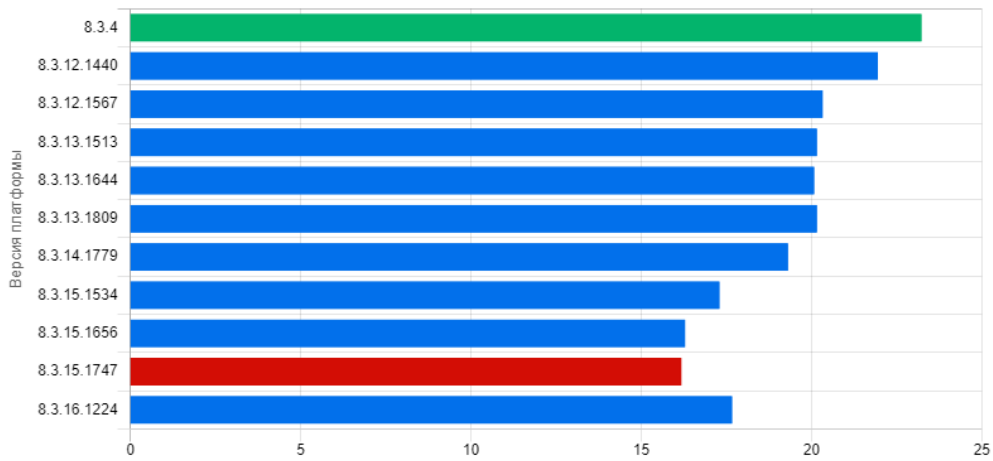


Рис. 4. Диаграмма значений теста Гилева относительно версий платформы 1С 8.3

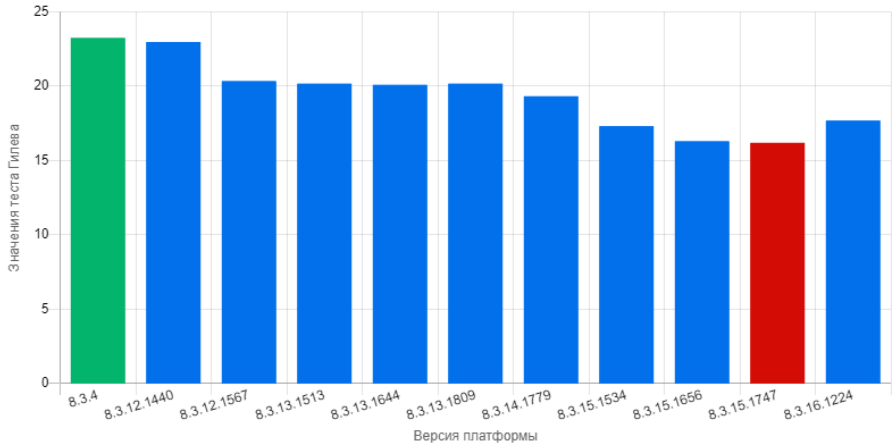


Рис. 5. Диаграмма значений теста Гилева относительно версий платформы 1С 8.3. Тренд снижения производительности

В среднем скорость падения производительности платформы на тех же ресурсах составляет 0,5 единиц по нагрузочному тесту. Максимальное падение составило 2,28 единиц.

В сравнении с первой анализируемой версией общее падение производительности составляет 5,56 единиц.

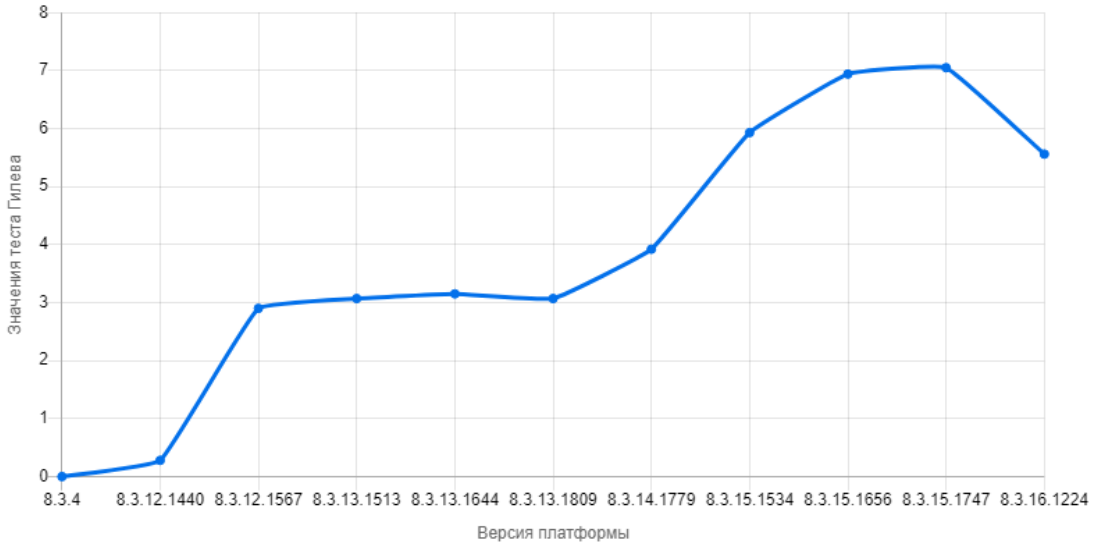


Рис. 6. Тест Гилева. График падения производительности с версии платформы 1С 8.3.4 до версии 8.3.16.1224

Но поскольку нагрузочный тест больше синтетический и показывает условную производительность аппаратных мощностей конкретной платформы, проведем дополнительное тестирование по методике Апдекс для оценки производительности платформы 8.3. Приведем результаты тестирования и анализа в графическом виде (рис. 7-11), где на каждом графике отображены значения времени открытия, проведения или формирования отчетов в разрезе каждой операции с линией тренда, которая показывает динамику изменения значений (чем меньше значение, тем лучше).

