

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И. А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина»
(399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С. В.** - **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина (Елец, Россия);
- Дворяткина С. Н.** - **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина (Елец, Россия);
- Абылкасымова А. Е.** - доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Казахстан);
- Асланов Р. М.** - доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А. В.** - доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Гриншкун В. В.** - доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования ГАОУ ВО города Москвы «Московский городской педагогический университет» (Москва, Россия);
- Гроздев С. И.** - доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, проректор по науке и академическому развитию Института математики и информатики Болгарской академии наук, академик ИНЕАС (София, Болгария);
- Зарубин А. Н.** - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Орловского государственного университета им. И. С. Тургенева (Орел, Россия);
- Каракозов С. Д.** - доктор педагогических наук, профессор, проректор, директор Института математики и информатики ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (Москва, Россия);

- Сергеева Т. Ф.** - доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления (Москва, Россия);
- Солдатов А. П.** - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Вычислительного центра им. А. А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН (Москва, Россия);
- Солеев А. С.** - доктор физико-математических наук, профессор, проректор по учебной работе Самаркандского государственного университета (Самарканд, Узбекистан);
- Корниенко Д. В.** - ответственный секретарь, кандидат физико-математических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина (Елец, Россия);
- Максимов Д. И.** - технический секретарь, старший преподаватель кафедры математического моделирования и компьютерных технологий Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The Federal State Educational Government-Financed Institution of Higher Education
«Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1)

THE EDITORIAL BOARD

- Shcherbatykh S. V.** **Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Dvoryatkina S. N.** **Deputy Editor-in-Chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Abylkasymova A. E.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Corresponding Member of the NAS of the Republic of Kazakhstan, Academician of the Russian Academy of Education, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Informatics of Kazakh National Pedagogical University named after Abay (Kazakhstan);
- Aslanov R. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan);
- Borovskikh A. V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
- Grinshkun V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Education, Head of the Department of Education Informatization, Institute of Digital Education, Moscow State Pedagogical University of Moscow "Moscow City Pedagogical University" (Moscow, Russia);
- Grozdev S. I.** Doctor in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Research and Academic Development Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, academician IHEAS (Sofia, Bulgaria);
- Zarubin A. N.** Honored Scientist of Russia, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, head of the department of mathematical analysis and differential equations, Oryol State University. IS Turgenev (Oryol, Russia);
- Karakozov S. D.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector, Director of the Institute of Mathematics and Informatics, Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of general mathematical and natural sciences Social Management Academy (Moscow, Russia);
- Soldatov A. P.** Honored Worker of Science, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher of the Dorodnitsyn Computing Center named FIC IU RAS (Moscow, Russia);

- Soleev A. S.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Vice Rector for Academic Affairs of the Samarkand State University (Samarkand, Uzbekistan);
- Kornienko D. V.** Executive secretary, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Maksimov D. I.** Technical Secretary, Senior Lecturer, Department of Mathematical Modeling and Computer Technology, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Власов Д. А.	Прикладное усиление преподавания учебной темы «Собственные значения и векторы матрицы»	10
Карапетян В. С., Даллакян А. М.	Семантические установки в процессе целеполагания на разных этапах исследовательской деятельности магистрантов	18
Мегрикян И. Г., Хурум Р. Ю., Птущенко Е. Б.	Теоретико-методологическая основа математического образования студентов спортивного вуза	27
Рихтер Т. В.	Разработка интерактивных элементов электронного учебного курса по информатике в системе дистанционного обучения Moodle для использования в вузе	33
Симоновская Г. А.	Математическая грамотность школьника как компонент функциональной грамотности	40

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Гладких О. Б., Васильева И. И., Мельников М. О.	Создание приложения для построения графика траектории движения груза с пружиной по горизонтальной поверхности на языке программирования Python	46
Елецких И. А.	Приложение теории Рисса-Шаудера к исследованию разрешимости уравнений типа романовского с частными интегралами	51
Елецких К. С.	К вопросу исследования модели взаимодействия между нейронами	57
Корниенко Д. В., Рощупкин С. А.	Особенности учета кредитов, займов и депозитов в конфигурации 1С:ERP Управление предприятием	62
Лопухин А. М.	Применение методов фрактального анализа к прогнозированию показателей развития предприятий кофейной отрасли	70
Максимов Д. И., Мельников М. О., Романов Е. И.	Разработка сервиса коммуникации организаторов мероприятий с целевой аудиторией	79

Мишина С. В.	Примеры реализации механизма криптографии в системе 1С:Предприятие 8	85
Поляков Д. В., Попов А. И., Толмачева А. Н.	Подход к поиску простых чисел среди членов последовательности натурального ряда специального вида.....	94

КОНФЕРЕНЦИИ

Дворяткина С. Н., Щербатых С. В.	О международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце	111
-------------------------------------	--	-----

ПЕРСОНАЛИИ

Мельников Р. А., Мельникова А. Р.	Наум Яковлевич Виленкин (к 100-летию со дня рождения).....	122
--------------------------------------	--	-----

CONTENTS

PROBLEMS AND PROSPECTS OF MODERN MATHEMATICAL EDUCATION

D. A. Vlasov	Applied enhancement of teaching of the educational topic "Eigenvectors of the matrix"	10
V. S. Karapetyan, A. M. Dallakyan	Semantic guidelines in the process of developing the results framework at different stages of research activities of masters	18
I. G. Megrikyan, R. Y. Hurum, E. B. Ptushchenko	Theoretical and methodological basis of mathematical education of sport university students	27
T. V. Richter	Development of interactive elements of electronic information training course in Moodle remote training system for use in higher education institution	33
G. A. Simonovskaya	Student's mathematical literacy as a component of functional literacy	40

APPLIED ASPECTS OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

O. B. Gladkikh, I. I. Vasilyeva, M. O. Melnikov	Creation of an application for plotting the trajectory of a load with a spring on a horizontal surface in the Python programming language	46
I. A. Yeletskikh	Application of Riesz-Schauder theory to investigation of the solvability of equations of romanovsky type with partial integrals	51
K. S. Yeletskikh	To the question about research the model interactions between neurons	57
D. V. Kornienko, S. A. Roshupkin	Features of accounting credits, loans and deposits in 1C: ERP Configuration enterprise management.	62
A. M. Lopukhin	Application of fractal analysis methods to forecasting indicators of development of coffee industry enterprises	70
D. I. Maksimov, M. O. Melnikov, E. I. Romanov	Development of a communication service for event organizers with a target audience	79
S. V. Mishina	Examples of implementation of the mechanism of cryptography in the system 1C: Enterprise 8	85

D. V. Polyakov, A. I. Popov, A. N. Tolmacheva	An approach for searching prime numbers among members of constructed in special way subse- quence of integers.....	94
---	--	----

CONFERENCES

S. N. Dvoryatkina, S. V. Shcherbatykh	About the international scientific conference "Fundamental problems of teaching mathematics, computer science and informatization of education", dedicated to the 180th anniversary of teacher education in Yelets.....	111
--	---	-----

PERSONS

R. A. Melnikov, A. R. Melnikova	Naum Yakovlevich Vilenkin (to the 100-th anniversary from birthday)	122
------------------------------------	--	-----

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-10-18

УДК
378.147

ПРИКЛАДНОЕ УСИЛЕНИЕ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ТЕМЫ «СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И ВЕКТОРЫ МАТРИЦЫ»

Дмитрий Анатольевич Власов
к.п.н., доцент
DAV495@gmail.com
г. Москва

Российский экономический университет
им. Г. В. Плеханова

Аннотация. В центре внимания статьи – практические аспекты реализации прикладного усиления преподавания учебной темы «Собственные значения и векторы матрицы», имеющей существенное значение для развития инновационных компонентов профессиональной компетентности будущего бакалавра экономики. Раскрыт прикладной и исследовательский потенциал инструментального средства WolframAlpa, позволяющего по-новому организовать учебно-познавательную деятельность студентов экономического бакалавриата в условиях сокращения часов на аудиторную нагрузку. Представлена новая прикладная задача анализа портфеля рисков, включение которой в практику математической подготовки будущего бакалавра экономики позволяет расширить представления студентов о возможностях математического аппарата в анализе рискованных ситуаций, описаны её содержательно-методические особенности. Выделенные шесть этапов по работе с задачей на анализ рискованной ситуации (анализ текстовой задачи экономического содержания, выделение множества альтернатив, составление матрицы парных сравнений, вычисление собственных чисел матрицы парных сравнений, определение собственного вектора, соответствующего максимальному собственному числу, нормировка параметров собственного вектора и использование их для окончательного анализа экономической ситуации, получение результата и выяснение его содержательного смысла в терминах решаемой задачи) могут быть использованы для управления учебно-познавательной деятельностью студентов экономического бакалавриата. Несмотря на то, что в задаче выстроена иерархия всего четырех видов рисков «Социально-политические риски», «Производственные риски», «Экологические риски» и «Риски в области управления», возникающих под воздействием трех независимых причин (ошибки в начальной информации, неопределенность поставок сырья и волатильность курса рубля), она имеет важное значение для реализации прикладного усиления преподавания учебной темы «Собственные значения и векторы матрицы» в высшей экономической школе и может быть обобщена преподавателем математических дисциплин путем включения большего числа видов рисков и направлений их возникновения.

Ключевые слова: собственное значение, собственные вектор, линейная алгебра, цифровизация, прикладное усиление, рискованная ситуация, профессиональная компетентность, бакалавр экономики, моделирование, математическая подготовка.

Экономико-математические методы, активно развивающиеся в современных условиях цифровизации экономики и экономических исследований, являются важным содержательным компонентом профессиональной компетентности будущего экономиста, востребованного на рынке труда. Развитие компетенции в области теоретической и прикладной научной деятельности будущего бакалавра экономики, направленной на формализованный (математический) анализ социально-экономических систем, происходит в рамках различных математических дисциплин, изучаемых в экономическом университете. К таким дисциплинам относится и дисциплина «Линейная алгебра», методы которой представляют собой инструментальную основу количественного анализа экономических объектов, процессов и явлений. Не вызывает сомнений, что актуализация рисков различной природы, характерная для современного состояния экономики, усложнение социально-экономических отношений и их противоречивая природа делает исследование экономических проблем и ситуаций невозможным без использования математики и математического моделирования.

Так, на необходимость адаптации программ высшего образования в контексте современных требований рынков образовательных услуг и профессионального сообщества в условиях цифровизации указывается в исследовании [2]. Мы согласны с авторами, что развитие методических систем обучения математическим дисциплинам невозможно без совершенствования содержания обучения и технологий обучения. Отметим, что в публикациях [3, 6, 7] уделяется особое внимание развитию технологий формирования и раскрытия в учебном процессе содержания математических дисциплин, элементами которого выступают различные социальные, управленческие, экономические проблемы и ситуации. Различные по сложности и трудности для студентов экономического бакалавриата, они требуют применения математических методов, в том числе методов линейной алгебры.

Обратимся к рассмотрению прикладных и исследовательских возможностей нового инструментального средства *WolframAlpha* для преподавания учебной темы «Собственные значения и векторы матрицы». Ранее в работе автора был раскрыт потенциал *WolframAlpha* для построения и исследования теоретико-игровых моделей [1], позволяющих расширить модельные представления будущего экономиста об экономических ситуациях с акцентом на характер взаимодействия экономических агентов (степень выраженности антагонизма и возможности организации коалиций). Вопросы использования *WolframAlpha* для решения различных методических задач представлены в исследованиях [8, 9, 11]. Авторы отмечают, что дидактические возможности *WolframAlpha* для модернизации математического образования требуют пристального внимания и изучения. В рамках реализации математической подготовки будущего экономиста в Российском экономическом университете им. Г. В. Плеханова нами накоплен опыт использования инструментального средства *WolframAlpha* для освоения студентами различных математических приёмов и методов, в том числе методов линейной алгебры, среди которых центральное место занимают методы решения систем линейных алгебраических уравнений и неравенств, имеющие разнообразные социально-экономические приложения.

В инструментальном средстве *WolframAlpha* задаче определения собственных значений квадратной матрицы соответствует специальный запрос *eigenvalues*, аргументом которого выступает соответствующая квадратная матрица. Следует обратить внимание студентов на то, что квадратная матрица должна быть введена в виде массива, при этом элементы каждой строки заключаются в фигурные скобки, а сами строки следуют через запятую.

На рисунке 1 представим реализацию запроса *eigenvalues* $[[1,-1,2],[7,3,5],[3,1,0]]$ на нахождение собственных значений заданной квадратной матрицы A .

eigenvalues [{1,-1,2},{7,3,5},{3,1,0}]

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

eigenvalues	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
-------------	--

Results: Exact forms Step-by-step solution

$\lambda_1 \approx 3.03607 + 1.53772i$

$\lambda_2 \approx 3.03607 - 1.53772i$

$\lambda_3 \approx -2.07213$

Corresponding eigenvectors: Exact forms Step-by-step solution

$v_1 \approx (-0.414687 + 0.933721i, 4.28013 - 1.26345i, 1)$

$v_2 \approx (-0.414687 - 0.933721i, 4.28013 + 1.26345i, 1)$

$v_3 \approx (-0.670626, -0.0602537, 1)$

Рис. 1. Результат реализации запроса на нахождение собственных значений квадратной матрицы

Для того, чтобы избежать механического использования инструментального средства *WolframAlpha*, в процессе работы с ним важно обращать внимание студентов на получаемые результаты и их соотнесение с теоретическим материалом по собственным значениям квадратной матрицы. Так, матрица третьего порядка всегда имеет ровно три собственных значения. При этом возможны следующие варианты: все собственные значения – действительные числа; одно собственное значение – действительное число, два других – комплексно-сопряженные числа.

eigenvectors [{1,-1,2},{7,3,5},{3,1,0}]

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

eigenvectors	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
--------------	--

Results: Exact forms Step-by-step solution

$v_1 \approx (-0.414687 + 0.933721i, 4.28013 - 1.26345i, 1)$

$v_2 \approx (-0.414687 - 0.933721i, 4.28013 + 1.26345i, 1)$

$v_3 \approx (-0.670626, -0.0602537, 1)$

Corresponding eigenvalues: Exact forms Step-by-step solution

$\lambda_1 \approx 3.03607 + 1.53772i$

$\lambda_2 \approx 3.03607 - 1.53772i$

$\lambda_3 \approx -2.07213$

Рис. 2. Результат реализации запроса на нахождение собственных векторов квадратной матрицы

Задаче определения собственных векторов заданной квадратной матрицы в инструментальном средстве *WolframAlpha* соответствует специальный запрос *eigenvectors*,

аргументом которого является заданная квадратная матрица. Результат реализации запроса *eigenvectors* $\{\{1,-1,2\},\{7,3,5\},\{3,1,0\}\}$ представлен на рисунке 2.

Рассмотрим далее использование инструментального средства *WolframAlpha* для решения более сложных задач, требующих нахождения собственных значений и векторов квадратной матрицы. К таким задачам в полной мере относятся задачи принятия решений, современные социально-экономические интерпретации которых представлены в публикациях [5, 14]. Потребность в использовании метода собственных значений и векторов возникает в процессе анализа альтернатив, выбора оптимального решения, построении иерархии рисков, обоснования инвестиционного проекта – т.е. при анализе разнообразных ситуаций хозяйственно-экономической деятельности. Следует отметить, что инструментальное средство *WolframAlpha* может выступать инструментом активизации познавательной деятельности при обучении математике, на что указывается в статье [10].

В рамках данной статьи приведем новую типовую задачу на анализ портфеля рисков, содержание и методы решения которой доступны для понимания студентами первых курсов экономического университета. Данная математическая задача имеет экономическое содержание и её решение в условиях цифровизации экономики и экономических исследований требует применения цифрового инструментального средства. Обратим внимание, что инструментальное средство *WolframAlpha* облегчает работу преподавателя математических дисциплин по конструированию достаточного количества задач и упражнений на развитие конкретных навыков анализ экономических ситуаций. Эта возможность инструментального средства *WolframAlpha* позволяет по-новому реализовать классический принцип индивидуализации обучения, варьируя размерность и вычислительную сложность задач, выступающих элементами учебно-познавательной деятельности студентов экономического бакалавриата. Отметим, что более сложные приёмы и методы анализа рискованных ситуаций представлены в публикациях [4, 13]. Авторы также отмечают востребованность информационных технологий и инструментальных средств для повышения качества принимаемых решений в условиях риска.

В качестве цели задачи выступает анализ проекта с позиции его рискованных составляющих. Будем считать, что риски проекта возникают по трем независимым причинам. Первая причина – «Ошибки в начальной информации», вторая причина – «Неопределенность поставок сырья», третья причина – «Волатильность курса рубля». Опрошенные эксперты считают, что вторая причина в пять раз значимее, чем первая; третья причина в два раза значимее, чем вторая; первая причина в четыре раза значимее, чем третья.

С целью управления учебно-познавательной деятельностью студентов экономического бакалавриата мы рекомендуем при работе с данной экономико-математической задачей придерживаться следующих этапов работы.

Этап 1. Анализ текстовой задачи экономического содержания. Выделение множества альтернатив.

Этап 2. Составление матрицы парных сравнений.

Этап 3. Вычисление собственных чисел матрицы парных сравнений.

Этап 4. Определение собственного вектора, соответствующего максимальному собственному числу.

Этап 5. Нормировка параметров собственного вектора и использование их для окончательного анализа экономической ситуации.

Этап 6. Получение результата и выяснение его содержательного смысла в терминах решаемой задачи.

В соответствии с условием рассматриваемой задачи матрицей парных сравнений является матрица третьего порядка. Воспользуемся одним из представленных выше запросов, например *eigenvalues* $\{\{1,0.2,4\},\{5,1,0.5\},\{0.25,2,1\}\}$. Рисунок 3 содержит собственные значения матрицы парных сравнений, соответствующей рассматриваемой экономической ситуации, наибольший из которых 4.71235.

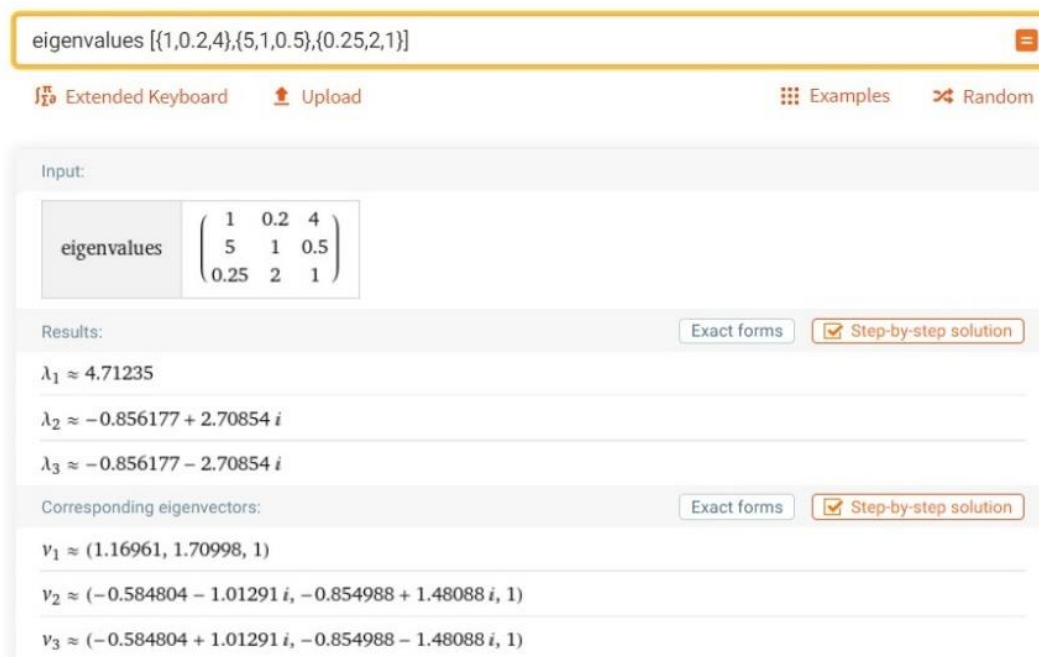


Рис. 3. Применение WolframAlpha для решения типовой задачи на анализ рисков ситуации

Таблица 1.

Параметры собственного вектора,
используемого для анализа рисков ситуации

Параметры собственного вектора	Нормированные параметры собственного вектора
1,1696	0,3015
1,7100	0,4408
1	0,2578
Сумма: 3,8796	

Четыре вида рисков «Социально-политические риски», «Производственные риски», «Экологические риски» и «Риски в области управления» были проанализированы на предмет их связи с рассматриваемыми тремя направлениями возникновения рисков. Информация, представленная в таблице 2, позволяет установить связь.

Таблица 2.

Экспертная оценка связи риска каждого вида
с направлениями возникновения рисков
и количественная оценка значимости
каждого вида риска

Виды рисков проекта	Направление 1	Направление 2	Направление 3	Количественная оценка значимости
«Социально-политические риски»	4	3	7	4,3325
«Производственные риски»	7	10	5	7,8068
«Экологические риски»	6	5	2	4,5282
«Риски в области управления»	10	2	1	4,1541

Таким образом, на первом месте по значимости для рассматриваемого проекта – производственные риски (7,8068), далее с достаточно большим отрывом следуют экологические (4,5282), социально-политические (4,3325) и риски в области управления (4,1541). Полученный результат количественной оценки значимости рисков проектов позволяет более глубоко понять структуру рисков проекта, выстроить иерархию рисков для организации оптимальных мероприятий, направленных на минимизацию риска.

Представленная задача хотя и носит типовой характер, позволяет познакомить студентов экономического бакалавриата с анализом рисков ситуации на основе метода собственных значений и векторов матрицы парных сравнений – метода, нашедшего широкое применения в практике принятия решений в различных областях хозяйственно-экономической деятельности.

Среди перспектив исследования следует указать совершенствование интеграции цифровых и педагогических технологий в практике преподавания математических дисциплин, а также проектирование информационно-аналитических технологий обучения студентов-экономистов, основные направления разработки которых представлены в статье [12]. Таким образом, проблема прикладного усиления преподавания математических дисциплин как на уровне отдельных учебных тем, так и образовательной области «Математика и математическое моделирование» в целом, требует повышенного внимания со стороны педагогов, методистов, психологов, разработчиков контента цифровых образовательных ресурсов, специалистов в области математических методов в экономике. Ее решение связано с повышением качества профессиональной подготовки будущих экономистов, развития у них профессиональных компетенций в области принятия решений и анализа экономических ситуаций, формированием навыков осознанного выбора и использования инструментальных средств.

Список литературы

1. Власов Д. А. Wolfram-технологии в обучении теории игр теоретико-игровом моделировании социально-экономических ситуаций // Системные технологии. 2018. № 3 (28). С. 13-18.
2. Карасев П. А., Чайковская Л. А. Совершенствование программ высшего образования в контексте современных требований рынков образовательных услуг и профессионального сообщества // Экономика и управление: проблемы, решения. 2017. Т. 3. № 2. С. 3-9.
3. Линейная алгебра. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. / Под общей редакцией О. В. Татарникова. М.: Издательство Юрайт, 2014. 334 с.
4. Лихачев Г. Г., Сухорукова И. В. Компьютерное моделирование и математическое обеспечение экономико-социальных задач // Экономический анализ: теория и практика. 2003. № 5. С. 60-62.
5. Мастяева И. Н., Горемыкина О. Н. Методы оптимальных решений. ИНФРА-М, 2016. 384 с.
6. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. М.: Издательство Юрайт, 2014. 285 с.
7. Математика для экономистов. Теория и практика: учебник для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. М.: Издательство Юрайт, 2014. 598 с.
8. Муханов С. А., Бритвина В. В. Использование технологии Wolfram CDF при изучении нелинейных колебаний // Системные технологии. 2018. № 1 (26). С. 23-26.
9. Муханов С. А., Муханова А. А. Использование информационных технологий для индивидуализации обучения математике на примере темы "Дифференциальные

- уравнения" // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2018. № 1 (43). С. 72-77.
10. Полежаев В. Д., Полежаева Л. Н. Способы и приемы активизации познавательной деятельности при обучении математике Актуальные проблемы преподавания математики в техническом ВУЗе. 2018. № 6. С. 218-224.
 11. Синчуков А. В. Преподавание математических дисциплин в условиях цифровизации // Электронные библиотеки. 2020. Т. 23. № 1-2. С. 177-186.
 12. Смирнов Е. И., Трофимец Е. Н. Проектирование информационно-аналитических технологий обучения студентов-экономистов // Ярославский педагогический вестник. 2010. Т. 2. № 2. С. 137.
 13. Тихомиров Н. П. Научная школа "Повышение качества разработки и использования математического инструментария в решении проблем анализа прогнозирования и управления социально-экономическими процессами" // Вестник Российской экономической академии им. Г. В. Плеханова. 2007. № 1. С. 47-53.
 14. Фомин Г. П., Карасев П. А. Математика в экономике: 813 задач с комментариями и ответами. Учебное пособие. М.: Общество с ограниченной ответственностью "Издательство "КноРус", 2019. 368 с.

APPLIED ENHANCEMENT OF TEACHING OF THE EDUCATIONAL TOPIC "EIGENVECTORS OF THE MATRIX"

D. A. Vlasov
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
DAV495@gmail.com
Moscow

Plekhanov Russian University of Economics

Abstract. The article focuses on practical aspects of the implementation of applied strengthening of teaching of the educational topic "Eigenvalues and vectors of the matrix," which is essential for the development of innovative components of the professional competence of the future bachelor of economics. The applied and research potential of the new WolframAlpa tool is revealed, which allows to organize the educational and cognitive activity of students of an economic bachelor's degree in a new way in the conditions of reducing hours for the audience load. The applied problem of analysis of the risk portfolio is presented, the inclusion of which in the practice of mathematical training of the future bachelor of economics allows to expand the ideas of students about the possibilities of the mathematical apparatus in the analysis of risk situations and describe its content and methodological features. Dedicated six steps to work with the task to analyze the risk situation (analysis of the text problem of economic content, selection of a set of alternatives, compilation of a matrix of paired comparisons, calculation of eigenvalues of the matrix of paired comparisons, determination of the eigenvector corresponding to the maximum eigenvalue, normalization of the parameters of the eigenvector and their use for final analysis of the economic situation, obtaining the result and finding out its meaningful meaning in terms of the solved problem) can be used to manage educational and cognitive activities of students of an economic baccalaureate. Despite the fact that the task has a hierarchy of only four types of risks "Social and political risks," "Production risks," "Environmental risks" and "Management risks," which arise under the influence of three independent reasons (errors in initial information, uncertainty of supply of raw materials and volatility of the ruble exchange rate) this task is important

for the implementation of the applied strengthening of teaching of the educational topic "eigenvalues and vectors of the matrix" in higher economic school and can be generalized by including more types of risks and directions of their occurrence.

Keywords: eigenvalue, eigenvector, linear algebra, digitalization, applied amplification, risk situation, professional competence, bachelor's degree in economics, modeling, mathematical training.

References

1. Fomin, G.P., Karasev, P.A. (2019) Mathematics in economics: 813 problems with comments and answers. [*Matematika v jekonomike: 813 zadach s kommentarijami i otvetami*]. Tutorial. Moscow: Limited Liability Company "KnoRus Publishing House".
2. Karasev, P.A., Tchaikovskaya, L.A. (2017) Improvement of higher education programs in the context of modern requirements of educational services markets and professional community [*Sovershenstvovanie programm vysshego obrazovaniya v kontekste sovremennykh trebovaniy rynkov obrazovatel'nykh uslug i professional'nogo soobshhestva*]. *Economics and management: problems, solutions*, 3(2), 3-9.
3. Linear algebra. Textbook and workshop for applied undergraduate studies. [*Lineijnaja algebra. Uchebnik i praktikum dlja prikladnogo bakalavriata*]. Under the general editorship of O.V. Tatarnikov. Moscow: Publishing House Urright, 2014.
4. Likhachev, G.G., Sukhorukova, I.V. (2003) Computer modeling and mathematical support of economic and social problems [*Komp'yuternoe modelirovanie i matematicheskoe obespechenie jekonomiko-social'nykh zadach*]. *Economic analysis: theory and practice*, 5, 60-62.
5. Mastyaeva, I.N., Goremykina, O.N. (2016) Methods of optimal solutions. [*Metody optimal'nykh reshenij*]. Moscow: INFRA-M.
6. Mathematics for economists. Workshop: a textbook for academic undergraduate studies [*Matematika dlja jekonomistov. Praktikum: uchebnoe posobie dlja akademicheskogo bakalavriata*]. Moscow: Publishing House Urright, 2014.
7. Mathematics for economists. Theory and practice: textbook for academic undergraduate studies [*Matematika dlja jekonomistov. Teorija i praktika: uchebnik dlja akademicheskogo bakalavriata*]. Moscow: Publishing House Urright, 2014.
8. Mukhanov, S.A., Britvina, V.V. (2018) Using Wolfram CDF technology in the study of nonlinear oscillations [*Ispol'zovanie tehnologii Wolfram CDF pri izuchenii nelinejnykh kolebanij*]. *System technologies*, 1 (26), 23-26.
9. Mukhanov, S.A., Mukhanova, A.A. (2018) The use of information technologies for the individualization of teaching mathematics on the example of the topic "Differential equations" [*Ispol'zovanie informacionnykh tehnologij dlja individualizacii obuchenija matematike na primere temy «Differencial'nye uravnenija»*]. *Bulletin of Moscow City Pedagogical University*, 1 (43), 72-77.
10. Polezhaev, V.D., Polezhaeva, L.N. (2018) Methods and techniques of activating cognitive activity in teaching mathematics [*Sposoby i priemy aktivizacii poznavatel'noj dejatel'nosti pri obuchenii matematike Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tehničeskome VUZe*] *Topical problems of teaching mathematics at a technical university*, 6, 218-224.
11. Sinchukov, A.V. (2020) Teaching mathematical disciplines in the conditions of digitalization [*Prepodavanie matematicheskikh disciplin v uslovijah cifrovizacii*]. *Electronic libraries*, 1-2(23), 177-186.
12. Smirnov, E.I., Trofimets, E.N. (2010) Design of information and analytical technologies for the training of students-economists [*Proektirovanie informacionno-analiticheskikh tehnologij obuchenija studentov-jekonomistov*]. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 2, 137.

13. Tikhomirov, N.P. (2007) Scientific School "Improving the quality of development and use of mathematical tools in solving the problems of forecasting analysis and managing socio-economic processes" [*Nauchnaja shkola "Povyshenie kachestva razrabotki i ispol'zovanija matematicheskogo instrumentarija v reshenii problem analiza prognozirovanija i upravlenija social'no-jekonomicheskimi processami"*]. *Bulletin of the Russian Economic Academy named after G.V. Plekhanov*, 1, 47-53.
14. Vlasov, D.A. (2018) Wolfram-technologies in teaching game theory theoretical-game modeling of socio-economic situations [*Wolfram-tehnologii v obuchenii teorii igr teoretiko-igrovom modelirovanii social'no-jekonomicheskikh situacij*]. *System technologies*, 3 (28), 13-18.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-18-27

УДК
37.025; 378

СЕМАНТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ В ПРОЦЕССЕ ЦЕЛЕПОЛАГАНИЯ НА РАЗНЫХ ЭТАПАХ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МАГИСТРАНТОВ

Владимир Севанович Карапетян
д.псих.н., профессор
vskarapetyan@mail.ru
г. Ереван

Алла Мартыновна Даллакян
к.п.н., доцент
alla.dallakyan@gmail.com
г. Ереван

Армянский государственный
педагогический университет имени
Х. Абовяна

Аннотация. Актуальность исследования. Правильно сформулированная и осознанная цель является эффективным инструментом для достижения успеха в поисково- исследовательской деятельности. Исследовательские действия в поисковом процессе зависят от семантической установки, являющейся для исследователя смысловым ориентиром на каждом этапе исследования. Семантическая установка исследователя может корректироваться в процессе, и способствовать трансформации цели и выбору непредвиденных действий. В статье предпринята попытка стимулирования исследовательской деятельности студентов-педагогов посредством выделения в процессе целеполагания семантических установок, позволяющих ориентироваться в любой неожиданной ситуации и принимать оптимально верные решения в условиях многообразия выбора. Представлена роль семантической установки исследователя как в определении эффективности пошаговых действий, так и в достижении предполагаемых результатов на каждом этапе исследовательской деятельности.

Цель исследования – выделение ключевых слов, описывающих смысл цель каждого этапа исследовательской деятельности, и оценка эффективности метода PARLA в стимулировании исследовательской деятельности педагогов-магистров.

Методы исследования – методы беседы и опроса, метод семантического дифференциала для оценки восприятия ключевых слов, модель поведенческого интервью PARLA.

Результаты исследования: выявлены и проанализированы ключевые слова, описывающие смысл или цель каждого этапа исследовательской деятельности (смысловые сдвиги основной цели), описана пошаговая методика стимулирования исследовательской деятельности студентов-педагогов методом PARLA.

Практическая значимость: предлагаются новые подходы организации и стимулирования исследовательской деятельности педагогов-магистрантов.

Ключевые слова: трансформация цели, смысловые сдвиги цели, семантические установки, метод PARLA.

Введение

Освоение открытого и неопределенного будущего требует, прежде всего, формирования в человеке потенциала развития и компетенций работы с будущим. Проблемность неопределенного будущего состоит в том, что большинство ситуаций не имеют готовых решений и прецедентов в прошлом, следовательно, содержанием образования должны быть замыслы о новом, а главным инструментом освоения будущего – мышление. Это значит, что действия педагога должны быть направлены не на образовательную ситуацию «здесь и сейчас», а на будущее обучаемого [7].

Следуя логике данного утверждения, в процессе высшего педагогического образования необходимо формировать у студентов способность прогнозировать вероятное или возможное будущее завтрашнего поколения и конструировать желаемое будущее, которое может быть спроектировано и реализовано. Педагогическое образование должно быть направлено на развитие особых ментальных и психосоциальных качеств будущего специалиста, позволяющих ориентироваться в любой неожиданной ситуации и принимать оптимально верные решения в условиях многообразия выбора, то есть, специалисту будущего необходим новый стиль мышления – вероятностный.

Методологии развития вероятностного стиля мышления посвящены новейшие исследования коллег Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина С. Н. Дворяткиной, А. В. Добрина, А. М. Лопухина, С. В. Щербатых [1; 2; 3], в которых экспериментально установлено, что процесс развития вероятностного стиля мышления предполагает качественное обогащение мыслительных операций в процессе интуитивного и абстрактно-логического мышления. Методическая система развития ВСМ (концепции фундирования, фрактальное структурирование содержания образования) достаточно обоснованна.

Поиск доминантного средства обогащения мыслительных операций в процессе интуитивного и абстрактно-логического мышления нас направил на умение студентом самостоятельно и осознанно выбирать основную цель собственных действий, а в случае трансформации цели – менять ход действий для решения поставленных задач. По большому счету, эффективность формирования ключевых компонентов ВСМ зависит именно от степени осознанности студентом выбранной цели (целеполагания).

Процесс развития вероятностного стиля мышления предполагает также формирование исследовательских навыков, необходимых как для грамотного построения хода исследования, так и для проверки наиболее оптимального решения и выбранных целей.

Исследовательские способности студентов-педагогов как универсальный способ решения образовательных задач, позволяют определять эффективность пошаговых действий и вероятность достижения предполагаемых результатов. В глобальном смысле они намечают пути формирования личности, которой придется жить в условиях открытого, но крайне неопределенного будущего.

Правильно сформулированная и осознанная цель является эффективным инструментом для достижения успеха в любой деятельности. Целенаправленность исследовательской деятельности позволяет концентрировать усилия на наиболее главном и оценивать успешность действий. Однако в процессе деятельности возможны видоизменения ее структурных элементов: трансформация основной цели в промежуточные, не всегда вытекающие из основной; спонтанный выбор поисковых действий; произвольная интерпретация мыслительных операций; непредсказуемость результата. Исследовательские действия в процессе поиска зависят от семантической установки исследователя, которая является смысловым ориентиром действий на каждом этапе исследования. Семантическая установка исследователя может корректироваться, и способствовать выбору непредвиденных действий в условиях трансформации основной цели деятельности.

А. И. Савенков [8] предлагает рассматривать структуру исследовательских способностей как комплекс трех следующих автономных составляющих: поисковая активность, дивергентное и конвергентное мышление. А. М. Новиков [5] структурирует исследовательские навыки в соответствии с этапами исследования. По результатам исследований А. И. Савенкова и А. М. Новикова можно выделить следующие базовые критерии проявления исследовательских способностей:

- умение видеть проблему и представлять ее как исследовательскую задачу;
- умение генерировать максимально большее количество идей;
- умение анализировать, делать выводы и умозаключения;
- умение объяснять, доказывать и защищать свои идеи.

Центральным звеном исследовательской деятельности является генерализация максимально большого количества вариантов решения проблемы путем дедуктивного рассуждения. Дедукция начинается с гипотезы, проверка которой требует логических выводов. Однако часто бывают варианты, когда умозаключение является логичным, но оно не обобщает проблему. На помощь в этом случае приходит силлогизм как форма дедукции, требующая два утверждения для логического завершения. Исследования Trippas, D., Handley, S.J., Verde, M.F. & Morsanyi, K. [14] последних лет, изучающие интуитивный вклад в рассуждения, показали, что силлогистическая эффективность рассуждения основана на взаимосвязи между сознательной оценкой логичности и интуитивным удовлетворением правдоподобности выводов. Возвращаясь к необходимости развития у студентов-педагогов исследовательских способностей, предполагаем, что формирование навыков исследования должно основываться на умении видеть разнообразие вариантов решения проблем за счет раскрытия смысловых сдвигов цели исследовательской деятельности на разных ее этапах. Семантическая установка, выбранная путем дедукции и данная самому себе на каждом этапе исследования – это тот механизм, который научит студента обосновывать собственный выбор действий, анализировать процесс исследования и доказывать свои идеи. Семантическая установка исследователя зависит от определяющего смысла действий слова, то есть слова-действия.

Нами выделены ключевые слова, описывающие смысл или цель каждого этапа исследовательской деятельности, и апробирована эффективность метода PARLA в стимулировании исследовательской деятельности будущих педагогов.

Методы и методики исследования

В исследовании в качестве исходной выбран метод семантического дифференциала Ч. Осгуда [9, с. 13-16], который позволил выделить ключевые слова на каждом этапе исследовательской деятельности студентов. Метод семантического дифференциала – инструмент построения индивидуальных или групповых семантических пространств, по сути – это метод опроса, который позволяет узнать, как аудитория воспринимает какой-либо объект (в нашем варианте – слово-действие).

Широко известный в психологии и социологии метод мало используется в педагогических исследованиях. На наш взгляд, семантический дифференциал является весьма информативным в изучении восприятия студентами различных объектов познания, так как помогает увидеть тот образ оцениваемого объекта, который складывается в их сознании. Любой воспринимаемый индивидом объект либо объект в действии (предмет, название предмета, изображение предмета, слово-действие) вызывает определенные реакции и становится стимулом к действию. Система установок формируется в процессе оценочных суждений, которые классифицируются сознанием по схеме дихотомий (анализируется – не анализируется). Как утверждает сам Ч. Осгуд [6; 13], метод семантического дифференциала (СД) позволяет измерять словами состояния, возникающие между восприятием стимула или раздражителя и осмысленной работой с ним. Координатами студента в семантическом пространстве служили его оценки по ряду биполярных градуированных оценочных шкал, противоположные полюса которых заданы с помощью вербальных антонимов.

В качестве стимулятора исследовательской деятельности будущих педагогов был применен метод PARLA (Problem-Action-Result-Learned-Applied), компоненты которого соответствуют этапам исследовательской деятельности и позволяют направлять исследовательскую деятельность в креативное русло, формируя навыки исследовательской деятельности [11].

В исследовании в качестве выборки для определения эффективности метода PARLA в стимулировании исследовательской деятельности будущих педагогов участвовало 16 студентов магистратуры по специальности “Дошкольная педагогика и методика” факультета начального образования Армянского государственного педагогического университета имени Х. Абовяна. На первом курсе магистратуры студентам предлагалось методом семантического дифференциала выбрать ключевые слова для каждого этапа магистерского исследования для точного определения цели и хода исследования. На втором курсе магистратуры методом PARLA поэтапно стимулировалась собственно исследовательская деятельность студентов с целью определения эффективности пошаговых действий в достижении предполагаемых результатов.

Семантические установки, выбранные студентом путем дедукции каждом этапе исследования, ключевые слова, описывающие смысл либо цель каждого этапа исследовательской деятельности (смысловые сдвиги основной цели), фактически предназначались для облегчения выбора последовательного хода выполнения магистерской темы, конкретизируя задачи каждого этапа. Методика стимулирования самого исследования способствовала предопределению вариантов получения предполагаемых результатов.

Ход и результаты исследования

По ходу выполнения магистерской темы каждый студент сталкивается с разноплановыми трудностями. Зачастую он не знает с чего начать, как отличить главное от второстепенного, не упустить важное. Обычно в голове у него крутятся разные варианты решения проблемы, но в итоге, как правило, выбирается вариант, стандартно предполагающий заранее продуманный ход действий. В процессе выбора студентом совершенно не учитывается возможность трансформации общей цели по ходу исследования, не рассматривается многообразие решения проблемы. Тогда как, именно целеполагание и принятие возможности видоизменения общей цели исследования способствует генерализации идей, что, в свою очередь, требуют не только четкого планирования вариантов, но и конкретного восприятия смысла действий на каждом этапе исследования. Целеполагание и смысловая установка на каждом этапе магистерского исследования значительно облегчает процессы как выдвижения оригинальных идей, так и разработки плана действий.

Нами были рассмотрены следующие базовые критерии эффективности исследовательской деятельности, соответствующие общепринятым этапам научного исследования:

1. умение видеть проблему и представлять ее как исследовательскую задачу на этапе выбора проблемы исследования;
2. умение генерировать максимально большее количество идей на этапе выдвижения гипотез или выбора стратегии исследования;
3. умение анализировать, делать выводы и умозаключения на этапе выбора методов исследования, сбора информации и анализа результатов;
4. умение объяснять, доказывать и защищать свои идеи на этапе обоснования новизны – выводов, сделанных самим автором.

Таким образом, на первом курсе 16 студентам магистратуры было предложено методом семантического дифференциала Ч. Осгуда по указанной семибальной шкале (3 2 1 0 1 2 3) последовательно оценить каждое слово, максимальным положительным балом (+3) отметив те ключевые слова, которые с их точки зрения описывают цель каждого этапа исследования и определяют ход действий.

Стандартный бланк биполярной семишаговой семантической шкалы вербальных противоположностей представлен ниже.

Таблица 1.
Стандартный бланк семантического дифференциала для оценки целей на всех четырех этапах исследования

рассматривается	3 2 1 0 1 2 3	не рассматривается
обосновывается	3 2 1 0 1 2 3	не обосновывается
прослеживается	3 2 1 0 1 2 3	не прослеживается
раскрывается	3 2 1 0 1 2 3	не раскрывается
анализируется	3 2 1 0 1 2 3	не анализируется
развивается	3 2 1 0 1 2 3	не развивается
формируется	3 2 1 0 1 2 3	не формируется
выдвигается	3 2 1 0 1 2 3	не выдвигается
описывается	3 2 1 0 1 2 3	не описывается
выясняется	3 2 1 0 1 2 3	не выясняется
актуализируется	3 2 1 0 1 2 3	не актуализируется
изучается	3 2 1 0 1 2 3	не изучается
обобщается	3 2 1 0 1 2 3	не обобщается
исследуется	3 2 1 0 1 2 3	не исследуется
определяется	3 2 1 0 1 2 3	не определяется
синтезируется	3 2 1 0 1 2 3	не синтезируется
используется	3 2 1 0 1 2 3	не используется
предлагается	3 2 1 0 1 2 3	не предлагается
подводится	3 2 1 0 1 2 3	не подводится
реализуется	3 2 1 0 1 2 3	не реализуется

Выбор значения 0 означает нейтральность, 1 - низкую степень выраженности данного действия на конкретном этапе исследования, 2 - среднюю степень, 3 - высокую.

Далее была вычислена средняя величина самого популярного показателя на каждом этапе исследования путем суммирования количества студентов, выбравших максимальный балл, и деления на общее количество участников опроса.

Результаты представлены в таблице 2. Таблица выявляет выбранные студентами ключевые слова, описывающие смысл либо цель каждого этапа исследовательской деятельности.

Таблица 2.

Средние показатели оценки целей на каждом этапе исследования

Этап выбора проблемы исследования		
рассматривается	0.06 (1 студент)	не рассматривается
обосновывается	0.36 (6 студентов)	не обосновывается
прослеживается	0	не прослеживается
актуализируется	0.5 (8 студентов)	не актуализируется
исследуется	0.06 (1 студент)	не исследуется
Этап выдвижения гипотез или выбора стратегии исследования		
раскрывается	0.31 (5 студентов)	не раскрывается
развивается	0.12 (2 студента)	не развивается
формируется	0.06 (1 студент)	не формируется
выдвигается	0.31 (5 студентов)	не выдвигается
определяется	0.18 (3 студента)	не определяется
Этап выбора методов исследования, сбора информации и анализа результатов		
анализируется	0.36 (6 студентов)	не анализируется
описывается	0.25 (4 студента)	не описывается
выясняется	0.18 (3 студента)	не выясняется
изучается	0.12 (2 студента)	не изучается
предлагается	0.06 (1 студент)	не предлагается
Этап обоснования новизны - выводов, сделанных самим автором		
обобщается	0.36 (6 студентов)	не обобщается
синтезируется	0.18 (3 студента)	не синтезируется
используется	0.12 (2 студента)	не используется
подводится	0.06 (1 студент)	не подводится
реализуется	0.25 (4 студента)	не реализуется

На этапе выбора проблемы исследования самыми популярными оказались такие установки к действию как *актуализировать* либо *обосновать*. Этап выдвижения гипотез или выбора стратегии исследования следует начинать, с точки зрения студентов, с *выдвижения* предположений либо *раскрытия* нераскрытого. На этапе выбора методов исследования, сбора информации и анализа результатов самым популярным ключевым было слово *анализировать*. А на этапе обоснования новизны должны быть *обобщены* выводы, сделанные самим автором.

