

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №4(8) / Елец, 2017

УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
(399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

- Щербатых С.В.** - **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаева Н.Г.** - **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И.А.Бунина (Елец, Россия);
- Асланов Р.М.** - доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** - доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, проректор по науке и академическому развитию Института математики и информатики Болгарской академии наук, академик IHEAS (София, Болгария);
- Зарубин А.Н.** - доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева (Орел, Россия);
- Корниенко В.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Кузнецова Т.И.** - доктор педагогических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** - доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления (Москва, Россия);
- Солдатов А.П.** - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор Белгородского государственного национального исследовательского университета (Белгород, Россия);
- Солеев А.** - доктор физико-математических наук, профессор Самаркандского государственного университета им. А.Навои (Самарканд, Узбекистан);
- Таров Д.А.** - ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаев М.В.** - кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия)

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER:

The Federal State Educational Government-Financed Institution of Higher Education
«Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1)

THE EDITORIAL BOARD:

- Shcherbatykh S.V.** **Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaeva N.G.** **Deputy Chief Editor**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Informatics, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Aslanov R.M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan)
- Borovskikh A.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Gruzdev S.I.** Doctor in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Research and Academic Development Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, academician IHEAS (Sofia, Bulgaria)
- Zarubin A.N.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Scientist of Russia, head of the department of mathematical analysis and differential equations, Oryol State University. IS Turgenev (Oryol, Russia)
- Kornienko V.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Kuznetcova T.I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Sergeeva T.F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of general mathematical and natural sciences Social Management Academy (Moscow, Russia)
- Soldatov A.P.** Honored Worker of Science, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematics, Belgorod State National Research University (Belgorod, Russia)
- Soleev A.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of Samarkand State University. A.Navoi (Samarkand, Uzbekistan)
- Tarov D.A.** executive secretary, Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaev M.V.** Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)

ISSN 2500-1957

© Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Солеев А., Буляева М.	Индекс следа параметризации алгебраической кривой.....	6
Бегматов Акрам Х., Бегматов Акбар Х.	Задача восстановления функции в n -мерном пространстве по образующим конуса.....	11
Ройтенберг В.Ш.	О бифуркациях бесконечно удаленного тройного предельного цикла полиномиального векторного поля	16
Воробьев А.Е., Мурзаева А.К.	Методика оценки эффективности деятельности кафедры вуза.....	27

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Щербатых С.В., Лыкова К.Г.	Организация обучения стохастике в сельских малокомплектных школах с применением вебинаров.....	38
Дворяткина С.Н.	Активные методы обучения математике: положительные и отрицательные синергетические эффекты.....	46
Кузнецова Т.И.	Памяти и.н. антипова — пионера в методике преподавания информатики. К 80-летию со дня рождения.....	55
Браницкая Л.Л., Браницкая Г.А.	PISA – за и против. анализ результатов российских школьников на международных тестах.....	73
Елецких И.А., Сафронова Т.М., Черноусова Н.В.	К вопросу о контроле и оценке образовательных результатов с позиций ФГОС.....	79
Подаев М.В.	Онлайн-платформа как инструмент педагогического сопровождения детей с особыми образовательными потребностями в области математики.....	85
Сведения об авторах.....		95

CONTENTS**ASPECTS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATICS**

A. Soleev, M. Bulyaeva	Tracing index of parametrization of an algebraic curve.....	6
Akram H. Begmatov Akbar H. Begmatov	The problem of reconstructing a function in n-dimensional space along the generators of a cone.....	11
V.Sh. Roytenberg	On bifurcations of an infinitely remote triple cycle of a polynomial vector field.....	16
A.E. Vorobiov, A.K. Murzaeva	Technique of the assessment of efficiency of activity of chair.....	27

INNOVATIONS FEDERAL STANDARDS AND EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN THE TEACHING OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

S.V. Shcherbatykh, K. G. Lycova	The organization of teaching stochastics in rural small schools with the application of webinars.....	38
S.N. Dvoryatkina	Active methods of training in mathematics: positive and negative synergetic effects.....	48
T.I. Kuznecova	I.N. Antipov's memories — the pioneer in the technique teaching informatics. To the 80 anniversary since birth.....	55
L.L. Branitskaya, G.A. Branitskaya	PISA – pros and cons. The analysis of results of the russian school students on the international tests....	73
I.A. Yeletskikh, T.M. Safronova, N.V. Chernousova	Revisiting monitoring and evaluation of educational outcomes from the perspective of FSES.....	79
Podaev M.V.	Online platform as a tool of pedagogical support of children with special educational needs in the field of mathematics.....	85
Information about authors.....		95