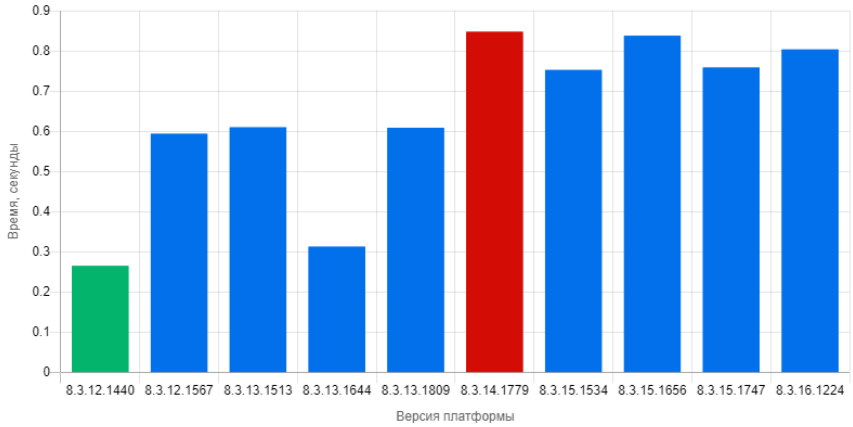


Рис. 7. Апдекс. Диаграмма значений времени открытия информации при запуске

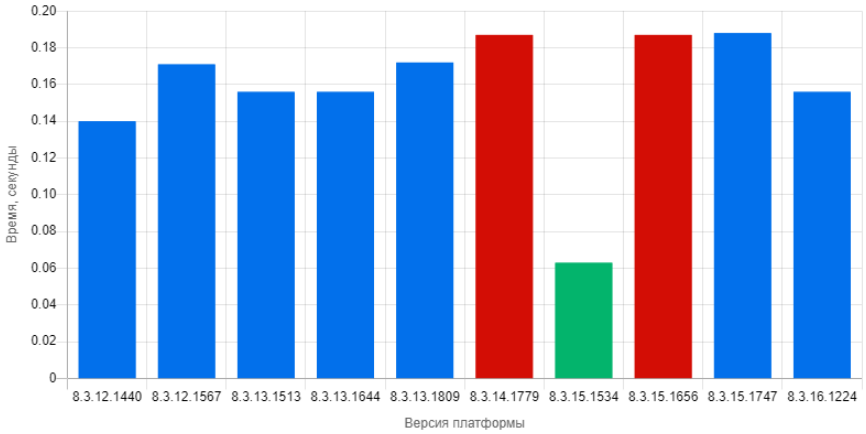


Рис. 8. Апдекс. Диаграмма значений записи элемента справочника «Контрагенты»