Ключевые слова, устанавливающие и определяющие цели каждого этапа исследовательской деятельности, не всегда правильно интерпретировались студентами, часто не воспринималась разница двух схожих глаголов. Как правило, студентам было непонятно, как слово может определять ход действий. Ключевые глаголы были тщательно проанализированы в контексте предполагаемых действий.

Следует отметить, что семантическое целеполагание и осознанный выбор последовательных действий является необходимым, но не достаточным условием успешности исследовательской деятельности магистра. Центральным компонентом его исследовательской деятельности является генерализация вариантов (хотя бы двух) решения проблемы, выдвижение как минимум двух утверждений для логического завершения гипотезы. На втором курсе магистратуры была апробирована эффективность методики интервьюирования PARLA, обеспечивающая генерализацию вариантов решения проблемы, позволяющая аргументировать выбор действий, концентрируясь на собственном практическом опыте.

Структурные компоненты метода PARLA, направляют исследовательскую деятельность в креативное русло [9; 11].

В процессе интервью нас интересовало:

- умеют ли студенты объяснять выбор стратегии исследования и аргументировать собственные действия;
- влияет ли умение аргументировать собственные действия на выбор новых, более целесообразных действий;
- является ли осознанность действий на разных этапах исследования результатом семантической установки.

Интервью методом PARLA [10] проводилось индивидуально с каждым студентом в течение трех месяцев. Поэтапное сопровождение студентов в процессе экспериментального исследования позволило сделать некоторые обобщения, которые могут быть полезны для более эффективного применения метода. В частности, наши наблюдения показали, что семантические установки, безусловно, способствуют как выбору стратегии исследования и выдвижению исследовательских задач, так и объяснению (аргументированию) собственных действий. Но способность аргументировать собственные действия не стимулирует креативность студента в контексте новых предположений, интересных догадок или предложений. Семантические установки на каждом этапе исследования формировали промежуточные цели, студенты осознавали, что трансформация основной цели положительно влияет на результативность исследования. Однако, наблюдалось значительное затруднение в выборе целенаправленных действий. Следовательно, целенаправленность действий для решения промежуточных целей требует обучения (Learned), в результате чего постепенно осознается смысл целенаправленных действий, что проявляется в желании их применять (Applied).

Заключение

На основании вышеизложенного, можно сделать следующий вывод: семантические установки, последовательно заданные в процессе четырех этапов исследовательской деятельности, корректируют ход исследования, формируют промежуточные цели и способствуют выбору новых, более целесообразных действий. Однако, выбор целенаправленных действий для решения промежуточных целей требует обучения (Learned). Более длительное применение метода PARLA с целью активизации исследовательской деятельности студентов в контексте генерализации вариантов решения проблемы и выдвижения двух утверждений для логического завершения гипотезы, позволит определить основные методические ориентиры и пути более эффективного его применения.

Список литературы

1. Дворяткина С. Н., Щербатых С. В. Роль системы дополнительного профессионального образования в формировании нового стиля мышления современного специалиста (на примере подготовки учителя математики) // Психология образования в поликультурном пространстве. 2019. № 3 (47). С.76-88.
2. Дворяткина С. Н., Щербатых С. В. Концептуальные положения фрактального развития вероятностного стиля мышления в обучении математике и инструменты их реализации // Перспективы науки и образования. 2020. №2 (44). С. 195-209.
3. Добрин А. В., Лопухин А. М. Содержательные характеристики вероятностного стиля мышления: теоретические основы исследования // Психология образования в поликультурном пространстве. 2019. №2 (46). С.32-48.
4. Кожевникова О. В., Вьюжанина С. А. Психосемантика. Метод семантического дифференциала. Ижевск: Издательский центр "Удмуртский университет", 2016.
5. Новиков А. М. Педагогика: словарь системы основных понятий. М.: ИЭТ, 2013.

6. Осгуд Ч. Метод семантического дифференциала в сравнительном исследовании культур // Социология: методология, методы, математическое моделирование (4М), 2012. № 34. С. 172-201.
7. Павлов С. В. Очерк о практической педагогике будущего // Концепт. 2012. № 8. С.24-32.
8. Савенков А. И. Психодидактика. М.: Национальный книжный центр, 2012.
9. Смирнов Е. И. Секованов В. С., Миронкин Д. П. Многоэтапные математико-информационные задачи как средство развития креативности учащихся профильных математических классов // Ярославский педагогический вестник. 2014. № 1. С. 124-129.
10. Сувалов О. С., Сувалова Т. В. Исследование оценочных методик персонала при найме// Вестник университета. 2020. № 9. С. 15-20.
11. Dvoryatkina, S. N., Karapetyan, S. V., Dallakyan, A. M., Rozanova, S. A., Smirnov, E. I. (2019). Synergetic effects manifestation by founding complexes deployment of mathematical tasks on the chessboard. Problems of Education in the 21st Century. 77, No. 1. 8-21.
12. Merz, T. (1997). Krisis der Bildung. Zur Postmoderne-Rezeption in der bildungs theoretischen Diskussion. Essen: Verlag die Blaue Eule.
13. Osgood, Charles E., Suci, George J., Percy H. Tannenbaum, Percy H. (1957). The Measurement of Meaning. Urbana, Illinois: University of Illinois Press, 1957.
14. Trippas, D., Handley, S. J., Verde, M. F., & Morsanyi, K. (2016). Logic brightens my day: Evidence for implicit sensitivity to logical validity. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. 42(9). 1448-1457.

SEMANTIC GUIDELINES IN THE PROCESS OF DEVELOPING THE RESULTS FRAMEWORK AT DIFFERENT STAGES OF RESEARCH ACTIVITIES OF MASTERS

V. S. Karapetyan

Dr. Sci. (Psychology), professor
vskarapetyan@mail.ru
Yerevan, Armenia

A. M. Dallakyan

Cand. Sci. (Pedagogy), assistant professor
alla.dallakyan@gmail.com
Yerevan, Armenia

Armenian State Pedagogical University after
Khachatur Abovyan

Abstract. Research relevance: Properly formulated and realized goal is an effective tool to achieve success in research activities. Investigative actions in the process of searching depend on semantic guidelines, which represent a reference point for the researcher at every stage of the activity. Semantic guidelines of the researcher can be corrected during the research process and lead to goal shifts and selection of unexpected actions. The article attempts to stimulate research activities among pedagogical master students through identification of semantic guidelines in the process of development of the results framework, which will allow to orientate the students in unexpected situations and help them make best decisions in a multi-choice environment. Role of the researcher's semantic guidelines is described both in the process of identification of effectiveness of step-by-step activities, and in achievement of the projected results at every stage of research.

Research purpose: identification of key words describing the meaning or goals at each stage of research and evaluation of the effectiveness of PARLA method in stimulating research activities among pedagogical master students.

Research methodology: methods of conversation and survey, semantic differentiation for evaluating perception of the key words, PARLA method for behavioral interview.

Research results: key words describing the meaning or goals at each stage of research (semantic shift of the main goal) are identified and analyzed, step-by-step methodology of research stimulation among pedagogical master students using PARLA method is described.

Practical significance: new approaches are proposed for organization and stimulation of research activities among pedagogical master students.

Keywords: goal transformation, semantic goal shifts, semantic guidelines, PARLA method.

References

1. Dvoryatkina, S. N., Karapetyan, S. V., Dallakyan, A. M., Rozanova, S. A., Smirnov, E. I. (2019). Synergetic effects manifestation by founding complexes deployment of mathematical tasks on the chessboard. *Problems of Education in the 21st Century*, 1(77), 8-21.
2. Dvoryatkina, S.N., Shcherbatykh, S.V. (2019). Role of the System of Additional Vocational Education in the Development of a new Thinking Style of a Modern Specialist (on the example of training of a mathematic teacher) [*Rol' sistemy dopolnitel'nogo professional'nogo obrazovaniya v formirovanii novogo stilya myshleniya sovremennogo specialista (na primere podgotovki uchitelya matematiki)*]. *Educational Psychology in Polycultural Space*, 3(47), 76-88.
3. Dvoryatkina, S. N., Shcherbatykh, S. V. (2020). Conceptual Provisions of Fractal Development of Probabilistic Thinking Study in Teaching Mathematics and Instruments for their Implementation [*Konceptual'nye polozheniya fraktal'nogo razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya v obuchenii matematike i instrumenty ih realizacii*]. *Prospects for Science and Education*, 2 (44), 195-209.
4. Dobrin, A. V., Lopukhin, A. M. (2019). Substantial Characteristics of the Probabilistic Thinking: the theoretical basis of the study [*Soderzhatel'nye harakteristiki veroyatnostnogo stilya myshleniya: teoreticheskie osnovy issledovaniya*]. *Educational Psychology in Polycultural Space*, 2(46), 32-49.
5. Kozhevnikova, O. V. Vyuzhanina, S. A. (2016). Psychosemantics. Semantic differential method: teaching aid for students of higher education. Institutions [*Psihosemantika. Metod semanticheskogo differenciala*]. Izhevsk: Publishing Center "Udmurt University".
6. Merz, T. (1997). *Krisis der Bildung. Zur Postmoderne-Rezeption in der bildungs theoretischen Diskussion*. Essen: Verlag die Blaue Eule.
7. Novikov, A. M. (2013). Pedagogy: Dictionary of the System of Basic Concepts [*Pedagogika: slovar' sistemy osnovnyh ponyatij*]. Moscow: IET.
8. Osgood, Ch. (2012). The method of semantic differential in the comparative study of cultures [*Metod semanticheskogo differenciala v sravnitel'nom issledovanii kul'tur*]. *Sociology: methodology, methods, mathematical modeling* (4M), 34, 172-201.
9. Osgood, C. E., Suci, G., and Tannenbaum, P. (1957). *The Measurement of Meaning*. University of Illinois Press.
10. Pavlov, S.V. (2012). Essay on the practical pedagogy of the future [*Ocherk o prakticheskoy pedagogike budushchego*]. *Concept*, 8, 24-32.
11. Savenkov, A.I. (2012). *Psychodidactics [Psihodidaktika]*. Moscow: National Book Center.

12. Smirnov, E.I. Sekovanov, V.S., Mironkin, D.P. (2014). Multi-stage mathematical and informational problems as a means of developing the creativity of students in specialized mathematical classes [*Mnogoetapnye matematiko-informacionnye zadachi kak sredstvo razvitiya kreativnosti uchashchihsya profil'nyh matematicheskikh klassov*]. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 1, 124-129.
13. Suvalov, O.S., Suvalova, T.V. (2020). Research of personnel appraisal techniques in hiring [*Issledovanie ocenочnyh metodik personala pri najme*]. *University Bulletin*, 9, 15-20.
14. Trippas, D., Handley, S. J., Verde, M. F., & Morsanyi, K. (2016). Logic brightens my day: Evidence for implicit sensitivity to logical validity. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 42(9), 1448-1457.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-27-33

УДК
378.147

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ СПОРТИВНОГО ВУЗА

Ирина Геннадьевна Мегриканк.п.н., доцент
megrikan_ira@mail.ru
г. Краснодар**Роза Юнусовна Хурум**к.п.н., доцент
raziet@mail.ru
г. Майкоп**Елена Борисовна Птущенко**к.п.н., доцент
shavilova@mail.ru
г. МайкопКубанский государственный университет
физической культуры, спорта и туризмаАдыгейский государственный
университет

Аннотация. В статье поднимаются вопросы математического образования студентов спортивного вуза и формирования функциональной грамотности в процессе изучения предметных дисциплин. Несмотря на широкий круг исследований, проводимых в данной области, проблема сопряжения математического образования гуманитариев с их методологической, профессиональной и общекультурной подготовкой остается нерешенной. По мнению авторов, основой проектирования образовательного процесса должна быть теория деятельности, объединяющая основные положения методики, педагогики и психологии, такие как принципы, методы и средства обучения, особенности мышления обучающихся, уровень их познавательной активности и развития личности в целом.

Ключевые слова: фундаментализация, контекстно-эмпирический подход, образование, мышление гуманитариев.

Вопросы формирования функциональной грамотности в последнее время широко обсуждаются в научных кругах, на конференциях различного уровня. И это далеко не случайно. Уровень сформированности есть некий катализатор образованности, представляющей собой совокупность метапредметных, интегративных знаний и умений,

обобщенных способов мышления и деятельности, общенаучных и общеметодологических понятий и методов для решения задач гуманитарной сферы, практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования.

Формирование функциональной грамотности происходит в процессе овладения обучающимися общепрофессиональными, универсальными компетенциями в соответствии с ФГОС ВО, позволяющими выпускникам вузов легко адаптироваться в быстро изменяющихся условиях, быть способными к самообразованию, успешно решать задачи в нестандартных ситуациях [4]. Функциональная грамотность – это обобщающее понятие, включающее в себя набор компетентностей, одной из составляющих которой является математическая компетентность.

Таким образом, формирование функциональной грамотности – это многоаспектная проблема, решение которой возможно в рамках ряда дисциплин, в том числе и математического цикла.

Вопросы формирования функциональной грамотности и математического образования студентов-гуманитариев исследовались в научных трудах [2; 3]. Несмотря на широкий круг исследований, проводимых в области проектирования математического образования студентов-гуманитариев, вопросы реализации сопряжения их математического образования с общекультурной и профессиональной остаются открытыми.

В спортивном вузе математическое образование представлено такими дисциплинами как «Информатика», «Математика», «Статистика», «Математическая статистика в физической культуре и спорте», «Математическая обработка данных». С начала 2000-х гг. практически по всем специальностям и направлениям в области физической культуры и спорта перечисленные курсы входили в цикл обязательных дисциплин. В последние годы наметился обратный процесс, сопровождающийся не только значительным уменьшением количества часов, но и исключением из образовательных программ ряда естественнонаучных дисциплин.

Анализ учебных планов по всем предлагаемым направлениям подготовки в Кубанском университете физической культуры, спорта и туризма позволил выделить ряд направлений, для которых дисциплины естественнонаучного блока представлены достаточно широко. Перечислим направления подготовки с соответствующими им дисциплинами (таблица 1).

Таблица 1.
Дисциплины естественнонаучного направления

Направление	Профиль	Дисциплина
49.03.01. Физическая культура	Физкультурное образование	Математическая обработка данных
49.03.01. Физическая культура	Спортивный менеджмент	Статистика в физической культуре и спорте
49.03.02. ФК для лиц с отклонениями в состоянии здоровья	Физическая реабилитация	Математическая статистика в физической культуре и спорте
39.03.02. Социальная работа	Социальная работа с молодежью	Математика
44.03.01. Психолого-педагогическое образование	Дошкольное образование	Математика и математическая статистика

Сказанное позволяет сделать вывод о том, что методика преподавания естественнонаучных дисциплин по-прежнему остается вопросом актуальным.

На наш взгляд, эффективным инструментом повышения качества математического образования является использование разработанного нами контекстно-эмпирического подхода, который интегрирует в себе несколько образовательных парадигм: культурологическую, компетентностную, системно-деятельностную и обеспечивает

возможности для организации учебного процесса в контексте будущей специальности, сопряжения естественнонаучных и гуманитарных дисциплин, овладения навыками использования методов и моделей естественных наук в гуманитарных исследованиях [1; 5].

Под контекстно-эмпирическим подходом мы понимаем такую методологическую основу организации процесса обучения, которая обеспечивает субъектно-деятельностное освоение системы знаний, методов, алгоритмов и сопровождается решением обучающимися специально организованных задач различной сложности и активной интериоризацией деятельности.

Сущность контекстно-эмпирического подхода заключается в том, что обучение тем или иным дисциплинам проектируется как процесс поэтапного овладения приемами и методами этих наук в будущей профессиональной деятельности.

При этом обязательным является ориентированность содержания математического образования на важные методологически и профессионально элементы культуры личности. Фундаментальное знание, с точки зрения его общекультурной ценности, отвечает следующим требованиям:

1. Должно носить методологический, системообразующий и мировоззренческий характер;
2. Представлять собой метапредметные учебные действия;
3. Должно обучать главным мыслительным операциям: анализу, синтезу, абстрагированию, обобщению;
4. Должно формировать интегрированный способ мышления и научное мировоззрение.

Контекстно-эмпирический подход реализуется через сочетание субъектно-деятельностного и контекстного способов обучения. Последний используется нами для проектирования содержательной стороны образовательного процесса, а субъектно-деятельностное определяет способ усвоения знаний.

Усвоение знаний – это сложный процесс, который на основе контекстно-эмпирического подхода может быть представлен в следующем виде:

1. Осознание важности и восприятие учебной информации. Этот период реализуется в тот момент, когда перед обучающимися ставится проблемная задача;
2. Понимание учебной информации, реализуемое в процессе поиска решения;
3. Запоминание учебной информации. Происходит в ходе деятельностной составляющей учебного процесса и реализует процесс превращения внешних действий во внутренние умственные процессы, т. е. осуществляет интериоризацию деятельности;
4. Применение приобретённых знаний. Этот процесс реализуется при дальнейшем решении аналогичных задач и выражается в умениях обучающихся грамотно формулировать свои мысли и использовать полученные знания в профессиональной области и повседневной жизни;
5. Обобщение и систематизация учебной информации. Последний этап в процессе усвоения знаний. Его главной задачей является формирование у обучающихся одних из главных мыслительных операций. Умения обобщать и систематизировать информацию свидетельствуют о прочном усвоении конкретных знаний. Этот этап позволяет обучающимся совершенствовать математический инструментарий и методы других естественных наук, раскрыв при этом весь свой интеллектуальный потенциал.

Приведем этапы формирования математической компетентности, которые соответствуют выделенным выше уровням усвоения знаний (таблица 2).

В качестве критериев для оценки сформированности у обучающихся математической компетентности нами выделены следующие:

1. Ценностный, выражающий степень заинтересованности обучающихся в изучении математики, понимание ее общекультурной значимости, уровень активности познавательной деятельности, готовность к самообразованию;

2. Когнитивно-репродуктивный, объединяющий знания терминологического аппарата, способов деятельности;
3. Исследовательский, характеризующий способности обучающегося по использованию сформированных знаний, опыта деятельности в нетипичных ситуациях, при решении междисциплинарных задач.

Таблица 2.

Характеристика этапов формирования математической компетентности

Этапы формирования	Характеристика достигнутого уровня
Понимание	Осознание, восприятие и возможность объяснения учебной информации и способов деятельности. Степень осмысленности полученных знаний.
Запоминание	Формирование системы знаний, интеллектуальных умений в процессе интериоризации субъектного опыта.
Применение	Формирование способов деятельности и знание их переноса на типовые ситуации.
Обобщение и систематизация	Умения проводить аналогии, обобщать, систематизировать, рассуждать и в результате получать новое знание, принимать решения в условиях неопределенности.

Таблица 3.

Критерии и показатели сформированности математической компетентности

Критерии	Показатели	Средства диагностики
Ценностный	1) выраженность познавательного интереса к изучаемой дисциплине;	методика И. М. Смирновой
	2) мотивационное отношение.	анкета, предложенная С. В. Митрохиной
Когнитивно-репродуктивный	1) коэффициент усвоения, определяющий понимание предмета, т. е. степень осмысленности в усвоении знания, умения последовательно решать учебные задачи;	контрольные работы, коллоквиумы, тесты
	2) практическое применение знаний – совокупность усвоенных способов деятельности, основанных на приобретенных знаниях;	проектные задания, работы в «малых» группах
Исследовательский	умения самостоятельно приобретать знания, использовать их в практической деятельности, находить свои способы деятельности	исследовательские задания, научно-практические конференции, круглые столы

В соответствии с перечисленными выше критериями определены уровни сформированности компетентности: низкий, средний и высокий.

Низкий уровень. Репродуктивное воспроизведение математического аппарата: опознание, воспроизведение, различение и интерпретация математических знаний; частичная деятельность по алгоритму; низкая мотивация к использованию математического аппарата для решения профессиональных задач.

Средний уровень. Репродуктивная алгоритмическая математическая деятельность: способность идентифицировать условия задачи в известных и измененных условиях и построить схему решения типовой задачи. Средняя мотивация к использованию математического аппарата для решения профессиональных задач.

Высокий уровень. Продуктивная математическая деятельность: осмысленное оперирование математическими знаниями; умение устанавливать причинно-следственные связи и применять усвоенную информацию в нестандартных ситуациях и при решении типовых и нетиповых задач, в том числе профессиональных. Устойчивая мотивация на творческую и самостоятельную познавательную деятельность по использованию математического аппарата для решения профессиональных задач.

Использование в собственной педагогической деятельности контекстно-эмпирического подхода в качестве методологической основы процесса естественнонаучной подготовки студентов спортивного вуза, позволило представить процесс обучения как один из этапов имитации научного познания и способствовало повышению у обучающихся качества математических знаний и умений, развитию их мотивации, способности к моделированию процессов и явлений окружающей действительности, позволило приобрести опыт практической деятельности на основе применения математического аппарата.

Список литературы

1. Вербицкий А. А. Контекстное обучение и становление новой образовательной парадигмы. Жуковский: Изд-во МИИМ ЛИНК, 2000.
2. Дворяткина С. Н., Лопухин А. М. Кейс-технологии в обучении математике как механизм развития вероятностного стиля мышления будущих специалистов в области экономики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. №1(17). С. 16-23.
3. Мегрикан И. Г. Математическая составляющая процесса обучения студентов экономических направлений подготовки // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2019. №4(16). С. 16-20.
4. Осмоловская И. М. Ключевые компетенции в образовании: их смысл, значение и способы формирования // Директор школы. 2006. № 8. С. 64-69.
5. Щербатых С. В., Мегрикан И. Г. Контекстно-эмпирический подход в формировании математической компетентности обучающихся гуманитарных направлений подготовки в вузе // Вестник Российского университета дружбы народов. 2016. №4. С. 88-97.

THEORETICAL AND METHODOLOGICAL BASIS OF MATHEMATICAL EDUCATION OF SPORT UNIVERSITY STUDENTS

I. G. Megrikyan
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
megrikyan_ira@mail.ru
Krasnodar

Kuban state University of physical culture,
sports and tourism

R. Y. Hurum
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
raziet@mail.ru
Maykop

Adyghe State University

E. B. Ptushchenko
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
shavilova@mail.ru
Maykop

Abstract. The article raises the questions of mathematical education of students of a sports university and the formation of functional literacy in the process of studying subject disciplines. Despite the wide range of studies carried out in this area, the problem of combining the mathematical education of the humanities with their methodological, professional and general cultural training remains unresolved. According to the authors, the basis for the design of the educational process should be the theory of activity, combining the main provisions of methodology, pedagogy and psychology, such as principles, methods and means of teaching, peculiarities of students' thinking, the level of their cognitive activity and personality development in general.

Keywords: fundamentalization, context-empirical approach, education, humanities thinking.

References

1. Dvoryatkina, S. N., Lopukhin, A. M. (2020). Case technologies in teaching mathematics as a mechanism for the development of the probabilistic style of thinking of future specialists in the field of economics [*Kejs-tekhnologii v obuchenii matematike kak mekhanizm razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya budushchih specialistov v oblasti ekonomiki*]. *Continuum. Mathematics. Computer science. Education*, 1 (17), 16-23.
2. Megrikyan, I. G. (2019). Mathematical component of the process of teaching students in economic areas of training [*Matematicheskaya sostavlyayushchaya processa obucheniya studentov ekonomicheskikh napravlenij podgotovki*]. *Continuum. Mathematics. Computer science. Education*, 4 (16), 16-20.
3. Osmolovskaya, I. M. (2006). Key competencies in education: their meaning, meaning and methods of formation [*Klyuchevye kompetencii v obrazovanii: ih smysl, znachenie i sposoby formirovaniya*]. *School director*, 8, 64-69.
4. Shcherbatykh, S. V., Megrikyan, I. G. (2016). Context-empirical approach in the formation of mathematical competence of students in the humanitarian areas of training at the university [*Kontekstno-empiricheskij podhod v formirovanii matematicheskoy kompetentnosti obuchayushchihsya gumanitarnykh napravlenij podgotovki v vuze*]. *RUDN Journal of Psychology and Pedagogics*, 4, 88-97.

5. Verbitsky, A. A. (2000). Contextual learning and the formation of a new educational paradigm [*Kontekstnoe obuchenie i stanovlenie novoj obrazovatel'noj paradigmy*]. Zhukovsky: Publishing house MIM LINK.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-33-39

УДК
378.046.2

РАЗРАБОТКА ИНТЕРАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО КУРСА ПО ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ MOODLE ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ВУЗЕ

Татьяна Васильевна Рихтер
к.п.н., доцент
tatyana.rikhter@mail.ru
г. Пермь

Пермский государственный
национальный исследовательский
университет

Аннотация. В статье выявлены возможности по созданию различных видов интерактивных учебных материалов с соответствующими настройками и представлениями, выделены критерии к структуре электронного учебного курса в системе дистанционного обучения Moodle, рассмотрены преимущества использования СДО Moodle по сравнению с традиционными системами в образовательной среде ВУЗа, описаны виды деятельности процесса редактирования электронных учебных курсов. Разработаны интерактивные элементы электронного учебного курса по информатике в СДО Moodle для использования в ВУЗе: лекция (страницы с теоретическим материалом по основным разделам информатики; контрольные вопросы для проверки качественного усвоения материала в виде теста, классического вопроса или отдельного задания; включение иллюстраций, презентаций, видеоматериалов, аудиофрагментов, схем и др.); практическое задание по информатике; тестовые материалы по информатике (создание тестовых заданий различных видов: короткий текстовый ответ, несколько вариантов ответов, выбор верно/не верно, числовой или вложенный ответы, на соответствие, эссе и др.); элемент Wiki (совместная групповая работа студентов с новым материалом по информатике; коллективная разработка, проектная работа по информатике, хранение, структуризация информации через взаимодействие пользователей с сайтами); глоссарий (создание и редактирования списка основных определений по информатике); форум (организация дискуссий по основным и актуальным проблемам в области информатики); чат (организация дискуссий и деловых игр по информатике в режиме реального времени); опрос (проведение быстрого опроса и голосования по результатам овладения основными разделов информатики); анкета (оценка определенных действий); пакет SCORM (загрузка любого стандартного пакета). Рассмотрены формы использования электронного учебного курса по информатике в образовательной вузовской среде: слайд-лекция, телеэссе, импринтинговый учебный фильм по информатике, который представляет учебный ресурс в динамике с речевым сопровождением.

Ключевые слова: дистанционное обучение, СДО Moodle, электронный учебный курс, интерактивные элементы, информатика.

Введение

В настоящее время имеется достаточное количество предпосылок для успешного внедрения в практику вузовского учебного процесса современных методов и технологий электронного и дистанционного обучений: наличие соответствующего телекоммуникационного оборудования, развитой компьютерной сети, методик электронного обучения. Использование новых инновационных возможностей электронного обучения в специализированной виртуальной среде могут значительно повысить эффективность и качество российского образования.

СДО Moodle (система дистанционного обучения Moodle) является одной из эффективных сред обучения, организующая платформу для продуктивного интерактивного общения посредством электронных курсов. СДО Moodle можно определить как систему управления содержимого сайтов, которая специальным образом разработана с целью создания электронных учебных курсов преподавателем. Такая e-learning система часто называется системой управления обучением (Learning Management Systems – LMS) или виртуальной образовательной средой [2].

Теоретико-методологическими основами исследования явились положения, разработанные в следующих теориях: андрагогический подход в разработке электронных учебных курсов (П. Джарвис, С. И. Змеев, А. Каппа, М. Ш. Ноулз, Р. М. Смит и др.); системный подход (П. К. Анохин, Ю. К. Бабанский В. П. Беспалько, И. В. Блауберг, В. И. Загвязинский, И. П. Подласый, В. А. Сластенин и др.); деятельностный подход (П. Я. Гальперин, В. Гаспарский, В. В. Давыдов, С. Л. Рубинштейн, Д. Б. Эльконин и др.); личностный подход (А. Г. Асмолов, А. Н. Леонтьев, Л. М. Митина, Г. И. Щукина, Б. Д. Эльконина и др.); компетентностный подход (исследования В. А. Адольфа, А. В. Андреева, В. И. Байденко, Э. Ф. Зеер, И. А. Зимняя, В. В. Сериков, Ю. Г. Татура, А. В. Хуторской, И. Д. Шадриков и др.); интерактивный подход (Н. А. Багрова, Б. Ц. Бадмаев, М. В. Кларин, И. В. Роберт, Е. С. Полат, Г. К. Селевко и др.).

D. Alt, O. Avidov-Ungar, A. Forkosh-Baruch отмечают, что средства информационно-коммуникационных технологий необходимо интегрировать в традиционный процесс обучения [7; 8]. Т. Dufva, М. Dufva исследуют влияние цифровых технологий на профессиональные навыки и компетенции будущих специалистов.

Y. Tsai, C. Lin, J. Hong, K. Tai в своих исследованиях уделяют внимание особенностям дистанционного обучения на основе массовых открытых онлайн-курсов [9]. V. Nejkovic, M. Tosic анализируют среды онлайн курсов SPOC, различные платформы, инструменты и методику обучения [10].

Д.С. Жадаев описывает наиболее известные платформы дистанционного обучения, определяет степень их надёжности, представляет основные характеристики [3]. М. В. Махмутова, Е. И. Сеничева и О. А. Акимова рассматривают технологии разработки и применения электронных образовательных ресурсов в учебном процессе вуза [5].

П. С. Мещеряков выявляет функциональные возможности платформы Moodle, рассматривает основные составляющие в реализации электронных курсов для смешанной технологии обучения [6]. Т. М. Лабушева и Т. Н. Ямских анализируют проблемы эффективной работы преподавателя в LMS Moodle [4]. Белозёрова С. И., Белозеров О. И. описывают процесс организации контроля знаний студентов в LMS Moodle [1].

Материалы и методы

Методами исследования являются теоретический анализ и обобщение научно-исследовательских работ, значимость которых признана научным сообществом в области разработки электронных учебных курсов в СДО Moodle.

Результаты исследования

В СДО Moodle существуют возможности по созданию различных видов интерактивных учебных материалов с соответствующими настройками и представлениями: импортированные стандартные пакеты SCORM или AICC для подготовки ресурсов по их овладению в других программах; Вики (Wiki), предполагающие работу с документами, включая операции добавления, расширения и изменения их содержания; анкеты, предназначенные для проведения различных опросов с целью выявления определенных фактов; базы данных; глоссарий (составление списка определений); различные виды заданий (использование любых форматов для получения ответов в электронном виде); лекции; опросы (голосование обучающихся); пояснения (произвольный текст и графические материалы); рабочая тетрадь; ресурсы (загрузка и отображение файлов с автоматическим формированием представлений); семинары; тесты (контрольно-измерительные материалы); различные форумы (вопрос-ответ, работа по собственной теме, стандартное обсуждение); чаты (обсуждения в реальном времени).

Процесс эффективного применения электронных учебных курсов в ВУЗе зависит от большого количества факторов, в том числе и от разработки их оптимальной структуры. Критерии к структуре электронного учебного курса в системе дистанционного обучения Moodle представлены на рисунке 1.

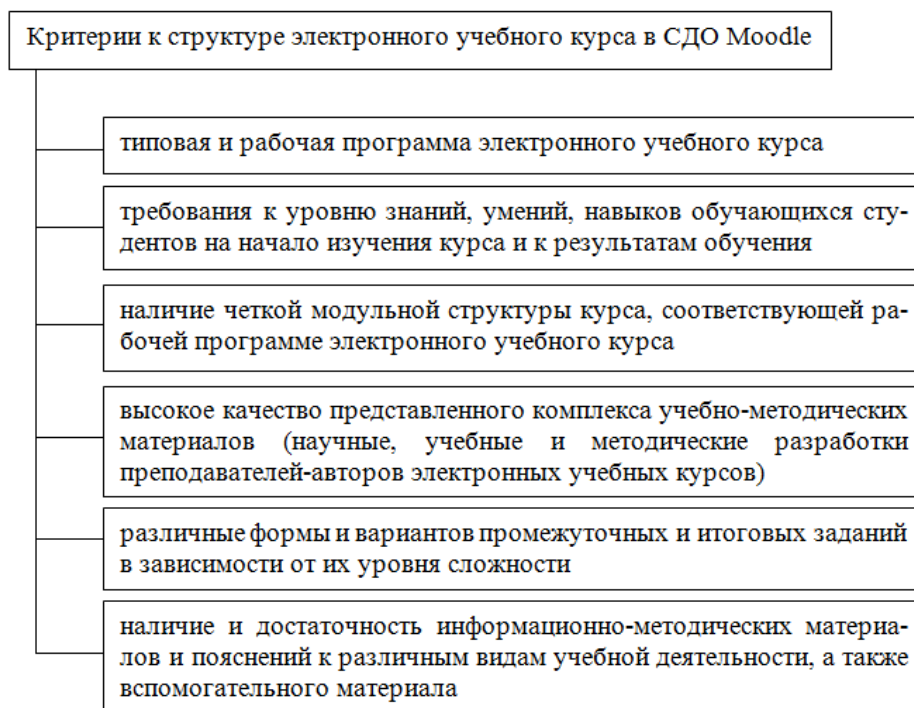


Рис. 1. Критерии к оптимальной структуре электронного учебного курса в СДО Moodle

Выделим преимущества использования СДО Moodle по сравнению с традиционными системами в образовательной среде ВУЗа:

- сокращение времени на выдачу и проверку задания (автоматический показ студентам правильности процесса решения задач);

- появление возможности варьирования заданий согласно уровню подготовки студента (индивидуальная работа над учебными материалами, выбор темпа и глубины проработки);
- освобождение аудиторного времени (его использование с целью организации другой формы учебной деятельности);
- достижение максимальной объективности и оперативности оценок результата учебного процесса;
- появление дополнительных возможностей при формировании профессиональных компетенций студентов (продуктивное сочетание в электронных учебных курсах таких подходов, как контекстный, междисциплинарный и предметно-информационный);
- возможность интерактивного взаимодействия пользователя электронного курса с субъектами образовательного пространства;
- наличие гиперссылки на внутренний и внешний образовательный ресурс, связанный с изучаемым курсом;
- использование цифровых контентов (графических, звуковых файлов, видео), способствующих накоплению и систематизации большого количества информации, необходимого для освоения курса;
- возможность чёткого планирования учебного процесса и управления курсами согласно требованиям учебных программ и образовательных стандартов;
- использование широкого спектра различных видов заданий (виртуальный кейс, командный конкурс и т. д.).

Процесс редактирования электронных учебных курсов включает следующие виды деятельности:

- апробация работы элементов;
- уточнение соответствующих настроек элементов;
- установление сроками доступности материалов;
- исправление обнаруженных недочетов и т. д.

Рассмотрим интерактивные элементы электронного учебного курса по информатике в СДО Moodle для использования в ВУЗе:

- лекция (страницы с теоретическим материалом по основным разделам информатики; контрольные вопросы для проверки качественного усвоения материала в виде теста, классического вопроса или отдельного задания; включение иллюстраций, презентаций, видеоматериалов, аудиофрагментов, схем и др.);
- практическое задание по информатике;
- тестовые материалы по информатике (создание тестовых заданий различных видов: короткий текстовый ответ, несколько вариантов ответов, выбор верно/не верно, числовой или вложенный ответы, на соответствие, эссе и др.);
- элемент Wiki (совместная групповая работа студентов с новым материалом по информатике; коллективная разработка, проектная работа по информатике, хранение, структуризация информации через взаимодействие пользователей с сайтами);
- глоссарий (создание и редактирования списка основных определений по информатике) (рис. 2);
- форум (организация дискуссий по основным и актуальным проблемам в области информатики);
- чат (организация дискуссий и деловых игр по информатике в режиме реального времени);
- опрос (проведение быстрого опроса и голосования по результатам овладения основных разделов информатики);
- анкета (оценка определенных действий);
- пакет SCORM (загрузка любого стандартного пакета).

Рассмотрим формы использования электронного учебного курса по информатике в образовательной вузовской среде:

- слайд-лекции (представление материала по информатике в виде слайдов с речевым сопровождением преподавателя);
- телеэссе (устные выступления обучающихся по определенным темам курса информатики через веб-камеру);
- импринтинговые учебные фильмы по информатике.

Также можно использовать индивидуальные компьютерные тренинги, тест-тренинги – занятия, способствующие закреплению учебного материала по информатике и проверку знаний, умений, навыков студентов.

Б

База данных

информационная модель, позволяющая упорядоченно хранить данные о группе объектов, обладающих одинаковым набором свойств

Рис. 2. Глоссарий курса «Информатика»

Обсуждение и заключение

При внедрении электронного учебного курса по информатике в ВУЗе выявлены следующие преимущества данного процесса по сравнению с традиционным обучением: успешное формирование общекультурных и профессиональных компетенций студентов при овладении курсом информатики; учет дидактических целей и существующих принципов дидактики; наличие интерактивного взаимодействия между субъектами образовательного процесса при овладении курсом информатики; ориентировка на индивидуальные образовательные траектории; расчет на совместное творчество субъектов образовательного процесса.

Материалы исследования направлены на совершенствование методов и форм обучения в ВУЗе, создание условий для самореализации личности студентов, их развитие и саморазвитие, разработку инновационных образовательных проектов, включающих организацию единого телекоммуникационного дистанционного пространства.

Электронный учебный курс по информатике, сформированный посредством интерактивных элементов специализированной образовательной среды Moodle с учётом специфики и особенностей преподавания в высшей школе направлен на повышение качественного уровня образования в области основных разделов курса информатики.

Список литературы

1. Белозёрова С. И., Белозеров О. И. Организация контроля знаний студентов в LMS Moodle // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 6. С. 188.

2. Глотова М. Ю., Самохвалова Е. А. Индивидуальные образовательные траектории на базе систем дистанционной поддержки образовательного процесса на примере СДО Moodle // Наука и школа. 2015. № 5. С. 60-68.
3. Жадаев Д. С. Системы дистанционного обучения: обзор программных платформ // Информатизация образования и науки. 2019. № 3 (43). С. 15-21.
4. Лабушева Т. М., Ямских Т. Н. Ключевые вопросы эффективной работы преподавателя в LMS Moodle // Право и образование. 2019. № 5. С. 16-23.
5. Махмутова М. В., Сеничева Е. И., Акимова О. А. Технология разработки и применения электронных образовательных ресурсов в учебном процессе вуза // Открытое образование. 2019. Т. 23. № 6. С. 50-58.
6. Мещеряков П. С. Опыт применения электронного курса в смешанной технологии обучения // Дистанционное и виртуальное обучение. 2016. № 11 (113). С. 60-66.
7. Alt D. Science teachers' conceptions of teaching and learning, ICT efficacy, ICT professional development and ICT practices enacted in their classrooms. Teaching and Teacher Education. 2018. 73. 141–150.
8. Avidov-Ungar O., Forkosh-Baruch A. Professional identity of teacher educators in the digital era in light of demands of pedagogical innovation. Teaching and Teacher Education. 2018. 73. 183–191.
9. Tsai Y., Lin C., Hong J., Tai K. The effects of metacognition on online learning interest and continuance to learn with MOOCs. Computers and Education. 2018. 121. 18–29.
10. NejkoVIC V., Tosic M. Exploring factors for effective use of online in-formation in SPOC within the engineering education. Computer Applications in Engineering Education. 2018. 26 (5). 1457–1469.

DEVELOPMENT OF INTERACTIVE ELEMENTS OF ELECTRONIC INFORMATION TRAINING COURSE IN MOODLE REMOTE TRAINING SYSTEM FOR USE IN HIGHER EDUCATION INSTITUTION

T. V. Richter Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor, tatyana.rikhter@mail.ru Perm	Perm State University
--	--

Abstract. The article identifies the possibilities for creating various types of interactive teaching materials with the appropriate settings and presentations, identifies the criteria for the structure of the electronic training course in the Moodle distance learning system, considers the advantages of using the Moodle SDE in comparison with traditional systems in the educational environment of the university, describes the types of editing process activities electronic training courses. Interactive elements of an electronic training course in computer science at the Moodle SDO were developed for use at a university: a lecture (pages with theoretical material on the main sections of computer science; control questions for checking the quality assimilation of the material in the form of a test, a classic question or a separate task; inclusion of illustrations, presentations, video materials, audio fragments, circuits, etc.); practical task in computer science; test materials on computer science (creation of test items of various kinds: short text answer, several answer options, choice of true / false, numerical or nested answers, for compliance, essays, etc.); Wiki element (joint group work of students with new material on computer science; collective

development, project work on computer science, storage, structuring of information through user interaction with sites); glossary (creating and editing a list of basic definitions in computer science); forum (organization of discussions on the main and urgent problems in the field of computer science); chat (organization of discussions and business games on computer science in real time); a survey (conducting a quick survey and voting on the results of mastering the main sections of computer science); profile (assessment of certain actions); SCORM package (download any standard package). The forms of using an electronic training course in computer science in the educational environment of a university are considered: a slide lecture, a tele essay, an imprinting educational film in computer science, which represents a learning resource in dynamics with speech accompaniment.

Keywords: distance learning, LMS Moodle, electronic training course, interactive elements, computer science.

References

1. Alt, D. (2018). Science teachers' conceptions of teaching and learning, ICT efficacy, ICT professional development and ICT practices enacted in their classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 73, 141-150.
2. Avidov-Ungar, O., & Forkosh-Baruch, A. (2018). Professional identity of teacher educators in the digital era in light of demands of pedagogical innovation. *Teaching and Teacher Education*, 73, 183-191.
3. Belozerova, S. I., & Belozerov, O. I. (2018). Organization of student knowledge control in LMS Moodle [*Organizatsiya kontrolya znaniy studentov v LMS Moodle*]. *Modern problems of science and education*, 6, 188.
4. Glotova M. Ju., & Samohvalova E. A. (2015). Individual'nye obrazovatel'nye traektorii na baze sistem distancionnoj podderzhki obrazovatel'nogo processa na primere SDO Moodle [*Individual educational trajectories based on distance support systems for the educational process on the example of the SDL Moodle*]. *Science and school*, 5, 60-68.
5. Labusheva, T. M., & Yamskikh, T. N. (2019). Key Issues of Teacher Effectiveness at LMS Moodle [*Klyuchevye voprosy effektivnoy raboty prepodavatelya v LMS Moodle*]. *Law and Education*, 5, 16-23.
6. Makhmutova, M. V., Senicheva, E. I., & Akimova, O. A. (2019). Technology for the development and use of electronic educational resources in the educational process of a university [*Tekhnologiya razrabotki i primeneniya elektronnykh obrazovatel'nykh resursov v uchebnom protsesse vuza*]. *Open Education*, 6, 50-58.
7. Meshcheryakov, P.S. (2016). The experience of using the electronic course in blended learning technology [*Opyt primeneniya elektronnoy kursa v smeshannoy tekhnologii obucheniya*]. *Distance and virtual learning*, 11 (113), 60-66.
8. Nejko, V., & Tosic, M. (2018). Exploring factors for effective use of online information in SPOC within the engineering education. *Computer Applications in Engineering Education*, 26 (5), 1457-1469.
9. Tsai, Y., Lin, C., Hong, J., & Tai, K. (2018). The effects of metacognition on online learning interest and continuance to learn with MOOCs. *Computers and Education*, 121, 18-29.
10. Zhadaev, D. S. (2019). Distance learning systems: a review of software platforms [*Sistemy distantsionnogo obucheniya: obzor programmnykh platform*]. *Informatization of Education and Science*, 3 (43), 15-21.

УДК
372.851**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ ШКОЛЬНИКА КАК
КОМПОНЕНТ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ****Галина Александровна Симоновская**
к.п.н., доцент
simonovskaj_g@mail.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. В статье приводится краткий обзор результатов тестирования российских школьников в международном исследовании качества математического и естественнонаучного образования (TIMSS) и в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA). Рассматривается понятие математической грамотности как один из компонентов функциональной грамотности. Рассматриваются структурные компоненты математической грамотности: умение работать с математическим текстом, обладать грамотной математической речью, способностью аргументированно рассуждать и логически выстраивать рассуждения; умение переводить на математический язык описание объектов и процессов; умение использовать графические представления; умение разрабатывать стратегию поиска решения задачи, решать математическую задачу и интерпретировать результат. В статье приведены конкретные задачи, решение которых направлено на повышение математической грамотности обучающихся. На основе приведенного анализа предложен один из путей повышения математической грамотности школьников – планомерное введение в школьное обучение новых, гибких междисциплинарных элективных курсов.

Ключевые слова: математическая грамотность, функциональная грамотность, школьное математическое образование.

Школьному образованию в настоящее время уделяется колоссальное внимание со стороны государства. Указ Президента Российской Федерации «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года», Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» (2018-2025 годы), Концепция развития математического образования в Российской Федерации и другие программы направлены на поддержание современной школы. Обновление материально-технической базы, разработка новых технологий и подходов в образовании, разработка и внедрение Федеральных государственных образовательных стандартов нового поколения все это определяет модернизацию школьного образования. Вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования – одна из стратегических задач развития страны. Среди целей программы "Развитие образования" (2018-2025 годы) можно выделить следующее: сохранение лидирующих позиций Российской Федерации в международном исследовании качества математического и естественно-научного образования (TIMSS); повышение позиций Российской Федерации в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA). Данные международные исследования направлены на выявление степени сформированности функциональной и академической грамотности.