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 517.928 | ИНДЕКС СЛЕДА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ
АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ КРИВОЙ

Солеев Ахмаджон | декан механико-математического
д.ф.-м.н., профессор факультета Самаркандского
asoleev@yandex.ru государственного университета
Самарканд, Узбекистан

Буляева Мафтуна | магистр кафедры алгебра и геометрии
магистр Самаркандского государственного
islamova-64@bk.ru университета
Самарканд, Узбекистан

Аннотация. Пусть C - рациональная алгебраическая кривая на плоскости, и пусть $\mathcal{P}(t)$ - рациональная параметризация C . Рассмотрим отображение $\mathcal{P}: \mathbb{K} \rightarrow C$, полученное параметризацией $\mathcal{P}(t)$, тогда индекс следа $\mathcal{P}(t)$ есть степень рационального отображения $\mathcal{P}$. Следовательно, $index(\mathcal{P}(t))$ - степень конечного поля расширения $\varphi_{\mathcal{P}}(\mathbb{K}(C)) \subset \mathbb{K}(t)$, где $\varphi_{\mathcal{P}}$ - мономорфизм, полученный от $\mathcal{P}$ в поле рациональных функций. Таким образом, $index(\mathcal{P}(t))$ представляет собой число $k \in \mathbb{N}$ значения параметра, во сколько $\mathcal{P}(t)$ прослеживают кривую C . Вычисление индекса параметризации кривой необходимо для определения или уточнения полноты параметризации. Геометрический смысл индекса следа параметризации $index(\mathcal{P}(t))$ - это количество аффинных пересечений, подсчитанных без перемножений, кривой и прямой $s = \alpha$, где α принимает определенные значения. В работе рассмотрен ряд конкретных примеров вычисления индекса следа кривой. Рассматривался также индекс следа параметрических ветвей в малой окрестности особой точки заданной кривой, найденный посредством многогранников Ньютона.

Ключевые слова: алгебраическая кривая, индекс следа, параметризация, рациональные отображения, аффинные пересечения, поле нулевой характеристики, особые точки.

1. Алгебраические кривые на плоскости, определяемые неявными уравнениями, могут быть однозначно представлены в точности до умножения её на постоянное число. Однако алгебраические кривые, параметризуемые значениями рациональных функций, могут быть выражены бесконечным числом различных параметризаций такого рода. И один из них может иметь критерий оптимальности, которое дает наиболее подходящее параметрическое представление кривой. Например, если для решения каких-либо задач необходимо вычислить коэффициенты рациональной кривой, то для других необходимо анализировать наименьшее возможное поле, где кривая может быть пара-

метризована. Другой возможностью является оптимизация степени рациональных функций, участвующих в параметризации. Это ведет к понятию полной параметризации. Фактически, полными являются параметризации, проектирующие кривую единственного раз, когда заданные значения содержат коэффициенты параметризации в ограниченном алгебраическом замкнутом поле. Точнее, полные параметризации относятся к биективным отображениям из поля значения параметра на кривую.

В большинстве случаев алгоритмы вычисления параметризации предоставляют полноту параметризации. Более того, если с помощью алгоритмов выявить, что параметризация неполная, то она может быть репараметризована в полную (см. [5]). Полные параметризации имеют важную роль во многих практических приложениях компьютеров при создании геометрических моделей, таких как визуализация (см. [4]) или рациональная параметризация смещений. Также они обеспечивают подход, основанный на результатах (см. пример). Вопросы полных параметризаций рассматриваются в работах Gao и Chou (см. [5]).

Рассмотрим связь между полной и неполной параметризациями. Для этого введем понятие индекса следа параметризации алгебраической кривой на плоскости. Индекс следа измеряет, сколько раз параметризация прослеживает кривую на ограниченном алгебраическом замкнутом поле. Для того, чтобы теоретически определить понятие индекса, кардинальность колебаний должна быть фактически инвариантом для всех точек в непустом Зарецком открытом подмножестве кривой.