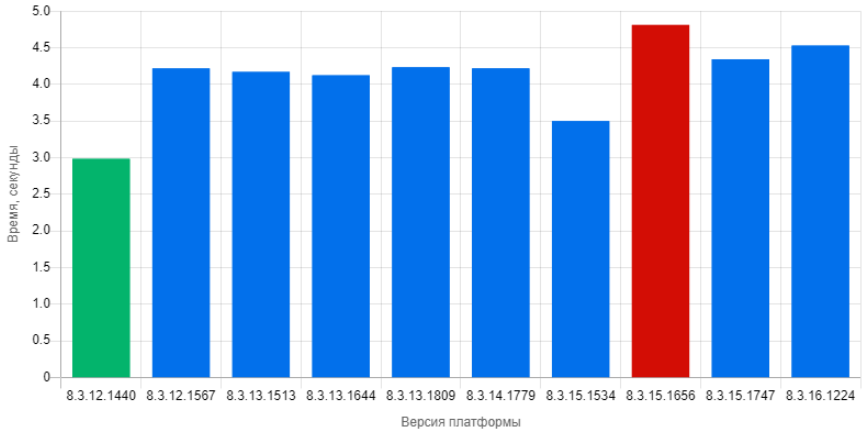


Рис. 9. Апдекс. Диаграмма значений общего времени запуска приложения

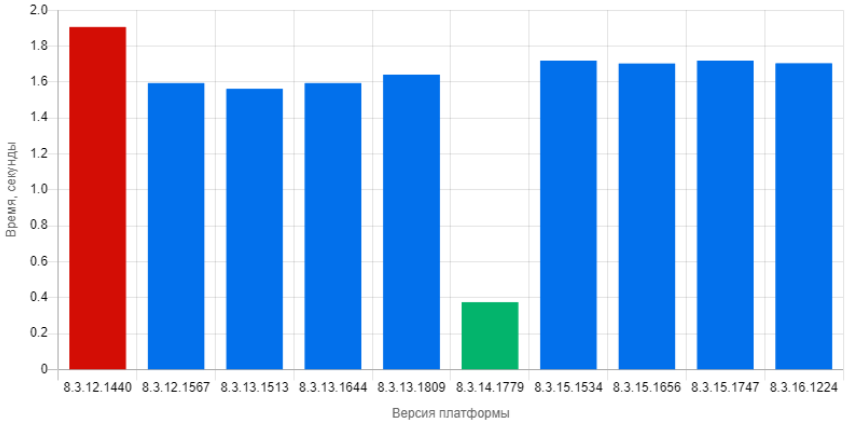


Рис. 10. Апдекс. Диаграмма значений проведения авансового отчета

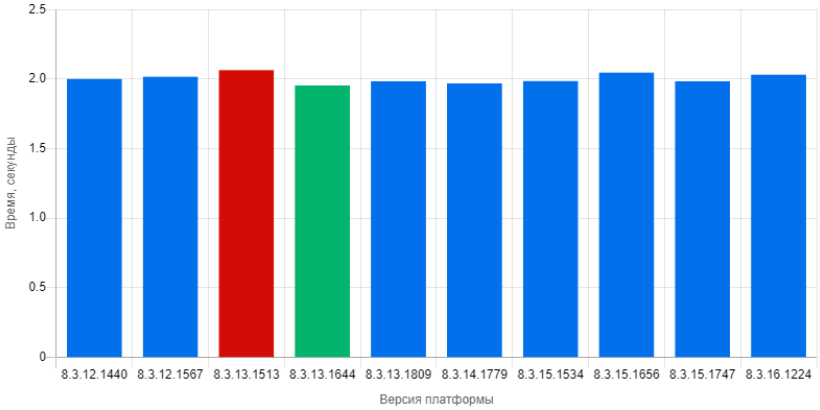


Рис. 11. Апдекс. Диаграмма значений формирования отчета карточки счета

Анализируя данные графики, видно, что только по двум операциям (проведения авансового отчета и формирования отчета карточки счета) линии тренда не имеют положительную динамику, а значит время, потраченное на операции, не увеличивается. Все остальные графики имеют положительный прирост времени выполнения приведенных в тесте операций, а значит - производительность каждой последующей платформы падает. В тесте иногда значения отличаются на тысячные доли секунды, но тест проводился на стоковой конфигурации при одном пользователе. Это значит, что при работе, например, 100 пользователей на доработанной конфигурации - значения могут увеличиться в 100, а может и 1000 раз, что приведет к серьезному замедлению работы и торможению. Анализируя динамику падения производительности платформы 1С по сумме времени на выполнении всех рассматриваемых операций, получаем следующий результат (рис. 12).

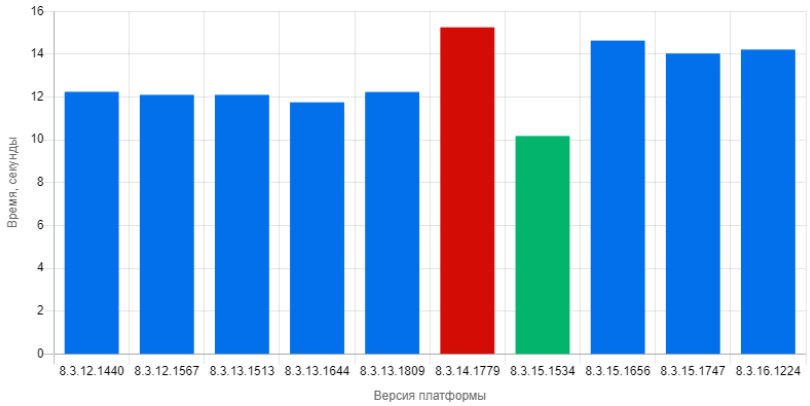


Рис. 12. Апдекс. Диаграмма значений общего времени выполнения операций

Анализируя прирост времени выполнения операций, получаем следующие данные (рис. 13).

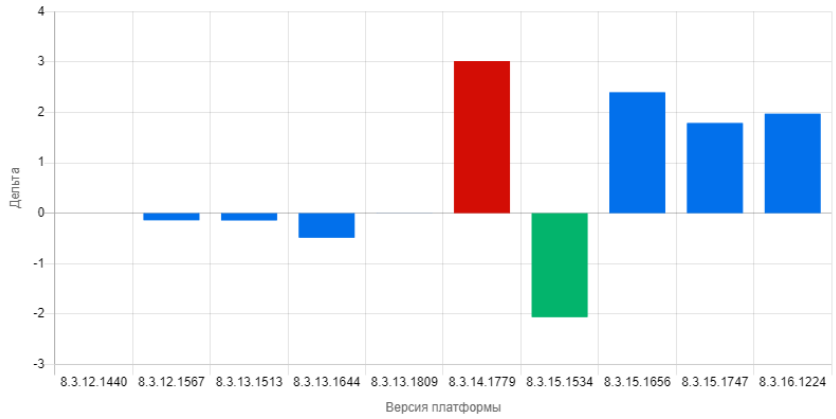


Рис. 13. Апдекс. Диаграмма прироста времени выполнения операций

С каждым выпуском релиза платформы, время выполнения элементарных операций в среднем увеличивается на 1,5 секунды, с учетом использования стоковой конфигурации 1С:Бухгалтерия предприятия и выполнения этой операции одним пользователей на указанном тестовом стенде.

Если говорить о времени выпуска каждой платформы, то в среднем за два года процент падения производительности составляет 18%, а процентное соотношение падения производительности в разрезе времени выпуска релизов платформы будет выглядеть следующим образом (рис. 14).