А. А. Леонтьев считает: «Функционально грамотный человек – это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и

навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений». [2, с.35] Согласно концепции функциональной грамотности, грамотным признается человек, способный «решать проблемы учебной деятельности, стандартные жизненные проблемы, проблемы ориентации в системе ценностей, проблемы подготовки к профессиональному образованию».

Международная программа по оценке качества образования (PISA) один раз в три года анкетировывает школьников до 15 лет с целью оценки их функциональной грамотности. Обычно исследуются три направления: читательская грамотность, естественнонаучная грамотность, математическая грамотность.

Так российские школьники, принимая участие в данных исследованиях каждые три года начиная с 2000 года, демонстрировали следующие результаты.

Таблица 1.

Место РФ среди других стран-участниц (по количеству баллов)

Направление исследования	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018
Математическая грамотность	22	29	34	38	34	23	30
Количество стран-участниц	32	40	57	65	65	70	79

Таблица 2.

Место РФ среди других стран-участниц

Направление исследования	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018
Математическая грамотность	21-25	29-31	32-36	38-39	31-39	20-30	27-35

За последние три года наблюдается существенное снижение показателей характеризующих уровень математической грамотности российских школьников, что привлекло повышенное внимание к проверке математической грамотности школьников, путем оценивания компетентности обучающихся в области математики.

Оценка математической подготовки школьников в исследовании PISA определяет понятие математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [7].

При анализе понятия математической грамотности школьника выделяют структурные компоненты, которые направлены на ее формирование: умение работать с математическим текстом, обладать грамотной математической речью, способностью аргументированно рассуждать и логически выстраивать рассуждения; умение переводить на математический язык описание объектов и процессов; умение использовать графические представления; умение разрабатывать и реализовывать стратегию поиска решения задачи, решать математическую задачу и интерпретировать результат, то есть использовать математический аппарат для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах.

Разбиение понятия математической грамотности на составляющие позволило определить основные подходы к разработке заданий, которые направлены на адаптацию полученных знаний школьного курса математики в других ситуациях.

В результате исследования данной проблемы была выбрана тема «Комплексные числа». На данном математическом материале были разработаны задания, при выполнении которых обучающимся пришлось использовать знания из различных разделов математики, недостаточно связанных между собой и уделять достаточное внимание рассуждениям, логическим заключениям и адаптации полученных результатов. Задания предлагались обучающимся после изучения основного базового материала темы в ходе элективного курса.

Были предложены задания, описывающие действительные ситуации, и как следствие, в ходе решения необходимо было применять некоторые допущения, округления. С другой

стороны, с предложенными задачами учащиеся встречались при изучении других школьных предметов.

Например, предлагалось решить следующие задачи.

Задача 1.

Через реку перпендикулярно берегу движется катер со скоростью 3,2 м/с. Какую скорость передает мотор катеру, если скорость течения реки равна 1,2 м/с?

Обычно задача решается следующим образом.

При движении катера на его скорость $\vec{v}$ влияют как скорость течения реки v_1 , так и скорость, сообщаемая катеру мотором – v_2 . Причем, $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Из треугольника OAB (рис. 1) по теореме Пифагора имеем:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2} = \sqrt{1,2^2 + 3,2^2} \approx 3,4 \text{ (м/с)}.$$

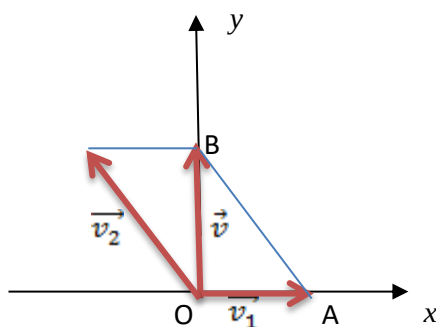


Рис. 1. Чертеж к задаче 1

С помощью комплексных чисел задача решается так: из рисунка 1 видно, что

$$\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1.$$

Но вектору $\vec{v}_1$ соответствует действительное число v_1 , а вектору $\vec{v} \Leftrightarrow iv$, тогда вектору $\vec{v}_2$ соответствует комплексное число $iv - v_1$. Отсюда скорость находится как модуль комплексного числа $iv - v_1$, то есть

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2} = \sqrt{1,2^2 + 3,2^2} \approx 3,4 \text{ (м/с)}.$$

Задача 2.

В движущемся со скоростью 50 км/ч пассажирском вагоне пассажир наблюдает как по стеклу стекают дождевые капли. Дождевые капли, падающие отвесно, попадают на окно, и оставляют на нем след под углом 60° к вертикали. Какова скорость падения капель?

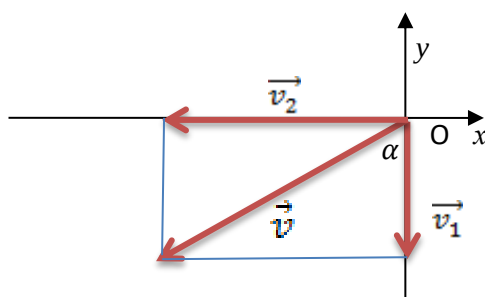


Рис. 2. Чертеж к задаче 2

При решении данной задачи, вместо движения вагона вправо относительно капель рассматривают движение капель относительно вагона с той же скоростью. При этом

результатирующая скорость капли будет складываться из двух взаимно перпендикулярных скоростей. С помощью комплексных чисел данную задачу решают на основе равенства двух комплексных чисел.

Задача 3.

Найдите равнодействующую двух сил в 30 кг и 40 кг действующих на точку тела под углом: а) 30°, б) 60°, в) 90°, г) 120°. Как зависит величина равнодействующей от величины угла между составляющими силами?

При изучении физики школьники обычно решают данную задачу с помощью графических построений равнодействующих в определенном масштабе с последующим измерением. Получается результат не точный, а приблизительный, что характерно для реальных процессов. Комплексные числа позволяют ее решить аналитически. Считают, что точка приложения сил во всех случаях совпадает с началом координат, первая сила $\vec{F}_1$ сонаправлена с действительной осью. Тогда первой силе соответствует действительное $\vec{F}_1$ число 30, а второй силе $\vec{F}_2$ соответствует комплексное число

$$40(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = 40\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = 20\sqrt{3} + 20i \approx 35 + 20i.$$

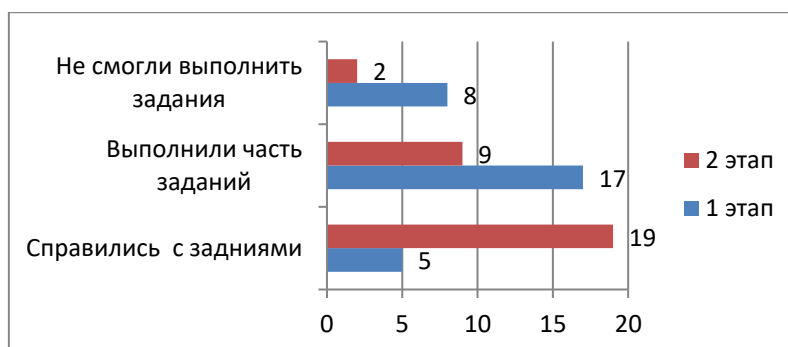
Тогда равнодействующая двух сил $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Leftrightarrow 65 + 20i$. Остается найти длину вектора, а применительно к комплексному числу – модуль ($F = \sqrt{4225 + 400} \approx 68$).

Решая задачу, сравнивая полученные результаты, делается вывод, что с увеличением угла между составляющими силами величина равнодействующей уменьшается.

Решение данной задачи позволяет учащемуся создать математическую модель физического процесса, решить поставленную задачу, используя взаимосвязь между понятиями физики, геометрии, тригонометрии, и сделать вывод, прогнозируя и обобщая результаты.

Отдельные подобного рода задания предлагались для решения студентам первого курса после изучения комплексных чисел. Следует отметить, что на первом этапе из 30 студентов первокурсников только 5 (17%) смогли правильно применить полученные знания в нестандартной ситуации, 8 участников (27%) – не смогли решить задания и после обсуждения подобных заданий. После подробного разбора задач из некоторых разделов физики, участникам были предложены задачи с аналогичным содержанием, но из других разделов. На втором этапе с заданиями справились 64% участников.

Таблица 1.
Результаты работы со студентами



Анализируя полученные результаты, были сделаны выводы о необходимости использования заданий позволяющих демонстрировать применения математического аппарата для описания реальных объектов и процессов. При решении задач междисциплинарного, прикладного характера обучающийся вырабатывает умение работать с

математическим текстом, легче переводит на математический язык описание объектов и процессов, правильно интерпретирует полученный результат.

Опыт внедрения имеющихся знаний в другую сферу деятельности, позволит обучающимся быстрее находить пути решения заданий, моделировать ситуации и интерпретировать полученные результаты. Такой подход позволил действительно подойти к решению проблемы математической грамотности обучающихся.

Проведенное исследование показало, что для повышения уровня математической грамотности следует больше внимания уделять междисциплинарным элективным курсам. Для этого планомерно вводить в школьное обучение новые, гибкие дополнительные курсы, которые позволят эффективно формировать математическую грамотность обучающихся как один из компонентов функциональной грамотности. Следует отметить, что повышение уровня математической грамотности школьников возможно при условии использования заданий позволяющих адаптировать имеющиеся математические знания на объекты, ситуации и процессы из различных сфер жизнедеятельности.

Список литературы

1. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования». URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71748426/#1000> (дата обращения: 16.09.2020).
2. Леонтьев А. А. Педагогика здравого смысла. М.: Баланс, 2003.
3. Рослова Л. О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. №10. С. 48-55.
4. Указ Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 г. №204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года». URL: <https://base.garant.ru/71937200/> (дата обращения: 16.09.2020).
5. Boesen, J., Lithner, J., Palm, T. (2018). Assessing mathematical competencies: an analysis of Swedish national mathematics tests. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 62 (1), 109-124.
6. Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy [Электронный ресурс]. *Second International Handbook of Mathematics Education*, 75-102. URL: https://www.researchgate.net/publication/226813336_Mathematical_Literacy (дата обращения: 16.09.2020).
7. PISA 2018. Draft Analytical Framework [Электронный ресурс]. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf> (дата обращения: 16.09.2020).

STUDENT'S MATHEMATICAL LITERACY AS A COMPONENT OF FUNCTIONAL LITERACY

G. A. Simonovskaya
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
simonovskaj_g@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article provides a brief overview of the results of testing Russian schoolchildren in the international study of the quality of mathematical and natural science education (TIMSS) and in the international program for evaluating student educational achievements (PISA). The concept of mathematical literacy is considered

as one of the components of functional literacy. The structural components of mathematical literacy are considered: the ability to work with a mathematical text, to have a competent mathematical speech, the ability to reason and logically build reasoning; ability to translate descriptions of objects and processes into mathematical language; ability to use graphical representations; ability to develop a strategy for finding a solution to a problem, solve a mathematical problem, and interpret the result. The article presents specific tasks, the solution of which is aimed at improving the mathematical literacy of students. Based on this analysis, we propose one of the ways to improve the mathematical literacy of students – the systematic introduction of new, flexible interdisciplinary elective courses in school education.

Keywords: mathematical literacy, functional literacy, school mathematics education.

References

1. Boesen, J., Lithner, J., Palm, T. (2018). Assessing mathematical competencies: an analysis of Swedish national mathematics tests [*Assessing mathematical competencies: an analysis of Swedish national mathematics tests*]. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 62 (1), 109-124.
2. Decree of the President of the Russian Federation No. 204 of may 7, 2018 "on national goals and strategic objectives for the development of the Russian Federation for the period up to 2024" [*Ukaz Prezidenta Rossiyskoy Federatsii ot 7 maya 2018 g. №204 «O natsional'nykh tselyakh i strategicheskikh zadachakh razvitiya Rossiyskoy Federatsii na period do 2024 goda»*]. URL: <https://base.garant.ru/71937200/> (accessed: 16.09.20).
3. Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy [*Mathematical Literacy*]. *Second International Handbook of Mathematics Education*, pp. 75-102. URL: https://www.researchgate.net/publication/226813336_Mathematical_Literacy (дата обращения: 16.09.2020).
4. Leontiev, A. A. (2003). Pedagogy of common sense [*Pedagogika zdravogo smysla*]. Moscow: Balans.
5. PISA 2018. Draft Analytical Framework [*PISA 2018. Draft Analytical Framework*]. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf> (дата обращения: 16.09.2020).
6. Roslova, L. O. (2018). Functional mathematical literacy: what is meant by this and how to form it [*Funktsional'naya matematicheskaya gramotnost': chto pod etim ponimat' i kak formirovat'*]. *Pedagogy*, 10, 48-55.
7. State program of the Russian Federation "development of education" [*Gosudarstvennaya programma Rossiyskoy Federatsii «Razvitie obrazovaniya»*]. URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71748426/#1000> (accessed: 16.09.20).

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-46-51

УДК
004.423.22

СОЗДАНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗА С ПРУЖИНОЙ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ЯЗЫКЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON

Ольга Борисовна Гладких
к.ф.-м.н., доцент
og1972@rambler.ru
г. Елец

Ирина Ивановна Васильева
ст. преподаватель
irinavsl@yandex.ru
г. Елец

Максим Олегович Мельников
студент
melnikov.maxx@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Рассмотрено применение метода Рунге–Кутты для решения дифференциальных уравнений. Предложена реализация метода Рунге–Кутты второго порядка на языке программирования Python. Создано приложение с графическим интерфейсом на Python для построения графика траектории движения груза с пружиной по горизонтальной поверхности с учетом трения. Начальные условия для расчетов получены от пользователя посредством диалога с GUI.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, метод Рунге–Кутты, Python, математическое моделирование.

Различные аспекты математического моделирования сопровождают деятельность исследователей с момента зарождения точных наук. В ходе развития современного общества интерес ученых прикован к сложным экономическим, техническим и математическим системам, уже не поддающимся изучению, основанному исключительно на теоретических методах.

Непосредственный эксперимент над подобного рода системами может быть долгим, дорогим, опасным или невозможным. В таких ситуациях на помощь исследователям приходит математическое моделирование. Специализированные математические пакеты и языки программирования обеспечивают возможность и удобство проведения тех или иных сложных расчетов.

При описании моделей многих технических, физических систем и устройств используются дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения также нашли применение в экономике, биологии, химии, экологии и других научных сферах.

Классическая запись одномерного дифференциального уравнения имеет вид:

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

где x – аргумент, n – наивысший порядок производной, также является порядком дифференциального уравнения.

Решением дифференциального уравнения называется всякая функция $y = \varphi(x)$, которая при подстановке в исходное дифференциальное уравнение обращает его в верное равенство. Частное решение можно получить из общего, задав произвольным постоянным определенные начальные значения. Например, частное решение уравнения первого порядка имеет вид: $y = \varphi(x, C)$, где C – некоторая произвольная постоянная.

Способ задания дополнительных условий определяет два вида задач:

1. Условия заданы в единственной точке – задача Коши.
2. Условия заданы в нескольких разных точках – краевая задача.

Например, задача Коши для системы ОДУ может выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= F(t, u), t > 0, \\ u(0) &= u_0 \end{aligned} \quad (2)$$

В такой задаче требуется по заранее известному решению в точке $t=0$ найти решения при других значениях t .

На практике исследователи часто сталкиваются с задачами, имеющими начальные данные. Для приближенного решения такого рода задач можно использовать метод Рунге–Кутты. Он является одним из самых распространенных методов, применяемых для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Неявный метод Рунге–Кутты имеет вид:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h \sum_{i=1}^8 b_i k_i, \\ k_i &= f(x_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^8 a_{ij} k_j), i = 1, \dots, s, \end{aligned} \quad (3)$$

где b_i, a_{ij}, c_i – коэффициенты, h – величина шага сетки по x , s – количество этапов, на которых происходит вычисление нового значения.

Наиболее простым вариантом метода Рунге–Кутты является видоизмененный метод Эйлера с пересчетом:

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})}{2}. \quad (4)$$

Схема расчета методом Рунге–Кутты второго порядка описывается следующими рекуррентными формулами:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_n; y_n), \\ k_2 &= hf(x_n + h; y_n + k_1), \\ \Delta y_n &= \frac{1}{2}(k_1 + k_2), \\ y_{n+1} &= y_n + \Delta y_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Соответственно, при реализации алгоритма в цикле изначально вычисляются k_1, k_2 , а после значение в новом расчетном узле.

Для решения задачи расчета и последующего построения графика траектории движения груза с пружиной по горизонтальной поверхности с учетом трения было

разработано GUI-приложения на языке Python3.7 в среде IDLE Python. Схематичный чертеж задачи представлен на рисунке 1. Приложение посредством диалога с пользователем получает следующие начальные значения: стартовую позицию, скорость, массу, жесткость пружины, трение и время.

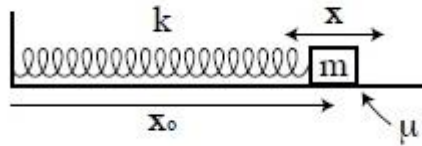


Рис. 1. Схематичный чертеж решаемой задачи

В качестве расчетного метода использовался метод Рунге–Кутты второго порядка точности, реализованный в виде отдельной пользовательской функции rk2 (рис. 2).

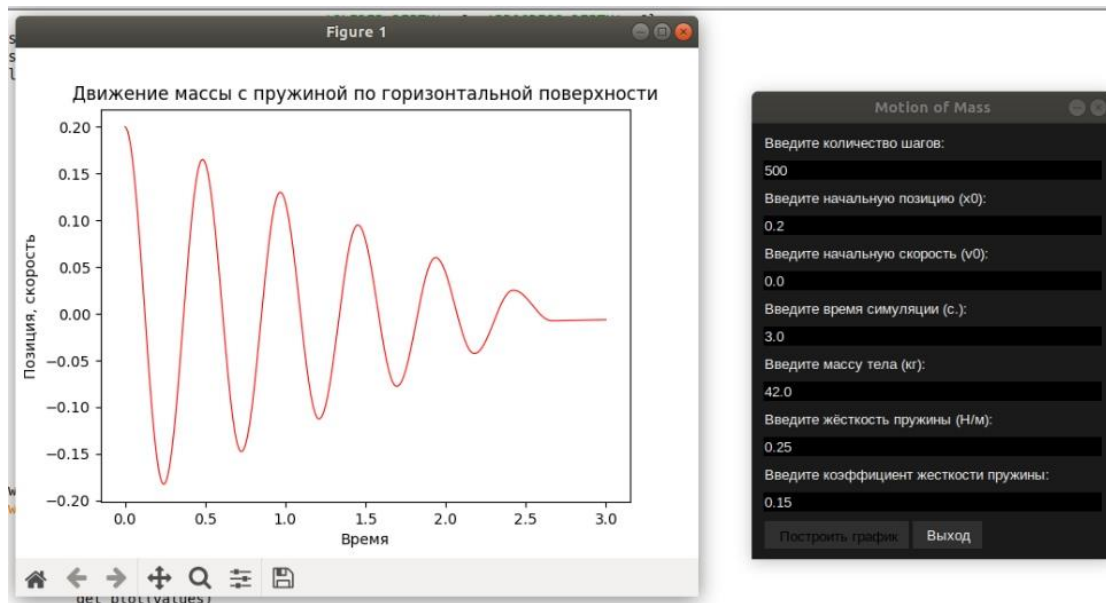


Рис. 2. Интерфейс и результат работы созданного приложения

Простая структура, лаконичность синтаксиса и большое количество дополнительных модулей делают язык Python подходящим инструментом для математического моделирования и проведения разного рода вычислений.

Разработанное приложение задействует следующие модули:

1. Numpy для работы с матрицами и массивами (объекты `np.array` и `np.zeros`);
2. для визуализации графика траектории движения груза – библиотека `matplotlib`. Создана пользовательская функция `get_plot`, реализующая настройку внешнего вида и отрисовку графика по входным данным;
3. графический интерфейс, реализующий диалог с пользователем для ввода начальных значений, использует модуль `PySimpleGUI`. В частности, был использован объект графического окна `sg`.

Первоначально создается numpy-матрица для хранения результата вычислений. Каждая строка из двух элементов хранит состояние системы в определенный момент времени и в момент времени через dt . Первый элемент каждой строки – позиция, второй – скорость. Затем задаются начальные значения, введенные пользователем, и совершается несколько итерация для расчета данных, в последствии используемых при построении графика траектории. Все вычисления происходят в пользовательских функциях `rk2` и `spring_mass`. Функция `spring_mass` разбивает решаемое дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{dx^2}{dt} = -\frac{k}{m} \cdot x \mp \mu \cdot g, \quad (6)$$

на два дифференциальных уравнения первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{k}{m} \cdot x \mp \mu \cdot g. \end{aligned} \quad (7)$$

Затем в цикле производится расчет и полученные данные отправляются в функцию `get_plot` для дальнейшей визуализации.

Программная реализация расчетов с помощью пользовательских функций на языке Python:

```
import PySimpleGUI as sg
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
def rk2 (y, time, dt, derivs, k, m, gravity, mu) :
    k0 = dt * derivs(y, time, k, m, gravity, mu)
    k1 = dt * derivs(y + k0, time + dt, k, m, gravity, mu)
    y_next = y + 0.5 * (k0 + k1)
    return y_next
def spring_mass(state, time, k, m, gravity, mu):
    g0 = state[1]
    g1 = (-k / m * state[0] - gravity * mu) if g0 > 0 else (-k / m *
state[0] + gravity * mu)
    return np.array([g0, g1])
```

Листинг 1. Программа для построения графика движения массы и пружины по горизонтальной поверхности с трением

Разработанное приложение предоставляет пользователю простой и интуитивно понятный графический интерфейс. Программа помогает абстрагироваться от технической реализации расчетов и сосредоточиться на быстрой визуализации результатов. Это позволяет использовать данный продукт в образовательных целях, в качестве демонстрационного средства, помогающего закрепить полученные теоритические знания.

Таким образом, языки программирования, в частности язык Python, являются удобным инструментом для моделирования и проведения разного рода математических расчетов. Python предоставляет множество модулей и библиотек, ускоряющих процесс проведения исследований.

В результате разработано приложение для построения графика траектории движения груза на пружине по горизонтальной поверхности с учетом трения. Программа имеет простой и понятный интерфейс. Кроме того, приложение легко модифицировать и расширять. Например, посредством добавления новых пользовательских функций, реализующих другие численные методы, интеграции сторонних библиотек, ускоряющих процесс проведения вычисление и прочее.

Список литературы

1. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Matchad 12, Matlab 7, Maple 9. М.: НТ Пресс, 2006.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельников Г. М. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.

3. Васильева И. И. Моделирование физического процесса в висмуте с помощью языка программирования PYTHON // Материалы международной научно-практической конференции «Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования». Елец: ЕГУ им. И. А. Бунина. 2019. С. 134-138.
4. Звонарев С. В. Основы математического моделирования: учебное пособие. ЕКБ.: Урал, 2019.
5. Маккини У. Python и анализ данных. М.: ДМК Пресс, 2015.

CREATION OF AN APPLICATION FOR PLOTTING THE TRAJECTORY OF A LOAD WITH A SPRING ON A HORIZONTAL SURFACE IN THE PYTHON PROGRAMMING LANGUAGE

O. B. Gladkikh

Ph.D., associate professor
og1972@rambler.ru
Yelets

I. I. Vasilyeva

Senior Lecturer
irinaavl@yandex.ru
Yelets

M. O. Melnikov

student
melnikov.maxx@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The application of the Runge – Kutta method for solving differential equations is considered. An implementation of the second order Runge – Kutta method in the Python programming language is proposed. An application with a graphical interface in Python was created to plot the trajectory of a load with a spring on a horizontal surface, taking into account friction. The initial conditions for calculations are obtained from the user through a dialogue with the GUI.

Keywords: differential equations, Runge-Kutta method, Python, mathematical modeling.

References

1. Alekseev, E. R., Chesnokova, O. V. (2006). Solution of problems of computational mathematics in the packages Matchad 12, Matlab 7, Maple 9 [*Resheniye zadach vychislitel'noy matematiki v paketakh Matchad 12, Matlab 7, Maple 9*]. Moscow.: NT Press.
2. Bakhvalov, N. S., Zhidkov, N. P., Kobelnikov, G. M. (2001). Numerical methods [*Chislennye metody*]. Moscow: Laboratory of Basic Knowledge.
3. McKinney, W. (2015). Python and Data Analysis [*Python i analiz dannyh*]. Moscow: DMK Press.
4. Vasilyeva, I. I. (2019) Modeling the physical process in bismuth using the PYTHON programming language [*Modelirovanie fizicheskogo processa v vismute s pomoshch'yu yazyka programmirovaniya PYTHON*]. *Proceedings of international scientific-practical*

conference Control systems, technical systems: stability, stabilization, ways and methods of research. 134-138. Yelets.

5. Zvonarev, S. V. (2019). Fundamentals of mathematical modeling: a tutorial [Osnovy matematicheskogo modelirovaniya: uchebnoe posobie]. Ekaterinburg: Ural.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-51-56

УДК
517.983.23

ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ РИССА-ШАУДЕРА К ИССЛЕДОВАНИЮ РАЗРЕШИМОСТИ УРАВНЕНИЙ ТИПА РОМАНОВСКОГО С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ

Ирина Адольфовна Елецких
к.ф.-м.н., доцент
yelttskikh.irina@yandex.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. До середины сороковых годов интересы специалистов по функциональному анализу были сфокусированы почти исключительно на изучение нормированных пространств. Впервые аксиомы таких пространств появились в работе Ф. Рисса о компактных операторах в пространстве $C[a; b]$ в 1918 году, но первое абстрактное изложение теории компактных операторов содержится в диссертации Стефана Банаха, опубликованной в 1932 году в Варшаве. С 50-х годов XX века возрастает прикладная направленность функционального анализа для решения различных задач математики, физики и других прикладных наук. В статье приведены понятия компактного множества и вполне непрерывного оператора, рассмотрена теория Рисса-Шаудера линейных уравнений второго порядка, приводятся теоремы, составляющие содержание этой теории. В качестве приложения теории Рисса-Шаудера приводятся условия существования решений уравнений типа Романовского с частными интегралами в пространстве непрерывных функций. Так как разрешимость операторных уравнений зависит от условий компактности, то в статье приводится пример на установление компактности интегрального оператора.

Ключевые слова: компактное множество, вполне непрерывный оператор, линейные уравнения второго порядка, теория Рисса-Шаудера.

Компактные операторы играют важную роль в различных приложениях. Они допускают достаточно детальное описание, поэтому построенная теория таких операторов позволяет значительно облегчить процесс решения интегральных и дифференциальных уравнений. В качестве определения компактного оператора возьмем сформулированное в учебнике В. С. Владимирова «Обобщенные функции в математической физике».

Пусть E и F – банаховы пространства на поле $\mathbb{F}$ действительных или комплексных чисел. Будем обозначать через $S_r = S_r(0)$ шар радиуса $r > 0$, а через $S = S_1(0)$ единичный шар с центром в нуле [1].

Определение 1. Линейный оператор $A: E \rightarrow F$ в банаховых пространствах E и F называется компактным, если образ $A(S) \subset F$ единичного шара $S \subset E$ является предкомпактным множеством в F .

Рассмотрим свойства компактных операторов, приведенные в [1]. Обозначим через $\mathfrak{C}(\mathbb{E}, \mathbb{F})$ – множество компактных операторов, а $\mathfrak{L}(\mathbb{E}, \mathbb{F})$ – множество всех ограниченных операторов, действующих из $\mathbb{E}$ в $\mathbb{F}$. Тогда

1. Каждый компактный оператор A ограничен.
2. Сумма $C=A+B$ компактных операторов является компактным оператором.
3. Произведение $C=AB$ операторов A и B , один из которых компактный, а другой ограниченный, является компактным оператором.
4. Равномерный предел $A = \lim A_n$ компактных операторов A_n является компактным оператором.
5. Если оператор $A: X \rightarrow Y$ компактный, то сопряженный оператор $A^*: Y^* \rightarrow X^*$ также компактный.

Из свойств компактных операторов вытекает, что $\mathfrak{C}(\mathbb{E}, \mathbb{F})$ является замкнутым подпространством в $\mathfrak{L}(\mathbb{E}, \mathbb{F})$ [1].

Прежде чем переходить к вопросам разрешимости уравнений типа Романовского с частными интегралами рассмотрим пример доказательства компактности интегрального оператора в пространстве непрерывных функций.

Пример. Пусть $\mathfrak{C}(X)$ и $\mathfrak{C}(Y)$ – два пространства непрерывных функций, заданных на компактах X и Y соответственно. Пусть $K(x, y) \in \mathfrak{C}(X \times Y)$ есть непрерывная функция двух переменных на компакте $X \times Y$. Рассмотрим интегральный оператор $A: \mathfrak{C}(Y) \rightarrow \mathfrak{C}(X)$ с ядром $K(x, y)$, действующий по формуле: $Ag(x) \doteq \int_Y K(x, y)g(y)d\mu_y$, $g \in \mathfrak{C}(Y)$, где μ – некоторая регулярная конечная мера в Y . Доказать, что A – компактный оператор.

Используем для доказательства теорему Арцела. Так как функция $K(x, y)$ непрерывна на компакте $X \times Y$, то она ограничена и равномерно непрерывна. Поэтому для любой функции $g \in S$ из единичного шара $S \subset \mathfrak{C}(Y)$ получим

$$\|Ag\| \leq \mu(Y)\|K\|, |Ag(x_1) - Ag(x_2)| \leq \mu(Y)\omega(K, \delta),$$

если $\rho(x_1, x_2) \leq \delta$. Следовательно, образ шара $A(S)$ является ограниченным и равномерно непрерывным в $\mathfrak{C}(X)$. Таким образом, по теореме Арцела множество $A(S)$ предкомпактно в $\mathfrak{C}(X)$, а оператор A компактный [1].

Следующие теоремы составляют содержание теории Рисса – Шаудера, являющейся обобщением фредгольмовой теории интегральных уравнений.

Первая теорема Фредгольма. Пусть A – линейный вполне непрерывный оператор в банаховом пространстве X . Следующие четыре утверждения эквивалентны:

- а) уравнение $x - Ax = y$ имеет решение при любой правой части y ;
- б) уравнение $z - Az = 0$ имеет только тривиальное решение;
- в) уравнение $f - A^*f = \omega$ имеет решение при любой правой части ω ;
- г) уравнение $\psi - A^*\psi = 0$ имеет только тривиальное решение.

Если выполнено одно из условий а), б), в), г), то операторы $I - A$ и $I - A^*$ непрерывно обратимы.

Вторая теорема Фредгольма. Пусть A – линейный вполне непрерывный оператор в X . Тогда уравнения $z - Az = 0$ и $\psi - A^*\psi = 0$ имеют одинаковое конечное число линейно независимых решений.

Третья теорема Фредгольма. Пусть A – линейный вполне непрерывный оператор в X . Для того чтобы уравнение $x - Ax = y$ имело хотя одно решение, необходимо и достаточно, чтобы для любого решения ψ уравнения $\psi - A^*\psi = 0$ выполнялось условие $\langle y, \psi \rangle = 0$.

Далее через $\sigma(A)$ обозначаем спектр оператора A , а через $\sigma_p(A)$ точечный спектр, состоящий из собственных значений. Известно, что предельный спектр $\sigma_l(A)$ включает точечный спектр $\sigma_p(A) \subseteq \sigma_l(A)$. При этом из следствия для компактных операторов имеем равенство $\sigma_l(A) \setminus 0 = \sigma_p(A) \setminus 0$.

Теорема (Рисса-Шаудера). Пусть $A: \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ – компактный оператор в банаховом пространстве $\mathbb{E}$ и $\dim \mathbb{E} = \infty$. Тогда спектр $\sigma(A)$ состоит из конечного или счетного множества собственных значений λ и нуля. При этом ненулевые собственные значения $\lambda \neq 0$ имеют конечную кратность.

Из представленных выше теорем непосредственно вытекает

Следствие (альтернатива Фредгольма). Либо при всех $y \in \mathbb{E}$ неоднородное уравнение $\lambda x - Ax = y$ однозначно разрешимо, либо существует ненулевое решение $x \neq 0$ однородного уравнения $\lambda x - Ax = 0$.

Теорию Рисса – Шаудера применим к исследованию разрешимости уравнений типа В. И. Романовского с частными интегралами.

Романовский Всеволод Иванович изучал эргодические свойства цепей Маркова. Напомним предварительно суть теории, введенной в 1907 году А. А. Марковым. Представим себе некоторый объект, который может находиться в конечном или счётном числе состояний E_i . Состояния объекта фиксируются в дискретные моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$. Если вероятность обнаружить объект в момент времени $s + 1$ в состоянии E_j при условии, что в момент времени s он находился в состоянии E_i не зависит от предшествующей моменту s эволюции объекта, то соответствующая теоретико-вероятностная схема называется цепью Маркова, а вероятности, о которых шла речь, вероятностями перехода. Обозначим их $P_{ij}(s)$. Если вероятности перехода не зависят от s , то цепь называется однородной.

Рассмотрим теперь вероятности перехода $P_{ij}(s)$ из состояния E_i в момент времени s в состояние E_j в момент времени t . В однородном случае эти вероятности зависят от $t - s$, обозначим их $P_{ij}^{(t-s)}$. Замечательный результат, полученный А. А. Марковым, состоит в том, что если все P_{ij} положительны (число состояний конечно), то существует $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = P_j$, не зависящий от i .

Эта теорема называется эргодической. Эргодические свойства цепей Маркова изучались в различных работах и различными методами. В. И. Романовский развивал аналитические и алгебраические методы.

В 1932 году В. И. Романовский описал задачу теории марковских цепей [1], которая приводится к линейному интегральному уравнению вида

$$x(t, s) = \int_a^b m(t, s, \sigma) x(\sigma, t) d\sigma + f(t, s) \quad (1)$$

Это уравнение он исследовал методом, аналогичным методу определителей Фредгольма, в предположении непрерывности заданных функций $m(t, s, \sigma)$ и $f(t, s)$. Для уравнения (1) характерно то, что сначала производится перестановка переменных в неизвестной функции под знаком интеграла и только потом интегрирование.

Уравнение (1) является частным случаем уравнения

$$x(t, s) = (K_i \circ \Pi) x(t, s) + f(t, s), \quad (2)$$

где K_i , ($i = 1, 2, 3, 4$) – операторы типа Романовского:

$$K_1 = L \circ \Pi + M + N, K_2 = L \circ \Pi + M + N \circ \Pi, K_3 = L + M \circ \Pi + N, K_4 = L + M \circ \Pi + N \circ \Pi.$$

L, M, N – функции, измеримые по совокупности переменных, а интегралы понимаются в смысле Лебега:

$$Lx(t, s) = \int_a^b l(t, s, \tau) x(\tau, s) d\tau, \quad Mx(t, s) = \int_a^b m(t, s, \sigma) x(t, \sigma) d\sigma,$$

$$Nx(t, s) = \int_a^b \int_a^b n(t, s, \tau, \sigma) x(\tau, \sigma) d\tau d\sigma.$$

$Px(t, s) = x(s, t)$ – оператор перестановки переменных.

Вопросы разрешимости уравнений (2) тесно связаны со свойствами операторов K_i , которые являются операторами с частными интегралами, так как в первых двух слагаемых их правых частей интегрирование неизвестной функции ведется по части переменных. Свойства операторов типа Романовского зависят от пространств, в которых они изучаются, и сильно отличаются от свойств обычных интегральных операторов.

Следует отметить, что найти решения уравнений, содержащих такие операторы, удастся в редких случаях. Поэтому необходимо изучение условий, при которых уравнения типа Романовского являются фредгольмовыми или сводятся к уравнениям Фредгольма.

В [1, 2] рассматриваются условия нётеровости, фредгольмовости и обратимости оператора $I - K_i$ для $i = 1, \dots, 4$ и соответствующего ему уравнения $(I - K_i)x = f$, где I – тождественный оператор. Здесь под нётеровым (фредгольмовым) оператором понимается линейный оператор с замкнутой областью значений, у которого размерности ядра и коядра конечны (размерности ядра и коядра конечны и совпадают).

В [2] для уравнения $x = K_i x + f$ получены критерии фредгольмовости в практически важном случае непрерывных в целом и интегрально ограниченных ядер. Напомним, что измеримые по совокупности переменных функции $l(t, s, \tau)$, $m(t, s, \sigma)$, $n(t, s, \tau, \sigma)$ называются непрерывными в целом, если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что при $|t_1 - t_2| < \delta$, $|s_1 - s_2| < \delta$

$$\begin{aligned} \int_a^b |l(t_1, s_1, \tau) - l(t_2, s_2, \tau)| d\tau < \varepsilon, \quad \int_a^b |m(t_1, s_1, \sigma) - m(t_2, s_2, \sigma)| d\sigma < \varepsilon, \\ \int_a^b \int_a^b |n(t_1, s_1, \tau, \sigma) - n(t_2, s_2, \tau, \sigma)| d\tau d\sigma < \varepsilon. \end{aligned}$$

интегрально-ограниченными, если

$$\begin{aligned} \sup_D \int_a^b |l(t, s, \tau)| d\tau = C_1 < +\infty, \quad \sup_D \int_a^b |m(t, s, \sigma)| d\sigma = C_2 < +\infty, \\ \sup_D \int_a^b \int_a^b |n(t, s, \tau, \sigma)| d\tau d\sigma = C_3 < +\infty. \end{aligned}$$

Теорема 1. Если ядра $l(t, s, \tau)$, $m(t, s, \sigma)$ и $n(t, s, \tau, \sigma)$ непрерывны в целом и интегрально ограничены на $D \times [a, b]$ и $D \times D$ соответственно, то при $i=1,2$ оператор $I - K_i$ фредгольмов в $\mathbb{C}(D)$ тогда и только тогда, когда в $\mathbb{C}(D)$ фредгольмов оператор $I - M$, а при $i = 3,4$ – тогда и только тогда, когда в $\mathbb{C}(D)$ фредгольмов оператор $I - L$.

Здесь $\mathbb{C}(D)$ – пространство непрерывных на $D = [a, b] \times [a, b]$ функций. В условии этой теоремы фредгольмовость уравнения $x = K_i x + f$ ($i = 1, \dots, 4$) равносильна при $i = 1,2$ обратимости уравнения $x = Mx + f$, а при $i = 3,4$ – обратимости уравнения $x = Lx + f$. Условия фредгольмовости в пространстве $\mathbb{L}^p = \mathbb{L}^p(D)$ устанавливает следующая

Теорема 2. Пусть операторы L , M и N непрерывны в пространстве $\mathbb{L}^p$. Если операторы $(L \circ \Pi)^2$ и $N \circ \Pi^i + M \circ (L \circ \Pi)$ ($i = 1,2$) компактны в $\mathbb{L}^p$, то в $\mathbb{L}^p$ нётеровость оператора $I - K_i$ ($i = 1,2$) равносильна нётеровости оператора $I - M$, а фредгольмовость $I - K_i$ равносильна фредгольмовости оператора $I - M$.

Аналогично, если операторы $(M \circ \Pi)^2$ и $N \circ \Pi^i + L \circ (M \circ \Pi)$ ($i = 1, 2$) компактны в $\mathbb{L}^p$, то в $\mathbb{L}^p$ нётеровость оператора $I - K_i$ ($i = 3, 4$) равносильна нётеровости оператора $I - L$, а фредгольмовость $I - K_i$ равносильна фредгольмовости оператора $I - L$.

Из сформулированных теорем и представления уравнения (2) в виде

$$(I - M) \circ (I - L \circ \Pi)x = (N + M \circ (L \circ \Pi))x + f \quad \text{в случае } i = 1 \text{ и}$$

$$(I - M) \circ (I - L \circ \Pi)x = (N \circ \Pi + M \circ (L \circ \Pi))x + f \quad \text{в случае } i = 2$$

Вытекают теоремы

Теорема 3. Пусть операторы L, M, N – непрерывны в пространстве $\mathbb{L}^p$, операторы $(L \circ \Pi)^2$ и $N \circ \Pi^i + M \circ (L \circ \Pi)$ ($i = 1, 2$) компактны в $\mathbb{L}^p$ и $1 \notin \sigma(M)$. Тогда справедлива альтернатива Фредгольма:

1. либо уравнения $x = K_i x + f$ ($i = 1, 2$) и $x = K_i^* x + g$ ($i = 1, 2$) разрешимы при любых правых частях и их решения единственны;
2. либо однородные уравнения $x = K_i x$ и $x = K_i^* x$ имеют одинаковое и число линейно-независимых решений $x_1, \dots, x_n$ и $y_1, \dots, y_n$, соответственно. При этом уравнения $x = K_i x + f$ и $x = K_i^* x + g$ разрешимы соответственно тогда и только тогда, когда $f(y_k) = 0$ и $g(x_k) = 0$ ($k = 1, \dots, n$).

Теорема 4. Если ядра $l(t, s, \tau), m(t, s, \sigma), n(t, s, \tau, \sigma)$ непрерывны в целом и интегрально ограничены, то для уравнения $x = K_i x + f$ ($i = 1, 2$) в $\mathbb{C}(D)$ альтернатива Фредгольма справедлива точно тогда, когда $1 \notin \sigma(M)$.

Аналогичные теоремы имеют место и для $i = 3, 4$.

В заключение следует отметить, что линейные операторы типа Романовского с частными интегралами исследовались А. С. Калитвиным, Л. М. Лихтарниковым, Л. Л. Морозовой. Наиболее подробно разработана теория оператора $K \circ \Pi$ для различного вида ядер (вырожденные, симметричными, симметризуемыми). Полный перечень работ по операторам этого типа можно найти, например, в [1, 3].

Уравнение (1) двусвязных цепей Маркова исследовано В. И. Романовским методом определителей Фредгольма в случае непрерывного ядра [4], в случае вырожденных ядер уравнение изучалось В. А. Щелкуновым [5]. Спектральные свойства оператора двусвязных цепей Маркова приведены в [3], там же рассмотрены условия обратимости, нетеровости и фредгольмовости уравнения (2).

Свойства операторов типа Романовского в пространствах непрерывных функций и в пространствах Лебега исследовались в работах А. С. Калитвина и автора статьи. Подробный перечень работ можно найти в [1, 3].

Список литературы

1. Елецких И. А. Вопросы теории операторов и уравнений типа Романовского с частными интегралами: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Липецк, 2005.
2. Елецких И. А. Нетеровость и фредгольмовость операторов типа Романовского с частными интегралами в пространстве L^p // Операторы с частными интегралами: сб. науч. трудов Липецк, 2003. Вып. 6. С. 59-65.
3. Калитвин А. С. Интегральные уравнения типа В. И. Романовского с частными интегралами. Липецк: ЛГПУ, 2014.
4. Романовский В. И. Избранные труды. Т.2: Теория вероятностей, статистика и анализ. Ташкент: Наука, 1964.
5. Щелкунов В. А. Интегральные уравнения, ядра которых зависят от трех переменных // Сборник науч. трудов кафедры высшей матем. Тула. 1974. Вып. 2. С. 45-51.

APPLICATION OF RIESZ-SHAUDER THEORY TO INVESTIGATION OF THE SOLVABILITY OF EQUATIONS OF ROMANOVSKY TYPE WITH PARTIAL INTEGRALS

I. A. Yeletskikh

Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate
professor
yelttskikh.irina@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. Until the mid-1940s, the interests of functional analysts were focused almost exclusively on the investigation of normalized spaces. The axioms of such spaces first appeared in F. Riesz's paper on compact operators in the space $C[a; b]$ in 1918, but the first abstract presentation of the theory of compact operators is contained in Stefan Banach's dissertation published in 1932 in Warsaw. Since the 50s of the XX century, the applied focus of functional analysis for solving various problems of mathematics, physics and other applied sciences has been growing. The article presents the concepts of a compact set and a completely continuous operator, considers the Riesz-Schauder theory of second-order linear equations, presents the theorems that make up the content of this theory. As an application of the Riesz-Schauder theory, conditions are given for the existence of solutions of equations of Romanovsky type with partial integrals in the space of continuous functions. Since the solvability of operator equations depends on the compactness conditions, the article gives an example of establishing the compactness of an integral operator.

Keywords: compact set, completely continuous operator, second-order linear equations, Riesz-Schauder theory.

References

1. Yeletskikh, I. A. (2005) Questions of the theory of operators and equations of Romanovskii type with partial integrals [*Voprosy teorii operatorov i uravneniy tipa Romanovskogo s chastnymi integralami*]. [dissertation]. Lipetsk.
2. Yeletskikh, I. A. (2003) Noetherian property and Fredholm property of operators of Romanovskii type with partial integrals in the space L^p [*Noterovost' i fredgol'movost' operatorov tipa Romanovskogo s chastnymi integralami v prostranstve L^p*]. *Operators with partial integrals*, 6, 59-65. Lipetsk.
3. Kalitvin, A. S. (2014) Integral equations of V. I. Romanovsky with partial integrals [*Integral'nyye uravneniya tipa V. I. Romanovskogo s chastnymi integralami*]. Lipetsk: LGPU.
4. Romanovsky, V. I. (1964) Selected Works. Vol.2: Probability theory, statistics and analysis [*Izbrannyye trudy. T.2: Teoriya veroyatnostey, statistika i analiz*]. Tashkent: Nauka.
5. Shchelkunov, V. A. (1974) Integral equations whose kernels depend on three variables [*Integral'nyye uravneniya, yadra kotorykh zavisyat ot trekh peremennykh*] *Sb. scientific. tr. department of higher mat.* 2. 45-51. Tula.

УДК
519.600**К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ НЕЙРОНАМИ****Константин Сергеевич Елецких**
к.ф.-м.н., ст. преподаватель
Kostan86@yandex.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Рассматривается модель, используемая при анализе взаимодействия между двумя (тормозящим и возбуждающим) нейронами в биологической системе. С помощью комбинации методов проверяется существование и устойчивость предельных циклов. В ходе численных экспериментов получены фазовые портреты системы и установлен характер положения равновесия при изменении параметра вблизи бифуркационного значения.