Можно рассматривать алгебраические кривые, содержащиеся не в плоскости, а в пространстве с большим числом измерений или в проективном пространстве. Оказывается, что многие свойства алгебраической кривой не зависят от выбора конкретного вложения в некоторое пространство, и это приводит к общему определению алгебраической кривой (см. [1,2]).

Лемма 1: Пусть $P(t)$ полная параметризация кривой C на плоскости и пусть $Q(t)$ — любая другая параметризация этой кривой. Тогда существуют подвижные рациональные функции $R(t) \in K(t)$ такие, что $Q(t) = P(R(t))$;

$Q(t)$ является полной тогда и только тогда, когда существуют линейные рациональные функции $L(t) \in K(t)$ такие, что $Q(L(t)) = P(R(t))$.

Другими словами, параметризовать кривую можно не единственным образом, если параметр $t = f(u)$, где $f = f(u)$ — непрерывная монотонная (иногда возрастающая) функция, то мы получим новую параметризацию кривой с помощью вектор – функции $r = r(t) = r(f(u))$.

Рациональные кривые, в сравнении с обычными (нерациональными) В-сплайнами, обладают двумя дополнительными и очень важными свойствами:

1. Они обеспечивают корректный результат при проекционных трансформациях (например, масштабировании), а нерациональные В-сплайны — только при аффинных трансформациях (например, перемещениях);

2. Их можно использовать для моделирования кривых любого вида, включая конические сечения (окружности, эллипсы, параболы и гиперболы).

2. Введем понятие индекса следа параметризации алгебраической кривой на плоскости. Для этого сначала сформулируем следующую техническую лемму:

Лемма 2: Пусть $P(t)$ рациональная параметризация в сокращенной форме с непостоянными коэффициентами, тогда для всех, но конечных значений α от S , имеем

$$\deg_t(G(s, t)) = \deg_t(\text{нод}(G_1(\alpha, t)G_2(\alpha, t))).$$

Теорема 1: Пусть $\mathcal{P}(t)$ параметризация в сокращенной форме кривой C на плоскости. Тогда все, но конечное число точек в C вырождены (порождаемы) через $\mathcal{P}(t)$, в точности параметрическими значениями t , где $t = \deg_t(G(s, t))$.

Доказательство см [4]. С этими данными теперь мы можем ввести понятие индекса следа параметризации.

Определение: Пусть C - рациональная аффинная кривая на плоскости, и пусть $\mathcal{P}(t)$ - рациональная параметризация C . Тогда, *индексом следа* $\mathcal{P}(t)$ называется число $k \in \mathbb{N}$, и обозначается через $\text{index}(\mathcal{P}(t))$, если все, но конечное число вырожденных точек на кривой C , через $\mathcal{P}(t)$, с помощью k - значения параметра, т.е $\text{index}(\mathcal{P}(t))$ представляет собой количество раз, сколько $\mathcal{P}(t)$ прослеживает кривую C .

Примечание. Если рассмотрим отображение $\mathcal{P}: \mathbb{K} \rightarrow C$, полученное параметризацией $\mathcal{P}(t)$, тогда индекс следа $\mathcal{P}(t)$ и есть степень рационального отображения $\mathcal{P}$. Следовательно, $\text{index}(\mathcal{P}(t))$ - степень конечного поля расширения $\varphi_{\mathcal{P}}(\mathbb{K}(C)) \subset \mathbb{K}(t)$, где $\varphi_{\mathcal{P}}$ - мономорфизм, полученный от $\mathcal{P}$ в поле рациональных функций (см. [2]); т.е $\text{index}(\mathcal{P}(t)) = [\mathbb{K}(t): \varphi_{\mathcal{P}}(\mathbb{K}(C))]$. Полнота параметризации $\mathcal{P}$ требует бирациональности $\mathcal{P}(t)$ и характеризуется индексом следа равным 1.

Теорема 2: Рациональная параметризация является полной тогда и только тогда, когда индекс следа равен 1, т.е если $\deg_t(G(s, t)) = 1$.

3. Вычисление индекса параметризации кривой необходимо для определения или уточнения полноты параметризации. Собственно говоря, мы знаем, что параметризация устанавливает соотношение кривой и ее проекцией, и это соответствие является биективной эквивалентностью, если параметризация полная. Сама же параметризация определяет линейную проекцию кривой, где параметр принимает значения в ограниченном замыкании алгебраического поля.