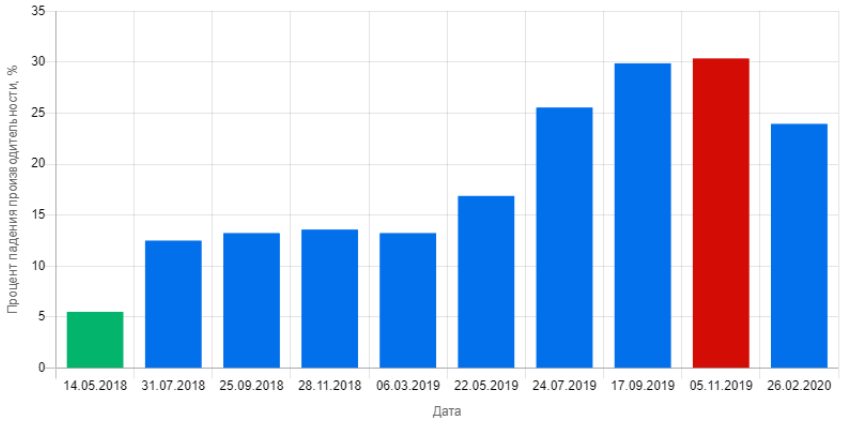


Рис. 14. Апдекс. Диаграмма процентного соотношения падения производительности в разрезе времени выпуска релизов платформы 1С

В начале данной статьи мы выдвинули гипотезу о том, что с каждой новой версией платформы 1С ее потребности в выделяемых аппаратных ресурсах растут. Проведя ряд тестов, в том числе нагрузочный Тест Гилева и тестирование по методике Апдекс, мы подтвердили эту гипотезу.

При внедрении новой платформы 1С на предприятии, необходимо не только провести тестирование нового функционала, убедиться в работоспособности старого, но и быть готовым к увеличению выделяемых ресурсов или апгрейду серверов. С каждой новой версией платформы 1С аппаратных ресурсов нужно больше, чтобы сохранить производительность и быстродействие системы как минимум на том же уровне или смириться с постоянно замедляющейся 1С.

Список литературы

1. 1С:Предприятие 8. Система программ. URL: https://v8.1c.ru (дата обращения: 15.01.2021).
2. Информационная система 1С:ИТС. URL: https://its.1c.ru/ (дата обращения: 01.02.2021).
3. Информационно-аналитический центр по автоматизации учета и управления. URL: https://infostart.ru (дата обращения: 10.02.2021).

4. Корниенко Д. В. Особенности учёта движений товара нескольких организаций в «1С:ERP» // Прикладная информатика. 2020. Т. 15. № 2(86). С. 5–13.
5. Мишина С.В. Примеры реализации механизма криптографии в системе 1С:Предприятие 8. Continuum. Математика. Информатика. Образование. Т. 20. № 4. С. 85-93.
6. Системная интеграция. URL: https://efsol.ru (дата обращения: 25.12.2020).
7. Центр технологической поддержки. URL: http://www.gilev.ru/tpc1cgilv/ (дата обращения: 13.01.2021).

GILEV TEST AND APDEX TECHNIQUE AS A MEANS OF TESTING PLATFORMS 1C

I.S. Ivannikov
graduate student
mail@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article discusses the basic technique for analyzing performance problems in a working multi-user system 1C: Enterprise 8. Performance problems are not localized in certain business processes, but are "evenly distributed" throughout the functionality of the system. In this regard, the introduction of a new 1C platform in the enterprise, it is necessary not only to test the new functionality, to make sure that the old one is working, but also to be ready to increase the allocated resources or upgrade the servers. With each new version of the 1C platform, more hardware resources are needed to keep the performance and system performance at least at the same level.

Keywords: platform, release, APDEX technique, Gilev test.

References

1. 1C:Enterprise 8. System programs. URL: https://v8.1c.ru (date of access: 15.01.2021).
2. Information and analytical center for automation of accounting and management. URL: https://infostart.ru (date of access: 10.02.2021).
3. Information system 1C: ITS. URL: https://its.1c.ru/ (date of access: 01.02.2021).
4. Kornienko D.V. (2020) Osobennosti uchyota dvizhenij tovara neskol'kih organizacij v «1S:ERP» [Features of accounting for product movements of several organizations in «1C:ERP»] *Journal of applied informatics*, 86(2), 5-13. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Mishina S.V (2020) Primery realizacii mekhanizma kriptografii v sisteme 1S:Predpriyatie 8 [Examples of implementation of the mechanism of cryptography in the system 1C: Enterprise 8] *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Maths. Informatics. Education], 20(4), 85-93. (In Russ., abstract in Eng.)
6. System integration URL: https://efsol.ru (date of access: 25.12.2020).
7. Technology Support Center URL: http://www.gilev.ru/tpc1cgilv/ (date of access: 13.01.2021).

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-1-89-95

УДК 51(092)

ПАФНУТИЙ ЛЬВОВИЧ ЧЕБЫШЕВ (К 200-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Мельников Роман Анатольевич
к.п.н., доцент
roman_elets_08@ mail.ru
г. Елец
Саввина Ольга Алексеевна
д.п.н., профессор
oas5@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

Аннотация. Весной 2021 года исполняется 200 лет со дня рождения Пафнутия Львовича Чебышева (1821-1894) – академика, доктора математики и астрономии, создателя петербургской математической школы. Результаты, полученные им в области теории чисел, теории вероятностей и конструктивной теории функций, принесли автору мировую славу и на много лет вперед определили вектор исследований его учеников и последователей. В статье дается обзор наиболее значимых научных результатов, полученных П.Л. Чебышевым. Впервые систематизируются сведения о семье Чебышевых и ее причастности к Елецкой земле.

Ключевые слова: П.Л. Чебышев, теория чисел, теория вероятностей, конструктивная теория функций, петербургская математическая школа.

Пафнутий Львович Чебышев родился 16 мая (4 мая по старому стилю) 1821 г. в сельце Окатово, в то время входившем в состав Боровского уезда Калужской губернии, географически граничащего с Московской губернией. Его родители были представителями дворянских родов. Лев Павлович Чебышев (1789–1861) – отец будущего ученого, являлся выходцем из Тульских земель. После участия в войне против армии Наполеона вышел в отставку в чине корнета. Два раза избирался предводителем дворянства Боровского уезда. Аграфена Ивановна Чебышева (1796–1867, в девичестве Позднякова) – мать будущего академика, принадлежала к старинному дворянскому роду Зыковых (по материнской линии), её предки участвовали в возведении Елизаветы Петровны (1709–1761) на российский царский престол. У четы Чебышевых было девять детей:

Рис 1. П.Л. Чебышев

1) Елизавета Львовна (1819–1888) в 1852 г. вышла замуж за Алексея Терентьевича Тарасенкова (1816–1873) – врача, директора Шереметьевской больницы[1], который сыграл значимую роль в судьбе своего шурина П.Л. Чебышева [4].