Ключевые слова: точка равновесия, фазовый портрет, система нелинейных дифференциальных уравнений, критерий Пуанкаре-Бендиксона, теорема Пуанкаре-Андропова-Хопфа, предельный цикл, теорема Ляпунова.

Современный мир динамических моделей развивается и расширяется стремительными темпами. Помимо традиционных областей таких, как механика, техника, физика, астрономия, теперь он охватывает менее традиционные области – химию, биологию, медицину, экологию, экономику. Большое количество известных численных методов исследования часто неприменимо для нелокального анализа таких моделей, то есть для решения задач устойчивости и неустойчивости состояний равновесия, а также проблем существования и устойчивости циклов различного типа. Если эти методы все же применяются, то, как известно, иногда они приводят к ошибкам качественного характера. Более точные результаты в нелокальном анализе динамических систем могут быть получены только с использованием точных (качественных) методов.

Классический принцип, позволяющий доказать существование циклов в динамических системах второго порядка и установить их устойчивость – известная теорема (критерий) Пуанкаре-Бендиксона [2,3]. Применение этого принципа при исследовании конкретных систем позволяет сформулировать утверждение о существовании хотя бы одного орбитально устойчивого цикла в некоторой ограниченной области фазового пространства, но не гарантирует его единственности. В то же время известная бифуркационная теорема Пуанкаре-Андропова-Хопфа [5] утверждает, не совсем точно, что в случае наличия сверхкритической бифуркации существует малый интервал изменения параметра бифуркации, гарантирующий существование, притом единственного, орбитально устойчивого цикла в малой окрестности точки покоя, который притягивает из заданной окрестности все траектории системы. Существование цикла при значениях параметров, достаточно удаленных от точки бифуркации, при применении теоремы Пуанкаре-Андропова-Хопфа может быть проверено, как правило, только с помощью численных экспериментов. Поэтому при исследовании систем конкретного вида, встречающихся в приложениях, гораздо более целесообразно комбинировать все вышеперечисленные методы исследования: принцип Пуанкаре-Бендиксона, теорему Пуанкаре-Андропова-Хопфа и численный эксперимент, чем применять все эти методы по отдельности. Эта комбинация и будет продемонстрирована в данной работе.

Рассмотрим, например, модель, применяемую в биологической системе (нейронной сети) для исследования взаимодействия между тормозящим и возбуждающим нейронами [6]. Пусть эта модель описывает простейший случай, т. е. взаимодействие между двумя нейронами. Обозначим за x_1 – выходную переменную состояния возбуждающего нейрона, за x_2 – выходную переменную состояния тормозящего нейрона. Уравнения системы имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{\tau}x_1 + \text{th}(\lambda x_1) - \text{th}(\lambda x_2), \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau}x_2 + \text{th}(\lambda x_1) + \text{th}(\lambda x_2), \end{cases} \quad (1)$$

где $\tau > 0$ – постоянная времени и λ – коэффициент усиления.

Применим критерий Пуанкаре-Бендиксона для того, чтобы установить условия существования периодических орбит. Обозначим

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_1, x_2) &= -\frac{1}{\tau}x_1 + \text{th}(\lambda x_1) - \text{th}(\lambda x_2), \\ \varphi_2(x_1, x_2) &= -\frac{1}{\tau}x_2 + \text{th}(\lambda x_1) + \text{th}(\lambda x_2). \end{aligned}$$

Система (1) имеет единственную точку равновесия $x_1 = 0, x_2 = 0$.

В положении равновесия матрица Якоби системы

$$A(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} + \frac{\lambda}{\text{ch}^2(\lambda x_1)} & -\frac{\lambda}{\text{ch}^2(\lambda x_2)} \\ \frac{\lambda}{\text{ch}^2(\lambda x_1)} & -\frac{1}{\tau} + \frac{\lambda}{\text{ch}^2(\lambda x_2)} \end{bmatrix}$$

имеет вид:

$$A(0,0) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} + \lambda & -\lambda \\ \lambda & -\frac{1}{\tau} + \lambda \end{bmatrix}. \quad (2)$$

$-\frac{1}{\tau} + \lambda \pm \lambda i$ — собственные числа матрицы Якоби. В случае $\lambda\tau > 1$ вещественные части собственных чисел положительные, а в случае $\lambda\tau < 1$ – отрицательные. Мы можем видеть, что при $\lambda\tau > 1$ одно из условий теоремы Пуанкаре-Бендиксона выполняется. Проверим выполнимость второго условия.

Положим $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$ – непрерывно дифференцируемая функция. $V(x_1, x_2) = c$ – замкнутая кривая. Множество $M = \{(x_1, x_2): V(x_1, x_2) \leq c, c > 2\tau^2\}$ замкнутое, ограниченное. Нетрудно проверить, что M содержит только одну точку равновесия, такую что собственные числа матрицы Якоби имеют положительные вещественные части. Тогда скалярное произведение векторного поля $\varphi(x)$ на вектор-градиент ∇V имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi \cdot \nabla V &= \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \varphi_1 + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \varphi_2 = -\frac{x_1^2}{\tau} - \frac{x_2^2}{\tau} + \\ &+ x_1[\text{th}(\lambda x_1) - \text{th}(\lambda x_2)] + x_2[\text{th}(\lambda x_1) + \text{th}(\lambda x_2)]. \end{aligned}$$

Так как $|\text{th}(\lambda x)| < 1$, то $\varphi \cdot \nabla V \leq -\frac{x_1^2}{\tau} - \frac{x_2^2}{\tau} + 2|x_1| + 2|x_2|$. Поскольку $\frac{x^2}{\tau} + 2|x| < 0$ при $|x| > 2\tau$, то $\varphi \cdot \nabla V < 0$. Таким образом, согласно критерию Пуанкаре-Бендиксона, во множестве M существует периодическая орбита.

Матрица Якоби (2) при $\lambda\tau < 1$ имеет собственные числа с отрицательными вещественными частями, поэтому положение равновесия $(0,0)$ является устойчивым фокусом (рис. 1).

В случае же $\lambda\tau > 1$ собственные числа матрицы Якоби имеют положительные вещественные части. В таком случае положение равновесия $(0,0)$ является неустойчивым фокусом.

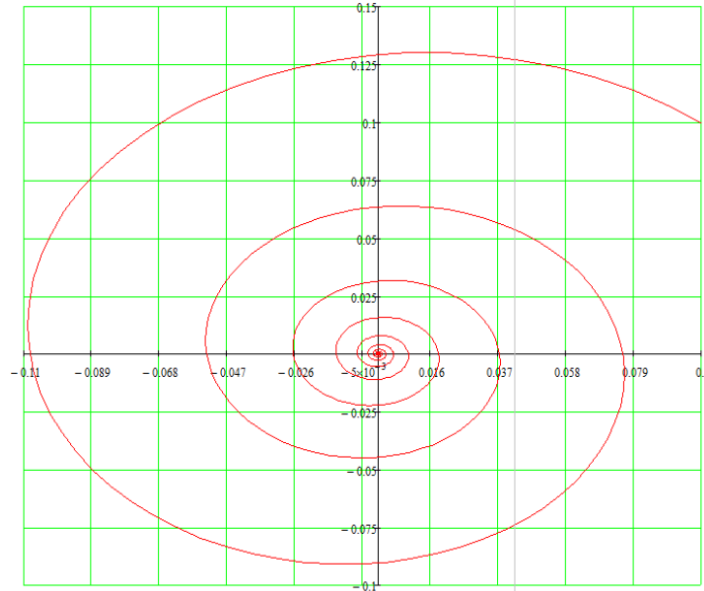


Рис. 1. Фазовый портрет системы для случая $\tau = 1, \lambda = 0,9$.

Видим, что значение $\lambda\tau = 1$ является бифуркационным значением параметра $\lambda\tau$, т. е. именно при этом значении качественно меняется фазовый портрет системы дифференциальных уравнений (1). Пренебрегая членами порядка $O(x^5)$ в разложении в ряд Тейлора $\text{th}(\lambda x_1)$ и $\text{th}(\lambda x_2)$ в малой окрестности точки покоя $(0,0)$, перепишем систему (1) в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\lambda x_2 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 - x_2^3), \\ \dot{x}_2 = \lambda x_1 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 + x_2^3). \end{cases}$$

Обозначим $\psi_1(x_1, x_2) = -\lambda x_2 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 - x_2^3)$ и $\psi_2(x_1, x_2) = \lambda x_1 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 + x_2^3)$. Рассмотрим функцию $V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$. Тогда скалярное произведение векторного поля $\psi(x)$ на вектор-градиент ∇V запишется в виде

$$\begin{aligned} \psi \cdot \nabla V &= \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \psi_1 + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \psi_2 = 2x_1 \left[-\lambda x_2 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 - x_2^3) \right] + \\ &+ 2x_2 \left[\lambda x_1 - \frac{\lambda^3}{3}(x_1^3 + x_2^3) \right] = -\frac{2\lambda^3}{3} [x_1^4 - x_1 x_2^3 + x_1^3 x_2 + x_2^4] = \\ &= -\frac{2\lambda^3}{3} x_1^4 \left[1 - \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^3 + \frac{x_2}{x_1} + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^4 \right]. \end{aligned}$$

Пусть $h(t) = t^4 - t^3 + t + 1$. Нетрудно проверить, что $h(t) > 0$ при $t \in (-\infty, \infty)$. Если $x_1 = 0$, то $\psi \cdot \nabla V = -\frac{2\lambda^3}{3} x_2^4 < 0$ при $x_2 \neq 0$. Поэтому $\psi \cdot \nabla V < 0$, а $V > 0$. Таким образом,

согласно теореме Ляпунова об устойчивости по первому приближению [1,4] при $\lambda\tau = 1$ положение равновесия асимптотически устойчиво.

Итак, при $\lambda\tau \leq 1$ положение равновесия в точке $(0,0)$ асимптотически устойчиво, а при $\lambda\tau > 1$ оно неустойчиво и существует устойчивый предельный цикл, т. е. происходит сверхкритическая бифуркация Пуанкаре-Андронова-Хопфа. Таким образом, наличие такой бифуркации гарантирует существование и единственность орбитально устойчивого цикла при малых положительных значениях параметра $\lambda\tau - 1$.

Пользуясь численными экспериментами (рис.2–4), покажем, что при любых положительных значениях параметра $\lambda\tau - 1$ существует единственный орбитально устойчивый цикл, притягивающий все остальные фазовые траектории системы.

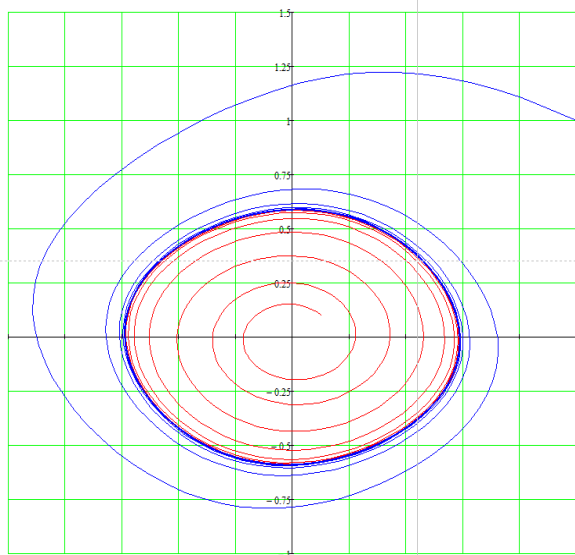


Рис.2. Фазовый портрет системы в случае $\tau = 1, \lambda = 1,1$.

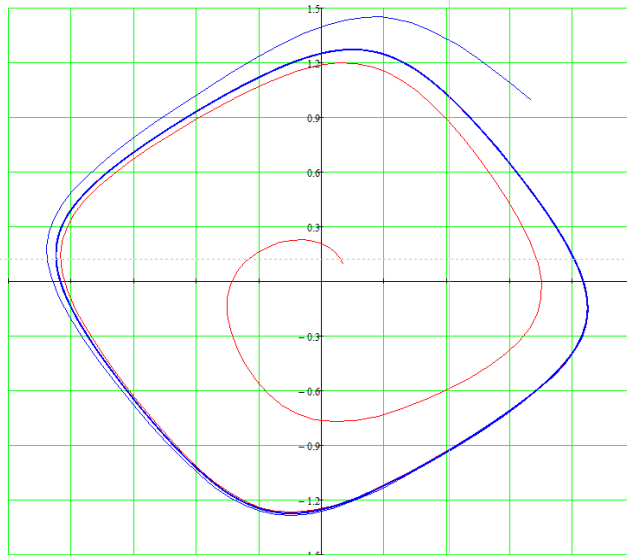


Рис.3. Фазовый портрет системы в случае $\tau = 1, \lambda = 2$.

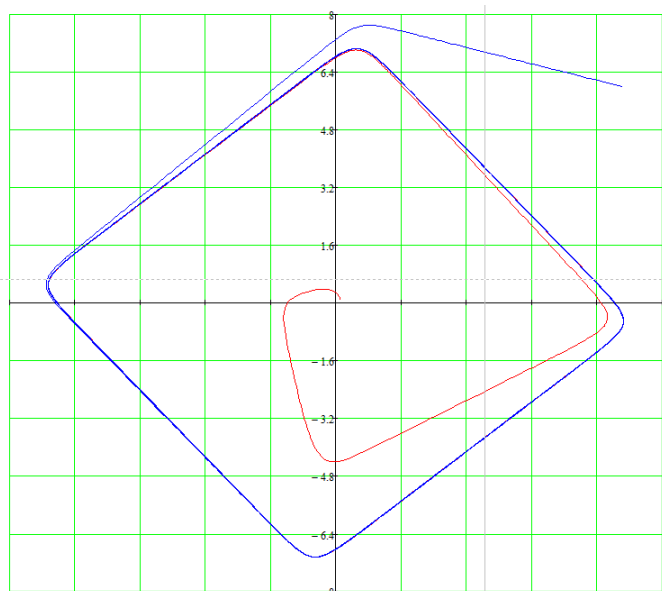


Рис.4. Фазовый портрет системы в случае $\tau = 4, \lambda = 2$.

Список литературы

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.

2. Ильяшенко Ю. С. Эволюционные процессы и философия общности положения. М.: МЦНМО, 2007.
3. Каток А. Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем. Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems / пер. с англ. А. Кононенко при участии С. Ферлегера. М.: Факториал, 1999.
4. Ляпунов А. М. Собрание сочинений. В 6-ти т. Т.2. М.-Л, 1956.
5. Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. Москва: Мир. 1980.
6. Tonnelier A., Meignen S., Bosch H., Demongeot J. Synchronization and desynchronization of neural oscillators // Neural Networks, 1999. 1213-1228.

TO THE QUESTION ABOUT RESEARCH THE MODEL INTERACTIONS BETWEEN NEURONS

K. S. Yeletskikh

Cand. Sci. (Phys.-Math.), senior lecturer
Kostan86@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. A model is considered that is used to analyze the interaction between two (inhibitory and excitatory) neurons in a biological system. Using a combination of methods, the existence and stability of limit cycles is checked. In the course of numerical experiments, phase portraits of the system are obtained and the nature of the equilibrium position is established when the parameter changes near the bifurcation value.

Keywords: equilibrium point, phase portrait, system of nonlinear differential equations, Poincaré-Bendixson criterion, Poincaré-Andronov-Hopf theorem, limit cycle, Lyapunov's theorem.

References

1. Demidovich, B. P. (1967) Lectures on the mathematical theory of stability [*Lektsii po matematicheskoy teorii ustoychivosti*]. Moscow: Nauka.
2. Ilyashenko, Yu. S. (2007). Evolutionary processes and philosophy of community of position [*Evolutsionnyye protsessy i filosofiya obshchnosti polozheniya*]. Moscow: MTsNMO.
3. Katok, A. B., Hasselblat B. (1999) Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems [*Vvedeniye v sovremennuyu teoriyu dinamicheskikh sistem*] / trans. from English A. Kononenko with participation of S. Ferleger. M.: Factorial.
4. Lyapunov, A. M. (1956) Collected Works. In 6 volumes. Vol.2 [*Sobraniye sochineniy. V 6-ti t. T.2*]. M.-L.
5. Marsden, J., McCracken, M. (1980) Cycle birth bifurcation and its applications [*Bifurkatsiya rozhdeniya tsikla i yeye prilozheniya*]. Moscow: Mir.
6. Tonnelier, A., Meignen, S., Bosch, H., Demongeot, J. (1999) Synchronization and desynchronization of neural oscillators // Neural Networks. 1213-1228.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-62-70

УДК
004.424.22

ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА КРЕДИТОВ, ЗАЙМОВ И ДЕПОЗИТОВ В КОНФИГУРАЦИИ 1С:ERP УПРАВЛЕНИЕ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Дмитрий Васильевич Корниенко

к.ф.-м.н., доцент
dmkornienko@mail.ru
г. Елец

Сергей Александрович Рощупкин

к.ф.-м.н., доцент
roshupkinsa@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Конфигурация «1С:ERP Управление предприятием» предусматривает полное отображение финансовой деятельности предприятия, в том числе позволяет вносить данные о кредитах, займах и депозитах. Функциональность прикладного решения позволяет вести полный замкнутый цикл учёта по вышеуказанным операциям. Однако существует ряд особенностей при расчете показателей, входящих в контур документооборота по учету финансовой составляющей таких операций. Описанию таких особенностей и посвящена данная статья.

Ключевые слова: кредиты, депозиты, займы, договора, график платежей, казначейство.

Расчеты по кредитным договорам ведутся отдельно от расчетов с клиентами и поставщиками в контуре расчетов по финансовым инструментам. Функционал прикладного решения позволяет: ввести начальные остатки по кредитным и депозитным договорам; зарегистрировать кредитные и депозитные договоры с учетом параметров погашения кредитов, начисления процентов и комиссий по каждому договору; рассчитать и отразить в информационной базе ежемесячные суммы комиссий и процентов по этим договорам; выполнить анализ обязательств по кредитным договорам.

Работа с кредитами, депозитами и займами определяется функциональной опцией НСИ и администрирование → Настройка НСИ и разделов → Казначейство и взаиморасчеты → Договоры кредитов и депозитов.

Основными профилями для работы по учету кредитов и депозитов являются Бухгалтер и Казначей.

Учет кредитных/депозитных договоров с целью дальнейшего планирования и учета операций по предоставленным кредитам, депозитам и займам ведется в списке Казначейство → Финансовые инструменты → Договоры кредитов и депозитов.

Договор может быть создан для любого партнера (контрагента): клиента, поставщика, конкурента и пр. Для этого в карточке Партнера должна стоять отметка Прочие отношения. Расчеты по кредитным/депозитным договорам ведутся в системе отдельно от расчетов по основным договорам с контрагентами в блоке расчетов по финансовым инструментам. Договор можно регистрировать в любой валюте. Особые условия расчета курса валюты договора (например, ставка ЦБ, увеличенная на процент) отражаются через отдельную валюту (задаваемый параметр Курс валюты зависит от курса другой валюты). Для учета договоров заполняется ряд параметров на соответствующих закладках в форме договора:

1. Основное:

- Партнер, с которым заключен договор, – Дебитор или Кредитор в зависимости от характера договора;
- Организация, с которой заключен договор;
- Счет организации и Счет контрагента – основные банковские счета;
- Характер договора – вид договора, по которому определяются условия предоставления, например, кредита, депозита или займа выданного/полученного;
- Тип договора – носит справочный характер. Счета учета определяются через ГФУ. Признак внутренний и внешний заем определяет информацию назначения займа (внутри своих организаций или с третьими лицами). Интеркампани займов при этом нет, нужно заводить два договора с контрагентами. Займы сотрудникам ведутся в разделе Зарплата.

2. Расчеты:

- Тип срочности – классификация договора по сроку действия (например, Краткосрочный или Долгосрочный);
- Сроки и суммы кредита (займа, депозита).

3. Обеспечение – указывается информация о залогах и поручительствах по договору кредита/депозита/займа. Информация не обязательна к заполнению и используется в качестве справочной. Вводятся номера договоров залога/поручительства. Такие договоры смогут быть прикреплены к договору кредита/депозита в виде присоединенных файлов (команда Присоединенные файлы на форме договора кредита/депозита).

4. Учетная информация:

- Дополнительные банковские счета контрагента – можно указать разные банковские счета для процентов и комиссии (поля Счет процентов и Счет комиссии) с целью расчетов с контрагентами (например, некоторые банки для автоматического опознания в своих системах требуют отдельную оплату по виду платежа на разные расчетные счета). Если не заполнять поля банковских счетов, то будет применяться основной банковский счет. При формировании заявок на оплату учитывается настройка счетов контрагента и формируется или единая заявка, или несколько заявок на разные расчетные счета;
- Статьи движения денежных средств и Статьи расходов/доходов – необходимы для учета начислений и оплат по кредитам, депозитам и займам. С целью корректного разделения сумм в план-фактном отчете для основного долга, процентов и комиссии должны быть указаны различные статьи. В момент записи договора выполняется проверка на совпадение статей, и в случае их совпадения выдается предупреждение: «Статьи ДДС на закладке "Доп. счета/Статьи учета" должны быть различными»;
- Группа финансового учета расчетов (ГФУ) – используется для классификации объектов по правилам отражения в бухгалтерском учете. По группе финансового учета расчетов выполняются настройки счетов регламентированного учета с целью отражения комиссии и процентов по кредитам, депозитам и займам в регламентированном учете;
- Направление деятельности – указывается, если ведется учет финансового результата (доходов и расходов по кредитам, депозитам и займам) в разрезе направлений деятельности.

Договору кредита/депозита/займа соответствуют следующие статусы:

- Не согласован – требуется согласование договора кредита/депозита. После согласования договор вступает в действие;

- Действует – исполнение договора кредита/депозита. Такой договор можно использовать при формировании документов оплат и начислений по кредитам, депозитам и займам;
- Закрыт – закрытие договора кредита/депозита.

В статусах «Действует» и «Закрыт» с помощью отчета План-фактный анализ можно проконтролировать процесс правильности выполнения всех условий по договору. Ключевым параметром договора является график платежей (выплат и поступлений). После записи договора становится доступна возможность ввода информации о графиках выплат и поступлений заемных денежных средств (гиперссылка «Ввести» реквизита «Используемый график» на закладке «Расчеты» в форме договора). Если график уже был введен, то гиперссылка будет ссылаться на используемый вариант графика. Управлять вариантами графиков можно по ссылке вверх формы, открыв их списком. Для анализа взаиморасчетов в рамках заключенных кредитных, депозитных договоров и займов в контексте отклонений по фактически произведенным оплатам и начислениям предусмотрен отчет План-фактный анализ оплат и начислений, вызываемый из формы договора (команда План-фактный анализ). Перейти к отчету можно и по ссылке Казначейство → Отчеты по казначейству → Финансовые инструменты → План-фактный анализ оплат и начислений по договору. Данный отчет используется для контроля план-факта траншей, оплат, начислений и анализа отклонений. Отчет позволяет проводить план-фактный анализ вариантом графика с отметкой Используется. Для сравнения графиков между собой применяется отчет Сравнение графиков, отчет вызывается контекстно из списка вариантов графиков или из панели отчетов Казначейства.

Для вывода реестра договоров указанного типа (кредиты, депозиты) с реквизитами договоров, суммами плана оплат и начислений, фактами оплат и начислений, отклонениями и остатками долга по договору используется отчет Казначейство → Отчеты по казначейству → Финансовые инструменты → Реестр договоров по кредитам и депозитам.

Отчет Казначейство → Отчеты по казначейству → Финансовые инструменты → Ведомость расчетов по финансовым инструментам (рис. 1) предназначен для анализа сальдо и оборотов по финансовым инструментам в разрезе договоров и типов сумм. Настройки отчета позволяют задать отборы и указать в какой валюте выводить суммы: регламентированной, управленческой или валюте взаиморасчетов.

График платежей используется для формирования прогноза движения денежных средств в Платежном календаре. Он является источником для формирования заявок на расходование денежных средств и документов начисления расходов (доходов) по процентам и комиссиям.

Для договора (кредита/депозита) может быть указано несколько вариантов графика (команда Варианты графиков на форме договора). Варианты графиков могут быть использованы в следующих статусах:

- Утвержден – изначальный график погашения кредита (например, график, предоставленный банком, или график после официальной реструктуризации долга);
- Используется – ожидаемый к погашению график (например, с учетом досрочного окончания и минимизации процентов). Это фактически используемый для оплат и начислений график, который получается в результате изменения сроков и сумм оплат из-за отклонений от утвержденного графика.

Статусы «Утвержден» и «Используется» могут быть установлены только для одного графика. По ним формируется прогноз движения денежных средств, определяются эффективность оплат и экономия или переплата по процентам. Одновременное применение обоих статусов для одного варианта указывает на то, что договор исполняется по изначально установленному графику. В случае отсутствия установленных статусов вариант графика хранится как история (например, изначальные версии графиков).

Ведомость расчетов по финансовым инструментам

Период: 01.01.2018 – 31.12.2018 Организация: Промресурс

Финансовые инструменты: Кредиты или займы полученные; Депозит; Займы полученные; ... Контрагент:

Сформировать Настройки... Найти...

Параметры: Период: 01.01.2018 - 31.12.2018
Данные по расчетам: В валюте упр. учета
Финансовые инструменты: Кредит или займ полученные...; Депозит; Займ выданный; Лизинг

Кредиты или займы полученные

Организация	Валюта взаиморасчетов	Контрагент	Договор	Начальный остаток	Погашение	Задолженность	Конечный остаток
Деловой союз	EUR				5 782,64	31 203,91	-25 421,27
АВИКА	АВИКА	вал-вал			3 250,97	13 036,74	-9 785,77
Основной долг					3 083,86	12 545,40	-9 461,54
Проценты					151,03	490,26	-339,23
Комиссия					16,08	1,08	15,00
АВИКА	АВИКА	руб-вал			2 531,67	18 167,17	-15 635,50
Основной долг					2 393,65	18 156,45	-15 762,80
Проценты					125,47	9,74	115,73
Комиссия					12,55	0,98	11,57
Деловой союз	RUB			-148 473,19	22 045,84	5 143,19	-131 570,54
Кузьмин Олег Петрович	Кузьмин Олег Петрович	ДС Договор займа с физическим лицом		-7 970,92	1 183,55	276,11	-7 063,48
Основной долг				-7 956,57	1 181,42	275,62	-7 050,77
Проценты				-14,35	2,13	0,49	-12,71
Примсоцбанк	Примсоцбанк	ДС Кредитный договор		-26 245,64	3 897,05	909,16	-23 257,75
Основной долг				-26 041,58	3 866,75	902,09	-23 076,92
Проценты				-204,06	30,30	7,07	-180,83
Универсал	Универсал	Договор займа с ДК		-114 256,63	16 965,24	3 957,92	-101 249,31
Основной долг				-112 846,83	16 755,91	3 909,08	-100 000,00
Проценты				-1 409,80	209,33	48,84	-1 249,31
Промресурс	RUB			-243 645,40	505 546,18	28 802,79	233 097,99
АвтБанк АКБ	АвтБанк АКБ	Займ2017		85 423,36	4 887,26	9 932,00	80 378,62
Основной долг				85 423,36	4 887,26	9 932,00	80 378,62
АвтБанк АКБ	АвтБанк АКБ	ПР Кредитный договор		-329 068,76	500 658,92	18 870,79	152 719,37
Основной долг				-329 068,76	500 658,92	18 870,79	152 719,37
Итого				-392 118,59	533 374,66	65 149,89	76 106,18

Рис. 1. Отчет Ведомость расчетов по финансовым инструментам

Вариант графика фактически состоит из трех отдельных графиков, образующих сводный график по договору: Транши – график поступления полученных заемных средств (перечисления выданных займов); Оплаты – график выплаты (получения) основного долга, процентов и комиссий; Начисления – график начисления процентов по кредиту (депозиту) и комиссий.

В прикладном решении поддерживается возможность отражать различные ситуации с датами и суммами в графиках:

- даты оплаты основного долга, процентов и комиссии совпадают;
- даты оплаты основного долга, процентов и комиссии различаются;
- различная периодичность выплаты основного долга и процентов (например, часть срока выплачиваются только проценты, без погашения задолженности);
- оплаты идут в другом месяце или с иной периодичностью, чем начисления;
- получение кредита идет не одной суммой, а в соответствии с графиком траншей (осуществляется проверка итоговой суммы траншей на превышение указанной в условиях договора суммы Лимит суммы траншей).

Графики оплат могут вводиться вручную либо загружаться из файлов в формате электронных таблиц (например, *.xls – команда Загрузить на форме варианта графика).

Расчет графиков по правилам кредитного калькулятора не поддерживается. Для расчета можно использовать сторонние средства с последующим импортом результата в информационную базу.

Для контроля правильности получения и погашения кредитов (займов) используются различные отчеты. Для анализа фактических оплат и начислений в рамках оформленных договоров по кредитам и депозитам используется отчет Казначейство → Отчеты по казначейству → Финансовые инструменты → План-фактный анализ оплат и начислений по договору. Данный отчет используется для анализа графиков (поступления, оплаты, начисления) по используемому варианту графиков.

Для проведения сравнительного анализа отклонений по историческим вариантам графиков оплат и начислений в рамках заключенных кредитных и депозитных договоров предусмотрен отчет Казначейство → Отчеты по казначейству → Сравнение графиков

кредитов и депозитов. Переход к отчету Сравнение графиков кредитов и депозитов возможен из списка вариантов графиков в рамках договора кредита/депозита (команда Сравнение графиков).

Все операции, связанные с погашением кредитов, регистрируются документами Заявка на расходование ДС с соответствующими типами операций: Оплата по кредитам и займам полученным; Перечисление на депозит; Выдача займа контрагенту. Созданные заявки проходят весь маршрут проверок, согласований и утверждений. На основании этих заявок оформляются документы Расходный кассовый ордер и Списание безналичных денежных средств.

Проценты и комиссия могут погашаться отдельно от основного долга и на разные расчетные счета, что учитывается при создании заявок на основании договора. При изменении последовательности оплаты (даты или суммы), если она будет отличаться от хранимого графика погашения основного долга, нужно актуализировать информацию в основном графике договора.

Для оформления заявок по графикам предназначено рабочее место Казначейство → Финансовые инструменты → Оформление заявок на оплату (рис. 2). Оно позволяет формировать заявки по графикам кредитов, займов, депозитов.

Дата платежа ↓	К оплате	Валюта	Тип суммы	Получатель	Договор	Тип договора
29.06.2018	5 609 981,00	RUB	Лизинговый пл...	АВИКА	лиз-3	Договоры лизинга (С...
25.10.2018	77,00	RUB	Выкуп предмет...	АВИКА	лиз-3	Договоры лизинга (С...
17.11.2019	1 500 000,00	RUB	Основной долг	Примсоцбанк	ДС Кредитный до...	Договоры кредитов ...

Рис. 2. Рабочее место для оформления заявок на оплату

Для поступления денежных средств по договорам кредитов и депозитов используются документы Приходный кассовый ордер и Поступление наличных денежных средств с соответствующими типами операций: Поступление по кредитам и займам полученным; Поступление по депозитам; Погашение займа контрагентом.

Особенностью документов прихода денежных средств для хозяйственных операций по кредитам и депозитам является указание статьи ДДС, которая заполняется при указании договора. Для возврата депозита или выданного займа, когда в сумме прихода содержатся процент и основной долг, необходимо разбивать строку прихода на две с указанием соответствующей статьи ДДС.

Для анализа оборотов по типам сумм в разрезе контрагентов и договоров используется отчет Казначейство → Отчеты по казначейству → Финансовые инструменты → Ведомость расчетов по финансовым инструментам.

Для отражения прочих расходов (доходов) в сумме начисленных процентов и комиссий предусмотрен документ Казначейство → Финансовые инструменты → Начисления по кредитам и депозитам. Как правило, документы по начислению кредитов и депозитов формируются в конце месяца за прошедший период. В закрытии месяца есть проверка для ситуаций, когда используются графики договоров, на наличие документов начислений, если суммы по графикам не прошли в учете за текущий период. В шапке документа указываются период, организация и хозяйственная операция. Использование данного документа позволяет отразить следующие операции:

- Начисления по кредитам и займам полученным;
- Начисления по депозитам;

- Начисления по займам выданным.

В табличной части Начисления можно заполнить информацию:

- о начисленных процентах/комиссии за использование кредитных средств, полученного займа;
- начисленных процентах и комиссии по займам выданным;
- начисленных процентах по депозитным операциям.

Данные по начислениям заполняются автоматически кнопкой Заполнить по графикам начислений процентов и комиссий всех договоров кредитов/депозитов в статусе «Действует» за указанный период.

Операция заполнения документа работает за период по всем контрагентам (договорам) или с выбором конкретного договора. Операция учитывает прошлые проведенные документы начисления и не создает начисления повторно. Относить начисленные расходы можно на статьи расходов с различными вариантами распределения или статьи активов и пассивов. Подразделение расходов и доходов может отличаться от подразделения, указанного в договоре.

Начисление процентов по кредитам, депозитам и займам является одной из регламентных операций рабочего места Финансовый результат и контроллинг → Заккрытие месяца → Заккрытие месяца.

В состав регламентной операции закрытия месяца входит операция Переоценка по финансовым инструментам, которая выполняет переоценку кредитных и депозитных договоров.

Документы Казначейство → Финансовые инструменты → Корректировки задолженностей по финансовым инструментам позволяют списывать (или начислять) задолженность на статьи доходов/расходов, а также на статьи активов и пассивов. Что позволяет в паре с документами Казначейство → Взаимозачеты и списание задолженности → Списания задолженностей для контрагентов делать взаимозачеты и перевод задолженности из финансовых инструментов (кредитов, займов) в контрагентскую задолженность и обратно, списывая суммы через промежуточную статью активов и пассивов.

Для взаимозачета займов (кредитов) между собой нужно использовать пару документов Корректировки задолженностей.

Перенос долга поддерживается через промежуточную статью активов и пассивов (А/П). Прямое взаимозачета в системе нет.

Нужно использовать промежуточный счет, например, 76. Во взаимозачете задолженности контрагентов промежуточный счет 76, есть он или нет – это опция учетной политики. А для корректировки задолженности фин. инструментов – это всегда так из-за пары документов для взаимозачета.

Используется пара документов Корректировки задолженности фин. инструментов (для зачета внутри займов или кредитов) или пара документов Корректировки задолженности фин. инструментов + Списание задолженности контрагентов (для зачета займов / кредитов с задолженностью по контрагентам):

Списать задолженность на статью А/П с промежуточным счетом 76;

Начислить задолженность на другой договор с этой статьи А/П и с этого счета.

В документе необходимо указать тип суммы для основного долга и процентов и тип корректировки.

Пример, как списать проценты по займу полученному (было сальдо Кт66) и перенести их в другой договор займа (рис. 3, 4).

Рис. 3. Документ Корректировки задолженности по финансовым инструментам. Закладка «Задолженность»

Рис. 4. Документ Корректировки задолженности по финансовым инструментам. Закладка «Доходы и пассивы»

Рис. 5. Проводки документа Корректировки задолженности по финансовым инструментам

В проводках получим следующее: Дт76 Кт66

Для выданных займов нужно документы сделать наоборот - списание будет через
Корректировка дебиторской задолженности.

68

Правила отражения операций в регламентированном учете задаются настройками счетов учета по группе финансового учета расчетов в рамках договора (кредита/займа/депозита) и счетов учета по статьям доходов и расходов (рис. 6). Счета используются для учета расчетов и начисленных процентов, и комиссии в бухгалтерском и налоговом учете.

Депозиты в валюте (Группа настроек финансового учета расчетов с партнерами)

Записать и закрыть Записать Настройки

Еще ?

Наименование: Депозиты в валюте

Описание:

Группа:

Используется для объектов расчетов с

дебиторами по депозитам, займам

с правилом оплаты:

☐ Расчеты в рублях, оплата в рублях ☒ Расчеты в валюте, оплата в валюте

☐ Расчеты в валюте, оплата в рублях ☐ Расчеты в рублях, оплата в валюте

Отражение в регламентированном учете

Основной долг: 55.23

Комиссия:

Проценты: 76.29

Счета учета используются при отражении документов в учете, если для организации не настроены исключения.

[Настроить счета учета по организациям](#)

Отражение в международном учете

[Настроить счета учета по шаблонам проводок](#)

Уточнение счетов учета расчетов в разрезе шаблонов проводок.

Рис. 6. Правила отражения операций в регламентированном учете

Для учета прочих расходов и доходов в сумме начисленных процентов и комиссий в регламентированном учете необходимо произвести настройки счетов учета по статье доходов и расходов, указанных для договоров кредитов и депозитов. Настройки счетов учета прочих расходов и прочих доходов выполняются в статье доходов и расходов, указанных в карточке договоров кредитов/депозитов.

Например, для статьи расходов «Проценты по кредитным договорам», заданной для кредитного договора, указан счет учета 91.02 «Прочие расходы» (поле Счет учета на закладке Регламентированный учет и МФУ в карточке статьи расходов).

Аналогичным образом выполняются настройки счетов учета по статье доходов, указанной в договоре.

Результаты настройки счетов учета для прочих расходов и доходов показываются в рамках рабочего места Регламентированный учет → Бухгалтерский и налоговый учет → Отражение документов в регл. учете → гиперссылка Настроить счета учета → Настройка отражения документов в регламентированном учете (при установленных режимах настройки Прочие доходы и Прочие расходы).

Список литературы

1. 1С:Предприятие 8. Система программ. URL: <https://v8.1c.ru> (дата обращения: 11.09.2020).
2. Информационно-аналитический центр по автоматизации учета и управления. URL: <https://infostart.ru> (дата обращения: 02.10.2020).
3. Информационная система 1С:ИТС. URL: <https://its.1c.ru/> (дата обращения: 12.11.2020).

FEATURES OF ACCOUNTING CREDITS, LOANS AND DEPOSITS IN 1C: ERP CONFIGURATION ENTERPRISE MANAGEMENT

D. V. Kornienko

Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate
professor
dmkornienko@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

S. A. Roshupkin

Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate
professor
roshupkinsa@mail.ru
Yelets

Abstract. Configuration "1C: ERP Enterprise Management" provides a complete display of the financial activities of the enterprise, including the ability to enter data on loans, borrowings and deposits. The functionality of the applied solution allows you to maintain a complete closed accounting cycle for the above operations. However, there are a number of peculiarities in the calculation of indicators included in the workflow contour for accounting for the financial component of such transactions. This article is devoted to the description of such features.

Keywords: loans, deposits, contracts, payment schedule, treasury.

References

1. 1C:Enterprise 8. System programs. URL: <https://its.1c.ru/> (date of access: 11.09.2020).
2. Information and analytical center for automation of accounting and management. URL: <https://infostart.ru> (date of access: 02.10.2020).
3. Information system 1C: ITS. URL: <https://its.1c.ru/> (date of access: 12.11.2020).

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-70-79

УДК
330.4

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ КОФЕЙНОЙ ОТРАСЛИ

Арсений Максимович Лопухин
магистрант
ars4044@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. В статье актуализируется проблема адаптации методов фрактального анализа к прогнозированию показателей развития предприятий кофейной индустрии, как наиболее перспективной отрасли, занимающей второе место по объемам международных сделок после сделок с нефтью. Установлено, что стандартные методы вероятностно-статистического, фундаментального и технического анализа плохо работают по причине

негауссовского распределения финансового рынка и недоказанности того, что экономика и финансы – это случайные события, где прошлое не влияет на будущее. Предложен метод R/S анализа для установления случайного или фрактального характера финансовых показателей развития кофейной сферы, для формулировки выводов о наличии непериодических циклов, долговременной памяти и т.д. Результаты прикладных расчетов в эмпирической хронике подтвердили возможность применения данного технического инструмента для прогнозирования ключевых показателей экономического развития крупнейших предприятий-импортеров кофейной индустрии.

Ключевые слова: сервис коммуникации, веб-приложение, модульная архитектура, работа с целевой аудиторией.

Введение

Разработка методов финансового прогноза на сегодняшний день является наиболее важной и актуальной проблемой в экономической сфере. Финансовый анализ временных рядов представляет особый интерес в равной мере как для практиков, так и для теоретиков. Более того, стохастические неопределенности, присущие финансовым временным рядам, и технический инструментарий, необходимый для их анализа, делают этот предмет особенно интересным не только для экономистов, но также и для математиков. Корректно построенные прогнозные модели финансовых временных рядов, в том числе финансового состояния компании залог стабильной и эффективной его деятельности. Сегодня прогноз микроэкономических показателей компании базируется на фундаментальном и техническом анализе, вероятностно-статистических методах прогноза и оценки (скользящих средних, экстраполяция трендов, простая и множественная регрессия, авторегрессионная модель и другие). Однако в отношении данных моделей и методов основателем фрактальной геометрии Б. Мандельбротом было высказано сомнение: «Согласно классическим финансовым моделям резкие скачки или обвалы никогда не должны происходить. В то время как реальный финансовый рынок иллюстрирует системные «обвалы» и резкие скачки, то есть он характеризуется локальной случайностью и глобальным порядком, т. е. фрактальной структурой» [4]. Выдвинутая гипотеза была дополнена тем, что, во-первых, финансовые временные ряды обладают свойством статистического самоподобия во времени. Во-вторых, по утверждению Б. Мандельброта, «изменение цены заведомо являются негауссовскими» [4; с.157]. По этой причине финансовые ряды находятся не в компетенции классического анализа. Финансовый рынок подобен естественному природному фракталу: каждый природный фрактал отличен в деталях, и в то же время подобен любому другому в общей концепции. Применение методов фрактальной геометрии, которые успешно применяются в естественной и технической науках, представляется мощным инструментом для анализа финансовых показателей.

Исследование, проведенное в настоящей работе, ориентировано на анализ степени стабильности предприятий кофейной отрасли, в частности предприятий-импортёров зелёного кофе, в том числе на прогнозирование внутренних показателей их развития (на российском рынке около 20-ти крупнейших импортеров). С момента становления мировой кофейной промышленности, как рыночного товара, интерес к исследованию кофе, прогнозированию его цены только растет. Сегодня кофе занимает второе место по объемам международных сделок после сделок с нефтью. Цены на кофе достаточно сложно определить в долгосрочной перспективе, так как на его ценообразование влияет множество факторов — погода, урожайность, месяц уборки, количество осадков, географические факторы, объем инвестиций международных хедж-фондов в фьючерсы на кофе и др. Известно, что в 1994 году был

зафиксирован максимальный рост цены на 136%, а в 1989 году — самое большое падение цены на 50%. Положение предприятий на рынке натурального кофе в настоящее время достаточно сложное, кофейный рынок переживает резкое движение цены вниз на зеленый кофе (на 24%). Про «стабильно настроженную» ситуацию в кофейной индустрии отмечает также генеральный директор «SFT Trading» Владимир Савинов во время проведения конференции «Кофейная индустрия в новых реалиях: коронавирус и российский рынок кофе». Российский эксперт отметил, что «от недавнего объема поставок в сегменте сферы услуг (HoReCa) осталось 10%, условный Specialty сегмент (категория кофе повышенного качества) сократился в 4-е раза, его падение продолжится».

В истории развития данной индустрии вопросы регулирования цены на кофе всегда были предметом особого рассмотрения. Выделив три ключевых периода становления кофейной промышленности, можно установить, что в течение первого периода – до начала 1950-х годов, усилия по увеличению урожайности предпринимались посредством научных исследований, поддерживаемых в основном правительством доминирующей страны на рынке продаж – Бразилии; в период контролируемого рынка (1960–1980-е годы) в рамках международного сотрудничества между странами-экспортерами и странами-потребителями правительство продолжало разрабатывать новые эффективные механизмы регулирования цен, были созданы Международные организации по проверке ценообразований. Во многих ведущих странах-производителях (Бразилия, Колумбия, Гондурас, Гватемала, Кения, Эфиопия, Перу, Коста-Рика и др.) государство брало на себя обязательство по контролю кофейной промышленности, предоставляя фермерам специализированную помощь; исследовательским институтам, занимающимся сложными техническими разработками методов сушки, халлинга, выделялось существенное финансирование. Текущий период (с 1990 года по настоящее время) характеризуется возвратом к свободному рынку в рамках международного сотрудничества и ослаблением регуляции кофейной индустрии со стороны государства. В связи с этим деятельность исследовательских институтов приостановлена, фермеры не компетентны в решении данных вопросов на государственном уровне. Однако, по словам президента Гондураса Хуан Орландо Эрнандес, сегодня создается аналог ОПЕК на кофейном рынке (European Coffee Federation, International Coffee Partners, Coffee and Climate), который сможет влиять на цены и контролировать кофейную индустрию.

Изложенное выше позволяет заключить, что актуальную проблему точности прогноза для финансовых показателей предприятия, обеспечивающих его стабильность и устойчивость, решают методы, основанные на свойствах самоподобия и инвариантности экономических систем. Определение стохастических циклов и глубины памяти кофейной индустрии дает возможность прогнозировать как положительную, так и отрицательную динамику не только экономических показателей развития предприятия, но и состояние всей отрасли в целом.

Различные аспекты проблемы прогнозирования экономических систем были рассмотрены с применением методов и моделей классического подхода в современных работах Е. Балабан, А. Баяр, Р. В. Фафф [9], Чонг Ви, Нанко Гонпот, Н. Сокия [10], С. З. С. Абдалла и П. Винкера [20]; изучались на основе нейросетевого анализа В. Е. Селяниным [6], А. Виктор Девадоссом, Т. Энтони Альфонс Лигори [12], К. Нигреном [17]; исследованы посредством спектрального и вейвлет-анализа Арино, М. Педро [8], Элдер Дж., Джин Х. [15], Ф. Массе [16] и др.