Введем следующие обозначения: пусть $\mathbb{K}$ - алгебраически замкнутое поле нулевой характеристики. Если C является алгебраической кривой над полем $\mathbb{K}$, обозначим поле рациональных функций на C через $\mathbb{K}(C)$. Для параметризации $\mathcal{P}(t)$ кривой C на поле $\mathbb{K}$ запишем его компоненты в следующем виде: $\mathcal{P}(t) = \left(\frac{\chi_{1,1}(t)}{\chi_{1,2}(t)}, \frac{\chi_{2,1}(t)}{\chi_{2,2}(t)} \right)$.

Здесь допустим, что рациональные параметризации даны в сокращенной форме так, что $\text{нод}(\chi_{1,1}, \chi_{1,2}) = \text{нод}(\chi_{2,1}, \chi_{2,2}) = 1$. Также для данной параметризации $\mathcal{P}(t)$ рассмотрим многочлены

$$G_1(s, t) = \chi_{1,1}(s)\chi_{1,2}(t) - \chi_{1,2}(s)\chi_{1,1}(t),$$

$$G_2(s, t) = \chi_{2,1}(s)\chi_{2,2}(t) - \chi_{2,2}(s)\chi_{2,1}(t) \text{ и } G(s, t) = \text{нод}(G_1, G_2).$$

Рассмотрим геометрический смысл индекса следа параметризации кривой. Пусть α принимает такие значения, что $\chi_{1,2}(\alpha)\chi_{2,2}(\alpha) \neq 0$. Тогда фибр выражается через

$$\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha)) = \{\beta \in \mathbb{K} | G_1(\alpha, \beta) = 0, G_2(\alpha, \beta) = 0\}.$$

Так что $\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))$ можно рассматривать как общее аффинное пересечение точек кривой, определенной полиномами $G_1(s, t)$, $G_2(s, t)$ и прямой $s = \alpha$. Следовательно, для всех, но конечного множества исключений, $\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))$ можем также рассмотреть как общее аффинное пересечение точек кривой полинома $G(s, t)$ и прямой $s = \alpha$, то есть для всех, но конечного числа исключений $\text{index}(\mathcal{P}(t))$ - это количество аффинных пересечений, подсчитанных без перемножений, кривой $G(s, t)$ и прямой $s = \alpha$. И заметим, что прямая $s = t$ является компонентом $G(s, t)$.

Пусть $\mathcal{P}(t)$ - параметризация и пусть

$$R_1(S) = \text{Res}_t \left(G_1, \frac{\partial G_1}{\partial t} \right), R_2(S) = \text{Res}_t \left(G_2, \frac{\partial G_2}{\partial t} \right).$$

В случае, если $\deg_t(\text{НОД}(G_1(\alpha, t), G_2(\alpha, t))) > 1$, в Теореме 1 утверждается, что точка $(x_\alpha, y_\alpha) = \mathcal{P}(t) \in C$, где α удовлетворяющее гипотезе теоремы, порождается больше чем один раз.

4. Пример. Пусть задана алгебраическая параметризация кривой $\mathcal{P}(t)$

$$\mathcal{P}(t) = (t^3 - t, t^4 - t^2)$$

Здесь многочленами $G_1(s, t)$, $G_2(s, t)$ и $G(s, t)$ будут:

$$G_1(s, t) = (s^2 - 1)s - (t^2 - 1)t = s^3 - t^3 - s + t = (s - t)(s^2 + st + t^2) - (s - t) = (s - t)(s^2 + st + t^2 - 1)$$

$$G_2(s, t) = (s^2 - 1)s^2 - (t^2 - 1)t^2 = s^4 - s^2 - t^4 + t^2 = s^4 - t^4 - (s^2 - t^2) = (s^2 - t^2)(s^2 + t^2) - (s^2 - t^2) = (s^2 - t^2)(s^2 + t^2 - 1) = (s - t)(s + t)(s^2 + t^2 - 1).$$

Очевидно, что $G(s, t) = \text{НОД}(G_1(s, t), G_2(s, t)) = s - t$ и так как $m = \deg_t(G(s, t)) = 1$, то есть индекс следа кривой равен 1 и параметризация является полной.