2) Пафнутий Львович (1821–1894) – герой нашего повествования (рис. 1).

3) Павел Львович (1822–1869) – выпускник юридического факультета Императорского Московского университета. «Служил в канцелярии Калужского гражданского губернатора, в Тульском губернском правлении, в Министерстве Императорского двора, в Петербургском уездном суде и Боровском уездном суде» [4].

4) Пётр Львович (1824–1891) в 1841 г. стал казеннокоштным кадетом Института Корпуса путей сообщения, но не окончил его, далее поступил на военную службу вольноопределяющимся в 13-ю батарею конной артиллерии. В 1847 г. участвовал в Венгерской кампании. В 1860 г. вышел в отставку в чине артиллерии штабс-капитана. Занимался ведением хозяйства братьев, проживал в своем имении Кулига в Елецком уезде Орловской губернии. Погиб в декабре 1891 г. во время крушения поезда на реке Наре [4].

5) Екатерина Львовна (1827–1910) в 1853 г. вышла замуж за М.Н. Лопатина (1824–1900) – председателя департамента Московской судебной палаты [4].

6) Надежда Львовна (1829 – до 1910) была замужем за Михаилом Петровичем Захаровым (1816–1889) – начальником отделения канцелярии Московского генерал-губернатора князя В.А. Долгорукова [4].

7) Николай Львович (1830–1875) окончил Михайловское артиллерийское училище. В 1853 г. стал гвардии подпоручиком, далее преподавал в родном училище. Генерал-майор, служил командиром Кронштадтской крепостной артиллерии [4].

8) Владимир Львович (1831–1905) окончил Михайловское артиллерийское училище, в котором преподавал с 1862 г. В 1879 г. получил чин генерал-лейтенанта, заслуженный профессор Михайловских артиллерийских академии и училища. С 1892 г. – генерал от артиллерии в отставке. Владелец имения в селе Знаменское Елецкого уезда Орловской губернии, был женат на Елизавете Евграфовне Стоговой – владелице картофельно-крахмального завода в селе Знаменское [4].

Ольга (1836–1908) была замужем за Михаилом Сергеевичем Гончаровым[2] (1837-1867), который служил корнетом, был коллежским секретарем и исправником Волоколамского уезда [4].

Начальное образование маленький Пафнутий получил дома. «Грамоте и чтению его обучала мать, а арифметике и французскому языку – Авдотья Квинтилиановна Сухарёва (двоюродная сестра по отцовской линии)» [8].

В 1932 г. семья Чебышевых перебралась в Москву, где родители решили продолжить обучение сыновей Пафнутия и Павла. «Для преподавания математики и физики был приглашён Платон Николаевич Погорельский (1800-1852) – выпускник Московского университета, один из лучших педагогов Белокаменной того времени» [2]. Латинский язык Пафнутий Львович изучал под руководством студента-медика А.Т. Тарасенкова, в будущем мужа сестры Елизаветы.

Летом 1837 г. П.Л. Чебышев стал своекоштным студентом[3] физико-математического отделения философского факультета Московского университета. Наибольшее влияние на становление будущего академика оказали профессора математики Н.Д. Брашман (1796–1866), преподававший прикладную математику, и Н.Е. Зёрнов (1804–1862), под руководством которого он изучал чистую математику. Д.М. Перевощиков (1788-1880), в то время декан факультета, преподавал космографию, М.Ф. Спасский (1809–1859) читал лекции по физике, а А.С. Ершов (1818–1868) вёл занятия по начертательной геометрии и практической механике.

---

[1] Сейчас это Институт неотложной помощи им. Н.В. Склифосовского.

[2] Племянник Натальи Николаевны Гончаровой-Пушкиной-Ланской (1812-1863).

[3] Т.е. содержащим себя за свой счёт в период обучения, находящимся на собственном содержании (коште), в отличие от «казённокоштных студентов», которые пользовались казённым коштом.

Николай Дмитриевич Брашман к моменту поступления Пафнутия Львовича в университет вёл занятия по аналитической геометрии и некоторым разделам математического анализа. Мудрый наставник сразу заметил в юном Чебышеве серьёзное отношение к занятиям, любовь и способность к науке, узрел в своем новом ученике будущего гения. Особо отметим, что в 1936 г. вышло в свет руководство «Курс аналитической геометрии», написанное Н.Д. Брашманом, удостоенное полной демидовской премии, выдаваемой Санкт-Петербургской академией наук. Именно по этой книге студенты 2-го (физико-математического) отделения философского факультета постигали геометрию.

Чистую математику в Московском университете П.Л. Чебышев изучал под руководством профессора Николая Ефимовича Зёрнова. В 1937 г. этот учёный защитил диссертацию «Рассуждение об интеграции уравнений с частными дифференциалами», став первым в России доктором наук по математике [5]. Емкую характеристику профессиональным качествам Н.Е. Зёрнова дал В.Е. Прудников: «Как профессор Зернов был учителем в лучшем и полном смысле этого слова. Кафедра для него была единственной сферой, где он чувствовал себя на своём месте, а жечь “глаголом” сердца своих слушателей было его единственным призванием» [8, с. 197].