Вопросам прогнозирования финансовых временных рядов на основе методов и инструментов фрактального и мультифрактального анализа посвящены труды Л. Р. Болатовой [1], А. А. Гачкова [2], М. М. Дубовикова, А. В. Кранева, Н. В. Старченко [3], А. А. Маркова [5], О. Ю. Урицкой [7], Р. Л. Коста, Г. Л. Васконселоса [11], М. Хорасанли [14], Ф. Шмидта [19], Е. Грина, В. Ханана, Д. Хоффмана [13] и др.

Целью данной работы является поиск алгоритма прогнозирования внутренних показателей развития предприятий кофейной индустрии с использованием методов и инструментов фрактального анализа.

Математические инструменты и методы

Фрактальная концепция была разработана в 1970-х годах французским математиком Бенуа Мандельбротом. Согласно определению Б. Мандельброта, «фракталы — это объекты различной природы (математические, природные, созданные человеком), которые имеют неправильную, изрезанную, раздробленную форму» [4, с.50]. Другими словами, фрактал — это множество, части которого подобны целому. В финансовом смысле, отмечал Б. Мандельброт, фрактальность означает изменчивость одинаковую на всех уровнях.

Сущностью фрактального анализа является выявление единого численного параметра характеристики временного ряда — фрактальной размерности (D или D_f), количественно определяющей сложность объекта. Фрактальное измерение согласуется с концепцией пространственного измерения, но не ограничивается целым числом. Например, более высокая фрактальная размерность представляет более сложный или заполняющий пространство объект.

Отношение $D_f = \frac{\log N}{\log(1/r)}$ задает фрактальную размерность — размерность подобия, где N — параметр покрытия (минимальное число «копий» для покрытия объекта), r — коэффициент подобия.

Разработка метода фрактального анализа для структур временных рядов, обычно сводится к использованию одного из двух подходов: классический клеточный способ, когда график накрывают серией сеток, и определяют фрактальную размерность по аналогии с геометрическими фракталами; метод нормированного размаха или R/S -анализ (отношение размаха R накопленного отклонения к среднему среднеквадратическому отклонению S) для исследования временных рядов экономических показателей, которые не являются нормально-распределенными или близкими к нему. Метод основан на анализе размаха временного ряда. Суть метода заключается в различении случайных и фрактальных рядов, обнаружении неперiodических циклов, долговременной памяти и т. д. Во фрактальном анализе под памятью понимают некоторый промежуток времени (глубина памяти), в течение которого рынок помнит прошлое, и оценивает его влияние на настоящее и будущее. В 1951 году для количественной оценки природы временных рядов долговременной емкости водохранилищ Гарольд Эдвин Херст ввел понятие «показатель Херста». Показатель Херста H представляет собой количественную оценку случайности, проявляемую в структуре временного ряда, посредством измерения корреляции между средним из ближайших прошлых значений и средним из ближайших будущих значений. Данный показатель был рассмотрен Б. Мандельбротом в качестве меры долговременной зависимости и детерминированной циклами тенденции [4, с. 190]. Впоследствии метод R/S -анализа был детализирован благодаря исследованиям Г. Херста.

Показатель Херста рассчитывается следующим образом:

$$\frac{R}{N} = (\alpha \cdot n)^H$$

Отсюда имеем:

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log(\alpha \cdot n)} \quad (1)$$

H — показатель Херста,

S — стандартное (среднеквадратическое) отклонение, определяемое как

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_n (Y_t - \bar{Y})^2}, \bar{Y} — \text{среднее арифметическое за } t \text{ лет;} \quad (2)$$

R — размах отклонения, определяемое как:

$$R = \max_T(X_{T,n}) - \min_T(X_{T,n}), X_{T,n} - \text{накопленное отклонение за } T \text{ лет} \quad (3)$$

в ряду длины

N – количество анализируемых временных периодов;

A – константа из отрезка $(0; 1)$.

Размерность R/S имеет значение от 1 до 2, показатель Херста – от 0 до 1.

Значение $H = 0,5$ ($D = 1,5$) определяет собой область «белого шума», который соответствует хаотичному поведению временного ряда (равновероятность смены направления) и, следовательно, наименьшей надежности прогноза.

Значения показателя Херста $H < 0,5$ означают антиперсистентность. В этом случае процесс называется «розовым шумом», когда положительное приращение в прошлом с большей вероятностью означает отрицательное в будущем, то есть временной ряд реверсирует «спад-подъем» (возврат к среднему).

Значения $0,5 < H < 1,0$ характеризуют персистентный временной ряд, обладающий эффектами долговременной памяти: то, что происходит сегодня, воздействует на будущее. При соответствующем уровне H процесс называется «черным шумом», когда положительное приращение в прошлом с большей вероятностью означает положительное в будущем, и наоборот (следование трендам). С ростом значения H все больше положительных приращений следует за положительными и отрицательных за отрицательными, т. е. память (циклы) имеют все большую глубину (длину).

Следующим важным показателем, характеризующим поведение ряда, является индекс фрактальности μ . Преимущество данного показателя в том, что его можно применять в качестве локальной характеристики динамики процесса, так как масштаб для его надежного определения имеет такой же порядок, что и основной масштаб определяющих состояний процесса. Чем больше значение μ , тем стабильнее поведение ряда, чем меньше μ , тем сильнее в исходном ряде выражен тренд.

Пусть $f(t)$ – реализация фрактального временного ряда, тогда показатель H связан с размерностью D , следовательно, и с индексом фрактальности μ , следующим соотношением:

$$H = 2 - D = 1 - \mu$$

Таблица 1.

Взаимосвязь показателей фрактальности финансового временного ряда

Показатели фрактальности	Характер временного ряда экономического показателя		
	Антиперсистентный, «розовый шум»	Случайный «белый шум»	Персистентный, «черный шум»
Показатель Херста H	$0 < H < 0,5$	$H = 0,5$	$0,5 < H < 1$
Фрактальная размерность D	$1,5 < D < 2$	$D = 1,5$	$1 < D < 1,5$
Индекс фрактальности μ	$0,5 < \mu < 1$	$\mu = 0,5$	$0 < \mu < 0,5$

Б. Мандельброт, отмечая очевидную связь между показателем Херста и фрактальной размерностью как дескрипторов временного ряда, в свою очередь пояснял, что соотношение $H = 2 - D$ сохраняется в мелкомасштабной структуре. В частности, показатель Херста можно понимать как дескриптор глобальных корреляций, в то время как фрактальную размерность можно рассматривать как характеристику локальной мелкомасштабной структуры.

Результаты исследования

Для проведения исследования были выбраны финансовые показатели одного из крупнейших предприятия-импортера, действующего на кофейном рынке в течение 25 лет. В

качестве ключевых показателей экономической эффективности предприятия из всего спектра финансовых показателей наиболее целесообразно выбирать те, по которым статистика временного ряда охватывала бы длительный период времени, с большим количеством измерений. К таким показателям можно отнести, например, ежемесячную выручку или маржу.

На рис. 1-2 представлены графики временных рядов выручки и маржи для исследуемого предприятия за анализируемый период.



Рис. 1. Временной ряд выручки за анализируемый период

Проводимые расчеты по формулам (1)-(3) для временного ряда выручки позволили получить значение коэффициента показателя Херста $H = 0,72$. Рассматриваемый временной ряд выручки в эмпирической хронике имеет явно «черную» окраску, следовательно, является персистентным с эффектами долговременной памяти.

В ходе анализа графика временного ряда выручки естественно предположить, что он суммируется из достаточно коротких отрезков, предопределяющих собой соответственно короткие периоды спада или подъема цены. Этим объясняется полученное значение фрактальной размерности $D = H - 2 = 1,28$, соответствующей данному финансовому ряду.

Аналогичными вычислениями можно установить, что для временного ряда маржи были получены следующие значения: коэффициент показателя Херста $H = 0,71$, $D = 1,29$. Финансовый временной ряд маржи также соответствует устойчивому персистентному ряду.



Рис. 2. Временной ряд маржи за анализируемый период

Фрактальные модели прогноза, несомненно, являются эффективным инструментом для моделирования основных микроэкономических показателей деятельности предприятия. Однако его использование в качестве метода измерения и характеристики финансовых явлений и процессов оставляет еще много вопросов. Сведение описания и анализа сложных явлений к единому значению фрактальной размерности всегда сопряжено с опасностью

чрезмерного упрощения и обобщения. С другой стороны, можно утверждать, что фрактальная размерность как дескриптор не отличается от любых других отдельных статистических показателей, таких как среднее значение и стандартное отклонение, использование которых явно недостаточно для полной характеристики экономических данных. То же верно и для фракталов, где фрактальная размерность отражает только сложность форм, при этом вполне достаточно для прогнозирования развития не только деятельности отдельного предприятия, но и кризисных ситуаций на рынке кофе в целом. С большей вероятностью следует полагать, что полученные значения фрактальной размерности в конкретном случае служат характеристикой стабильности работы предприятия.

Заключение

Результатом проведенного теоретического и количественного исследования явилось выявление тенденций, колебаний и небольших кризисов в анализируемых финансовых временных рядах с использованием фрактальных методов и, в конечном итоге – эффективное планирование деятельности предприятия. Чтобы повысить точность прогнозных моделей развития предприятий кофейной отрасли, рекомендуется использовать фрактальные методы, что, в свою очередь, обеспечит снижение риска всей кофейной промышленности.

В свете полученных результатов следует проявлять осторожность при применении методов фрактального анализа к наборам данных, ограниченным по длине или спектральному содержанию, так как будет сложно привести убедительный аргумент в пользу эмпирического наличия фрактального поведения при исследовании столь узкого временного диапазона. Тем не менее, целесообразно изучить поведение фрактального анализа, применяемого к известным фрактальным структурам, таким как финансовые временные ряды, которые были искусственно подвергнуты временным ограничениям.

Список литературы

1. Болатова Л. Р. Математические методы статистики и нелинейной динамики для оценки валютных рисков на базе предпрогнозного анализа: дисс. ...канд. экон. наук: 08.00.13. Черкесск, 2005.
2. Гачков А. А. Рандомизированный алгоритм R/S – анализа финансовых рядов // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. Вып. 5. С. 40.
3. Дубовиков, М. М., Крянев, А. В., Старченко, Н. В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. 2004. Т3. №1. С. 81-95.
4. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.
5. Марков А.А. Некоторые фрактальные свойства фондовых индексов // Сегодня и завтра российской экономики. 2009. №30. С. 103-112.
6. Селянин В. Е. Разработка моделей и инструментальных средств анализа кредитного риска на основе технологии нечётких нейронных сетей: дисс. ...канд.экон.наук: 08.00.13 / Селянин Владимир Евгеньевич. Волгоград, 2007.
7. Урицкая О. Ю. Прогнозирование экономических кризисов на основе фрактального анализа динамики валютных курсов: дисс....канд.экон.наук.:08.00.13. СПб., 2004.
8. Ariño, M. A., Pedro, M. and Vidakovic, B. (1995). Wavelet Scalograms and Their Application in Economic Time Series. *Institute of Statistics and Decision Sciences, Duke University, Discussion Paper*, 13 (94).
9. Balaban, Ercan and Bayar, Asli and Faff, Robert W., Forecasting Stock Market Volatility: Evidence from Fourteen Countries (2003). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=339520> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.339520>

10. Cheong Vee, D. N., Gonpot, P. N., Sookia, N. (2011). Forecasting Volatility of USD/MUR Exchange Rate using a GARCH (1,1) model with GED and Student's-t errors. *University of Mauritius Research Journal*, 17, 1-14.
11. Costa, R. L., Vasconcelos, G. L. (2003). Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 1-2(329), 231-248.
12. Devadoss, A. V. T. Ligor, A. A. (2013). Forecasting of Stock Prices Using Multi Layer Perceptron. *International Journal of Computing Algorithm*, 2, 440-449.
13. Green, E., Hanan, W., Heffernan, D. (2014). The origins of multifractality in financial time series and the effect of extreme events. *The European Physical Journal*, 87, 129.
14. Horasanli, M. (2007). Rescaled range analysis and predictability of stock market indices. *Yonetim*, 18, 36.
15. Elder, J., Jin, H. (2007). Long memory in commodity futures volatility: A wavelet perspective. *The Journal of Futures Markets*, 27, 411–437.
16. Masset P. (2015). *Analysis of Financial Time Series Using Wavelet Methods*. In: Lee CF., Lee J. (eds) *Handbook of Financial Econometrics and Statistics*. Springer, New York, NY.
17. Nygren, K. (2004). *Stock Prediction – A Neural Network Approach*. Master Thesis, Royal Institute of Technology, KTH.
18. Segnon, M., Lux, T. (2013). Multifractal Models in Finance: Their Origin, Properties, and Applications. *Kiel working paper*, 1860.
19. Schmitt, F., Schertzer, D. and Lovejoy, S. (2000). Multifractal Fluctuations in Finance. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3, 361–364.
20. Suliman Zakaria Suliman Abdalla and Winker, P. (2012). Modelling Stock Market Volatility Using Univariate GARCH Models: Evidence from Sudan and Egypt. *International Journal of Economics and Finance*, 4(8), 161-176.

APPLICATION OF FRACTAL ANALYSIS METHODS TO FORECASTING INDICATORS OF DEVELOPMENT OF COFFEE INDUSTRY ENTERPRISES

A. M. Lopukhin
undergraduate
ars4044@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article focuses on the problem of adaptation of fractal analysis methods to forecasting the development indicators of coffee industry enterprises, as the most promising industry, which ranks second in terms of international transactions after oil transactions. It is established that standard methods of probabilistic-statistical, fundamental and technical analysis do not work well due to the non-Gaussian distribution of the financial market and the lack of evidence that Economics and Finance are random events where the past does not affect the future. A method of R/S analysis is proposed to establish the random or fractal nature of financial indicators for the development of the coffee industry, to formulate conclusions about the presence of non-periodic cycles, long-term memory, etc. The results of applied calculations in the empirical chronicle confirmed the possibility of using this technical tool to forecast key indicators of economic development of the largest coffee importing enterprises.

Keywords: mathematical and economic modeling, fractal methods, forecast, coffee industry.

References

1. Ariño, M. A., Pedro, M. and Vidakovic, B. (1995). Wavelet Scalograms and Their Application in Economic Time Series. *Institute of Statistics and Decision Sciences, Duke University, Discussion Paper*, 13(94).
2. Balaban, Ercan and Bayar, Asli and Faff, Robert W., Forecasting Stock Market Volatility: Evidence from Fourteen Countries (2003). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=339520> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.339520>
3. Bolatova, L. R. (2005). Mathematical Methods of Statistics and Nonlinear Dynamics for Assessing Currency Risks Based on Forecast Analysis [*Matematicheskie metody statistiki i nelinejnoj dinamiki dlya ocenki valyutnyh riskov na baze predprognostnogo analiza*]. [dissertation]. Cherkessk.
4. Cheong Vee, D. N., Gonpot, P. N., Sookia, N. (2011). Forecasting Volatility of USD/MUR Exchange Rate using a GARCH (1,1) model with GED and Student's-t errors. *University of Mauritius Research Journal*, 17, 1-14.
5. Costa, R. L., Vasconcelos, G. L. (2003). Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 1-2 (329), 231-248.
6. Devadoss, A. V. T. Ligor, A. A. (2013). Forecasting of Stock Prices Using Multi Layer Perceptron. *International Journal of Computing Algorithm*, 2, pp. 440-449.
7. Dubovikov, M. M., Kryanev, A. V., Starchenko, N. V. (2004). Dimension of minimum coverage and local analysis of fractal time series [*Razmernost' minimal'nogo pokrytiya i lokal'nyj analiz fraktal'nyh vremennyh ryadov*]. *Bulletin of RUDN*, 1 (3), 81-95.
8. Elder, J., Jin, H. (2007). Long memory in commodity futures volatility: A wavelet perspective. *The Journal of Futures Markets*, 27, 411–437.
9. Gachkov, A. A. (2009). A randomized R/S algorithm for analyzing financial series [*Randomizirovannyj algoritm R/S – analiza finansovyh ryadov*]. *Stochastic optimization in computer science*, 5, 40.
10. Green, E., Hanan, W., Heffernan, D. (2014). The origins of multifractality in financial time series and the effect of extreme events. *The European Physical Journal*, 87, 129.
11. Horasanli, M. (2007). Rescaled range analysis and predictability of stock market indices. *Yonetim*, 18, 36.
12. Mandelbrot, B. (2004). *Fractals, case and finance* [*Fraktaly, sluchaj i finansy*]. Moscow-Izhevsk: Research Center "Regular and Chaotic Dynamics".
13. Markov, A. A. (2009). Some fractal properties of stock indices [*Nekotorye fraktal'nye svojstva fondovyh indeksov*]. *Today and tomorrow of the Russian economy*, 30, 103-112.
14. Masset P. (2015). *Analysis of Financial Time Series Using Wavelet Methods*. In: Lee CF., Lee J. (eds) *Handbook of Financial Econometrics and Statistics*. Springer, New York, NY.
15. Nygren, K. (2004). *Stock Prediction – A Neural Network Approach*. Master Thesis, Royal Institute of Technology, KTH.
16. Schmitt, F., Schertzer, D. and Lovejoy, S. (2000). Multifractal Fluctuations in Finance. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3, 361–364.
17. Segnon, M., Lux, T. (2013). Multifractal Models in Finance: Their Origin, Properties, and Applications. *Kiel working paper*, 1860.
18. Selyanin, V. E. (2007). Development of models and tools for credit risk analysis based on fuzzy neural network technology [*Razrabotka modelej i instrumental'nyh sredstv analiza kreditnogo riska na osnove tekhnologii nechyotkih nejronnyh setej*]. [dissertation]. Volgograd.

19. Suliman Zakaria Suliman Abdalla and Winker, P. (2012). Modelling Stock Market Volatility Using Univariate GARCH Models: Evidence from Sudan and Egypt. *International Journal of Economics and Finance*, 4(8), 161-176.
20. Uritskaya, O. Yu. (2004). Forecasting of economic crises on the basis of fractal analysis of the dynamics of exchange rates [*Prognostirovanie ekonomicheskikh krizisov na osnove fraktal'nogo analiza dinamiki valyutnyh kursov*]. [dissertation]. St. Petersburg.

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-79-84

УДК
004.432

РАЗРАБОТКА СЕРВИСА КОММУНИКАЦИИ ОРГАНИЗАТОРОВ МЕРОПРИЯТИЙ С ЦЕЛЕВОЙ АУДИТОРИЕЙ

Дмитрий Игоревич Максимов
ст. преподаватель
timonpm@mail.ru

г. Елец

Максим Олегович Мельников

студент

melnikov.maxx@yandex.ru

г. Елец

Егор Иванович Романов

студент

egorromanov97@mail.ru

г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Рассмотрена проблема коммуникации и взаимодействия организаторов различных мероприятий с их целевой аудиторией. Разработано web-приложение, которое является прототипом площадки, позволяющей наладить процесс информирования потенциальных участников о предстоящих событиях и выстроить процесс работы с аудиторией по его завершению. Акцент сделан на сбор сведений, их обработку и дальнейшее взаимодействие с аудиторией offline-мероприятий.

Ключевые слова: сервис коммуникации, веб-приложение, модульная архитектура, работа с целевой аудиторией.

В последнее время особенно актуальным становится проведение различных online и offline мероприятий. Это могут быть набирающие популярность учебные семинары, разного рода тренинги, мастер-классы и т. д. Однако, после проведения большинства таких мероприятий возникает вопрос о дальнейшей коммуникации организаторов со слушателями. Как правило это выражается в отсутствии обратной связи, контактных данных и статистики в любом ее виде (особенно актуально для offline-мероприятий). Поиск аудитории зачастую происходит через социальные сети, сторонние площадки, либо с помощью информационных рассылок. В основном это медленно, неэффективно и ресурсозатратно. Поэтому актуальной становится проблема отсутствия единого инструмента для взаимодействия с целевой аудиторией (далее – ЦА).

Каждому важно получать актуальное мнение о проделанной работе. На основе отзывов можно сделать выводы и провести работу над ошибками. В частности, организаторы

мероприятий на основе обратной связи могут получить сведения об актуальности события, качестве подачи материала, заинтересованности аудитории и т. д. Это помогает в дальнейшем повысить уровень организации и проведения ивентов.

Сбор сведений и их анализ позволяет сформировать статистические данные. Они отражают объективные показатели качества мероприятия и вовлеченности ЦА. Это также позволяет увеличить эффективность работы организаторов.

Все вышеперечисленное особенно актуально для offline-мероприятий. Как правило, при живом общении статистика и сведения практически не собираются. А значит и получение обратной связи, обработка отзывов и дальнейшее взаимодействие с аудиторией становится затруднительным либо практически невозможным.

В результате проведенного анализа поставленной задачи была разработана схема взаимодействия участников мероприятий, выделены роли и функции, а также предложен механизм взаимодействия (рис. 1).

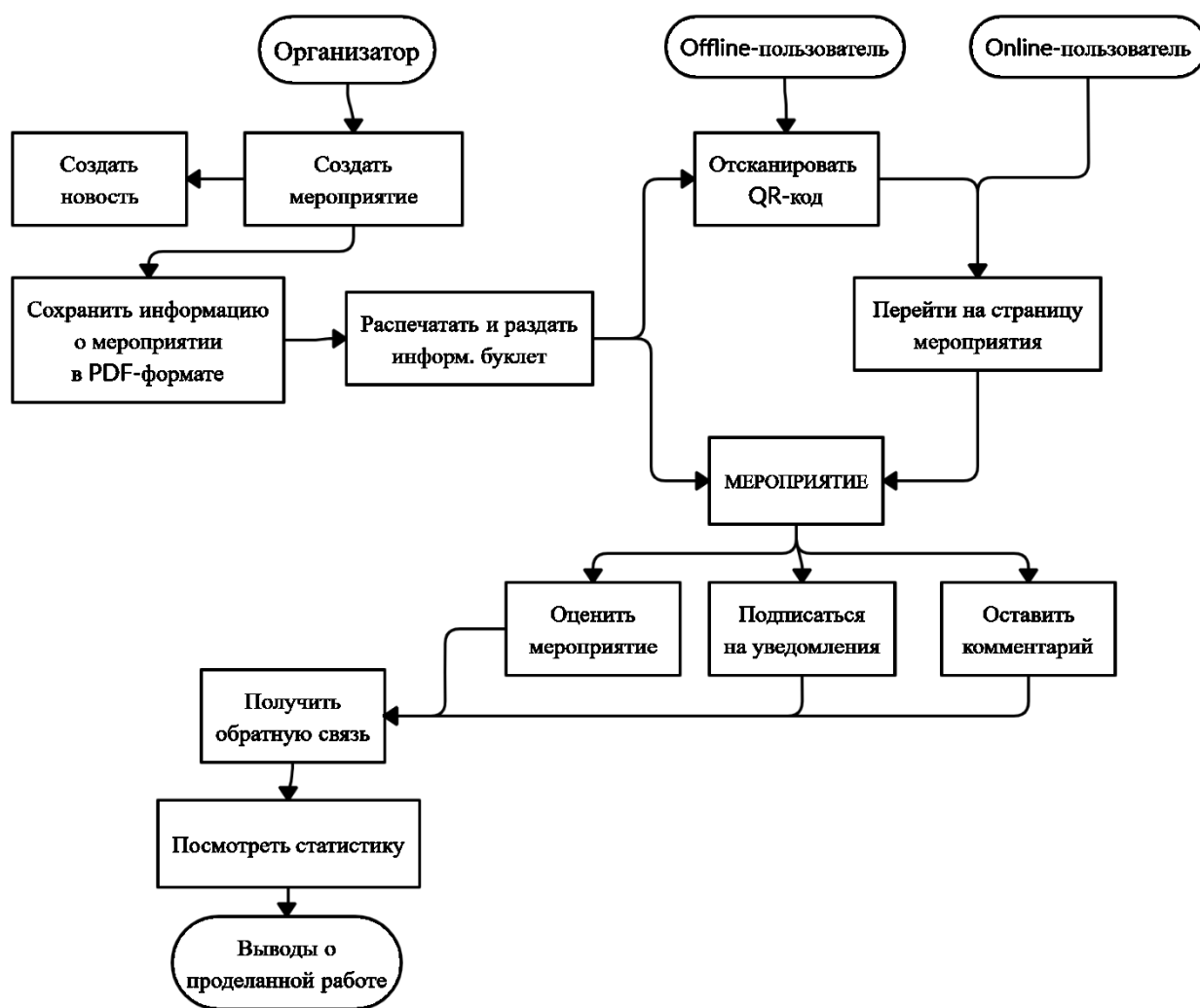


Рис. 1. Схема взаимодействия участников

В соответствии со схемой был разработан прототип единой программной платформы. Она представляет собой web-приложение, которое позволяет:

- в удобном формате наладить взаимодействие между организатором и его ЦА;
- увеличить конверсию участников из offline в подписку или контакты;
- сформировать базу данных участников;
- наладить сбор статистики по online и offline мероприятиям.

Используя данную площадку, организатор получает:

- сокращение временных затрат на организацию и администрирование взаимодействия с ЦА;
- удобный сервис, применение которого позволяет увеличить охват участников;
- увеличение заинтересованности пользователей, которое в последствии может побудить к посещению мероприятий, освоению продвигаемых программ, в том числе и платных.

Приложение имеет модульную архитектуру, что обеспечивает его масштабируемость, расширяемость и гибкую настройку под нужды конкретного заказчика.

Web-приложение разработано с использованием следующего стека технологий:

- HTML5, CSS3 для создания структуры и стилизации страниц сайта;
- JavaScript (с применением библиотеки jQuery) обеспечивает выполнение функциональных скриптов на стороне клиента;
- PHP7 отвечает за серверную обработку и работу приложения с базой данных;
- База данных – MySQL;
- Web-сервер – Apache.

На главной странице сервиса отображаются последние новости и актуальные события.

После регистрации организатор в своем личном кабинете может создать страницу мероприятия со всей необходимой информацией, а также опубликовать новости, связанные с ним (рис. 2). Помимо этого, имеется возможность просмотра всех мероприятий.

Рис. 2. Страница создания мероприятия

На странице события размещается полная информация и весь необходимый контент (рис. 3).

Организатор имеет возможность сохранить информацию о мероприятии в PDF-формате, распечатать и раздать, например, в виде рекламного буклета всем участникам события. Посетители offline-мероприятия по QR-коду, расположенному на этом буклете, перенаправляются на страницу этого события на платформе (рис. 4).

Для каждого мероприятия QR-код генерируется автоматически.

Пройдя быструю регистрацию или авторизацию через социальные сети, слушатель на этой же странице может обсудить и оценить мероприятие, а также подписаться на получение уведомлений о будущих ивентах данного ментора.



Рис. 3. Страница мероприятия



Рис. 4. Буклет с QR-кодом мероприятия

Для online-мероприятий QR-код можно размещать в социальных сетях для привлечения ЦА, либо же делиться им в личных сообщениях.

По завершению мероприятия посетитель в своем личном кабинете может оставить отзыв организатору, поставить оценку и написать комментарий (рис. 5).

По завершившемся событию в личном кабинете организатора формируется статистика. На основе такого взаимодействия как раз и формируется обратная связь с участниками и можно сделать вывод – было ли полезно проведенное мероприятие. Кроме того, на сайте можно посмотреть список всех событий, всех новостей и ознакомиться со списком организаторов.

The screenshot shows a web application interface for evaluating an event. On the left, there is a sidebar with a user profile for 'Иванов Иван Иванович' (ID: 1234567890) and a menu with links: 'АНКЕТА', 'УВЕДОМЛЕНИЯ', 'МОИ МЕРОПРИЯТИЯ', and 'НАСТРОЙКИ'. The main area is titled 'Оценка мероприятия' (Event Evaluation). It contains five star rating sections for: 'Оцените проведенное мероприятие' (Evaluate the event held), 'Оцените организатора, проводившего мероприятие' (Evaluate the organizer), 'Оцените актуальность мероприятия' (Evaluate the relevance of the event), 'Насколько мероприятие оказалось для Вас полезным' (How useful was the event for you), and a prompt to leave a review. Below these is a text input field labeled 'Класс!' and an 'Отправить' (Send) button. The footer indicates '2020 © Точка невозврата 2.0'.

Рис. 5. Форма обратной связи

Таким образом, разработанный прототип платформы является сервисом, который помогает выстроить в простой и удобной форме процесс взаимодействия между организатором тех или иных мероприятий и его посетителями как в online, так и в offline формате. Платформа имеет потенциал к расширению возможностей. Модульная архитектура разработанного веб-приложения позволяет легко расширять его функционал посредством добавления новых модулей. Например, встроенная функция, дающая возможность поделиться интересующим мероприятием в социальных сетях, интеграция особых видов статистики, введение углубленной системы рейтингов и так далее.

Список литературы

1. Котеров Д. PHP 7 в подлиннике. СПб.: БХВ-Петербург, 2016.
2. Мейер А. CSS. Карманный справочник. М.: ООО "И. Д. Вильямс", 2016.
3. Никсон Р. Создаем динамические веб-сайты с помощью PHP, MySQL, JavaScript, CSS и HTML5. СПб.: Питер, 2016.
4. Роббинс Д. HTML5. Карманный справочник. М.: Вильямс, 2015.
5. Флэнаган Д. JavaScript. Подробное руководство. СПб.: Символ-Плюс, 2012.

DEVELOPMENT OF A COMMUNICATION SERVICE FOR EVENT ORGANIZERS WITH A TARGET AUDIENCE

D. I. Maksimov

Senior Lecturer

timonpm@mail.ru

Yelets

M. O. Melnikov

student

melnikov.maxx@yandex.ru

Yelets

E. I. Romanov

student

egorromanov97@mail.ru

Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The problem of communication and interaction of organizers of various events with their help by the audience is considered. A web application that allows you to set up a process for informing participants about upcoming events and build a process for working with it after its completion. The emphasis is on collecting information, processing it and further interacting with the audience of offline events.

Keywords: communication service, web application, modular architecture, working with the target audience.

References

1. Flanagan, D. (2012) JavaScript. Detailed guide [*JavaScript. Podrobnoe rukovodstvo*]. Saint-Petersburg: Symbol-Plus.
2. Koterov, D. (2016) PHP 7 in the original [*PHP7 v podlinnike*]. Saint-Petersburg: BVH-Peterburg.
3. Meyer, A. (2016) CSS. Pocket guide [*CSS. Karmannyj spravochnik*]. Moscow: I. D. Williams LLC.
4. Nixon, R. (2016) Creating dynamic websites using PHP, MySQL, JavaScript, CSS and HTML5 [*Sozdaem dinamicheskie veb-sajty s pomoshch'yu PHP, MySQL, JavaScript, CSS i HTML5*]. Saint-Petersburg: Peter.
5. Robbins, D. (2015) HTML5. Pocket guide [*HTML5. Karmannyj spravochnik*]. Moscow: Williams.

УДК
004.422.8**ПРИМЕРЫ РЕАЛИЗАЦИИ МЕХАНИЗМА КРИПТОГРАФИИ В
СИСТЕМЕ 1С:ПРЕДПРИЯТИЕ 8****Светлана Викторовна Мишина**
ст. преподаватель
svmishina2017@mail.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Для современного предприятия скорость бизнес-процессов – это одно из конкурентных преимуществ. При применении электронного документооборота затраты времени уменьшаются минимум на 75%. Помимо этого, происходит экономия собственных ресурсов (бумаги, картриджей для принтеров, места для хранения документов, времени сотрудников на организацию бумажного документооборота). Все это сильно помогает предприятию. Почти каждое предприятие сейчас использует дистанционные каналы банковского обслуживания, и безопасность проведения удаленных платежей на текущий момент весьма актуальна. Все крупные налогоплательщики сейчас включают в договор тезисы о том, что, если Вы хотите с ними работать – обменивайтесь документами в электронном виде. Все организации постепенно переходят на электронные счета-фактуры, электронные заказы и т. д. А если хотите участвовать в торгах – у Вас должна быть электронная подпись. Все это постепенно становится массовым. Но, несмотря на всю простоту использования данных возможностей, есть факторы, которые негативно влияют на развитие электронного документооборота. Это связано со сложностью защиты данных, которые участвуют в данном процессе. При этом преследуются две цели: обеспечивается конфиденциальность личной и деловой информации, а также гарантируется точность хранимой информации. Для их реализации в системе 1С:Предприятие 8 реализован механизм криптографии. Описанию способов его использования и посвящена данная статья.

Ключевые слова: шифрование, криптография, цифровая подпись, открытый ключ, закрытый ключ, сертификат.

При использовании системы «1С:Предприятие» в системах автоматизации может быть необходимо обеспечить проверку, что тот или иной документ, хранящийся в системе, не был изменен (например, к объекту базы данных Договор прикладывается документ, содержащий текст самого договора). Также может возникнуть необходимость обеспечить передачу какой-либо подписанной информации или организовать утверждение какого-либо документа в рамках системы. Возможны ситуации, когда требуется обеспечить передачу информации по открытым каналам так, чтобы с ней было невозможно ознакомиться, перехватив передачу (зашифровать данные). Для подобных ситуаций в системе «1С:Предприятие» реализован механизм криптографии, базирующийся на асимметричном шифровании (используется пара ключей – открытый и закрытый). Механизм криптографии «1С:Предприятия» не содержит реализации собственно алгоритмов криптографии. Он обеспечивает набор объектов, позволяющих взаимодействовать с внешними модулями криптографии сторонних производителей. Открытый ключ предназначен для передачи по открытым каналам. Закрытый ключ для распространения не предназначен и должен быть максимально защищен. Чтобы

зашифровать данные, необходимо знать открытые ключи получателей. Для расшифровки нужно иметь закрытый ключ, являющийся парой для открытого, указанного при осуществлении шифрования. Для генерации цифровой подписи нужен закрытый ключ, а для проверки подписи – открытый ключ подписавшего (чаще всего открытый ключ включен в саму подпись).

При шифровании данных, кроме асимметричного шифрования, используется симметричное шифрование. Симметричное шифрование – это способ шифрования, когда для шифрования и расшифровки используется один и тот же ключ. Для того чтобы подтвердить, что конкретный открытый ключ действительно принадлежит некоторому субъекту, служит удостоверяющий центр, который предоставляет такую гарантию посредством подписи. Сертификат – это открытый ключ, подписанный удостоверяющим центром. Ввиду необходимости защиты закрытый ключ существует в контейнере. Контейнер ключей может включать помимо закрытого ключа открытый ключ (например, в виде сертификата).

При работе с механизмом криптографии следует учитывать, где выполняется эта работа. Причина заключается в том, что схемы работы с криптографией на стороне клиентского приложения и на стороне сервера существенно отличаются. На стороне сервера используются так называемые синхронные методы работы с криптографией, в то время как на стороне клиентского приложения используются асинхронные методы работы. Для работы в веб-клиенте должно быть установлено расширение работы с криптографией. Особенностью веб-клиента является выполнение запроса разрешения пользователя на выполнение некоторых операций: доступ к файловой системе и к закрытому ключу.

При работе с криптографическими механизмами можно выделить два основных варианта использования: шифрование/расшифровка данных; подпись/проверка подписи данных.

Общая схема работы при шифровании/расшифровке выглядит следующим образом:

1. Создается необходимый объект доступа к криптографической функциональности (объект МенеджерКриптографии).
2. Выбирается необходимый сертификат, который является открытым ключом принимающей стороны (объект СертификатКриптографии). С помощью этого сертификата будет выполняться шифрование данных.
3. Выполняется шифрование необходимого файла или двоичных данных с помощью методов Зашифровать() созданного объекта типа МенеджерКриптографии. В процессе шифрования используется комбинация симметричного и асимметричного шифрования. Вначале система формирует ключ для симметричного шифрования, затем этим ключом выполняется шифрование требуемых данных. Затем ключ симметричного шифрования шифруется асимметричным ключом. Пакет данных (по спецификации PKCS#7), пригодный для передачи по открытым каналам, формируется из трех составляющих: зашифрованные данные, зашифрованный ключ для симметричного шифрования и список получателей.
4. Зашифрованные данные готовы для передачи по открытым каналам.
5. При получении зашифрованных данных выполняется обратная операция.
6. Создается необходимый объект доступа к криптографической функциональности. Модуль криптографии, связанный с объектом, должен поддерживать работу с алгоритмами, которые использованы для шифрования данных.
7. Выполняется расшифровка полученных данных с помощью метода Расшифровать() созданного объекта доступа к криптографической функциональности.

При расшифровке из пришедшего пакета извлекается зашифрованный ключ для симметричного шифрования и расшифровывается с использованием закрытого ключа (парный к открытому ключу, который использовался для шифрования). Затем полученный ключ используется в симметричном алгоритме для расшифровки массива полученных

данных. Таким образом, если принимающая сторона («из» асимметричного шифрования) не имеет закрытого ключа, будет невозможно расшифровать данные симметричным алгоритмом.

Общая схема работы при подписи/проверке подписи выглядит следующим образом:

1. Создается необходимый объект доступа к криптографической функциональности (объект МенеджерКриптографии).
2. Выбирается необходимый сертификат, связанный с закрытым ключом подписывающей стороны (объект СертификатКриптографии). С помощью этого сертификата будет выполняться формирование ЭЦП.
3. Выполняется формирование ЭЦП необходимого файла или двоичных данных с помощью методов Подписать() созданного объекта типа МенеджерКриптографии.

При формировании подписи следует учитывать следующие особенности: вначале формируется хеш-сумма подписываемых данных и затем выполняется подпись полученной хеш-суммы. Это сделано для того, чтобы уменьшить время, необходимое для выполнения операции подписи данных.

В силу этого рекомендуется явным образом указывать алгоритмы, которые будут использоваться как для вычисления хеш-суммы (свойство АлгоритмХеширования), так и для выполнения подписи (свойство АлгоритмПодписи). Если принимающая сторона не будет поддерживать используемые алгоритмы (хеширования и подписи), то проверить подпись будет невозможно.

Для того чтобы явным образом указать используемые алгоритмы, следует воспользоваться методом ПолучитьИнформацияМодуляКриптографии() менеджера криптографии. В результате использования метода будет получен объект ИнформацияМодуляКриптографии, в котором свойства АлгоритмыПодписи и АлгоритмыХеширования будут содержать список алгоритмов, которые поддерживает используемый модуль криптографии. В свойства менеджера криптографии следует указывать те данные, которые содержатся в свойствах объекта ИнформацияМодуляКриптографии.

Информация об используемых алгоритмах будет содержаться в подписи, поэтому нет необходимости дополнительно передавать ее вместе с подписанными данными.

4. Подписываемые данные с электронной цифровой подписью передаются принимаемой стороне.
5. После получения подписанных данных и ЭЦП выполняется обратная операция.
6. Создается необходимый объект доступа к криптографической функциональности. Модуль криптографии, связанный с объектом, должен поддерживает работу с алгоритмами, которые использованы для формирования ЭЦП.
7. Выполняется проверка электронной подписи с помощью метода ПроверитьПодпись() созданного объекта доступа к криптографическому функционалу. Если модуль криптографии, используемый для проверки подписи, не поддерживает алгоритм, используемые для вычисления хеш-суммы и подписи данных, то проверить подпись будет невозможно и будет выдана ошибка.

Сертификаты, необходимые для выполнения криптографических операций, получают у соответствующего удостоверяющего центра.

При работе с объектом МенеджерКриптографии не рекомендуется получать несколько хранилищ сертификатов с одинаковыми характеристиками, поскольку модификация одного хранилища может привести к разному поведению другого, в зависимости от используемых модулей криптографии.

Для взаимодействия с модулями криптографии в ОС Windows используется Microsoft CryptoAPI. Для взаимодействия с модулями криптографии в ОС Linux используется непосредственное взаимодействие с установленными компонентами. А именно: средство криптографической защиты информации КриптоПро. Для использования данного средства следует в качестве параметра ТипМодуляКриптографии конструктора объекта МенеджерКриптографии указать значение 75.

Приведем примеры реализации некоторых типовых задач при использовании механизма криптографии.

Создание объекта доступа (листинг 1) к криптографическому функционалу является базовой операцией, без выполнения которой невозможны дальнейшие операции с механизмом криптографии.

```
МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "", 75);
```

Листинг 1. Создание объекта доступа

Формируется список сертификатов (листинг 2) из выбранных хранилищ сертификатов для дальнейшей работы с этим списком.

```
&НаКлиенте
Функция ПолучитьСписокСертификатов(ТипМенеджераКриптографии,
МассивТипов, ПроверятьДатуОкончания)
    СписокСертификатов = Новый Массив;
    МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "",
ТипМенеджераКриптографии);
    Для Каждого ТипХранилища Из МассивТипов Цикл
        // Получаем сертификаты для каждого типа хранилища сертификатов
        Хранилище =
МенеджерКриптографии.ПолучитьХранилищеСертификатов(ТипХранилища);
        СертификатыХранилища = Хранилище.ПолучитьВсе();
        ТекущаяДата = ТекущаяДата();
        Для Каждого Сертификат Из СертификатыХранилища Цикл
            Если ПроверятьДатуОкончания И Сертификат.ДатаОкончания <
ТекущаяДата Тогда
                // Пропускаем истекшие сертификаты, если нужно
                Продолжить;
            КонецЕсли;
            СписокСертификатов.Добавить(Сертификат);
        КонецЦикла;
    КонецЦикла;
    Возврат СписокСертификатов;
КонецФункции
&НаКлиенте
Процедура ПолучениеСпискаСертификатов()
    ТипыХранилищ = Новый Массив;
    ТипыХранилищ.Добавить(ТипХранилищаСертификатовКриптографии.ПерсональныеС
ертификаты);
    ТипыХранилищ.Добавить(ТипХранилищаСертификатовКриптографии.СертификатыПо
лучателей);
    Список = ПолучитьСписокСертификатов(75, ТипыХранилищ, Истина);
    // ...
КонецПроцедуры
```

Листинг 2. Получение списка сертификатов

Выполняется шифрование интерактивно выбранного файла и интерактивная запись зашифрованного файла на диск клиентского компьютера (листинг 3). В целях демонстрации для операции шифрования всегда используется первый по списку сертификат из всех сертификатов, установленных на компьютере.

```
&НаСервере
Функция ЗашифроватьНаСервере(АдресДанных, ДанныеСертификатов)
    // Создадим сертификаты на основании двоичных данных сертификатов с
клиента
    Сертификаты = Новый Массив();
    Для Каждого ДанныеСертификата Из ДанныеСертификатов Цикл
```

```

        Сертификаты.Добавить(Новый
СертификатКриптографии(ДанныеСертификата));
        КонецЦикла;
        МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "", 75);
        // Получим файл для шифрования из временного хранилища
        Данные = ПолучитьИзВременногоХранилища(АдресДанных);
        Если ТипЗнч(Данные) <> Тип("ДвоичныеДанные") Тогда
            Возврат Ложь;
        КонецЕсли;
        // Шифруем двоичные данные
        ЗашифрованныеДвоичныеДанные =
МенеджерКриптографии.Зашифровать(Данные, Сертификаты);
        // Сохраняем во временное хранилище
        АдресДанных =
ПоместитьВоВременноеХранилище(ЗашифрованныеДвоичныеДанные);
        Возврат Истина;
    КонецФункции
&НаКлиенте
Процедура ШифрованиеФайла()
    Адрес = "";
    Результат = ПоместитьФайл(Адрес, , , Истина);
    Если Не Результат Тогда
        Возврат;
    КонецЕсли;
    ТипыСертификатов = Новый Массив;
    ТипыСертификатов.Добавить(ТипХранилищаСертификатовКриптографии.Персональ
ныеСертификаты);
    Список = ПолучитьСписокСертификатов(75, ТипыСертификатов, Истина);
    // В примере всегда шифруем с помощью первого по порядку сертификата
    Сертификаты = Новый Массив;
    Сертификаты.Добавить(Список[0].Выгрузить());
    // Шифруем файл
    Результат = ЗашифроватьНаСервере(Адрес, Сертификаты);
    Если Не Результат Тогда
        Возврат;
    КонецЕсли;
    // Интерактивно сохраняем зашифрованный файл на диск
    ПолучитьФайл(Адрес, , Истина);
    КонецПроцедуры

```

Листинг 3. Шифрование файла

Далее выполняется попытка расшифровки выбранного файла (листинг 4). Необходима реализация функции `ПолучитьПарольДоступа()`, которая возвращает значение пароля доступа к закрытому ключу. При использовании метода `Расшифровать()` исключение будет вызвано только после того, как неудачно завершились попытки расшифровки с помощью всех доступных сертификатов, а не после первой ошибки.

```

&НаКлиенте
Процедура РасшифровкаФайла()
    // Выбрать зашифрованный файл
    Адрес = "";
    Результат = ПоместитьФайл(Адрес, , , Истина);
    Если Не Результат Тогда
        Возврат;
    КонецЕсли;
    Данные = ПолучитьИзВременногоХранилища(Адрес);
    // Расшифровать файл
    МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "", 75);

```

```

МенеджерКриптографии.ПарольДоступаКЗакрытомуКлючу =
ПолучитьПарольДоступа();
РасшифрованныеДанные = МенеджерКриптографии.Расшифровать(Данные);
Адрес = ПоместитьВоВременноеХранилище(РасшифрованныеДанные);
ПолучитьФайл(Адрес, , Истина);
КонецПроцедуры

```

Листинг 4. Расшифровка файла

Затем выполняется формирование файла с электронной цифровой подписью (листинг 5). В данном примере ЭЦП всегда сохраняется в файл signature.sign. Необходима реализация функции ПолучитьПарольДоступа(), которая возвращает значение пароля доступа к закрытому ключу.

```

&НаКлиенте
Процедура ПодписатьФайл()
    Адрес = "";
    Результат = ПоместитьФайл(Адрес, , , Истина);
    Если Не Результат Тогда
        Возврат;
    КонецЕсли;
    ТипыСертификатов = Новый Массив;
    ТипыСертификатов.Добавить(ТипХранилищаСертификатовКриптографии.Персональ
ныеСертификаты);
    Список = ПолучитьСписокСертификатов(75, ТипыСертификатов, Истина);
    Сертификат = Список[0];
    Данные = ПолучитьИзВременногоХранилища(Адрес);
    МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "", 75);
    МенеджерКриптографии.ПарольДоступаКЗакрытомуКлючу =
ПолучитьПарольДоступа();
    МенеджерКриптографии.Подписать(Данные, "signature.sign",
Сертификат);
КонецПроцедуры

```

Листинг 5. Формирование ЭЦП

В заключении функция выполняет проверку (листинг 6) действительности ЭЦП для пары оригинальный файл – файл ЭЦП.

```

&НаКлиенте
Функция ПроверитьПодписьФайла(ИмяПодписанногоФайла, ИмяФайлаПодписи)
    Сертификат = Неопределено;
    МенеджерКриптографии = Новый МенеджерКриптографии("", "", 75);
    Попытка
        МенеджерКриптографии.ПроверитьПодпись(ИмяПодписанногоФайла,
ИмяФайлаПодписи, Сертификат);
    Исклучение
        Возврат Ложь;
    КонецПопытки
    Возврат Истина;
КонецФункции

```

Листинг 6. Выполнение проверки

Использование асинхронной схемы работы с криптографией имеет ряд особенностей:

1. Она доступна только на стороне клиентского приложения. На стороне сервера следует использовать синхронный способ работы.
2. Инициализация объектов доступа к криптографической функциональности отличается от своих синхронных аналогов.