В 1840-1841 уч. г. П.Л. Чебышев представил в Совет университета выпускное сочинение «Вычисление корней уравнений», за которое получил серебряную медаль. Проблему решения уравнения автор исследования разделил на две самостоятельные задачи: отделение корней и собственно решение, т.е. отыскание числовых значений корней. Главную часть затронутой им научной проблемы П.Л. Чебышев видел, все же, в вычислении корней.

Идея метода, предложенного им, состоит в следующем: запись $y = f(x)$ указывает, что задача состоит в поиске y по x. Но можно поставить и обратную задачу, т.е. найти x по y, или $x = F(y)$. Так как для уравнений принята запись $f(x) = 0$, то, исходя из ранее сказанного, можно свести задачу к переходу от $f(x) = 0$ к $F(0) = x$. Такой переход, возможен, например, с помощью формулы Тейлора. Из этой формулы после некоторых преобразований получается выражение корня через его приближенное значение с помощью производных функции $f(x)$. Далее он практически показал, как из полученной им формулы можно получить известные формулы Ньютона и Фурье.

В 1941 г. П.Л. Чебышев завершил обучение в университете, получив статус «первого кандидата». В марте 1843 г. он подал в Совет Московского университета прошение о допущении к испытаниям на степень магистра математических наук. В том же 1943 г. в 8 томе журнала французского математика Ж. Лиувилля (1809–1882) был напечатан первый научный труд П.Л. Чебышева – небольшая заметка, посвященная одному классу кратных интегралов.

Магистерская диссертация на тему «Опыт элементарного анализа теории вероятностей» была написана им при протекции попечителя Московского учебного округа – графа С.Г. Строганова (1794-1882), который поручил Пафнутию Львовичу написать элементарный курс теории вероятностей, предназначавшийся в качестве учебного руководства для камерального факультета Демидовского лицея г. Ярославля.

Летом 1846 г. состоялась защита магистерской диссертации. Оппонентами были назначены Н.Д. Брашман и Н.Е. Зёрнов. «Согласно протоколу оппоненты сделали свои возражения диссертанту, но Чебышев их разрешил весьма удовлетворительно и математическое отделение признало его достойным искомой степени магистра» [8, с. 212-213].

Ещё в 1845 г. П.Л. Чебышев приезжал в Петербург, чтобы устроить младшего брата Николая в Михайловское артиллерийское училище. В 1847 г. Пафнутий Львович определил в это же училище младшего брата Владимира и сам решил перебраться в столицу, чтобы быть ближе к братьям, нуждавшимся в его поддержке. К месту оказалось приглашение от академика В.Я. Буняковского (1804–1889) занять вакансию на кафедре математики в Петербургском университете.

Обстоятельства этого приглашения были таковыми: в 1847 г. экстраординарный профессор кафедры математики Петербургского университета Викентий Александрович Анкудович (1789–1876) по состоянию здоровья вышел в отставку. Его место занял Осип

Иванович Сомов (1815–1876), а на его место пришел П.Л. Чебышев. Отметим также, что буквально за год до этого события, т.е. в 1846 г. В.Я. Буняковский пришел на место, освободившееся после ухода заслуженного профессора Д.С. Чижова (1784–1852).

В столице Российской империи П.Л. Чебышев поселился в старом доме на Васильевском острове. Право чтения лекций в университете П.Л. Чебышев получил после прочтения в мае 1847 г. пробной лекции (pro veria legendi) «Об интегрировании с помощью логарифмов» и «с осени 1847 г. стал читать лекции по алгебре и теории чисел в должности адъюнкта, то есть помощника профессора» [7, с. 449].

С особым интересом он преподавал теорию чисел. Во-первых, это связано с тем, что ещё в 1844 г. П.Н. Фусс (1798-1855) отыскал в Архиве Императорской Академии наук несколько рукописных сочинений Л. Эйлера. Изучение рукописей великого математика было поручено Буняковскому, который в качестве помощника пригласил П.Л. Чебышева. Работая совместно, они составили систематический указатель к мемуарам Эйлера по теории чисел (в 1849 г. этот перечень был напечатан в 1-м томе книги «Leonardi Eu1eri commentationes arithmeticae co11ectae»). Во-вторых, он вёл научные изыскания именно в области теории чисел. Пафнутий Львович занимался изучением вопроса, связанного с поиском формулы, с помощью которой можно было бы установить количество простых чисел, содержащихся на достаточно большом отрезке $[1;\ n]$. Число простых чисел, не превышающих заданного натурального n, принято обозначать символом $\pi(n)$. Известно, например, что $\pi(10) = 4$, $\pi(100) = 25$, $\pi(10^6) = 78498$. Как заметил Б.А. Кордемский: «После Евклида прошло много веков и только П.Л. Чебышеву удалось первым “прорубить окно” в таинственную и казавшуюся неприступной область теории распределения простых чисел. С большим остроумием и глубиной анализа он доказал, что при достаточно больших значениях n истинное значение $\pi(n)$» [3, с. 99].

Ещё в 1808 г. французский математик Лежандр на основании исследования таблицы простых чисел предложил формулу

$$\pi(n) \approx \frac{n}{\ln n - 1{,}08366}.$$

В 1849 г. П.Л. Чебышев доказал её ошибочность, а затем получил важную оценку

$$0{,}921 < \frac{\pi(n)}{n/\ln n} < 1{,}106,$$

которую теперь называют неравенством Чебышева. В предельной форме это соотношение имеет вид:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\pi(n)}{n/\ln n} = 1.$$

Большинство полученных Чебышевым новых результатов были опубликованы в мемуаре «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины» (1849).

В.П. Демьянов подметил: «Открытый Пафнутием Львовичем асимптотический закон распределения простых чисел был поистине вторым фундаментальным законом в теории чисел после закона, открытого Евклидом, о бесконечности количества простых чисел» [2, с. 114].

Известно, например, что в арифметических прогрессиях:

$$a_n = 4n + 3;\ \ a_n = 4n + 1,\ \ n = 0,1,2, \ldots$$

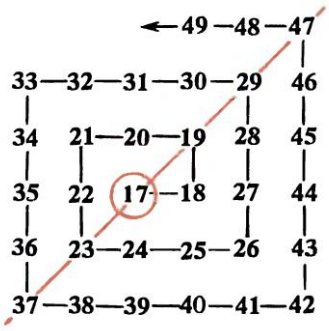


Рис. 2

содержится бесконечно много простых чисел. Кроме того, если начать с числа 17 и далее двигаться по спирали, против хода часовой стрелки, то на одной из диагоналей формирующихся квадратов будут располагаться простые числа (рис. 2).

Защита докторской диссертации «Теория сравнений» П.Л. Чебышевым состоялась в мае 1849 г. Оппонентами были В.Я. Буняковский, С.С. Куторга (1805–1861), А.Н. Савич (1810–1883) и О.И. Сомов. Защита прошла успешно, и Пафнутий Львович удостоился присвоения ученой степени доктора математики и астрономии.

В 1850 г. Пафнутий Львович (в возрасте 29 лет) получил должность экстраординарного профессора Петербургского университета. В 1852 г. в мемуаре «О простых числах» П.Л. Чебышев выполнил доказательство постулата Бертрана («между натуральными числами n и $2n-2$ при $n > 3$ есть хотя бы одно простое число»; до того времени не был доказан).

Как отметил В.А. Никифоровский: «Сформулированные им положения позднее развили Ф. Мертенс, Дж. Сильвестр, И. Шур, Р. Брейс, Ш. Эрмит, Б. Риман, Г. Минковский, Н.Г. Чеботарев, А.Я. Хинчин и другие» [7, с. 450].

В 1852–1856 гг. П.Л. Чебышев преподавал практическую механику в Александровском лицее. В 1853 г. П.Л. Чебышев – адъюнкт Императорской Академии наук; в 1855 г. – член Артиллерийского отделения Военно-ученого комитета; с 1856 по 1873 гг. – член Ученого комитета Министерства народного просвещения. В 1856 г. стал экстраординарным академиком, в 1859 г. – ординарным академиком, а в 1860 г. получил должность ординарного профессора Петербургского университета. С 1860 г. по 1868 г. был членом попечительского совета Петербургского учебного округа.

В 1859 г. В.Я. Буняковский, много лет преподававший теорию вероятностей в Петербургском университете, покинул это учебное заведение, а уже в 1860 г. преподавание этой дисциплины было поручено П.Л. Чебышеву.

В 1867 г. во II томе «Московского Математического Сборника» была опубликована его весьма содержательная работа «О средних величинах». В ней содержались ценные результаты, имеющие отношение к теории вероятностей, например, «неравенство Чебышева»; кроме того, в ней было представлено изящное доказательство закона больших чисел. Вскоре результаты, содержащиеся в этом мемуаре, вошли в университетские курсы теории вероятностей.

В 1872 г. П.Л. Чебышев стал заслуженным профессором университета города на Неве, где преподавал вплоть до 1882 г., после чего сосредоточил свои усилия на работе только в Академии наук.

В 1887 г. в мемуаре «О двух теоремах относительных вероятностей» он «впервые сформулировал центральную предельную теорему для суммы независимых величин и указал один из возможных методов её доказательства» [1, с. 48], основанный на методе моментов. Его исследования в области теории вероятностей продолжили А.М Ляпунов (1857–1918) и А.А. Марков (1856–1922) – знаменитые ученики П.Л. Чебышева.

Ещё одним направлением, над которым трудился Пафнутий Львович, была теория функций. В частности, в теории приближения функций ему удалось вывести «полиномы Чебышева», которые он получил при решении задачи о поиске многочлена, наименее отклоняющегося от нуля. Эти идеи Чебышева вместе с теоремой Вейерштрасса о возможности разложения непрерывной на отрезке функции в равномерно сходящийся ряд многочленов породили конструктивную теорию функций – новую область классического анализа. Продолжили эти исследования известные математики Ш.Ж. де Валле-Пуссен (1866–1962), А. Лебег (1875–1941) и С.Н. Бернштейн (1880–1968).

«Среди заслуг Чебышева перед русской и мировой наукой особое место занимает создание им петербургской математической школы, для которой были характерны не только единство тематики, но и практическая направленность» [7, с. 451]. За многие годы преподавательской деятельности в университете П.Л. Чебышев дал путевку в мир науки многим известным учёным. Среди них: А.Н. Коркин (1837–1908), Ю.В. Сохоцкий (1842–1927), Е.И. Золотарев (1847–1878), К.А. Поссе (1847–1928), А.А. Марков (1856–1922),

А.М. Ляпунов (1857–1918), Д.А. Граве (1863–1939), В.А. Стеклов (1864-1926), Г.Ф. Вороной (1868–1908) и др.

В конце ноября 1894 г. П.Л. Чебышев перенес на ногах грипп. Академик скончался 26 ноября (8 декабря по новому стилю) 1894 г. Похоронен вместе с двумя братьями в семейном склепе, устроенном под колокольней церкви Спаса-Преображения в селе Спас-на-Прогнаньи на малой родине ученого.

Отдельно отметим, что «Пафнутий Львович Чебышёв кровными узами был связан с елецкой землёй» [5, с. 39]. Он сам, а также его братья и сестры владели поместьями в окрестностях г. Ельца.