Рассмотрим пример работы с криптографической функциональностью в асинхронном режиме. Здесь будет рассмотрен процесс получения списка сертификатов (листинг 7) из определенного типа хранилища сертификатов.

```

&НаКлиенте
Процедура ПолучитьСписокСертификатов()
    ДополнительныеПараметры = Новый Структура;
    ДополнительныеПараметры.Вставить("ТипХранилищаСертификатов",
    ТипХранилищаСертификатовКриптографии.ПерсональныеСертификаты);
    ДополнительныеПараметры.Вставить("ПроверятьДатуОкончания", Истина);
    ОписаниеОповещения = Новый
    ОписаниеОповещения("ПолучитьСписокСертификатовЗавершение", ЭтотОбъект,
    ДополнительныеПараметры);
    ДополнительныеПараметры.Вставить("ОповещениеЗавершения",
    ОписаниеОповещения);
    ОбратныйВызов = Новый ОписаниеОповещения("ИнициализацияЗавершение",
    ЭтотОбъект, ДополнительныеПараметры);
    Криптография = Новый МенеджерКриптографии;
    Криптография.НачатьИнициализацию(ОбратныйВызов, "", "", 75);
КонецПроцедуры
&НаКлиенте
Процедура ПолучитьСписокСертификатовЗавершение(СписокСертификатов,
ДополнительныеПараметры) Экспорт
    // здесь используем полученные сертификаты
КонецПроцедуры
&НаКлиенте
Процедура ИнициализацияЗавершение(Менеджер, ДополнительныеПараметры)
Экспорт
    Оповещение = Новый
    ОписаниеОповещения("ПолучениеХранилищаСертификатовЗавершение",
    ЭтотОбъект, ДополнительныеПараметры);
    Менеджер.НачатьПолучениеХранилищаСертификатов(Оповещение,
    ДополнительныеПараметры.ТипХранилищаСертификатов);
КонецПроцедуры
&НаКлиенте
Процедура ПолучениеХранилищаСертификатовЗавершение(Хранилище,
ДополнительныеПараметры) Экспорт
    Оповещение = Новый
    ОписаниеОповещения("МассивСертификатовЗавершение", ЭтотОбъект,
    ДополнительныеПараметры);
    Хранилище.НачатьПолучениеВсех(Оповещение);
КонецПроцедуры
&НаКлиенте
Процедура МассивСертификатовЗавершение(Сертификаты,
ДополнительныеПараметры) Экспорт
    Результат = Новый Массив;
    ТекущаяДата = ТекущаяДата();
    Для Каждого Сертификат Из Сертификаты Цикл
        Если ДополнительныеПараметры.ПроверятьДатуОкончания И
        Сертификат.ДатаОкончания < ТекущаяДата Тогда
            Продолжить;
        КонецЕсли;
        Результат.Добавить(Сертификат);
    КонецЦикла;

ВыполнитьОбработкуОповещения(ДополнительныеПараметры.ОповещениеЗавершени
я, Результат);
КонецПроцедуры

```

Листинг 7. Получение списка сертификатов в асинхронном режиме

Данный пример полностью иллюстрирует особенности работы с криптографией в асинхронном режиме. Получение списка сертификатов начинается с вызова метода `ПолучитьСписокСертификатов()` и заканчивается вызовом метода `ПолучитьСписокСертификатовЗавершение()`. Собственно получение состоит из инициализации модуля работы с криптографией и использования асинхронных аналогов следующих синхронных методов: `ПолучитьХранилищеСертификатов()` и `ПолучитьВсе()`. Также отдельным образом выполняется проверка на истекшие сертификаты. Оповещение `ИнициализацияЗавершение()` будет вызвано после того, как завершится инициализация менеджера криптографии. Затем работа строится аналогичным образом: в обработчике завершения предыдущего метода вызывается следующее действие, в обработчике завершения которого происходит очередное действие и т. д.

Получается четкая последовательность действий:

`ПолучитьСписокСертификатов()` → `ИнициализацияЗавершение()` →
`ПолучениеХранилищаСертификатовЗавершение()` → `МассивСертификатовЗавершение()` →
`ПолучитьСписокСертификатовЗавершение()`

Особого внимания требует только последний переход. В обработчике оповещения `МассивСертификатовЗавершение()` не вызывается никакого асинхронного метода, который требует указания обработчика оповещения. Нужно описание оповещения поступает в самый последний (по цепочке вызовов) обработчик оповещения с помощью задания дополнительных параметров. Нужные действия выполняются в методе `ПолучитьСписокСертификатов()`, а в самом последнем обработчике (`ПолучитьСписокСертификатовЗавершение()`) происходит явный вызов обработчика, «указатель» на который последовательно передавался по цепочки обработчиков с помощью дополнительных параметров. Фактический возврат происходит в результате выполнения метода `ВыполнитьОбработкуОповещения()`.

Пример разработан для использования в модуле формы, но переработка примера для работы из общих модулей не представляет существенной проблемы. В этом случае первые две процедуры примера будут в одном общем модуле, а остальные – в другом, с соответствующей корректировкой описания обработчиков оповещения и вызовов методов. Аналогичным образом будут выглядеть и другие типичные приемы работы с криптографией.

Для работы с механизмом криптографии в веб-клиенте следует установить расширение работы с криптографией, при этом следует помнить, что во всех веб-браузерах, кроме Google Chrome, можно использовать как синхронные, так и асинхронные методы работы с криптографией. При этом используемый набор методов определяется свойством конфигурации «Режим использования синхронных вызовов расширений и внешних компонент». При использовании веб-браузера Google Chrome доступны только асинхронные методы работы с криптографией.

Список литературы

1. 1С:Предприятие 8. Система программ. URL: <https://v8.1c.ru> (дата обращения: 14.06.2020).
2. Информационно-аналитический центр по автоматизации учета и управления. URL: <https://infostart.ru> (дата обращения: 15.07.2020).
3. Информационная система 1С:ИТС. URL: <https://its.1c.ru/> (дата обращения: 01.09.2020).

**EXAMPLES OF IMPLEMENTATION OF THE MECHANISM OF
CRYPTOGRAPHY IN THE SYSTEM 1C: ENTERPRISE 8****S. V. Mishina**

Senior Lecturer

svmishina2017o@mail.ru

Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. For a modern enterprise, the speed of business processes is one of the competitive advantages. When using electronic document management, time costs are reduced by at least 75%. In addition, there is a saving of own resources (paper, cartridges for printers, space for storing documents, employees' time for organizing paperwork). All this greatly helps the company. Almost every enterprise now uses remote banking channels, and the security of remote payments is currently very relevant. All major taxpayers now include in the contract theses that if you want to work with them, exchange documents electronically. All organizations are gradually switching to electronic invoices, electronic orders, etc. And if you want to participate in the auction, you must have an electronic signature. All this is gradually becoming widespread. But, despite all the ease of using these capabilities, there are factors that negatively affect the development of electronic document management. This is due to the complexity of protecting the data involved in this process. In this case, two goals are pursued: the confidentiality of personal and business information is ensured, and the accuracy of the stored information is guaranteed. For their implementation in the 1C: Enterprise 8 system, a cryptography mechanism is implemented. This article is devoted to a description of how to use it.

Keywords: encryption, cryptography, digital signature, public key, private key, certificate.

References

1. 1C:Enterprise 8. System programs. URL: <https://its.1c.ru/> (date of access: 14.06.2020).
2. Information and analytical center for automation of accounting and management. URL: <https://infostart.ru> (date of access: 15.07.2020).
3. Information system 1C: ITS. URL: <https://its.1c.ru/> (date of access: 01.09.2020).

УДК
511.1

**ПОДХОД К ПОИСКУ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ СРЕДИ ЧЛЕНОВ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НАТУРАЛЬНОГО РЯДА
СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА**

Дмитрий Вадимович Поляков

к.т.н.

dimadress@mail.ru

г. Тамбов

Андрей Иванович Попов

к.п.н., доцент

olimp_porov@mail.ru

г. Тамбов

Анастасия Николаевна Толмачева

a.tolma4yova@yandex.ru

г. Тамбов

Тамбовский государственный
технический университет

Аннотация. В статье рассматривается проблема поиска простых чисел из заданного диапазона и факторизации больших чисел. Актуальность исследования обусловлена распространением ассиметричных криптографических алгоритмов в качестве методов обеспечения безопасного сеанса в глобальной сети, что обуславливает потребность дополнительных исследований, уточняющих свойства ряда простых чисел. Механизмы поиска простых чисел востребованы криптологией как для повышения безопасности работы глобальной сети, так и для разработки новых методов атак на ассиметричные криптографические системы шифрования. В работе рассматривается последовательность чисел, для которой ряд простых чисел является подпоследовательностью. Для построения этой последовательности предлагается разбить ряд натуральных чисел на полуинтервалы, границами которых являются произведения некоторого количества первых простых чисел. Показано, что на каждом таком полуинтервале имеет место множество специального вида, которому, в том числе, принадлежат простые числа, попадающие в соответствующий полуинтервал. Это множество представляет интерес, так как его плотность ниже плотности натурального ряда. Это означает потенциальную возможность построения данного множества алгоритмом с относительно низкой асимптотической сложностью. В работе приводится и доказывается ряд утверждений и следствий из них, проливающих свет на свойства последовательности, полученной из объединения множеств специального вида. Показано на языке теории множеств возможного итеративного построения исследуемой последовательности, а также то, что для неё ряд простых чисел является подпоследовательностью. Полученные теоретические результаты позволяют спроектировать алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне, а также создают задел на построение быстрых алгоритмов факторизации больших чисел.

Ключевые слова: простые числа, арифметика, поиск простых чисел, построение ряда простых чисел.

Теоретический анализ проблемы

В настоящее время, простые числа и закон их распределения вызывают все больший интерес. С одной стороны, несмотря на то что, исследования ряда простых чисел берут своё начало в античности, сегодня всё ещё существует несколько неразрешённых проблем, таких как, например, проблема Гольдбаха [11], гипотеза Лежандра [7], вторая и четвёртая проблемы Ландау [3]. Кроме того, развитие математики, а именно исследование алгебраических групп привело к появлению понятия «простого элемента» [5] в коммутативных полугруппах и «простого идеала» [5] в коммутативных кольцах. Оба эти понятия являются обобщением простого числа, и исследование их свойств осложняется тем, что даже при рассмотрении простых чисел в арифметике остаются не до конца исследованные вопросы.

С другой стороны, исследование ряда простых чисел стало приобретать все большее практическое значение. Данные числа легли в основу криптографических механизмов защиты информации, таких, например, как асимметричный алгоритм шифрования RSA [6]. Безопасность информации, защищённой такими криптографическими алгоритмами, основывается на сложности факторизации больших целых чисел. С этой проблемой связаны две задачи: поиск всех простых чисел в интервале от 2 до n , где n – некоторое заданное число и проверка является ли данное число простым. Для ответа на последний вопрос часто используются тесты на простоту. Эти алгоритмы позволяют детерминировано или с некоторой вероятностью определить является ли то или иное число простым. Примером таких тестов могут послужить тесты Миллера [10], Штрассена [12], Люка [2], BPSW [8], ECPP [9], AKS [1].

Задача факторизации простых чисел, получила множество подходов к решению: это и классическое решето Эратосфена, и методы Полларда, Бенга, Монте-Карло, Ферма [2] и другие.

Вместе с тем вопрос построения ряда простых чисел остаётся открытым и исследования в этой области продолжаются. А с распространением ассиметричных криптографических алгоритмов, как методов обеспечения безопасного сеанса в глобальной сети, любые результаты исследований, уточняющие свойства ряда простых чисел, могут быть особенно важны. Заметим, что исследования простых чисел востребованы криптологией как для повышения безопасности работы глобальной сети, так и для разработки новых методов атак на ассиметричные криптографические системы шифрования.

Методы и организация исследования

При создании данной работы были использованы математические аппараты теории чисел и теории множеств, а также теория алгоритмизации.

В данной работе предлагается последовательность чисел, для которой ряд простых чисел является подпоследовательностью. Для построения данной последовательности введём в рассмотрение подмножества простых чисел специального вида. Пусть P_k – множество k первых простых чисел: $P_k = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$. Будем считать для определенности и без ограничения общности, что $p_i < p_j$ для $\forall i < j, i, j = \overline{1, k}$. То есть p_i – i -ое простое число, $\forall i = \overline{1, k}$. Обозначим P_∞ – множество всех простых чисел. Тогда верно, что $P_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} P_k$, а также $P_k \subset P_{k+1} = P_k \cup \{p_{k+1}\}$ и $P_k \subset P_\infty, \forall k \in \mathbb{N}$.

Для разрешения проблемы поиска простых чисел из заданного диапазона приводится и доказываются ряд утверждений, позволяющих построить и проанализировать последовательность, которая содержит в себе множество простых чисел. Авторами исследованы свойства построенной последовательности.

Результаты и их обсуждение

Возьмём и зафиксируем произвольное число $k \in \mathbb{N}$. Произведение k первых простых чисел будем обозначать M_k , то есть $M_k = \prod_{p \in P_k} p$. Отметим также, что из обозначения и

определения P_k , следует, что $M_{k+1} = M_k p_{k+1}$, $\forall k \in N$. В таблице 1 представлены примеры M_k для нескольких значений k .

Таблица 1.
Соответствие между k и M_k .

k	1	2	3	4	5	6
M_k	2	6	30	210	2310	30030

Рассмотрим отображение $n: N \rightarrow N$, такое, что $(\forall k \in N)((\forall p^* \in P_{n(k)})(p^* < M_k) \wedge (\forall \hat{p} \in P_\infty \setminus P_{n(k)})(\hat{p} > M_k))$. Другими словами, $P_{n(k)}$ – множество простых чисел, меньших M_k . Заметим, что определение корректно, хотя в нем не учитывается случай, когда некоторое простое число равно M_k , так как для $k > 1$ это невозможно в силу способа задания M_k , как произведения k первых простых чисел.

Отметим, что, по сути, $n(k)$ представляет собой номер максимального простого числа меньшего M_k , то есть $p_{n(k)} < M_k < p_{n(k)+1}$, или $n(k)$ можно определить как число простых чисел меньших M_k . Это также означает, что $n(k) = |P_{n(k)}|$, где $||$ – мощность множества.

Отдельно следует сказать о случае, когда $k = 1$, при таком k удобно считать $M_1 = 2$, то есть первому простому числу. Тогда очевидно, что согласно определению рассматриваемого отображения $n(1) = 0$, так как простые числа меньше 2 – отсутствуют.

И хотя для n аналитическое выражение неизвестно, легко ограничить значение $n(k)$ сверху. Действительно, если разбить $P_{n(k)}$ на два множества: $P_k = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ и $P_{n(k)} \setminus P_k = \{p_{k+1}, p_{k+2}, \dots, p_{n(k)}\}$, то можно заметить, что все элементы $P_{n(k)} \setminus P_k$ взаимно просты с M_k , а элементы P_k , напротив, являются делителями M_k . Тогда, обозначив E_k – множество чисел взаимно простых с M_k , с одной стороны получим, что $P_{n(k)} \setminus P_k \subset E_k$ и значит $|P_{n(k)} \setminus P_k| \leq |E_k| = \phi(M_k)$, где $\phi(\cdot)$ – функция Эйлера [4], а с другой, так как $P_k \subset P_{n(k)}$, то $|P_{n(k)} \setminus P_k| = |P_{n(k)}| - |P_k| = n(k) - k$. Таким образом, имеем неравенство:

$$n(k) - k \leq \phi(M_k)$$

или

$$n(k) \leq \phi(M_k) + k$$

или, согласно аналитическому виду функции Эйлера [12] и виду M_k :

$$n(k) \leq \prod_{i=1}^k (p_i - 1) + k \quad (1)$$

То, что (1) выполняется для рассмотренных выше примеров продемонстрировано в Таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что, по крайней мере, на начальном этапе $n(k)$ несильно отличается от $\phi(M_k) + k$. Это означает, что в множестве взаимно простых с M_k и не превосходящих его чисел, хотя бы при малых k велика доля элементов множества $P_{n(k)} \setminus P_k$.

Введём в рассмотрение два семейства множеств. Множества первого семейства (U_k) построим для каждого натурального числа k как $U_k = \{p_{k+1}^{a_1} \cdot p_{k+2}^{a_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{a_{n(k)-k}} | a_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k)-k}\}$. Второе семейство множеств определим через первое: $G_k = \{g \in U_k | g < M_k\}, \forall k \in N$.

Стоит провести одно немаловажное наблюдение, а именно, что для $\forall k \in N \setminus \{1\}$ минимальный элемент G_k – единица. Действительно, при $a_i = 0, \forall i = \overline{1, n(k)-k}$ произведение $p_{k+1}^{a_1} \cdot p_{k+2}^{a_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{a_{n(k)-k}} = p_{k+1}^0 \cdot p_{k+2}^0 \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^0 = 1$, кроме того $1 < M_k, \forall k \geq 1$, а, следовательно, $1 \in G_k$.

Таблица 2.
Соответствие между $k, M_k, n(k)$ и $\phi(M_k) + k$.

k	M_k	$n(k)$	$\phi(M_k) + k$	P_k
1	2	0	2	{2}
2	6	3	4	{2, 3}
3	30	10	11	{2, 3, 5}
4	210	46	52	{2, 3, 5, 7}
5	2310	343	485	{2, 3, 5, 7, 11}
6	30030	3248	5766	{2, 3, 5, 7, 11, 13}

Теорема. $(\forall k \in \mathbb{N} \setminus \{1\})(\forall p \in P_\infty, p > M_k)(\exists l \in \mathbb{N}, r \in G_k | p = l \cdot M_k + r)$

Доказательство. Возьмем и зафиксируем некоторое $k \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Рассмотрим произвольное число $p \in P_\infty, p > M_k$. Известно [4], что $\exists l \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}, 0 \leq r \leq M_k$, такие что $p = l \cdot M_k + r$. Осталось показать, что $r \in G_k$.

Во-первых, покажем, что $r \neq 0$. Действительно, если предположить, что $r = 0$, то это будет означать, что p кратно M_k , а так как M_k , при выбранном k , число составное по определению, то данное предположение вступает в противоречие с простотой p .

Во-вторых, заметим, что если $\hat{p}$ – некоторое простое число и r кратно $\hat{p}$, то $\hat{p} \in P_{n(k)}$. Действительно, с одной стороны, $r < M_k$ по построению, а с другой из кратности остатка r простому числу $\hat{p}$ следует что $\hat{p} \leq r < M_k$, а $P_{n(k)}$ по определению отображения n и есть множество простых чисел меньших M_k .

Тогда согласно основной теореме арифметики [12] представим r в виде:

$$r = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\beta_k} \cdot p_{k+1}^{\beta_{k+1}} \cdot \dots \cdot p_{n(k)-1}^{\beta_{n(k)-1}} \cdot p_{n(k)}^{\beta_{n(k)}}, \beta_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k)} \quad (2)$$

Покажем теперь, что $(\forall i = \overline{1, k})(\beta_i = 0)$. Предположим противное, а именно, что $(\exists i = \overline{1, k})(\beta_i \neq 0)$. Тогда r будет кратно p_i , но и M_k кратно p_i по определению. Следовательно, $(l \cdot M_k + r)$ кратно p_i или p кратно p_i . Но так как p и p_i простые числа, то из их кратности следует, что $p = p_i$. Вместе с тем $p_i < M_k$ по определению M_k для $\forall k > 1$, а $p > M_k$ по условию теоремы. Получили противоречие. Следовательно, наше предположение неверно. То есть $\beta_i = 0$ или $p_i^{\beta_i} = 1, \forall i = \overline{1, k}$.

Переобозначим степени в (2), заменив $\beta_{k+j}, j = \overline{1, n(k) - k}$ на a_j . Члены произведения (2) со степенями $\beta_i, i = \overline{1, k}$ равны 1 и могут быть опущены. Тогда выражение (2) принимает вид:

$$r = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}}, a_j \in \mathbb{N} \cup \{0\}, j = \overline{1, n(k) - k} \quad (3)$$

Выражение (3) и ранее показанное неравенство $r < M_k$ однозначно доказывают то, что $r \in G_k$ по определению этого множества.

Утверждение теоремы, сформулированное на языке «эпсилон-дельта», можно перефразировать следующим образом: для любого $M_k, k > 1$, остаток от деления любого большего M_k простого числа на M_k принадлежит G_k .

Следствие. Пусть $p \in P_\infty, M_k < p < M_{k+1}$. Тогда $\exists l = \overline{1, p_{k+1} - 1}$ и $r \in G_k$, такие, что $p = l \cdot M_k + r$.

Доказательство. Согласно теореме из условия данного следствия непосредственно следует, что $\exists l \in \mathbb{N}$ и $r \in G_k$ такие, что $p = l \cdot M_k + r$. Осталось показать, что $l < p_{k+1}$. Предположим противное: $l \geq p_{k+1}$. Тогда $p = l \cdot M_k + r > l \cdot M_k \geq p_{k+1} \cdot M_k = M_{k+1}$ или $p > M_{k+1}$, что противоречит условию следствия. Наше предположение неверно. Следствие доказано.

Это следствие крайне важно для данной работы. По сути, в статье предлагается разбить ряд натуральных чисел, больших 6 на полуинтервалы вида: $[M_2, M_3), [M_3, M_4), [M_4, M_5), \dots$

после чего построить на каждом полуинтервале $[M_k, M_{k+1})$, $k \in N, k > 2$ элементы вида $l \cdot M_k + r$, $l = \overline{1, p_{k+1} - 1}$, $r \in G_k$ и искать среди этих элементов простые числа.

Оценим мощность множества G_k для произвольного числа $k \in N \setminus \{1\}$. Для этого докажем следующее утверждение.

Утверждение 1. $|G_k| = \prod_{i=1}^k (p_i - 1)$

Доказательство. Для доказательства данного утверждения покажем, что G_k является множеством чисел, взаимно простых с M_k в диапазоне от 1 до M_k .

1) Пусть m – взаимно простое число с M_k и $m < M_k$, тогда, в силу основной теоремы арифметики [12] и того факта, что все простые делители m меньше M_k , верно равенство:

$$m = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\beta_k} \cdot p_{k+1}^{\beta_{k+1}} \cdot \dots \cdot p_{n(k)-1}^{\beta_{n(k)-1}} \cdot p_{n(k)}^{\beta_{n(k)}}, \beta_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k)}$$

Теперь докажем, что $(\forall i = \overline{1, k})(\beta_i = 0)$. Для этого предположим противное: $(\exists i = \overline{1, k})(\beta_i \neq 0)$. Тогда m кратно p_i , но и M_k по определению кратно p_i . Другими словами p_i – общий делитель m и M_k . Следовательно, $\text{НОД}(m, M_k) \geq p_i$, где $\text{НОД}(\cdot, \cdot)$ – функция формализующая нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел. Полученное неравенство противоречит тому, что m и M_k – взаимно простые числа, для которых наибольший общий делитель равен 1 по определению. Что и требовалось доказать. Из того что $(\forall i = \overline{1, k})(\beta_i = 0)$, следует, что $(\forall i = \overline{1, k})(p_i^{\beta_i} = 1)$, а значит $m = p_{k+1}^{\beta_{k+1}} \cdot \dots \cdot p_{n(k)-1}^{\beta_{n(k)-1}} \cdot p_{n(k)}^{\beta_{n(k)}}$. Обозначим $\beta_{k+i} = \alpha_i, \forall i = \overline{1, n(k) - k}$ и вспомним, что $m < M_k$. Получим: $m = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)-k}^{\alpha_{n(k)-k}}, \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}, m < M_k$, то есть $m \in G_k$ по определению.

1) Пусть $m \in G_k$, тогда по определению G_k имеем:

$$m = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}}$$

или

$$m = p_1^0 \cdot p_2^0 \cdot \dots \cdot p_k^0 \cdot \dots \cdot p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot p_{k+3}^{\alpha_3} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \quad (4)$$

При этом согласно обозначению:

$$M_k = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$$

или

$$M_k = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k \cdot p_{k+1}^0 \cdot p_{k+2}^0 \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^0 \quad (5)$$

На основе формулы вычисления НОД факторизованных чисел [4] и в силу (4) и (5) получаем:

$$\begin{aligned} \text{НОД}(m, M_k) &= p_1^{\min(0,1)} \cdot p_2^{\min(0,1)} \cdot \dots \cdot p_k^{\min(0,1)} \cdot p_{k+1}^{\min(\alpha_1,0)} \cdot p_{k+2}^{\min(\alpha_2,0)} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\min(\alpha_{n(k)-k},0)} = p_1^0 \cdot \\ & p_2^0 \cdot \dots \cdot p_k^0 \cdot p_{k+1}^0 \cdot p_{k+2}^0 \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^0 = 1, \end{aligned}$$

что по определению означает взаимную простоту m и M_k .

Итак, с одной стороны показано, что для произвольного числа $m < M_k$ если m и M_k – взаимно простые числа, то $m \in G_k$, а с другой, что если произвольное натуральное число $m \in G_k$, то m и M_k – взаимно простые числа. Из этих двух доказанных утверждений следует, что множества взаимно простых чисел с M_k из диапазона от 1 до M_k и G_k – совпадают.

Тогда $|G_k| = \phi(M_k)$, согласно определению. Тогда значение функции Эйлера в силу вида M_k можно представить в виде [4]:

$$\phi(M_k) = M_k \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$

или

$$|G_k| = p_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot p_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots p_k \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$

или

$$|G_k| = \prod_{i=1}^k (p_i - 1) \quad (6)$$

Что и требовалось доказать.

Обозначим $\prod_{i=1}^k (p_i - 1)$ через M_k^* .

Отметим, что вычисление мощности M_k , базировалось на доказательстве того, что G_k ни что иное, как множество чисел меньших M_k и взаимно простых с ним.

Утверждение 2. Пусть $\tilde{p} = l \cdot M_k + r, l = \overline{1, p_{k+1} - 1}, r \in G_k, r = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdots p_{n(k)-k}^{\alpha_{n(k)-k}}$.

Тогда верно, что если $\alpha_i \neq 0$, то $\tilde{p}$ не кратно $p_{k+i}, \forall i = \overline{1, n-k}$.

Доказательство. Предположим противное: $\exists i = \overline{1, n(k) - k} | \alpha_i \neq 0$ и $\tilde{p}$ кратно p_{k+i} . Из последнего условия в предположении следует, что $\exists t \in N$, такое, что $\tilde{p} = tp_{k+i}$ или

$$l \cdot M_k + r = t \cdot p_{k+i}$$

или

$$l \cdot M_k + p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_{n-k}} = t \cdot p_{k+i}$$

или

$$l \cdot M_k = t \cdot p_{k+i} - p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdots p_{n(k)-k}^{\alpha_{n(k)-k}} \quad (7)$$

Очевидно, что правая часть (7) кратна p_{k+i} при $\alpha_i \neq 0$. В то время как левая часть (7) состоит из произведения чисел l и M_k . Причём $l < p_{k+1} \leq p_{k+i}, \forall i = \overline{1, n(k) - k}$, следовательно, l не кратно p_{k+i} . M_k же представляет собой произведение простых чисел от p_1 до p_k включительно и поэтому также не кратно $p_{k+i}, \forall i = \overline{1, n-k}$. Это означает, что и произведение $l \cdot M_k$ не кратно p_{k+i} .

Итак, было показано, что левая часть (7) не кратна p_{k+i} , в то время как правая – кратна. Получили противоречие. Следовательно, наше предположение неверно. Что и требовалось доказать.

Утверждение 2 не является ключевым для построения последовательности, среди элементов которой будем искать простые числа. Как, впрочем, и верхняя оценка $n(k)$, найденная ранее. Вместе с тем дополнительные знания о введённых в рассмотрение отображениях, множествах и последовательностях могут помочь при дальнейших исследованиях, в том числе при непосредственном проектировании алгоритма поиска простых чисел.

Вернёмся теперь к, заявленной ранее, неограниченно расширяющейся надпоследовательности ряда простых чисел. Для её построения введём в рассмотрение ещё одно семейство множеств. Возьмём и зафиксируем некоторое произвольное $k \in N \setminus \{1\}$, найдем число M_k и построим множество $G_k = \{g_1^k, g_2^k, g_3^k, \dots, g_{M_k^*}^k\}$. Без ограничения общности будем считать, что $g_i^k < g_j^k, \forall i, j | i < j$ и $i, j = \overline{1, M_k^*}$, где согласно утверждению 1 $M_k^* = \prod_{i=1}^k (p_i - 1)$. Построим множество $X_k = \{x_1^k, x_2^k, \dots, x_{M_{k+1}^*}^k\}$, где

$$x_i^k = l \cdot M_k + g_j^k, i = \overline{1, M_{k+1}^*}, l = \overline{1, p_{k+1} - 1}, j = \overline{1, M_k^*}. \quad (8)$$

Корректность последнего индекса данного построения следует из того, что согласно принятым обозначениям $M_{k+1}^* = M_k^* \cdot (p_{k+1} - 1)$, поэтому M_{k+1}^* или $|X_k|$ и есть число всех возможных x_i^k при заданных ограничениях: $l = \overline{1, p_{k+1} - 1}$ и $j = \overline{1, M_k^*}$.

Кроме того, зададим последовательность индексирования в X_k следующей формулой:

$$x_i^k = l_i^k \cdot M_k + g_{j_i^k}^k, \quad (9)$$

где

$$l_i^k = \left\lfloor \frac{i-1}{M_k^*} \right\rfloor + 1, \text{ а } M_k^* + 1, \quad (10)$$

причём $\lfloor \cdot \rfloor$ – обозначает целую часть выражения, mod – остаток от деления, а i изменяется в полуинтервале от 1 до M_{k+1}^* .

Выражения (9-10) сложны для восприятия, так как содержат довольно много индексов и обозначений. На самом деле, они призваны задать последовательность индексирования X_k таким образом, чтобы элементы располагались по возрастанию. Ниже это будет доказано. Вместе с тем поясним, что данная индексация позволяет расположить элементы в следующем порядке:

$$\begin{aligned} x_1^k &= M_k + g_1^k, x_2^k = M_k + g_2^k, x_3^k = M_k + g_3^k, \dots, x_{M_k^*}^k = M_k + g_{M_k^*}^k, x_{M_k^*+1}^k = 2M_k + g_1^k, x_{M_k^*+2}^k = \\ &= 2M_k + g_2^k, x_{M_k^*+3}^k = 2M_k + g_3^k, \dots, x_{2M_k^*}^k = 2M_k + g_{M_k^*}^k, \dots, x_{(i-1)M_k^*+1}^k = iM_k + g_1^k, x_{(i-1)M_k^*+2}^k = \\ &= iM_k + g_2^k, x_{(i-1)M_k^*+3}^k = iM_k + g_3^k, \dots, x_{iM_k^*}^k = iM_k + g_{M_k^*}^k, \dots, x_{(p_{k+1}-2)M_k^*+1}^k = (p_{k+1}-1)M_k + \\ &+ g_1^k, x_{(p_{k+1}-2)M_k^*+2}^k = (p_{k+1}-1)M_k + g_2^k, x_{(p_{k+1}-2)M_k^*+3}^k = (p_{k+1}-1)M_k + g_3^k, \dots, x_{(p_{k+1}-1)M_k^*}^k = \\ &= (p_{k+1}-1)M_k + g_{M_k^*}^k. \end{aligned}$$

То есть построение X_k в соответствии с предложенной индексацией происходит по следующему алгоритму: берём M_k и добавляем к нему последовательно каждый элемент G_k . Потом берём $2M_k$ и повторяем процесс, потом $3M_k$ и так далее до $(p_k - 1)M_k$. С точки зрения программной реализации построение X_k осуществляется элементарным алгоритмом с двумя вложенными циклами: внутренний по G_k , а внешний от 1 до $p_k - 1$.

Предложим алгоритм построения X_k и назовём его алгоритм А.

Алгоритм А. Построение упорядоченного множества X_k .

Шаг 1. На входе имеем G_k , M_k и p_{k+1} . Устанавливаем переменные LM и $Counter$ равными 0. Устанавливаем $X_k = \emptyset$.

Шаг 2. LM присваиваем $LM + M_k$. Увеличиваем $Counter$ на единицу. Проходим по упорядоченному множеству G_k . Пусть g – текущий элемент G_k на каждой итерации цикла. На каждом шаге вычисляем $LM + g$ и полученное значение добавляем в конец X_k .

Шаг 3. Если $Counter$ равен $p_{k+1} - 1$, то конец алгоритма, в противном случае переходим к шагу 2.

Значения G_k , M_k и p_{k+1} могут храниться в переменных целочисленного типа, коими являются также LM и $Counter$. В качестве структуры данных для формализации X_k подойдёт любая конструкция для хранения коллекции элементов с заданным порядком, например линейный список.

Так как M_k , добавляющееся к LM на втором шаге, больше любого элемента множества G_k по определению, а в последнем элементы располагаются по порядку, то элементы X_k алгоритм также находит в порядке возрастания.

Докажем два утверждения о множестве X_k .

Утверждение 3. $(\forall i = \overline{1, M_{k+1}^*})(M_k < x_i^k < M_{k+1})$

Доказательство. Из (8) непосредственно следует, что $M_k < x_i^k$ для $\forall i = \overline{1, M_k^*}$. Осталось показать, что $M_{k+1} > x_i^k$ для $\forall i = \overline{1, M_{k+1}^*}$. Для этого достаточно доказать, что

максимальный элемент ($x_{\max}()$) множества X_k меньше M_{k+1} . В силу неотрицательности всех членов в равенстве (8) имеем:

$$x_{\max} = (p_{k+1} - 1)M_k + g_{M_k^*}^k \quad (11)$$

Известно, что $g_{M_k^*}^k \in G_k$ и, следовательно, по условию, наложенному на элементы G_k при его задании $g_{M_k^*}^k < M_k$, тогда, согласно (11), максимальный элемент X_k правомерно оценить как:

$$x_{\max} = p_{k+1}M_k - M_k + g_{M_k^*}^k = M_{k+1} - (M_k - g_{M_k^*}^k) < M_{k+1},$$

что и требовалось доказать.

Утверждение 3 доказывает, что все элементы $X_k, \forall k \in N, k > 2$ лежат в полуинтервале $[M_k, M_{k+1})$, для которого в следствии к теореме было показано, что простые числа из этого полуинтервала представимы как раз таки в том же виде, что и члены последовательности X_k .

Докажем теперь строго, что предложенная в (9-10) индексация членов X_k , нумерует их по возрастанию.

Утверждение 4. $(\forall i = \overline{1, M_{k+1}^* - 1})(x_i^k < x_{i+1}^k)$

Доказательство. Возьмем и зафиксируем некоторое $i = \overline{1, M_{k+1}^* - 1}$. Согласно (9) x_i и x_{i+1} распишем в виде:

$$\begin{cases} x_i^k = l_i^k \cdot M_k + g_{j_i^k}^k, \\ x_{i+1}^k = l_{i+1}^k \cdot M_k + g_{j_{i+1}^k}^k; \end{cases}$$

Рассмотрим два случая.

- 1) $l_i^k < l_{i+1}^k$. Известно, что $g_{j_j^k}^k < M_k$ по условию, наложенному на элементы множества G_k . Тогда

$$x_i^k = l_i^k \cdot M_k + g_{j_i^k}^k < l_i^k \cdot M_k + M_k = (l_i^k + 1) \cdot M_k \leq l_{i+1}^k \cdot M_k < l_{i+1}^k \cdot M_k + g_{j_{i+1}^k}^k = x_{i+1}^k.$$

Собрав начало и конец данного неравенства, получим:

$$x_i^k < x_{i+1}^k.$$

- 2) $l_i^k = l_{i+1}^k$. Если $l_i^k = l_{i+1}^k$, то, согласно (10), $\left\lfloor \frac{i-1}{M_k^*} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{i}{M_k^*} \right\rfloor$. Тогда на основе обозначений, принятых в (10) для x_i и x_{i+1} , верно, что

$$\begin{cases} i - 1 = (l_i^k - 1)M_k^* + j_i^k - 1, \\ i = (l_{i+1}^k - 1)M_k^* + j_{i+1}^k - 1; \end{cases}$$

Очевидно, что левая часть данных равенств отличается на 1. Таким образом, добавив 1 к левой и правой частям первого из рассматриваемых равенств, приравняем их правые части и заменим l_{i+1}^k на равное, в рассматриваемом случае, ей l_i^k . В результате получим:

$$(l_i^k - 1)M_k^* + j_i^k = (l_i^k - 1)M_k^* + j_{i+1}^k - 1$$

или

$$j_{i+1}^k = j_i^k + 1$$

Тогда $x_i^k = l_i^k M_k + g_{j_i^k}^k < l_i^k M_k + g_{j_{i+1}^k}^k = l_{i+1}^k M_k + g_{j_{i+1}^k}^k = x_{i+1}^k$, или $x_i^k < x_{i+1}^k$.

Заметим, что ситуации $l_i^k > l_{i+1}^k$ быть не может в силу (10). А в обоих оставшихся рассмотренных возможных случаях получим $x_i^k < x_{i+1}^k$. Что и требовалось доказать.

Упорядоченность множества X_k является крайне важной, так как именно на основе этого множества будет осуществлено построение надпоследовательности простых чисел.

Для решения данной задачи разобьем множество натуральных чисел N на полуинтервалы $[M_k, M_{k+1}), k \in N \setminus \{1\}$. Построим для каждого такого полуинтервала множество X_k . Дополним полученное семейство множеством $X_1 = \{2, 3, 5\}$. Отметим, что из утверждения 3 следует, что $X_k \subset [M_k, M_{k+1}), \forall k \in N \setminus \{1\}$.

Рассмотрим множество $X = \bigcup_{k=1}^{\infty} X_k$. Докажем, что множество простых чисел является подмножеством X .

Утверждение 5. $P_{\infty} \subset X$.

Доказательство. Возьмем произвольный $p \in P_{\infty}$ и покажем, что $p \in X$. Это и будет означать истинность утверждения по определению подмножества. Если $p \in \{2, 3, 5\}$, то $p \in X_1 \subset X$ и, следовательно, $p \in X$. В противном случае, так как множество N , начиная с числа $M_2 = 6$ было разбито на полуинтервалы вида $[M_k, M_{k+1})$, то $(\exists k \in N \setminus \{1\})(p \in [M_k, M_{k+1}))$. Найдем и зафиксируем это k , а также заметим, что $p \neq M_k$, так как M_k для $k > 2$ составное число по определению. То есть $M_k < p < M_{k+1}$. Тогда в силу следствия из теоремы $\exists l = \overline{1, p_{k+1} - 1}$ и $r \in G_k$, такие, что $p = lM_k + r$, т. е. p представимо в виде (8). Следовательно, $p \in X_k \subset X$ или $p \in X$. Что и требовалось доказать.

Важно отметить, что одним из следствий утверждения 5 является бесконечная мощность множества X , в силу аналогичной мощности P_{∞} . А построение данного множества заключается в последовательном построении X_k с помощью алгоритма А. Поэтому множество X будем также рассматривать как последовательность. Обозначим члены данной последовательности $x_1, x_2, \dots$ тогда утверждение 5 говорит о том, что последовательность простых чисел является подпоследовательностью X или X является надпоследовательностью ряда простых чисел. Именно X является последовательностью, заявленной ранее, в том числе в названии статьи, среди элементов которой будем искать простые числа. Рассмотрим некоторые свойства последовательности X и множеств её составляющих.

Утверждение 6. $(\forall x \in X_k)(\forall i = \overline{1, k})(x \text{ не кратно } p_i \in P_k)$

Доказательство. Предположим противное: $(\exists x \in X_k)(\exists i = \overline{1, k})(x \text{ кратно } p_i)$. Так как $x \in X_k$, то он представим в виде (8), то есть:

$$x = lM_k + g, l = \overline{1, p_{k+1} - 1}, g \in G_k.$$

Тогда:

$$g = x - lM_k. \quad (12)$$

По нашему предположению x кратно p_i , но и lM_k кратно p_i по построению. Тогда из (12) следует, что g кратно p_i , но это противоречит общему виду элемента G_k , который представляет собой произведение степеней простых чисел с порядковым номером большим k , согласно утверждению 1, является взаимно простым с M_k , а, следовательно, не может быть кратен $p_i i = \overline{1, k}$. Получили противоречие. Наше предположение неверно. Утверждение доказано.

Покажем теперь, что последовательность X неограниченно расширяется на множестве натуральных чисел.

Утверждение 7. $(\forall t \in N)(\exists i \in N | x_{i+1} - x_i > t)$

Доказательство. Предположим противное: $(\exists t \in N)(\forall i \in N | x_{i+1} - x_i \leq t)$. Выберем произвольное t , удовлетворяющее данному условию. В качестве x_i возьмем $M_{m+1} + 1$. Заметим, что именно такой вид имеет первый элемент X_{m+1} . Действительно, как уже было ранее упомянуто для $\forall k \in N \setminus \{1\}$ элемент g_1 равен 1. Это тот случай, когда все степени в произведении простых чисел равны 0-лю.

Тогда по нашему предположению $x_{i+1} - M_{m+1} - 1 \leq t$.

С другой стороны, $x_{i+1} > x_i = M_{m+1} + 1$. Соберём из полученных неравенств одно:

$$M_{m+1} + 1 < x_{i+1} \leq M_{m+1} + (m + 1).$$

Тогда $\exists j = \overline{2, (m+1)}$, такое, что $x_{i+1} = M_{m+1} + j$. Пусть p – наименьший простой делитель $j \Rightarrow p \leq j \leq m+1$, а значит, что p входит в произведение M_{m+1} , то есть M_{m+1} кратно p .

Тогда и x_{i+1} кратно p , как сумма двух кратных p чисел (M_{m+1} и j), что противоречит утверждению 6. Получили противоречие. Утверждение доказано.

Данное утверждение показывает, что плотность X ниже соответствующей плотности множества натуральных чисел, что верно и для ряда простых чисел. Вместе с тем, тот факт, что $P_\infty \subset X$ (утверждение 5) говорит о плотности X , как не превышающей соответствующую плотность P_∞ .

Покажем, что элементы X_k не кратны друг другу.

Утверждение 8. $(\forall k \in N)(\forall \hat{x}, \overset{\vee}{x} \in X_k \mid \hat{x} \neq \overset{\vee}{x})(\hat{x} \text{ не кратно } \overset{\vee}{x})$

Доказательство. Предположим противное $(\exists k \in N)(\exists \hat{x}, \overset{\vee}{x} \in X_k \mid \hat{x} \neq \overset{\vee}{x})(\hat{x} \text{ кратно } \overset{\vee}{x})$.

Высказывание $\hat{x}$ кратно $\overset{\vee}{x}$ по определению означает, что $\exists t \in N$, такое, что

$$\hat{x} = t \cdot \overset{\vee}{x} \quad (13)$$

Заметим, что $1 < t < p_{k+1}$. Действительно, $\hat{x}, \overset{\vee}{x} \in X_k$, а это значит, согласно утверждению 3, $M_k < \hat{x}, \overset{\vee}{x} < p_{k+1} \cdot M_k$. Тогда, если предположить, что $t \geq p_{k+1}$, то $M_{k+1} = p_{k+1} \cdot M_k \leq t \cdot M_k < t \cdot \overset{\vee}{x} = \hat{x}$, или $M_{k+1} < \hat{x}$, что противоречит утверждению 3. С другой стороны, $\hat{x}, \overset{\vee}{x}$ положительные и $\hat{x} \neq \overset{\vee}{x}$, что означает $t > 1$.

Итак, мы показали, что $1 < t < p_{k+1}$. Но тогда имеет простой делитель из P_k (возможно сам себя, если является простым). То есть $(\exists i = \overline{1, k})(t \text{ кратно } p_i)$. Тогда $t \cdot \overset{\vee}{x}$ также кратно p_i . Следовательно, в силу (13) $\hat{x}$ кратно p_i , что противоречит утверждению 6. Следовательно, наше предположение неверно. Утверждение доказано.

Для упрощения дальнейших теоретических построений введём в рассмотрение два множества. Множество простых чисел из заданного интервала $P_{k+1}^k = \{p \in P_\infty \mid M_k < p < M_{k+1}\}$ и множество $Z_k = \{z \in U_k \mid M_k < z < M_{k+1}\}$. Поясним, что P_{k+1}^k – это просто множество простых чисел из интервала (M_k, M_{k+1}) , а Z_k – это числа по своей природе аналогичные G_k , с тем лишь отличием, что элементы G_k принадлежат интервалу $(0, M_k)$, а Z_k – интервалу (M_k, M_{k+1}) . Отметим, что использование интервалов не противоречит ранее предложенному разбиению числового ряда на полуинтервалы вида $[M_k, M_{k+1})$, так как элементы множеств P_∞ , U_k , G_k не могут совпадать с M_k по природе построения.

Следствие. $(X_k = Z_k \cup P_{k+1}^k)$ и $(Z_k \cap P_{k+1}^k = \emptyset)$

Доказательство. То, что $Z_k \cap P_{k+1}^k = \emptyset$ легко заметить, обратив внимание на построение данных множеств. Действительно, произвольный элемент z из множества Z_k имеет вид $p_{k+1}^{a_1} \cdot p_{k+2}^{a_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{a_{n(k)-k}}$, где $a_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k)-k}$. Согласно заданию отображения n и множества P_k имеет место неравенство $p_{k+1}^{a_1} < p_{k+2}^{a_2} < \dots < p_{n(k)}^{a_{n(k)-k}} < M_k$. Вместе с тем множество P_{k+1}^k состоит из простых чисел больших M_k . Это означает, что в факторизации любой пары элементов из Z_k и P_{k+1}^k не будет не одного совпадающего сомножителя (факторизация элемента из P_{k+1}^k и есть он сам). То есть, просто нет ни одного совпадающего элемента. Поэтому любая пара элементов из этих множеств не только не совпадает, но ещё и взаимно проста.

Покажем теперь, что $X_k = Z_k \cup P_{k+1}^k$. Пусть $x \in X_k$, тогда, если x – простое число, то в силу утверждения 5 и задания P_{k+1}^k верно, что $x \in P_{k+1}^k$. В противном случае, согласно

основной теореме арифметики [4], x разлагается на простые делители, среди которых не могут быть $p_i, i = \overline{1, k}$ согласно утверждению 6, и элементы $P_{k+1}^k \subset X_k$, согласно утверждению 8. Тот факт, что P_{k+1}^k является подмножеством X_k , напрямую следует из утверждения 5 и построения данных множеств.

Таким образом, в качестве простых делителей x могут выступать только $p_{k+1}, p_{k+2}, \dots, p_{n(k)}$. Поэтому либо x – простое число и принадлежит X_k , либо $x = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}$, то есть $x \in Z_k$. Что и требовалось доказать.

Заметим также, что $\{p_{n(k)+1}, p_{n(k)+2}, \dots, p_{n(k+1)}\}$ и есть множество P_{k+1}^k . Действительно, по определению отображения n , $p_{n(k)}$ – самое большое простое число меньше M_k , следовательно $p_{n(k)+1}$ – первое простое число больше M_k , аналогично, $p_{n(k+1)}$ – самое большое простое число меньше M_{k+1} . То есть рассматриваемое множество – это совокупность простых чисел между M_k и M_{k+1} , чем по определению и является P_{k+1}^k .

Кроме того, из данного следствия легко заключить, что $P_{k+1}^k = X_k \setminus Z_k$, то есть простые числа в интервале (M_k, M_{k+1}) можно найти исключив из множества X_k элементы множества Z_k . Именно этот подход представляется крайне интересным с точки зрения построения алгоритма поиска простых чисел среди членов последовательности X .

Утверждение 9. $G_{k+1} = \{g \in G_k \cup X_k \mid g \text{ не кратно } p_{k+1}\}$

Доказательство. В силу следствия к утверждению 8 $G_k \cup X_k = G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k$.

Рассмотрим некоторое число $h = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \cdot p_{n(k)+1}^{\gamma_1} \cdot p_{n(k)+2}^{\gamma_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\gamma_{n(k+1)-n(k)+k}}$, причём $h < M_{k+1}, \alpha_i, \gamma_j \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k}, \forall j = \overline{1, (k+1) - n(k)}$. Заметим, что согласно способу задания и наложенным ограничениям $h \in G_{k+1}$, при условии, что $\alpha_1 = 0$.

Предположим, что h не принадлежит $G_k \cup Z_k$, тогда $(\exists j = \overline{1, n(k+1) - n(k) + k}) (\gamma_j \neq 0)$. Другими словами хотя бы одна степень у сомножителей из множества P_{k+1}^k не равна 0. Тогда, если хотя бы ещё одна степень α_i или $\gamma_t (t \neq j)$ не равна 0 или $\gamma_j > 1$, то $h > p_{k+1} \cdot p_{n(k)+j}$. Но $p_{n(k)+j} \in P_{k+1}^k$, а значит, удовлетворяет неравенству $M_k < p_{n(k)+j} < M_{k+1}$. Тогда верно, что $h > p_{k+1} \cdot p_{n(k)+j} > p_{k+1} \cdot M_k = M_{k+1}$, то есть $h > M_{k+1}$. Но $h < M_{k+1}$, следовательно, наше предположение неверно и γ_j будет равным 1 только при условии, что остальные простые сомножители входят в h с нулевой степенью.

Итак, было взято $h = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \cdot p_{n(k)+1}^{\gamma_1} \cdot p_{n(k)+2}^{\gamma_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\gamma_{n(k+1)-n(k)+k}}$ и показано, что если h не принадлежит $G_k \cup Z_k$, то оно принадлежит P_{k+1}^k . Таким образом, переобозначив γ через α соответствующими индексами, получаем, что для любого элемента $g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\alpha_{n(k+1)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}$ верно, что $g \in G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k$.

Покажем теперь, что произвольный элемент $g \in G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k$ можно представить в виде $g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\alpha_{n(k+1)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}$.

Рассмотрим 2 случая: $g \in G_k \cup Z_k$ и $g \in P_{k+1}^k$. Согласно следствию из утверждения 8 эти случаи взаимно исключающиеся.

1) $g \in G_k \cup Z_k$. Отметим, что $G_k = \{g \in U_k \mid g < M_k\}$, $Z_k = \{z \in U_k \mid M_k < z < M_{k+1}\}$, а множество $U_k = \{u = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \mid \alpha_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k}\}$. Следовательно

$$G_k \cup Z_k = \left\{ g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k} \right\}$$

или

$$G_k \cup Z_k = \left\{ g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \cdot p_{n(k)+1}^0 \cdot p_{n(k)+2}^0 \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^0 \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k} \right\}. \quad (14)$$

2) $g \in P_{k+1}^k$. Тогда $\left(\exists j, j = \overline{n(k) + 1, n(k + 1)} \mid g = p_j \right)$, в силу чего P_{k+1}^k можно представить в виде:

$$P_{k+1}^k = \left\{ g = p_{k+1}^0 \cdot p_{k+2}^0 \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^0 \cdot p_{n(k)+1}^0 \cdot \dots \cdot p_j^1 \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^0 \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k} \right\}. \quad (15)$$

Из (14) и (15) видно, что если $g \in G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k$, то его можно представить в виде $g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\alpha_{n(k+1)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}$.

Таким образом, было показано, что

$$G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k = \left\{ g = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\alpha_{n(k+1)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k} \right\}.$$

Преобразуем полученное множество, исключив из него элементы, кратные p_{k+1} :

$$\{g \in G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k \mid g \text{ не кратно } p_{k+1}\} = \{g = p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k+1)}^{\alpha_{n(k+1)-k}} \mid g < M_{k+1}; \alpha_i \in N \cup \{0\}, i = \overline{1, n(k) - k}\}.$$

Легко видеть, что правая часть равенства представляет собой множество G_{k+1} . То есть $G_{k+1} = \{g \in G_k \cup Z_k \cup P_{k+1}^k \mid g \text{ не кратно } p_{k+1}\}$. Что и требовалось доказать.

Утверждение 9 крайне важно для построения алгоритма поиска простых чисел среди элементов множества (последовательности) X . Одним из шагов этого алгоритма будет построение X_k . На этом шаге сразу можно будет проверять кратность каждого нового элемента p_{k+1} , что, вкупе с тем фактом, что построение X_k предполагает неоднократное прохождение элементов множества G_k , говорит о возможности на этом же шаге построить G_{k+1} . Такой подход обеспечивает итеративное, не влияющее на асимптотическую сложность алгоритма построение G_{k+1} на основе G_k и X_k .

С учётом утверждения 9, разработана диаграмма (рис. 1), демонстрирующая взаимосвязь между элементами ключевых введённых множеств в соотношении с числовой прямой.

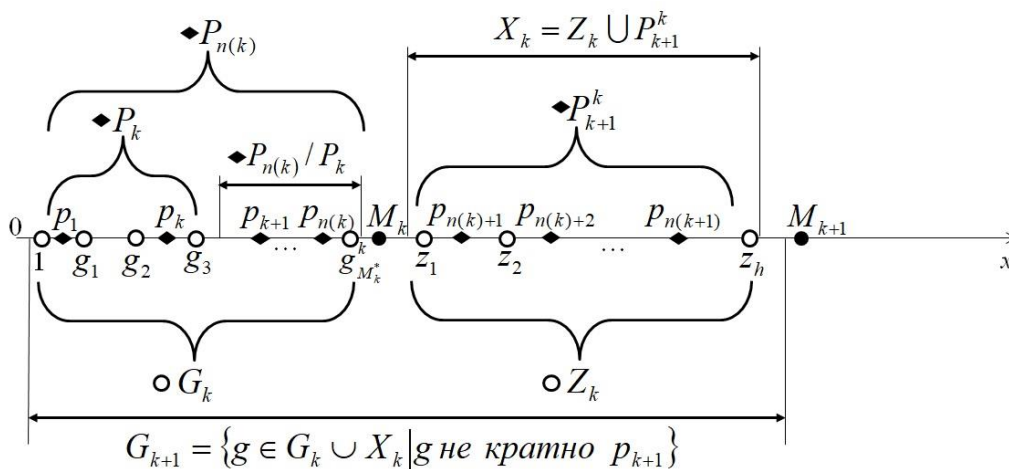


Рис. 1. Взаимосвязь между множествами P_k , $P_{n(k)}$, P_{k+1}^k , G_{k+1} , X_k , G_k , и числами M_k и M_{k+1} в контексте числовой прямой

Так как точки некоторых множеств перемешаны, принадлежность тому или иному множеству на Рисунке 1 показана формой точек. Для понимания того, какому множеству

точки какой формы принадлежат у соответствующих множеств присутствует значок в форме точек, обозначающих элементы этого множества.

Утверждение 10. $(\forall k \in N \setminus \{1\}) (p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k \in Z_k)$

Доказательство. Так как $g_{M_k^*}^k \in G_k$, то его можно представить в виде:

$$g_{M_k^*}^k = p_{k+1}^{\alpha_1} p_{k+2}^{\alpha_2} \cdots p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}} \quad (16)$$

и верно неравенство

$$g_{M_k^*}^k < M_k. \quad (17)$$

Из (16) следует, что

$$p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k = p_{k+1}^{\alpha_1+1} p_{k+2}^{\alpha_2} \cdots p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}}, \quad (18)$$

А умножив обе части (17) на p_{k+1} получим:

$$p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k < M_{k+1}. \quad (19)$$

Из выражений (18) и (19) видно, что $p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k$ является членом множества $G_k \cup Z_k$. Вместе с тем $g_{M_k^*}^k$ – максимальный элемент G_k по определению. Но $p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k$ будет больше всех элементов G_k , начиная с $k = 2$. Это означает, что $p_{k+1} \cdot g_{M_k^*}^k \in Z_k$. Что и требовалось доказать.

Следствие 1. $(\forall k \in N \setminus \{1\})(\forall g \in G_k)(g \cdot p_{k+1} \in G_k) \vee (g \cdot p_{k+1} \in Z_k)$.

Действительно, равенства (18) и (19) верны не только для $g_{M_k^*}^k$, но и для любого элемента G_k . Следовательно, $g \in G_k \cup Z_k$, что равносильно условию следствия.

Следствие 2. $(\forall k \in N \setminus \{1\})(\forall g \in G_k | g > M_{k-1})(gp_{k+1} \in Z_k)$.

В силу следствия 1 из утверждения 10 достаточно показать, что $gp_{k+1} \notin G_k$. Действительно, $g > M_{k-1}$, следовательно, $gp_{k+1} > M_{k-1}p_{k+1} > M_{k-1}p_k = M_k$. А это означает, что $g \cdot p_{k+1} \notin G_k$, согласно построению последнего (G_k задаётся как множество элементов U_k меньших M_k).

Рассмотрим ещё одно утверждение, проливающее свет на природу Z_k .

Утверждение 11. $(\forall k \in N \setminus \{1\})(\forall z \in Z_k)(\exists p \in P_{n(k)} \setminus P_k)$ такое, что z кратен p и $z/p \in G_k$.

Доказательство. Так как $z \in Z_k$, то выполняется неравенство $M_k < z < M_{k+1}$. Вместе с тем все простые числа в интервале $(M_k; M_{k+1})$ по определению принадлежат множеству P_{k+1}^k и, согласно следствию к утверждению 8, не могут принадлежать Z_k . Следовательно, z является составным числом.

Пусть p – простой делитель z . Благодаря тому, что $z \in Z_k$ известен общий вид факторизации z . Из этого вида можно заключить, что $p \in P_{n(k)} \setminus P_k$. и, как следствие, $p \geq p_{k+1}$.

Так как $z \in Z_k$, верно неравенство

$$z < M_{k+1}$$

или

$$z < p_{k+1} \cdot M_k.$$

Разделим обе части неравенства на $p \in P_{n(k)} \setminus P_k$ и получим

$$z/p < p_{k+1} \cdot M_k/p \leq p_{k+1} \cdot M_k/p_{k+1} = M_k$$

или

$$z/p < M_k.$$

С другой стороны, так как $p \in P_{n(k)} \setminus P_k$, $z/p \in U_k$. Тогда $z/p \in G_k$ по определению множества G_k .

Заметим, что в ходе доказательства утверждения 11 был взят произвольный простой делитель z . Таким образом, для любого простого делителя p произвольного числа $z \in Z_k$ верно, что $z/p \in G_k$.

Кроме того, из утверждения 11 вытекает метод построения множества Z_k как произведений элементов множеств $P_{n(k)}/P_k$ и G_k . Разумеется, не каждая пара элементов этих множеств принадлежит Z_k . Часть из них будет также принадлежать G_k , а часть будет больше M_{k+1} . С точки зрения построения Z_k алгоритм нахождения всех пар элементов $P_{n(k)}/P_k$ и G_k , вычисление их произведения и отсеивания принадлежащих G_k и больших M_{k+1} представляется асимптотически и вычислительно крайне сложным.

Вместе с тем, благодаря утверждению 10 и его следствиям представляется возможным построение алгоритма, который на каждом шаге будет обрабатывать только те элементы $P_{n(k)}/P_k$ и G_k , произведение которых даёт элемент Z_k .

При этом само Z_k допустимо задать, как $Z_k = \{z = gp | g \in G_k, p \in P_{n(k)} \setminus P_k, z \in G_k, z < M_{k+1}\}$.

Докажем ещё одно утверждение, которое дополнит картину взаимосвязей между элементами рассмотренных множеств. Для этого возьмём и зафиксируем произвольный элемент $z \in Z_k$. Согласно следствию к утверждению 8, $Z_k \subset X_k$, из чего следует, что $z = l \cdot M_k + g$, причём $l, g \in N, l < p_{k+1}, g \in G_k$.

Утверждение 12. Числа g – взаимно просты.

Предположим противное. А именно $\text{НОД}(z, g) > 1$.

В силу того, что $z \in Z_k$, а $g \in G_k$ их факторизацию можно представить в виде:

$$z = p_{k+1}^{\alpha_1} \cdot p_{k+2}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\alpha_{n(k)-k}},$$

а

$$g = p_{k+1}^{\beta_1} \cdot p_{k+2}^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\beta_{n(k)-k}},$$

где $\alpha_i, \beta_i \in N \cup \{0\}, \forall i = \overline{1, n(k) - k}$.

Тогда, известно [4], что

$$\text{НОД}(z, g) = p_{k+1}^{\min(\alpha_1, \beta_1)} \cdot p_{k+2}^{\min(\alpha_2, \beta_2)} \cdot \dots \cdot p_{n(k)}^{\min(\alpha_{n(k)-k}, \beta_{n(k)-k})}.$$

Согласно сделанному предположению $\exists i = \overline{1, n(k) - k}$ такое что $\min(\alpha_i, \beta_i) \neq 0$. Следовательно, z кратно p_{k+i} и g кратно p_{k+i} . Но тогда $z - g = l \cdot M_k$ кратно p_{k+i} , что невозможно, так как в силу известного вида факторизации M_k и того факта, что $l < p_{k+1}$, все простые делители $l \cdot M_k$ меньше $p_{k+1} \leq p_{k+i}, \forall i = \overline{1, n(k) - k}$.

Таким образом, было показано, что наше предположение неверно. Следовательно, утверждение доказано.

Рассмотренные и доказанные теорема, утверждения и следствия позволяют спроектировать алгоритм поиска простых чисел в заданном диапазоне на основе полученных теоретических результатов. Идея алгоритма состоит в том, чтобы последовательно находить простые числа из интервалов $(M_k; M_{k+1})$ для каждого $k \in N \setminus \{1\}$. Для того, чтобы найти простые числа в интервале $(M_k; M_{k+1})$ достаточно построить X_k , посредством алгоритма А. После чего, удобно воспользоваться следствием из утверждения 8, которое говорит, что $X_k = Z_k \cup P_{k+1}^k$ и $Z_k \cap P_{k+1}^k = \emptyset$, а это значит, что $P_{k+1}^k = X_k \setminus Z_k$. То есть, для получения искомого

P_{k+1}^k , достаточно построить Z_k , исключая его элементы из X_k . Для построения этих множеств требуется перестраивать вспомогательные множества. Например, на каждом шаге нам понадобится перестраивать G_k для нового, увеличенного на 1 значения k . Для решения этой задачи, как было ранее отмечено, целесообразно воспользоваться утверждением 9.

Выводы и заключение

В данной работе предложена и рассмотрена последовательность, для которой доказывается, что все простые числа являются её членами. Кроме того, показано, что, как и для ряда простых чисел, расстояние между членами построенной последовательности неограниченно возрастает. То есть плотность данной последовательности меньше плотности ряда натуральных чисел. Дальнейшие исследования планируется посвятить разработке алгоритмов построения последовательности простых чисел и быстрой факторизации на основе предложенных теоретических выкладок с асимптотической сложностью соответствующей плотности X относительно натурального числового ряда. Кроме того, интерес представляет дальнейшее исследование природы множеств G_k и Z_k , а также возможности их более быстрого построения.

Список литературы

1. Бараш Л. Алгоритм AKS проверки чисел на простоту и поиск констант генераторов псевдослучайных чисел: Безопасность информационных технологий. // Черноголовка: Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау. 2005. С. 27-38.
2. Василенко О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии. М.: МЦНМО, 2003.
3. Ландау Э. Основы анализа. М.: ИЛ, 1947.
4. Матысик О. В., Трофимук А. А. Теория чисел. Брест: Изд-во БрГУ, 2013.
5. Шеврин Л. Н. Общая алгебра. Глава IV. Полугруппы. М.: Наука, 1991. Т. 2.
6. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си. М.: Триумф, 2002.
7. Chen J.R. On the Distribution of Almost Primes in an Interval // Sci.: Sinica18, 1975. 611-627.
8. Guy R. Unsolved Problems in Number Theory: Pseudoprimes. Euler Pseudoprimes. Strong Pseudo-primes. //New York: Springer-Verlag. 1994. 28-29.
9. Lawrence C. Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography. Washington: Chapman & Hall/CRC. 2003.
10. Miller G. L. Riemann's hypothesis and tests for primality. // Journal of Computer and Systems Sci-ences. 1976. 300-317.
11. Montgomery H., Vaughan R. The exceptional set of Goldbach's problem // Poland, Poznan, Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences: Actaarithmetica, 1975. 353-370.
12. Strassen V., Solovay R. A Fast Monte-Carlo Tests for Primality // SIAM Journal on Computing. 1977. №6(1). 84-85.

AN APPROACH FOR SEARCHING PRIME NUMBERS AMONG MEMBERS OF CONSTRUCTED IN SPECIAL WAY SUBSEQUENCE OF INTEGERS

D. V. Polyakov

Cand. Sci. (Technical)
dimadress@mail.ru
Tambov

A. I. Popov

Cand. Sci. (Pedagogical),
associate professor
olimp_popov@mail.ru
Tambov

A. N. Tolmacheva

a.tolma4yova@yandex.ru
Tambov

Tambov State Technical University

Abstract. The article deals with the problem of finding Prime numbers from a given range and factorizing large numbers. The relevance of the research is due to the spread of asymmetric cryptographic algorithms as methods for ensuring a secure session in the global network, which causes the need for additional research that clarifies the properties of a number of Prime numbers. Mechanisms for searching for Prime numbers are in demand by cryptology both to improve the security of the global network, and to develop new methods of attacks on asymmetric cryptographic encryption systems. In this paper, we consider a sequence of numbers for which a series of Prime numbers is a subsequence. To construct this sequence, we propose to divide a series of natural numbers into semi-intervals whose boundaries are products of a certain number of first primes. It is shown that on each such half-interval there is a set of a special type, which, among other things, belongs to the primes that fall into the corresponding half-interval. This set is interesting because its density is lower than the density of the natural series. This means that it is possible to construct this set using an algorithm with relatively low asymptotic complexity. The paper presents and proves a number of statements and their consequences, which shed light on the properties of the sequence obtained from the Union of sets of a special type. It is shown in the language of set theory that a possible iterative construction of the sequence under study is possible, as well as that a series of primes is a subsequence for it. The obtained theoretical results allow us to design an algorithm for searching for Prime numbers in a given range, and also create a Foundation for building fast algorithms for factorization of large numbers.

Keywords: prime numbers, arithmetic, searching for prime numbers, building a series of prime numbers.

References

1. Barash, L. (2005) AKS algorithm for checking numbers for simplicity and searching for constants of pseudo-random number generators: information technology Security. [*Algorithm AKS proverki chisel na prostotu i poisk constant generatorov psevdosluchajnyh chisel*]. Chernylovka: Landau Institute of theoretical physics. 27-38.
2. Chen J.R. (1975) On the Distribution of Almost Primes in an Interval.

3. Guy R. (1994). Unsolved Problems in Number Theory: Pseudoprimes. Euler Pseudoprimes. Strong Pseudoprimes. New York: Springer-Verlag. 28-29.
4. Landau, E. (1947) Fundamentals of analysis [*Osnovy analiza*]. Moscow: IL.
5. Lawrence C. (2003) Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography. Washington: Chapman & Hall.
6. Matysik, O. V., Trofimuk, A.A. (2013) Number Theory [*Teoriya chisel*]. Brest.
7. Miller G.L. (1976) Riemann's hypothesis and tests for primality. // Journal of Computer and Systems Sciences. 300-317.
8. Montgomery H., Vaughan R. (1975) The exceptional set of Goldbach's problem. Poland, Poznan, Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences: Actaarithmetica. 353-370.
9. Schneier, B. (2002). Applied cryptography Protocols, algorithms, source texts in C. [*Prikladnaya kriptografiya. Protokoly, algoritmy, iskhodnye teksty na yazyke C*]. Moscow.
10. Shevrin, L. N. (1991) General algebra Chapter IV. Semigroups [*Obshchaya algebra*] Moscow: Nauka. 2.
11. Strassen V., Solovay R. (1977) A fast Monte-Carlo Tests for Primality. SIAM Journal on Computing. 6(1). 84-85.
12. Vasilenko, O. N. (2003) Theoretical and numerical algorithms in cryptography [*Teoretiko-chislovye algoritmy v kriptografii*]. Moscow.

КОНФЕРЕНЦИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-111-121

УДК
371.121.2

О МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ, ИНФОРМАТИКЕ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ», ПОСВЯЩЕННОЙ 180-ЛЕТИЮ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В Г. ЕЛЬЦЕ

Светлана Николаевна Дворяткина
д.п.н., доцент
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
г. Елец

Сергей Викторович Щербатых
д.п.н., профессор
shcherserg@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Два важных исторических события, связанных со становлением математического образования в старейшем университетском центре региона — Елецком государственном университете им. И. А. Бунина, инициировали проведение на его базе масштабного научного мероприятия. Во-первых, это 180-летие с момента открытия в городе для дочерей дворян, духовенства, купечества и знатных людей женского педагогического училища, ставшего прародителем женской и мужской гимназий г. Ельца. Посредством детального рассмотрения и компаративного анализа корпуса исторических источников научно установлено, что елецкие гимназии оставили заметный позитивный след в развитии образования как для истории города, так и для страны в целом. Во-вторых, 20-летие со дня организации Елецкого государственного университета имени И. А. Бунина — уникального классического вуза не только в Липецкой области, но и единственного классического университета в России, созданного в провинциальном городе. Проведенная международная научная конференция, посвященная этим знаменательным датам, стала весьма значительным событием для научного сообщества. В статье дан анализ основных результатов проводимых исследований учеными из разных стран, описана фундаментальность научных проблем, обсужденных в рамках конференции.

Ключевые слова: математическое образование, методика обучение математике и информатике, информационные технологии, цифровизация образования.

Введение

XXI век ознаменован в истории обогащением мировой науки выдающимися достижениями в области образования, решением важнейших фундаментальных проблем. К таким проблемам следует отнести, например, вопросы профильной дифференциации обучения (Н.Я. Виленкин, А.В. Баранников, И.Д. Бутузов, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Т.Б. Захарова, Ю.М. Колягин, А.А. Кирсанов, А.А. Кузнецов, Х.Й. Лийтметс, И.М. Осмоловская, А.А. Пинский, К.Н. Поливанова, Е.С. Рабуновский, Е.Л. Рачевский, М.В. Рыжаков, А.В. Смирнов, И.М. Смирнова, А.В. Хуторской, Н.М. Шахмаев, И.Д. Фрумин, И.Э. Унт и др.); индивидуализации и персонализации образования (П.П. Блонский, А.А.Бударный, В.И.Гладких, П.И. Пидкасистый, Е.С. Рабунский, Г.И. Щукина, И.С. Якиманская и др.), технологизации процесса обучения и учебно-познавательной деятельности (В.П. Беспалько, В.В. Гузеев, В.М. Монахов, Т.К. Смыковская и др.); интеграции и систематизации знаний (В.Г. Буданов, С.Н. Дворяткина, И.Д. Зверев, Е.Н. Князева, В.Н. Максимова, Е.И. Смирнов, С.В. Щербатых и др.), информатизации и цифровизации (В.М. Глушков, В.В. Гриншкун, Я.А. Ваграменко, А.П. Ершов, К.К. Колин, Д.А. Поспелов, И.В. Роберт, А.Л. Семенов, А.Д. Урсул и др.) и др. Сегодня, как никогда, одной из главнейших задач научно-педагогических сообществ является внесение в процесс обучения новизны при условии сохранения и приумножения лучших традиций преподавания, в первую очередь – высокого качества образования. И в этом процессе огромная роль отводится математическому образованию как одному из наиболее эффективных инструментов личностного развития и освоения социального опыта предшествующих поколений на фоне грандиозных достижений в современной математической науке.

Математическое образование в России как культурная парадигма становления современного общества приобретает в последние годы новые черты и ракурсы проявления. Это касается разных ступеней и типов образовательных систем: школы, вузы, профессиональные учебные заведения среднего профессионального образования, инклюзивное образование и т. п. При этом факторы изменений в математическом образовании определяются характером и динамикой взаимодействия внешней среды, состоянием личностных предпочтений и самоопределения обучаемых как этапа к саморазвитию личности посредством выстраивания иерархий понимания в контексте актуализации параметров порядка образовательной системы (ценности, мотивы, широта опыта, структура и выраженность личностных качеств). Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур, исследовательская деятельность как неотъемлемый атрибут современного образования.

Современное математическое образование немыслимо без использования новейших цифровых технологий. Необходимость введения информационных средств и технологий как инструментов для осуществления коррекций самоорганизации математического образования с учетом индивидуализации личностного развития и восприятия информации продиктована стохастичностью образовательного процесса. В связи с этим актуальными являются вопросы интеллектуального управления образовательными системами, которые должны обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании при освоении сложных математических структур, активизировать когнитивные, профессиональные, мотивационные процессы в контексте новой цифровой образовательной парадигмы.

В век бурного развития цифровых технологий, глобального изменения содержания математического образования объективизируется роль образовательной миссии малых городов. Город Елец сохранил традиции обучения и воспитания, обусловленные уникальностью его культурно-образовательной среды. В настоящее время он воспринимается как старинный купеческий город и его исторический облик дает веские для этого основания.

В Ельце имел место сложившийся купеческий этнос с внутренними локальными традициями, уникальной субкультурой. Главным свойством представителей купечества являлось стремление быть не только экономически благополучными, но и просвещенными людьми. Большинство представителей елецкого купечества охотно жертвовали деньги на строительство храмов, вкладывали немалые средства в образование, было построено множество учебных заведений, в том числе женская и мужская гимназии. В Ельце мы имеем возможность пронаблюдать, как возрождается тот тип личности, который в равной степени талантливо проявил себя и в экономике, и в культуре, и в просвещении, тем самым, актуализируется потребность в осмыслении проблемы «елецкий интеллектуальный феномен». Данный термин впервые введен в научный оборот в 2004 году учеными московского университета им. М. В. Ломоносова в рамках подготовки к празднованию 250-летия Московского университета. Суть феномена заключалась в том, что во второй половине 19 века небольшой, 30-тысячный уездный город Елец, удивительным и необъяснимым образом опередил все уездные города России по количеству поставляемых в Московский университет абитуриентов и их количество составляло примерно треть от всех абитуриентов из Орловской губернии (Орловская губерния в то время включала в себя Орловскую, Брянскую и часть современной Липецкой области). Причин такого удивительного явления московским учеными установить не удалось, поэтому данная проблема требует своего дальнейшего разрешения в Ельце в рамках работы конференции, посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце. Ведь одна из причин столь высокого количества елецких абитуриентов в Москве, сущность интеллектуального (в т. ч. образовательного) феномена состоит в наличии в те годы в провинциальном городе огромного количества средних учебных заведений, а в настоящее время – единственного классического университета.

Все сказанное актуализировало разработанную нами концепцию организации и проведения Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце.

Цели и задачи мероприятия

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Армянский государственный педагогический университет им. Хачатура Абовяна (Армения), Казахский национальный педагогический университет им. Абая (Казахстан) традиционно организовали и провели уже в шестой раз 27-29 сентября Международную научную конференцию «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященную 180-летию педагогического образования в г. Ельце. Конференция знаменовала собой важные исторические вехи, связанные со становлением математического образования в Липецком крае и в старейшем университетском центре региона – Елецком государственном университете им. И. А. Бунина.

В 2020 году научно-педагогическая общественность г. Ельца отметила важный с точки зрения становления и развития образования и науки юбилей – 180-летие с момента открытия в городе женского педагогического училища для дочерей дворян, духовенства, купечества и знатных людей. Это учебное заведение стало своего рода прародителем для женской и мужской гимназий города Ельца, которые оставили заметный след в истории региона и страны. В городе Елец Орловской губернии во второй половине XIX века было нетипично большое количество казенных средних учебных заведений, открывающих путь к высшему образованию. Благодаря функционированию данных центров просвещения (в дореволюционный период) в городе заметно вырос процент образованных людей, повысился уровень культуры горожан. Все это способствовало бурному развитию промышленных предприятий, а также торговли. После революции 1917 года на их базе начали функционировать Народный университет, Елецкий рабфак, а также Педагогическое училище. Успешная деятельность способствовала открытию в городе учительского института, который

с годами перерос в педагогический институт, а на рубеже XX и XXI веков получил статус классического университета. В настоящее время ЕГУ им. И. А. Бунина является флагманом в математическом образовании всей Липецкой области. Вопросы совершенствования математического образования, внесения в процесс обучения новизны при условии сохранения и приумножения лучших традиций преподавания математики, в первую очередь – высокого качества подготовки специалистов, заложенных известными педагогами и методистами-новаторами Липецкого края («липецкий опыт»), будут обсуждаться научно-педагогическим сообществом на конференции.

10 ноября 2020 года исполнилось 20 лет со дня переименования Елецкого государственного педагогического института в Елецкий государственный университет имени И. А. Бунина. ЕГУ им. И. А. Бунина стал не только единственным классическим вузом в Липецкой области, но и единственным классическим университетом в России, созданным в провинциальном городе. Целью создания классического университета было повысить научный и инновационный потенциал региона, в котором сконцентрированы наукоемкие промышленные производства.

Международная научная конференция «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященная 180-летию педагогического образования в г. Ельце, была направлена на реализацию важной государственной задачи – развитие фундаментальных направлений и инноваций в области совершенствования качества математического и цифрового образования в Российской Федерации.

Основная целевая ориентация – создание условий для научного общения представителей в области теории и методики обучения математики и информатики в условиях глобальной цифровизации образования, позволяющих исследователям обсудить авторские новые идеи, полученные факты, теоретические построения и определить дальнейшие перспективы в развитии ключевых направлений современного образования.

Результаты работы конференции

Открывая Конференцию, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, председатель международного организационного комитета конференции Щербатых Сергей Викторович отметил, что проводимые в университете ежегодные научные международные конференции стали наиболее значимой площадкой, на которой обсуждаются вопросы методологии и теории математического образования, его информационное и методическое обеспечение.

Работу пленарного заседания конференции открыла доктор педагогических наук, профессор Саввина Ольга Алексеевна (Елец, Россия), которая представила уникальный историко-методический доклад по теме «Становление и развитие математического образования в Ельце».

Свое выступление Ольга Алексеевна посвятила характеристике математического образования второй половины XIX века в городе Елец Орловской губернии, в котором на тот период было нетипично большое количество казенных средних учебных заведений, открывающих путь к высшему образованию. Ученый-исследователь констатировал, что математическое образование, например, в Елецкой мужской гимназии находилось на довольно высоком уровне. В подтверждение были приведены многочисленные документальные факты. Во-первых, высокий уровень экзаменационных заданий по математике, которые выполняли выпускники Елецкой гимназии (требовались знания сразу из нескольких разделов математики: арифметики, геометрии, тригонометрии и физики). Во-вторых, восторженные оценки экзаменационных работ выпускников Елецкой гимназии «инспектором» Московского учебного округа (отчеты А.Ю. Давидова и др.). В-третьих, выпускники гимназии показывали блестящие результаты на следующей ступени образования. Так, елецкая гимназия дала путевку в жизнь двум будущим ректорам – ректору Московского

государственного университета (1934–1934, и.о. ректора МВТУ в 1924–1929) Алексею Сергеевичу Бутягину (1881–1958) и ректору Московского высшего технического училища (ныне МГТУ им. Н.Э.Баумана в 1920–1922 гг.) Ивану Андреевичу Калининкову (1878–1939 гг.). Оба с отличием окончили физико-математический факультет Московского университета. Таким образом, развертывание исследователем фундирующего конструкта модуса математического образования «елецкая гимназия – Московский университет – Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина» вызвало повышенный познавательный и научный интерес аудитории, в особенности ее столичной составляющей.

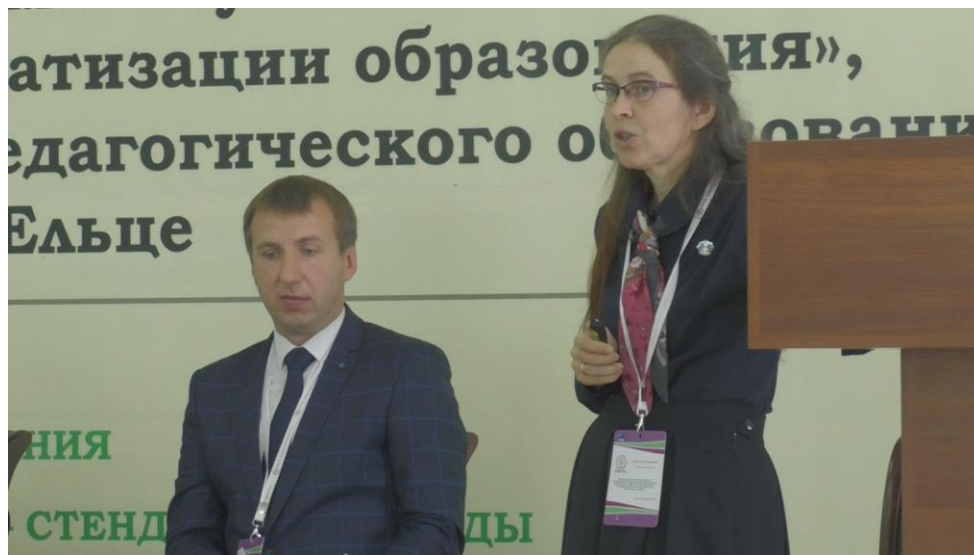


Рис. 1. Выступление с пленарным докладом профессора О. А. Саввиной

Свой обзорный доклад академик РАН, академик РАО, доктор физико-математических наук, профессор, директор Института кибернетики и образовательной информатики им. А.И. Берга ФИЦ ИУ РАН Семёнов Алексей Львович (Москва, Россия) посвятил раскрытию основных идей, описанию возможных изменений в школьном образовании, связанных с цифровой трансформацией школы, а также ролью в ней математики и информатики. Ученый выделил основные проблемы, и аргументировано и последовательно дал на них ответы: Будет ли математика главным школьным предметом? Чем полезна математика? Каковы реальные перспективы?

Докладчик подчеркнул, что в математике проблема цифрового разрыва стоит весьма остро. «Если мы хотим, чтобы школьная математика реализовывала приоритетные цели XXI века: математическое моделирование, логическое рассуждение, грамотность в работе с данными, понимание того, «как это работает», для современных цифровых технологий, в том числе – искусственного интеллекта, то нам нужно курс математики разгрузить от того, что никогда в жизни, ни прямо, ни косвенно, не понадобится». Основным рефреном выступления был тезис о том, что главной целью трансформации содержания математического образования становится формирование ключевых способностей, таких как овладение новыми знаниями и саморазвитие личности, умение вести успешное сотрудничество и уметь работать в группе, вероятностное мышление, умение выдвигать и выполнять собственные проекты, умение конструировать и изготавливать изделия, планирование собственного развития и выполнение этих планов (в том числе профессиональное самоопределение и выбор карьеры). Личность, расширенная цифровыми ресурсами, имеет больше возможностей для формирования навыков XXI века, самостоятельного исследования и творчества, раскрытия индивидуального потенциала.



Рис. 2. Выступление с пленарным докладом академика РАН, академика РАО, профессора А. Л. Семенова

Доктор педагогических наук, профессор, директор института математики и информатики Московского педагогического государственного университета Каракозов Сергей Дмитриевич (Москва, Россия) поделился опытом проведения масштабного исследования, связанного с анализом сетевой организации региональных образовательных систем. Докладчик акцентировал внимание слушателей на полученных коллективом результатах исследования на примере Липецкой области Российской Федерации, посвященных проблеме влияния фактора территориальной доступности услуг и объектов среднего профессионального образования на управленческие решения по оптимизации региональной сети профессиональных образовательных организаций. В ходе рассмотрения территориальной доступности профессиональных образовательных организаций, демографических тенденций и тенденций пространственного развития муниципальных районов Липецкой области с учетом особенностей социально-экономического развития региона, текущих показателей и прогнозных данных до 2024 года на основе геоинформационного анализа региональной сети докладчиком были предложены возможные реальные сценарии развития региональной сети среднего профессионального образования. Например, для Усманского района Липецкой области было предложено управленческое решение, состоящее в реорганизации Усманского промышленно-технологического колледжа, Усманского многопрофильного колледжа и Октябрьское техническое училище в одно образовательное учреждение СПО. В целом для Липецкой области, предложенные автором рекомендации, оказались практически значимыми, но в тоже время не затрагивали структурную и содержательную реорганизацию. Сеть ПОО Липецкой области все еще остается фрагментарной, несмотря на позитивные сдвиги, например, в сетевой организации ресурсов. Управляемость региональной системы СПО Липецкой области понижается, и это связано в контексте исследования с наличием разных учредителей – региональные органы управления в области образования, труда и занятости, культуры, здравоохранения, сельского

хозяйства. Процесс реструктуризации должен носить характер управляемого процесса, то есть происходить на основе единой стратегии оптимизации сети.



Рис. 3. Выступление с пленарным докладом профессора С. Д. Каракозова

В докладе член-корреспондента РАО, доктора педагогических наук, профессора, заведующего кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета Гриншкун Вадима Валерьевича (Москва, Россия) обсуждался вопрос интеграции цифровых и нецифровых средств обучения для построения индивидуальных образовательных траекторий с учетом личностных особенностей школьников. Докладчиком был представлен анализ применения цифровых и нецифровых систем и структур для построения индивидуальных образовательных траекторий, были определены подходы к моделированию визуального представления иерархических структур и формализация критериев для их построения, выявлены параметры, применяемые для построения индивидуальных образовательных траекторий школьников. Наибольший интерес у слушателей вызвал вопрос разработки способов и критериев, позволяющих интегрировать различные средства обучения, находящиеся в традиционном школьном классе в рамках так называемых «умных аудиторий». Технологии проектирования и создания «умного дома», его подходы, докладчик адаптировал на технологии «умной аудитории», «умная школа», «умный вуз». Ученый установил ключевые характеристики, признаки, которыми должно обладать оснащённое учебное помещение в современной школе для того, чтобы назваться «умной аудиторией»: принцип гетерогенности, принцип кроссплатформенности, принцип объектной ориентированности, принцип обора и унификации содержания, принцип методической проработки. В случае одновременного соблюдения данных принципов аудиторию можно именовать «умной», финишировал докладчик.

Развернутые доклады ученых-исследователей Татьяны Федоровны Сергеевой (Москва, Россия) и Евгения Ивановича Смирнова (Ярославль, Россия) затронули вопросы совершенствования содержания математического образования, внесения в процесс обучения новизны и инноваций. В частности, выступление доктора педагогических наук, профессора, заведующего кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике

Ярославского государственного педагогического университета им. К. Д. Ушинского Е. И. Смирнова посвящено процессам модернизации математического образования в школе и вузе с проявлением синергетических эффектов на основе выявления и исследования «проблемных зон» освоения сложного знания средствами компьютерного и математического моделирования. Базовым фактором проявления синергетических эффектов автор выделяет актуализацию современных достижений в науке (фрактальная геометрия, теория кодирования, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория распределений Л.Шварца, нелинейная динамика и т. п.) к школьной математике. Доктор педагогических наук, профессор, профессор дирекции образовательных программ ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет» Сергеева Татьяна Фёдоровна посвящает свое выступление еще одной инновационной тенденции в современном школьном математическом образовании – формированию функциональной грамотности школьников. Докладчиком были представлены типы и примеры компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ), направленных на формирование функциональной грамотности, предложена авторская методика работы с КОЗ.

Финишировал пленарное заседание сенсационный доклад доктора педагогических наук, профессора, главного научного сотрудника Института кибернетики и образовательной информатики им. А. И. Берга Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук Уварова Александра Юрьевича на тему «Макросценарии цифровой трансформации школы». С содержанием доклада Александра Юрьевича читатель может более подробно ознакомиться в настоящем издании «Continuum. Математика. Информатика. Образование», №3 (19), 2020.

В рамках конференции была организована работа следующих секций:

Секция «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в системе общего образования», на которой были заслушаны доклады по новым направлениям теории и методики обучения математике и информатике в основной и средней (полной) школах. Особое внимание было уделено вопросам применения инновационных технологий и методов в обучении (flip-обучение, MOOC, OER, геймификация), современным технологиям обучения в контексте эффективного развития личности обучаемого, персонализации в образовании, контролю и оценке образовательных результатов обучаемых.

Секция «Новые теории, модели и технологии обучения математике и информатике в системе профессионального образования». Доклады исследователей были посвящены вопросам эффективного управления образовательным процессом посредством его интеллектуализации, разработки современных технологий, методов обучения и оценки профессиональных компетенций в вузе, выявлению тенденций глобализации и интеграции в высшем образовании, совершенствованию дополнительного профессионального образования, а также актуальным проблемам экономики и социальной политики в системе образования. Совершенствование системы математического образования в указанных направлениях обеспечит формирование рынка высококвалифицированных специалистов, участвующих в научно-технологическом развитии региона в частности и России в целом, конкурентоспособность отечественной экономической системы в мире.

Секция «Информатизация образования в эпоху цифровых технологий» включала доклады по новым направлениям интеллектуализации информационных систем и технологических процессов в сфере образования; разработки и внедрения блокчейн технологий в современное образование; использование систем e-learning в образовании; выявление здоровьесберегающих условий реализации информационно-образовательного пространства, позволяющих осуществлять научно-технологическое обеспечение теоретических и экспериментальных исследований в области развития педагогической науки.

На секции «Актуализация вопросов истории математического образования в современных условиях» были заслушаны доклады ученых, посвященные истории математического образования в России и за рубежом, исследованию проблемы качества математического образования в свете исторической ретроспективы, выявлению миссии малых

городов в становлении математического образования в России, исследованию сущности елецкого интеллектуального феномена.

Представленные на конференции доклады и проекты, значимое большинство которых реализуется научными коллективами при поддержке РФФИ, были направлены на решение наиболее актуальных и важных, с точки зрения российской науки, и всецело соответствующих мировому уровню исследований. О масштабности конференции говорил количественный состав участников (более 100 ученых), в том числе ведущие иностранные специалисты из США, Армении, Узбекистана, Казахстана, Украины, Белорусии, известные отечественные учёные более чем из двадцати регионов России, а также молодые исследователи.