Список литературы

1. Делоне Б.Н. Великий русский математик П.Л. Чебышев. К 150-летию со дня рождения // Природа. 1971. № 5. С. 45-49.
2. Демьянов В.П. Рыцарь точного знания. М.: Знание, 1991. 192 с. (Творцы науки и техники).
3. Кордемский Б.А. Великие жизни в математике: Книга для учащихся 8–11 классов. М.: Просвещение, 1995. 192 с.
4. Лопатин Н.В., Бессонов В.А., Заурдина С.Я. История рода Чебышёвых. Калуга, 2004. 283 с.
5. Мельников А.Н., Мельников Р.А. Пафнутий Львович Чебышёв и елецкая земля (к 190-летию со дня рождения выдающегося учёного) // Вестник ЕГУ им. И.А. Бунина. Выпуск 28. Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). 2011. С. 35 – 39.
6. Мельников Р.А., Саввина О.А., Щербатых В.Е. Николай Ефимович Зёрнов и первая защита докторской диссертации по математике в России // Вопросы истории естествознания и техники, 2018. Т. 39. № 4. С. 711-722.
7. Никифоровкий В.А. Пафнутий Чебышев – человек, математик, педагог // Вестник Российской академии наук. 1995. Т. 65. № 5. С. 448-451.
8. Прудников В.Е. П.Л. Чебышев и Московский университет 40-х годов XIX века // Историко-математические исследования. 1948. Вып. 1. С. 184-216.

PAPHNUTY LVOVICH CHEBYSHEV (TO THE 200-TH ANNIVERSARY FROM BIRTHDAY)

R.A. Melnikov
Can. Sci. (Pedagogy), associate professor
roman_elets_08@ mail.ru
Yelets
O.A. Savvina
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
oas5@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The spring of 2021 marks the 200th anniversary of the birth of Paphnutiy Lvovich Chebyshev (1821-1894) – academician, doctor of Mathematics and astronomy, the founder of the St. Petersburg mathematical school. The results obtained by him in the field of number theory, probability theory and constructive theory of functions brought the author world fame and for many years to come determined the vector of research of his students and followers. The article provides

an overview of the most significant scientific results obtained by P. L. Chebyshev. For the first time, information about the Chebyshev family and its involvement in the Yelets land is systematized.

Keywords: P.L. Chebyshev, number theory, probability theory, constructive theory of functions, St. Petersburg mathematical school.

References

1. Delone, B.N. (1971). Velikij russkij matematik P.L. Chebyshev. K 150-letiyu so dnya rozhdeniya [The great Russian mathematician P.L. Chebyshev. To the 150th anniversary of his birth]. *Priroda* [Nature], *5*, 45-49. (In Russ.)
2. Demyanov, V.P. (1991). *Rycar' tochnogo znaniya* [Knight of Accurate Knowledge]. Moscow: Knowledge. (Creators of science and technology). (In Russ.)
3. Kordemsky, B.A. (1995). *Velikie zhizni v matematike: Kniga dlya uchashchihsya 8–11 klassov* [Great Lives in Mathematics: A Book for Grades 8-11 Students]. Moscow: Education. (In Russ.)
4. Lopatin, N.V., Bessonov, V.A., Zaurdina, S.Ya. (2004). *Istoriya roda Chebyshyovyh* [The history of the Chebyshev family]. Kaluga. (In Russ).
5. Melnikov, A.N., Melnikov, R.A. (2011). Pafnutij L'vovich CHebyshyov i eleckaya zemlya (k 190-letiyu so dnya rozhdeniya vydayushchegosya uchyonogo) [Pafnutiy Lvovich Chebyshev and the Yelets land (on the occasion of the 190th anniversary of the birth of an outstanding scientist)]. *Vestnik EGU im. I.A. Bunina. Vypusk 28: Seriya «Pedagogika» (Istoriya i teoriya matematicheskogo obrazovaniya)* [Bulletin of Bunin Yelets State University. Series "Pedagogy" (History and Theory of Mathematical Education)], *28*, 35-39. (In Russ).
6. Melnikov, R.A., Savvina, O.A., Shcherbatykh, V.E. (2018). Nikolaj Efimovich Zyornov i pervaya zashchita doktorskoj dissertacii po matematike v Rossii [Nikolai Efimovich Zernov and the first defense of his doctoral dissertation in mathematics in Russia]. *Voprosy istorii estestvoznaniya i tekhniki* [Problems of the history of natural science and technology], 39(4), 711-722. DOI: 10.31857/S020596060001809-1 (In Russ., abstract in Eng.)
7. Nikiforovkiy, V.A. (1995). Pafnutij CHebyshev – chelovek, matematik, pedagog [Pafnutiy Chebyshev – a person, mathematician, teacher]. *Vestnik Rossijckoj akademii nauk* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences], *65*(5), 448-451. (In Russ).
8. Prudnikov, V.E. (1948). Chebyshev i Moskovskij universitet 40-h godov XIX veka [P.L. Chebyshev and Moscow University in the 40s of the XIX century]. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya* [Historical and mathematical research], *1*, 184-216. (In Russ).

Научный журнал

C O N T I N U U M

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №1(21) / 2021

Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – Д.И. Максимов
Техническое исполнение – В.М. Гришин
Бумага формат А-4 (48,0 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 7
Подписано в печать 23.03.2021
Дата выхода в свет 24.03.2021
Свободная цена

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.

Адрес редакции и издателя:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: https://continuum-journal.ru

Подписной индекс журнала **№64987** в каталоге периодических изданий
органов научно-технической информации агентства «Роспечать»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28