Отличительной чертой научной конференции стало то, была обеспечена возможность научного общения с последующим обсуждением полученных результатов очных докладчиков с авторами стендовых докладов путем организации связи в режиме видеоконференции на весь период работы мероприятия. В рамках стендовой секции было представлено 37 докладов, включая зарубежных исследователей.

Фундаментальность научных проблем проведенного мероприятия

Значимость, основательность и глубина научных проблем Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», посвященной 180-летию педагогического образования в г. Ельце, обоснована тем, что:

1. Современные направления педагогической науки в области теории и методики обучения математике и информатике в системе общего образования были дополнены новыми теориями, дидактическими моделями и технологиями обучения и оценки качества предметного обучения, были получены новые содержательные примеры создания современных учебно-методических комплексов, разработки инновационных учебных программ разных типов и уровней. В частности, в области методики обучения математике обсуждались проблемы совершенствования содержания образования на основе использования интеллектуальных систем для цифрового мониторинга образовательного процесса, эффективного развития личности обучаемого посредством применения инновационных технологий и методов обучения (например, flip-обучение, MOOC, OER, геймификация, иммерсивные технологии и др.), формирования финансовой грамотности и финансовой дееспособности школьников и др. В области методики обучения информатике рассмотрены актуальные вопросы модернизации содержания и методов обучения в результате использования технологии дополненной виртуальности, применения иерархических структур в работе с большими данными для построения индивидуальных образовательных траекторий с учетом личностных особенностей школьников, а также ориентированные на формирование цифровой грамотности и др. Общественное обсуждение и внедрение полученных результатов в практику будут способствовать продуктивному развитию систем подготовки педагогов, а через них – и воспитанию членов общества, способных успешно жить и работать в эпоху глобальной цифровизации;
2. Осуществлена интеграция науки и образования посредством исследования возможностей адаптации и внедрения новых фундаментальных результатов математической и компьютерной наук в образовательные программы подготовки бакалавров, магистров и аспирантов, обеспечивая формирование рынка высококвалифицированных специалистов, участвующих в научно-технологическом развитии региона в частности и страны в целом. Методологические и технологические аспекты модернизации современного математического образования, повышение уровня теоретической и прикладной подготовки студентов в области математики были дополнены вопросами разработки и внедрения web- и NBIC-технологий как ключевых компонент цифрового образования, инновационных технологий обучения высшей

- математике и информатике в контексте эффективного развития личности обучаемого, методами и формами контроля и оценки образовательных результатов обучаемых, экономики и социальной политики в системе профессионального и дополнительного образования, в том числе инклюзивного образования;
3. Актуализированы проблемы информатизации образования в эпоху цифровых технологий, управления образовательным процессом на основе все более широкого использования постоянно развивающихся приоритетных сквозных технологий (большие данные, нейротехнологии и искусственный интеллект, системы распределенного реестра, компоненты робототехники и сенсорики, технологии беспроводной связи, технологии виртуальной и дополненной реальности). Информационные средства и технологии, способные обеспечить оперативность, объективность и эффективность процессов обучения и оценки освоения сложных знаний обучающимися, создать базис для рефлексивной коррекции познавательных процессов в направлении индивидуализации и персонализации образовательных маршрутов, стали предметом активного обсуждения. В связи с этим особое внимание было уделено проблемам разработки и реализации автоматизированных цифровых образовательных технологий и сред на основе методов искусственного интеллекта;
 4. Актуализированы важные вопросы истории математического образования в России и за рубежом в современных условиях. Фундаментальный анализ и исследование проблемы качества математического образования в свете исторической ретроспективы способствовал выявлению причин его падения, а также оценки динамики и выявлению векторов дальнейшего развития. Особое внимание было уделено исследованию миссии малых городов в становлении и развитии математического образования в России, в том числе, раскрытию сущности елецкого интеллектуального феномена, заложенного еще во второй половине XIX века, открывающему дальнейшие перспективы использования исторических реминисценций математического образования в современной процессе обучения.

Решения, принятые по результатам проведенного мероприятия

1. От организаторов конференции и ее участников выразить особую признательность Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку в организации научной конференции, предоставив возможность обсуждения ключевых проблем образования и обучения, что явилось важным средством сплочения исследовательских коллективов, выработки у их членов общих подходов и воззрений.
2. Опубликовать в журнале «Continuum, Математика. Информатика. Образование» лучшие научные доклады по тематике конференции с презентацией актуальных исследований, инновационных технологий, методик и лучших образовательных практик с доказательствами их эффективности.
3. Организовать, принять участие в серии веб-семинаров и веб-мастерских с целью дальнейшего сотрудничества между представителями научно-исследовательских коллективов Программы РФФИ «Цифровая трансформация школы».
4. Содействовать созданию системы подготовки и переподготовки педагогических кадров для работы в системе основного (общего) образования в области математического образования в контексте разработки и реализации инновационных методик и технологий развития навыков XXI века, функционала познавательной и творческой деятельности школьников в частности и повышения качества математического образования в целом. Расширить направления исследований ключевых проблем подготовки педагогических кадров для работы в системе общего образования в условиях его цифровой трансформации.
5. Учитывая важность, перспективность и методическую ценность научной тематики конференции, а также необходимость интегрирования полученных результатов в

международную науку, провести международную научную конференцию «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования» в 2021 году на базе ЕГУ им. И. А. Бунина.

**ABOUT THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
"FUNDAMENTAL PROBLEMS OF TEACHING MATHEMATICS,
COMPUTER SCIENCE AND INFORMATIZATION OF
EDUCATION", DEDICATED TO THE 180TH ANNIVERSARY OF
TEACHER EDUCATION IN YELETS**

S. N. Dvoryatkina

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
Yelets

S. V. Shcherbatykh

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
shcherserg@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. Two important historical events related to the formation of mathematical education in the oldest University center in the region — Bunin Yelets State University, initiated a large-scale scientific event on its basis. First, it is the 180th anniversary of the opening of the women's pedagogical school in the city for the daughters of nobles, clergy, merchants, which became the progenitor of the women's and men's gymnasiums in Yelets. Through a detailed review and comparative analysis of the corpus of historical sources, it is scientifically established that Yelets gymnasiums left a noticeable positive mark on the development of education both for the history of the city and for the country as a whole. Secondly, the 20th anniversary of the organization of Bunin Yelets State University — a unique classical University not only in the Lipetsk region, but also the only classical University in Russia, established in a provincial city. The international scientific conference dedicated to these significant dates was a very significant event for the scientific community. The article analyzes the main results of research conducted by scientists from different countries, describes the fundamental nature of scientific problems discussed at the conference.

Keywords: mathematical education, methods of teaching mathematics and computer science, information technologies, digitalization of education.

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-122-133

УДК
51(092)

НАУМ ЯКОВЛЕВИЧ ВИЛЕНКИН
(К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Роман Анатольевич Мельников

к.п.н., доцент
roman_elets_08@mail.ru
г. Елец

Алена Романовна Мельникова

студентка
alna.melnikova.2000@list.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Осенью 2020 года исполнилось 100 лет со дня рождения известного отечественного математика, доктора физико-математических наук, профессора, популяризатора математической науки, автора множества ученых пособий по различным разделам высшей математики, учебников по математике, алгебре, алгебре и началам анализа для школы, изданий научно-популярного характера, статей по истории математики Наума Яковлевича Виленкина (1920-1991).

Ключевые слова: Виленкин Н. Я., математика, профессор, учебник, учебное пособие, алгебра.

Исследователи генеалогического древа рода Виленкиных полагают, что эта фамилия этимологически связана с географическими топонимами «Вильно» (ныне Вильнюс — столица Литвы) и «Виленка» (польское название реки, протекающей в г. Вильнюс). Основной версией происхождения рода является та, согласно которой род Виленкиных берёт начало от монаха, жившего в местах, где сейчас сходятся границы Польши, Беларуси и Литвы.

Наум Яковлевич Виленкин родился 30 октября 1920 года в Москве в семье служащего Якова Владимировича Виленкина (1886-1969) и зубного техника Зинаиды Сигизмундовны Виленкиной (в девичестве Шварц, 1894-1960). В семье был ещё один сын — Сергей Яковлевич Виленкин (1923-1992), который также, как и старший брат стал известным учёным, доктором технических наук, профессором, работал в Институте проблем управления и по совместительству преподавал в МФТИ.

До революции 1917 года отец Н.Я. Виленкина был успешным адвокатом, но после установления коммунистической власти его карьера пошла на спад. В середине 20-х годов семья Виленкиных проживала в доме, расположенном в одном из переулочков Арбата (в Спасопесковском переулке).

Осенью 1927 г. родители определили старшего сына в школу. Наум поступил в первый класс седьмой опытно-показательной школы со строительным уклоном имени профессора

М.Н. Коваленского¹, здание которой находилось в Кривоарбатском переулке². Школа известна тем, что в ней учились дети интеллигенции, и она со временем стала своеобразной «кузницей научных кадров». Например, в этой же школе, но ранее, нежели Наум Виленкин, учились: Мстислав Всеволодович Келдыш (1911-1978) – математик и механик, впоследствии президент Академии наук СССР; Николай Николаевич Шереметьевский (1916-2003) – специалист в области электромеханики, академик АН СССР и РАН; Дмитрий Иванович Бибилов (1916-1997) – известный зоолог, доктор биологических наук, профессор. Кроме того, в ней учился Юрий Есенин – старший сын известного русского поэта Сергея Есенина (1895-1925).

Ещё в школьные годы Наум Виленкин выделялся своими успехами в различных учебных предметах школьной программы, но после получения аттестата о среднем образовании все же решил связать свою судьбу с математикой, летом 1937 г. стал студентом механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Однокурсниками Н. Я. Виленкина были Р. С. Гутер³ (1920-1978) и А. Д. Мышкис (1920-2009). Оба впоследствии стали известными математиками, защитили докторские диссертации,



Н. Я. Виленкин – выпускник школы (фото 1937 г.)

получили учёное звание профессора. Рафаил Самойлович является крупным специалистом в области теории вероятностей и вычислительных методов математики, популяризатором математики. Анатолий Дмитриевич – признанный специалист в области прикладной математики, автор учебных пособий по высшей математике, а также многочисленных статей по теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

В октябре 1941 г. механико-математический факультет МГУ был эвакуирован в г. Ашхабад. Н. Я. Виленкин в составе большого корпуса студентов и преподавателей ведущего вуза страны отправился в столицу Туркменистана, где ему предстояло продолжить обучение. С этим периодом его жизни связан один интересный факт, засвидетельствованный известным математиком В. С. Виденским (1922-2015): «Нина Карловна⁴ объявила факультативный курс; записалось несколько человек, но



На фото: Н. Я. Виленкин (слева) с мамой и младшим братом

¹ Михаил Николаевич Коваленский (1874, Ефремов, Тульская губерния –1923, Москва) – профессор Института красной профессуры, известный отечественный учёный-историк.

² Здание школы открыто в 1910 г., до революции 1917 г. в нём располагалась частная женская гимназия Н. П. Хвостовой.

³ С Гутером Р. С. Наум Яковлевич позже работал на одной кафедре в Военно-инженерной краснознаменной академии им. В. В. Куйбышева. Они совместно написали учебное пособие «Сборник задач по некоторым разделам высшей математики» (1957, под ред. доц. Р. С. Гутера и доц. И. А. Лурье).

⁴ Бари Нина Карловна (1901-1961) – доктор физико-математических наук, профессор МГУ, известный специалист в области тригонометрических рядов (ученица Н. Н. Лузина), жена В. В. Немыцкого (1900-1967) – профессора кафедры дифференциальных уравнений МГУ.

вскоре все, кроме него, отсеялись. Нина Карловна два или три раза прочла лекцию ему одному, а затем сказала, что ей незачем ходить сюда из-за одного студента, – пусть он лучше приходит к ней домой. Так Н.Я. Виленкин стал личным учеником Н.К. Бари. Под влиянием этих индивидуальных занятий он в дальнейшем построил ортогональную систему, известную теперь под его именем» [2, С. 157].

Наибольшее влияние на студента Виленкина оказал доктор физико-математических наук, профессор А. Г. Курош (1908-1971). Под его руководством будущий учёный избрал своей специализацией высшую алгебру. Именно А. Г. Курош заложил в нём такие важные качества как умение искать нестандартные пути решения сложных научных проблем, вводить в рассмотрение новые понятия, формулы, делать оригинальные обобщения и т. п. Именно они позволили Науму Яковлевичу со временем стать учёным мирового масштаба.

Летом 1942 г. Н. Я. Виленкин окончил МГУ, получив диплом с отличием, и поступил в аспирантуру при НИИ МГУ [4].

Преподавательскую деятельность Наум Яковлевич начал в 1943 г. в Московском энергетическом институте, где вёл занятия по различным разделам высшей математики, вплоть до 1945 г.

Первые научные изыскания молодого учёного были связаны с теорией топологических абелевых групп. Работая в этом направлении, Наум Яковлевич сформулировал несколько



*Фото с научным руководителем:
Н. Я. Виленкин (2 ряд снизу, 2 слева),
А. Г. Курош (2 ряд снизу, 3 слева)*

аналогов теоремы о разложении групп в прямые суммы циклических групп. У истоков этой теории стоял немецкий математик Хайнц Прюфер (1896-1934) – профессор математики, преподававший в университетах Гамбурга и Мюнхена.

Ядром исследований, которые вёл Н. Я. Виленкин, было введенное им понятие «прямой суммы для топологических абелевых групп» с отмеченными подгруппами.

В 1945 г. он защитил диссертацию «Прямые разложения топологических абелевых групп» (научный руководитель – А. Г. Курош). За это исследование Н.Я. Виленкин получил премию Московского математического общества, которая присуждалась молодым ученым, внесшим

значительный вклад в науку (на момент защиты диссертации соискателю ученой степени не исполнилось ещё 25 лет).

В 1945-1946 учебном году Наум Яковлевич преподавал в Саратовском государственном университете [5]. После возвращения в 1946 г. в Москву Н. Я. Виленкин получил назначение на работу в Военно-инженерную академию им. В. В. Куйбышева.

Научные интересы учёного в первые послевоенные годы были сосредоточены в области топологической алгебры и теории абелевых групп.

В этот период Н. Я. Виленкин написал ряд содержательных статей: «Прямые разложения топологических групп» (1946, 1947), «Об одном классе полных ортонормальных систем» (1948), «К теории слабо сепарабельных групп» (1947), «Волокнистые абелевы топологические группы и теория характеров» (1949), «К теории лакунарных ортогональных систем» (1949), «О классификации сепарабельных и кососепарабельных топологических абелевых групп» (1950)». Большая часть этих работ была опубликована в журналах

«Математический сборник» и «Успехи математических наук» — культовых отечественных математических изданиях.

Кроме того, Н. Я. Виленкину удалось разработать ряд обобщений в теории характеров непрерывных групп, построенной Л. С. Понтрягиным (1908-1988) — одним из ярчайших математиков XX столетия.

Эти фундаментальные исследования послужили базисом для написания докторской диссертации. Дальнейшая научная карьера молодого человека развивалась весьма стремительно, уже в 1949 г. он успешно защитил докторскую диссертацию на тему «Исследования по теории топологических абелевых групп», а в 1951 г. получил подтверждение о присуждении учёного звания профессора по кафедре высшей математики.

Как отмечает Н. Ю. Агафонова: «ещё в 1947 г. Н.Я. Виленкин изучил системы характеров коммутативных компактных нульмерных групп со второй аксиомой счетности» [1, С. 3]. Эти изыскания учёного опирались на результат, полученный американским математиком Дж. Уолшем (1895-1973), которому в 1923 г. впервые удалось



Н. Я. Виленкин – доктор физ.-мат. наук

построить пример мультипликативной ортонормированной системы функций. Оказалось, что при отображении на отрезок системы характеров как раз переходят в мультипликативные системы ортонормированных функций. Над весьма близкой научной проблемой работал другой молодой советский математик С. Б. Стечкин (1920-1995)⁵, ровесник Н. Я. Виленкина, который в 1948 г. в стенах МГУ защитил кандидатскую диссертацию «О порядке наилучших приближений непрерывных функций» (научный руководитель – профессор Д. Е. Меньшов)

Наум Яковлевич не остановился на достигнутых результатах, он продолжил свои исследования. Активные поиски привели к выявлению связи систем характеров нульмерных компактных абелевых групп с классом ортонормированных кусочно-постоянных функций. Так произошло постепенное смещение вектора научных изысканий Н.Я. Виленкина к теории ортогональных систем функций (напомним, что в основе интереса к этой проблематике, лежали его занятия с Н. К. Бари). В этом направлении Наум Яковлевич получил ряд ценных результатов. В частности, он ввёл понятие «мультипликативных систем функций», разложения в ряды, по которым сейчас принято называть «рядами Фурье-Виленкина». Функции, полученные Н.Я. Виленкиным, играют важную роль «в теории передачи информации, особенно в области цифровой обработки сигналов, а также конструировании цифровых фильтров и теории голографии» [6, С. 216].

С середины 50-х гг. XX века Наум Яковлевич приступил к разработке теории представлений групп Ли, названных в честь известного норвежского математика Мариуса Софуса Ли (1842-1899). В это же время в центре его внимания были специальные функции математической физики. Главным образом, он рассматривал гипергеометрическую функцию в целом, а также её частный случай – функцию Бесселя, относящуюся к цилиндрическим функциям, занимался обобщением результатов изучения группового подхода к теории ортогональных многочленов, специальных функций и интегральных преобразований. В этот период им написаны весьма ценные с научной точки зрения статьи: «Бесселевы функции и представления группы евклидовых движений» (1956), «К теории присоединенных

⁵ Позже в 1975 г. Н. Я. Виленкин в соавторстве с А. И. Рубинштейном написал статью «Одна теорема Стечкина об абсолютной сходимости и ряды по характерам нульмерных абелевых групп», в которой авторам удалось связать воедино два важных факта.

сферических функций на группах Ли» (1957), «О производящей функции для многочленов Якоби» (1957), «Некоторые соотношения для функций Гегенбауэра» (1958)» и др.

Переосмысление гармонического анализа на сферах, гиперболоидах и конусах с точки зрения представлений ортогональных, унитарных и симплектических групп позволило Н. Я. Виленкину получить формулы, связывающие присоединенные сферические функции с представлениями этих групп. Они стали обобщениями бесконечномерных представлений, которые являлись плодом трудов советских математиков М. А. Наймарка (1909-1978) и И. М. Гельфанда (1913-2009).

После того, как Наум Яковлевич стал доктором физико-математических наук и профессором, он стал писать рецензии на учебники и учебные пособия, которые публиковались в центральных издательствах страны. Причем на этом поприще Н. Я. Виленкин проявил себя не просто требовательным, но и порой очень жестким критиком. Так, например, он подверг обструкции пособие для средних школ «Арифметика натуральных чисел», написанное профессором И. К. Андроновым⁶ (1894-1975) и опубликованное в 1954 г. издательством Учпедгиз. Вердикт рецензентов (Виленкин Н. Я., Яглом И. М.) был обескураживающим: «книга И.К. Андропова, написанная на низком научном уровне и содержащая ряд методических дефектов, никоим образом не может быть использована ни учителями, ни учащимися, и её опубликование мы считаем серьезной ошибкой» [3, С. 227].

Одной из первых работ Н. Я. Виленкина, в которой была затронута проблема преподавания математики, стала небольшая заметка «О равномерной непрерывности функций», опубликованная в 1957 г. в первом выпуске журнала «Математическое просвещение». Этот год можно считать поворотным в судьбе Наума Яковлевича, так как с этого момента он, образно выражаясь, вышел на орбиту проблем преподавания школьной и вузовской математики.

В 1959 г. на страницах того же журнала вышла в свет обширная статья «О содержании курса математики в средней школе», авторами которой стали Н. Я. Виленкин, В. Г. Болтянский⁷ (1925-2019) и И. М. Яглом (1921-1988). Она содержала модернистскую программу, по которой предлагалось вести обучение математике в средней школе. По мнению многих специалистов, занимающихся изучением истории отечественного математического образования, именно она стала предтечей «колмогоровской реформы». Тем самым, Наум Яковлевич является одним из идеологов этого «явления» в истории школьного математического образования.

В начале 60-х годов XX в. Н. Я. Виленкин опубликовал несколько разноплановых учебных пособий: «Линейная алгебра» (1960), «Ряды Фурье и уравнения математической физики» (1961), «Метод последовательных приближений» (1961), «Дифференциальная геометрия» (1962, соавтор Н. Г. Большаков).

В 1961 г. Наум Яковлевич перешёл на работу в Московский заочный педагогический институт (позднее МГГУ имени М. А. Шолохова, сейчас этот вуз вошёл в структуру МПГУ), где в 1963 г. получил назначение и должность заведующего кафедрой математики.

Выпускникам физико-математического факультета этого вуза Н.Я. Виленкин запомнился как превосходный лектор и талантливый педагог. Наум Яковлевич обладал удивительной способностью сочетать высочайший научный уровень материала с доходчивостью и профессиональной направленностью его изложения, а сухой математический язык – с образностью, наглядностью и красотой русской речи.

В течение нескольких ближайших лет учёный написал несколько ценных фундаментальных трудов: «Некоторые применения гармонического анализа: Оснащенные гильбертовы пространства» (1961, Обобщенные функции, Вып. 4, соавтор Гельфанд И.М.);

⁶ В 1957 г. Иван Козьмич Андронов стал членом-корреспондентом АПН РСФСР.

⁷ С Владимиром Григорьевичем у Н.Я. Виленкина также имеются совместные публикации, например, пособие «Симметрия в алгебре» (1967), а также в Детской энциклопедии, опубликованной в 1972 г. ими написаны обзорные заметки «Интеграл и производная» и «Чем занимается алгебра».

«Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений» (1962, Обобщенные функции, Вып. 5, соавторы Гельфанд И. М., Граев М. И.), «Функциональный анализ» (1964, соавторы Горин Е. А., Костюченко А. Г.).

Отметим ещё одно направление деятельности Наума Яковлевича, о котором мало кто знает – перевод с иностранных языков трудов известных зарубежных авторов. Ещё в 1947 г. он выполнил перевод книги «Теория колец» американского математика Натана Джекобсона (1910-1999). В 60-х гг. благодаря труду Н. Я. Виленкина в качестве переводчика в СССР был издан ряд весьма ценных книг. Например, «Асимптотические разложения» (1962) британского математика Артура Эрдейи (1908-1977); «Трансцендентные функции» (1963), её авторами были немецкие учёные Адольф Кратцер (1893-1983) и Вальтер Франц (1911-1992); «Интеграл Фурье и некоторые его приложения» (1963), написанной Норбертом Винером (1894-1964); «Функции математической физики: Справочное руководство» (1963) французского математика Жозефа Кампе де Ферье (1893-1982); «Высшие трансцендентные функции: Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены» (1966), «Таблицы интегральных преобразований» (1969) авторство этих книг принадлежит британцам Гарри Бейтмену (1882-1946) и А. Эрдейи. Таким образом, Наум Яковлевич был полиглотом, как мы видим, он делал переводы с английского, немецкого и французского языков.



*Обложка монографии
Н. Я. Виленкина*

Но всё же венцом его научного творчества стала солидная монография «Специальные функции и теория представления групп»⁸ (1965). Объём этой книги составляет около 600 страниц! О ней французский математик Фаро сказал, что книга прославила автора на весь мир.

В том же 1965 г. издательством «Наука» была выпущена книга Н.Я. Виленкина «Рассказы о множествах», написанная в научно-популярном жанре. Её целевой аудиторией были учащиеся старших классов средней школы, интересующиеся математикой.

В 1966 г. совместно с Верой Алексеевной Атанасян⁹ (1922-1979) и Марком Львовичем Смолянским¹⁰ (1919-2006) – доцентами и коллегами по МГЗПИ Н.Я. Виленкин опубликовал книгу «Специальные главы математического анализа: Дифференциальная геометрия, ряды Фурье и уравнения математической физики» — солидное учебное пособие по математическому анализу. Оно включало в себя три раздела: «Элементы дифференциальной геометрии кривых в пространстве», «Тригонометрическая система функций и ряды Фурье», «Некоторые уравнения математической физики», которые к тому моменту были

недавно включены в программу курса математического анализа для педагогических институтов, и было направлено на решение проблемы отсутствия учебной литературы по ним.

В конце шестидесятых годов XX века Наум Яковлевич написал ещё две интересные книги: «Метод последовательных приближений» (1968) и «Комбинаторика» (1969). В первой автор раскрывал читателям секреты приближенных методов решения различных уравнений. Вторую вообще можно признать первым отечественным систематическим учебным пособием,

⁸ Позднее при содействии украинского математика Анатолия Ульяновича Климька⁸ (1939-2008) – одного из соратников Наума Яковлевича эта монография была преобразована в «Representations of Lie groups and special functions» и переиздана в 1991-1993 гг. нидерландским издательством Kluwer Academic Publishers.

⁹ Жена известного геометра Левона Сергеевича Атанасяна (1921-1998).

¹⁰ Автор известного справочника «Таблицы неопределённых интегралов», первое издание которого вышло в 1961 г., позднее был заместителем главного редактора журнала «Квант».

посвящённым этой области математики, т. к. до этого времени комбинаторика была представлена лишь фрагментарно в некоторых учебниках для школы.

Все эти публикации свидетельствуют о том, что Наум Яковлевич всё больше тяготел к вопросам школьной математики. Его интерес к проблемам школы был всеобъемлющим. Он планировал создать сквозной курс математики от 1-го до последнего класса школы, включая систему факультативов. Многое из задуманного ему удалось сделать.

Им написаны (в соавторстве) учебники и учебные пособия по математике для 1-2, 4-5, 5-6 (по новой программе) классов, а также для углубленного изучения математики старшеклассниками.

Особо подчеркнём, что этот интерес не был случайным. Ещё в конце 50-х – начале 60-х гг. XX столетия Н. Я. Виленкин активно и плодотворно сотрудничал с учителем-новатором Семёном Ицковичем Шварцбурдом¹¹ (1918-1996), который в 1959 г. создал первый в Москве «математический класс» при средней школе № 444. В подготовке старшеклассников этот педагог делал акцент на выпуск программистов-вычислителей. Школа № 444 столицы считается прародительницей современных школ с углубленным изучением отдельных предметов и интернатов для одарённых детей.

Отметим лишь некоторые учебники и учебные пособия для школы, которые были написаны разными авторскими коллективами, которые возглавлял Н.Я. Виленкин.

Например, в 1968 г. было опубликовано экспериментальное учебное пособие «Алгебра» для IX-X классов средних школ с математической специализацией. Его авторами стали Н. Я. Виленкин и его «боевые друзья» Р. С. Гутер и С. И. Шварцбурд. Затем в 1969 г. совместно с С. И. Шварцбурдом он подготовил ещё одно учебное пособие «Математический анализ». Такого рода книги, адресованной школьникам, ещё не было! Далее последовали: «Элементы теории множеств: Факультативный курс VII класса: методические указания» (1970), «Алгебра и начала анализа в 9 классе» (1975), «Избранные вопросы математики: 7-8 классы: Факультативный курс» (1978), «Избранные вопросы математики: 9 класс: Факультативный курс» (1979), «Избранные вопросы математики: 10-й класс: Факультативный курс» (1980), «Алгебра и начала анализа: пробный учебник для 9-10 классов средней школы» (1981), «Математика. Учебник для 4 класса средней школы» (1984) и др.

Следует отметить, что одним из соавторов некоторых названных учебников и учебных пособий является Александр Григорьевич Мордкович (1940 г.р.) – корифей современной школьной учебной литературы по алгебре, а также алгебре и началам анализа.

Знакомство А. Г. Мордковича¹² с Н. Я. Виленкиным произошло в 1964 г. [8, С. 4], когда молодой учёный, аспирант МГПИ им. В. И. Ленина устроился работать на кафедру математики¹³ МГЗПИ, возглавляемую (до 1973 г.) Наумом Яковлевичем.

¹¹ В конце 1961 г. в НИИ общего и политехнического образования при АПН РСФСР защитил кандидатскую диссертацию на тему «Содержание и методы обучения в средних общеобразовательных политехнических трудовых школах с математической специализацией», за этот труд он был удостоен присуждения учёной степени кандидата педагогических наук. Начиная с 1962 г. работал в системе АПН, в 1967 г. стал заведующим лабораторией прикладной математики, а в 1968 г. – членом-корреспондентом АПН СССР. В 1972 г. защитил докторскую диссертацию «Проблемы повышенной математической подготовки учащихся». В обоих случаях научное руководство и консультирование осуществлял Н.Я. Виленкин.

¹² В 1966 г. А. Г. Мордкович защитил в МГПИ им. В. И. Ленина кандидатскую диссертацию «Равномерные пространства и пространства близости», за что ему была присвоена учёная степень кандидата физико-математических наук.

¹³ Позднее кафедра была разделена на две: кафедру математического анализа и кафедру алгебры и геометрии, которой некоторое время заведовал А. Г. Мордкович. В МГЗПИ Александр Григорьевич преподавал до 1995 года, после чего перешел на работу в МГПУ.

Несмотря на то, что молодой сотрудник кафедры занимался вопросами высшей математики, мудрый наставник смог распознать в нём будущего маститого методиста, автора школьных учебников. Первый педагогический опыт А. Г. Мордковича – факультативный курс «Метод математической индукции», опубликованный в 1967 г. на страницах журнала «Математика в школе», соавторами той работы были мэтры Н. Я. Виленкин и С. И. Шварцбурд. Далее последовали брошюры, адресованные студентам педагогических специальностей и учителям математики: «Элементарная математика» (1970, соавторы Н. Я. Виленкин и В. Н. Литвиненко), «Производная и интеграл» (1976, соавтор Н. Я. Виленкин), «Пределы, непрерывность» (1977, совместно с Н. Я. Виленкиным), «Математический анализ. Дифференциальное исчисление» (1978, соавторы Н. Я. Виленкин, Е. С. Куницкая¹⁴) и «Математический анализ. Введение в анализ» (1983, соавтор Н. Я. Виленкин). В 1986 г. А. Г. Мордкович защитил докторскую диссертацию на тему «Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте», получив учёную степень доктора педагогических наук. Александр Григорьевич всегда с благодарностью вспоминает Наума Яковлевича, называя его своим учителем.

Среди учебных пособий, написанных Н. Я. Виленкиным, особняком стоят две книги: «Математика: Учебное пособие для специальности "Педагогика и методика начального обучения"» (1977, соавторы В. Б. Рождественская, Л. П. Стойлова и А. М. Пышкало) и «Задачник-практикум по математике: Пособие для студентов-заочников факультетов подготовки учителей начальных классов пединститутов» (1977, соавторы Н. Н. Лаврова, Л. П. Стойлова и В. Б. Рождественская), так как обе они адресованы учителям начальной школы, и их содержание соответствовало содержанию учебников математики для I–III классов, действовавших в то время. Н. Я. Виленкина по праву считают инициатором введения алгоритмической линии в математику начальной школы. Ещё в середине 70-х годов прошлого века он утверждал, что в век «умных машин» детей с начальной школы надо учить работе с ними¹⁵.

Работоспособность Наума Яковлевича поражает своими масштабами. Неустанно трудясь над написанием учебных пособий для школы, а также над статьями научно-познавательного жанра и исторического характера, он параллельно с этим редактировал учебники для вузов по различным разделам высшей математики.

Для журнала «Квант» им напечатаны следующие статьи: «Тайны бесконечности» (1970), «Комбинаторика» (1971), «Эварист Галуа» (1973, соавтор В. П. Лишевский¹⁶), «Софья Васильевна Ковалевская» (1975, соавтор В. П. Лишевский), «Анри Лебег» (1975), «Что такое производная» (1975, соавтор А. Г. Мордкович), «Нильс Хенрик Абель» (1976, соавтор В. П. Лишевский), «Как возникло и развивалось понятие функции» (1977), «Математика и шифры» (1977), «Сравнения и классы вычетов» (1978), «Три точки, три точки, три точки...» (1980), «Из истории дробей» (1987), «От нуля до декаллиона» (1989), «В таинственном мире бесконечных рядов» (1989), «Числовые фокусы» (1991, соавтор И. Я. Депман), «О кривизне» (1992).

¹⁴ Елена Сергеевна Куницкая – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики МГЗПИ, в 1955 г. защитила диссертацию на тему «Методика проведения практических занятий и организация самостоятельной работы по дифференциальному исчислению студентов-заочников педагогических институтов», что на многие годы вперед определило тематику её научных исследований.

¹⁵ В 1978 г. специалисты Вычислительного центра Сибирского отделения РАН (г. Новосибирск) первыми в СССР начали подготовку учеников начальных классов к работе с вычислительной техникой. Специальная тема «Программа действий. Алгоритм» осталась с тех пор в учебнике, подготовленном Н. Я. Виленкиным в соавторстве с его аспиранткой Людмилой Георгиевной Петерсон (1950 г.р.).

¹⁶ Володар Петрович Лишевский (1930–2000) – кандидат физико-математических наук, специалист в области физики.

Далее перечислим некоторые из его учебников, задачников и монографий: «Задачник-практикум по элементарной алгебре» (1969, соавторы А.А. Кочева, И.В. Стеллецкий), двухтомный «Задачник по курсу математического анализа» (1971, 1972, соавторы К. А. Бохан, И. А. Марон), «Элементы функционального анализа в задачах» (1978, соавторы В. А. Петров, М. И. Граев), «Задачник-практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики» (1979, соавтор В. Г. Потапов), «Математический анализ: Мощность. Метрика. Интеграл» (1980, соавторы М.Б. Балк, В. А. Петров), «Современные основы школьного курса математики» (1980, соавторы К. И. Дуничев, Л. А. Калужнин, А. А. Столяр), «Ряды» (1982, соавторы В. В. Цукерман, М. А. Доброхотова, А. Н. Сафонов), «Дифференциальные уравнения» (1984, соавторы М. А. Доброхотова, А. Н. Сафонов), «Алгебра и теория чисел» (1984, соавторы Н.А. Казачек, Г.Н. Перлатов, А. И. Бородин), «Математический анализ: Теория аналитических функций» (1985, соавторы М. Б. Балк, В. А. Петров), «О путях, совершенствования содержания и преподавания школьного курса математики» (1985, соавтор Р. К. Таварткиладзе), «Целые неотрицательные числа» (1986, соавтор Л. П. Стойлова), «Спектральные разложения некоторых представлений» (1987, соавтор А. У. Климык), «Симметрии и интегральные преобразования» (1988, соавтор А. У. Климык), «За страницами учебника математики» (1989, соавтор И. Я. Депман). Многие из перечисленных книг были переведены на иностранные языки и переизданы за рубежом.

Наума Яковлевича знали во всех уголках нашей страны, его соавторы работали в Ярославле, Киеве, Тбилиси, Донецке, Баку, Ленинграде и других городах. Многие учёные стремились познакомиться с ним, когда он приезжал в их города, со многими из них он потом плодотворно сотрудничал и большинству «дал путёвку в жизнь».

Поэтому весьма широка и география городов, из которых были его аспиранты. Под руководством Н. Я. Виленкина написаны и защищены более двадцати диссертаций по высшей алгебре и теории чисел, а также по методике обучения математике. Отметим лишь некоторых из его аспирантов:

1. Маргарита Александровна Шлейникова (1937-2004) в 1971 г. защитила кандидатскую диссертацию на тему «Представления класса I группы $SU(p, 1)$ относительно $SU(p)$ и обобщенная гипергеометрическая функция». Много лет работала доцентом кафедры математического анализа Оренбургского государственного педагогического института. В 1984-1989 гг. была заведующим кафедрой высшей математики Оренбургского политехнического института.
2. Валентина Александровна Коротина (1939 г.р.) в 1977 г. защитила кандидатскую диссертацию «Введение начал векторного и матричного исчисления в IV-VII классах школьного курса математики». В 1979-1994 гг. заведовала кафедрой математического анализа ОГПИ (г. Оренбург).
3. Александр Иванович Нижников (1946 г.р.) в 1978 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование G-функций Мейера методами теории представлений групп», за что удостоился присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук. На протяжении нескольких лет был деканом физико-математического факультета МГЗПИ, затем в с 1995 по 2008 гг. был первым проректором этого вуза. В 2000 г. защитил докторскую диссертацию «Теория и практика проектирования методической системы подготовки современного учителя математики».
4. Дробышев Юрий Александрович (1955 г.р.) в 1991 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Методика изучения многочленов с учетом межпредметных связей курсов алгебры и информатики». С 2004 по 2010 гг. работал ректором Калужского государственного педагогического университета им. К. Э. Циолковского. В 2011 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики».

5. Дробышева Ирина Васильевна (1957 г.р.) 20 июня 1991 г. в МГЗПИ защитила кандидатскую диссертацию на тему «Индивидуализация процесса обучения математике с помощью компьютера как средство повышения уровня знаний учащихся», а в 2001 г. защитила докторскую диссертацию на тему «Методическая подготовка будущего учителя математики к дифференцированному обучению учащихся средней школы». Много лет заведует кафедрой высшей математики и статистики в Калужском филиале Финансового университета при правительстве РФ.

Наум Яковлевич был активным участником научных мероприятий различного уровня, систематически выступал с докладами на тематических семинарах, конференциях по математике и даже на международных симпозиумах. На его счету участие во Всесоюзном съезде математиков (1961, Ленинград), а также в Международном конгрессе математиков (1966, Москва).

Ещё одним интересным направлением деятельности Н. Я. Виленкина было участие в создании телекинокурса «Высшая математика» – неординарного проекта, идея которого состояла в демонстрации по центральному телевидению лекций по различным разделам высшей математики, чтение которых поручалось лучшим специалистам того времени. Главной редакцией научно-популярных и образовательных программ Центрального телевидения при содействии телестудий СССР в 1970–1978 гг. был записан цикл таких лекций. Наум Яковлевич занимался как подготовкой материалов для проведения таких необычных занятий, так и сам несколько раз выступал в качестве телевизионного лектора. Например, им была прочитана лекция по теории поля. Его коллегами по этому делу были ранее упомянутые Р. С. Гутер и А. Д. Мышкис, а также Исаак Генрихович Араманович (1919-1973), Лев Дмитриевич Кудрявцев (1923-2012), Владимир Александрович Ильин (1928-2014) и многие другие.



Н. Я. Виленкин выступает с докладом на конференции

За многолетний и плодотворный труд на ниве отечественного просвещения маститому учёному-педагогу Н. Я. Виленкину в 1976 г. вручили премию им. К. Д. Ушинского 1-й степени, а также наградили значком «Отличник народного просвещения РСФСР».

В последние годы жизни акцент в научных интересах Н.Я. Виленкина сместился в историю математики. Здесь следует выделить его обширную статью «Формулы на фанере», опубликованную в 1991 в двух номерах журнала «Природа». Её сюжет составляет описание «во многом разрушительного» противостояния математических школ двух столиц, а также повествование о трагических судьбах некоторых отечественных математиков, покинувших родину после революции 1917 г. В статье также содержатся материалы об ученых-математиках, которые подверглись репрессиям со стороны силовых структур СССР: «Кампания против Д. Ф. Егорова», «Дело Лузина и Флоренского», «Репрессии 30-х и 40-х годов», «Далеко от Москвы» (о судьбе украинского математика М. Ф. Кравчука (1892-1942)) и т. п.

Н. Я. Виленкин скончался скоропостижно вечером 19 октября 1991 г. после возвращения домой с очередной лекции, прочитанной в стенах родного МГЗПИ. Его похоронили рядом с могилой матери на Востряковском кладбище.

Наум Яковлевич прожил яркую, насыщенную разнообразными событиями жизнь, оставил после себя огромное научное и педагогическое наследие, которое требует вдумчивого осмысления. Персона учёного, несомненно, заслуживает написания о нём отдельной книги, но

это мы оставим будущим поколениям исследователей, ограничившись статьей, приуроченной к 100-летию юбилею метра отечественной математической науки.

Список литературы

1. Агафонова Н. Ю. Мультипликаторы и наилучшие приближения по системам Виленкина: автореферат дисс. канд. физико-математических наук, Саратов, 2011. 16 с.
2. Виденский В. С. Бэра бери, Бари (к 100-летию со дня рождения Н.К. Бари) // Историко-математические исследования Вторая серия. Выпуск 7 (42). М.: «Янус-К», 2002. С. 149-159.
3. Виленкин Н. Я., Яглом И. М. И. К. Андронов, “Арифметика натуральных чисел” (рецензия) // УМН, 1955. Т. 10, вып. 2 (64). С. 225-228.
4. Гнеденко Б. В., Шварцбурд С. И., Мордкович А. Г. Виленкин Наум Яковлевич (к 60-летию) // Математика в школе, 1980. № 6. С. 63–64.
5. Давыдов В. В., Дорофеев Г. В., Егерев В. К., Мордкович А. Г. Виленкин Наум Яковлевич (к 70-летию) // Математика в школе, 1990. № 5. С. 54–55.
6. Карпелевич Ф. И., Климык А. У., Коганов Л. М., Ольшанецкий М. А., Рогов В.-Б. К., Рубинштейн А. И., Сжородинский Я. А. Наум Яковлевич Виленкин (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН, 1991. Т. 46, вып. 3 (64), 279. С. 215-217.
7. Мельников Р. А. Из опыта преподавания математического анализа по учебным пособиям Н. Я. Виленкина // Математика в современном мире: материалы 4-ой Российской научно-практической конференции. Калуга: Изд-во КГУ им. К.Э. Циолковского, 2011. С. 176-184.
8. Мордкович А. Г. Развитие идей Н. Я. Виленкина в современной концепции курса Алгебры 7-9 и Алгебры и начал анализа 10-11 для Российской общеобразовательной школы // Математика в современном мире: материалы 4-ой Российской научно-практической конференции. Калуга: Изд-во КГУ им. К.Э. Циолковского, 2011. С. 4-20.

NAUM YAKOVLEVICH VILENKIN (TO THE 100-TH ANNIVERSARY FROM BIRTHDAY)

R. A. Melnikov
Can. Sci. (Pedagogy), associate professor
roman_elets_08@mail.ru
Yelets

A. R. Melnikova
student
alna.melnikova.2000@list.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. In the fall of 2020, the 100th anniversary of the birth of the famous Russian mathematician, doctor of physical and mathematical sciences, professor, popularizer of mathematics, author of many scholarly manuals on various branches of higher mathematics, textbooks on mathematics, algebra, algebra and the principles of analysis for the school, publications of a popular scientific nature, articles on the history of mathematics by Naum Yakovlevich Vilenkin (1920-1991).

Keywords: Vilenkin N. Ya., mathematics, professor, textbook, study guide, algebra.

References

1. Agafonova, N. Yu. (2011) Multipliers and best approximations for Vilenkin systems: abstract of dissertation [*Mul'tiplikatory i nailuchshie priblizheniya po sistemam Vilenkina*]. [dissertation]. Saratov.
2. Vidensky, V. S. (2002) Beri Beri, Bari (to the 100-th anniversary of the birth of N.K. Bari) [*Bera beri, Bari (k 100-letiyu so dnya rozhdeniya N.K. Bari)*] *Historical and mathematical research*. Second series. Issue 7 (42). Moscow: "Janus-K". 149-159.
3. Vilenkin, N. Ya., Yaglom, I. M. (1955) I. K. Andronov, "Arithmetic of natural numbers" (review) [*I. K. Andronov, "Arifmetika natural'nyh chisel"* (recenziya)] *Uspekhi Mat. Nauk*, 2 (64), 225-228.
4. Gnedenko, B. V., Schwarzburd, S. I., Mordkovich, A. G. (1980) Vilenkin Naum Yakovlevich (on the occasion of the 60-th anniversary) [*Vilenkin Naum Yakovlevich (k 60-letiyu)*] *Mathematics at school*, 6, 63–64.
5. Davydov, V. V., Dorofeev, G. V., Egerev, V. K., Mordkovich, A. G. (1990) Vilenkin Naum Yakovlevich (on the occasion of his 70th birthday) [*Vilenkin Naum Yakovlevich (k 70-letiyu)*] *Mathematics at school*, 5, 54–55.
6. Karpelevich, F. I., Klimyk, A. U., Koganov, L. M., Olshanetsky, M. A., Rogov, V.-B. K., Rubinshtein, A. I., Szhorodinsky, Ya. A. (1991) Naum Yakovlevich Vilenkin (on the occasion of his seventieth birthday) [*Naum YAKovlevich Vilenkin (k semyadisyatiletiiu so dnya rozhdeniya)*] *Uspekhi Mat. Nauk*, 3 (64), 215-217.
7. Melnikov, R. A. (2011) From the experience of teaching mathematical analysis using textbooks N. Ya. Vilenkina [*Iz opyta prepodavaniya matematicheskogo analiza po uchebnym posobiyam N. Ya. Vilenkina*] *Mathematics in the modern world: materials of the 4th Russian scientific-practical conference*. Kaluga: Publishing house of KSU im. K. E. Tsiolkovsky. 176-184.
8. Mordkovich, A. G. (2011) Development of N. Ya. Vilenkin in the modern concept of the course Algebra 7-9 and Algebra and the beginning of analysis 10-11 for the Russian general education school [*Razvitie idej N. Ya. Vilenkina v sovremennoj koncepcii kursa Algebry 7-9 i Algebry i nachal analiza 10-11 dlya Rossijskoj obshcheobrazovatel'noj shkoly*] *Mathematics in the modern world: materials of the 4th Russian scientific-practical conference*. Kaluga: Publishing house of KSU im. K. E. Tsiolkovsky. 4-20.

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №4(20) / 2020

Редактор – Н. П. Безногих
Компьютерная верстка – Д. И. Максимов
Техническое исполнение – В. М. Гришин
Бумага формат А-4 (66,5 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 120
Подписано в печать 14.12.2020
Дата выхода в свет 15.12.2020
Свободная цена

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.

Адрес редакции и издателя:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в каталоге периодических изданий
органов научно-технической информации агентства «Роспечать»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1