Известно [4,5], что кардинальность фибров отображения $\mathcal{P}: \mathbb{K} \rightarrow C$ одинаковая почти для всех точек кривой C . Тем не менее она может варьироваться в некоторых случаях. В теореме 1 [4] утверждается, что точка $(x_\alpha, y_\alpha) = \mathcal{P}(\alpha) \in C$, с удовлетворяющим гипотезе значением α , может порождаться более чем единственный раз тогда и только тогда, когда $\deg_t(\text{НОД}(G_1(s, t), G_2(s, t))) > 1$. На основе полученных выше результатов рассмотрим поведение кардинальности фибра данной параметризации кривой.

Пусть $\alpha \in \mathbb{K}$ и имеет место репараметризация $\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))$, тогда имеем

$$\text{Card}(\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))) = \deg_t(\text{НОД}(G_1(s, t), G_2(s, t))).$$

Вычислив значения $l_1, l_2, T(s), R_1(s)$ и $R_2(s)$ получим:

$$l_1(s, t) = -1; l_2(s, t) = -1;$$

$$T(s) = \text{Res}_t\left(\frac{G_1(s, t)}{\text{НОД}(G_1, G_2)}, \frac{G_2(s, t)}{\text{НОД}(G_1, G_2)}\right) = \text{Res}_t(s^2 + st + t^2 - 1, s^3 + t^3 + st^2 + s^2t - s - t);$$

$$R_1(s) = \text{Res}_t\left(G_1, \frac{\partial G_1}{\partial t}\right) = \text{Res}_t(s^3 - t^3 - s + t, -3t^2 + 1);$$

$$R_2(s) = \text{Res}_t\left(G_2, \frac{\partial G_2}{\partial t}\right) = \text{Res}_t(s^4 - t^4 - s^2 + t^2, -4t^3 + 2t).$$

По способу вычисления результата двух полиномов f и g для $T(s)$ имеем

$$f = s^2 + st + t^2 - 1 = t^2 + st + (s^2 - 1),$$

$$g = s^3 + t^3 + st^2 + s^2t - s - t = t^3 + st^2 + (s^2 - 1)t + (s^3 - s).$$

Выделив коэффициенты при t , для вычисления результата получим следующий определитель:

$$R(f, g) = \begin{vmatrix} 1 & s & s^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & s & s^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s & s^2 - 1 \\ 1 & s & s^2 - 1 & s^3 - s & 0 \\ 0 & 1 & s & s^2 - 1 & s^3 - s \end{vmatrix} = s^2(1 - s)^2(1 + s)^2$$

Вычислив также $R_1(s)$ и $R_2(s)$ соответственно, получим:

$$l_1(s, t) = -1; l_2(s, t) = -1; T(s) = s^2(1 - s)^2(1 + s)^2;$$

$$R_1(s) = (3s^2 - 4)(3s^2 - 1)^2; R_2(s) = -16s^2(s - 1)(s + 1)(4s^4 - 4s^2 + 1)^2.$$

По условию (1) в ([4]), если хотя бы одно из значений $l_1(\alpha)$, $l_2(\alpha)$ или $T(\alpha)$ равно нулю, то $\text{Card}(\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))) \geq 1$, в (2) если $l_1(\alpha)l_2(\alpha)T(\alpha) \neq 0$, то $\text{Card}(\mathcal{P}^{-1}(\mathcal{P}(\alpha))) \leq 1$.

Так как корни $R_1(s)$ и $R_2(s)$, не являющиеся корнями $l_1(s)$, $l_2(s)$ и $T(s)$, могут порождать такие точки, фибры которых имеют кардинальность меньше чем 1, а в нашем случае подобных корней нет и выполняется условие (3) в ([4]), то кардинальность фибра равна индексу следа параметризации кривой $\mathcal{P}(t)$ и равна также 1.

Отметим, что в малой окрестности особой точки параметрические ветви заданной кривой можно найти посредством многогранников Ньютона (см.[3]).

Список литературных источников

1. Fulton W. 2010. Algebraic Curves: an introduction to algebraic geometry. Springer-Verlag.
2. Andradas C., Recio T., Sendra J.R., 1999. Base field restriction techniques for parametric curves. In: S. Dooley (ed.), Proc. ISSAC'99, ACM Press, P. 17-22
3. Soleev A. Algorithm of Local Resolution of Singularities of a Space Curve. В книге LNCS 3718, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005. P.405-415.
4. Sendra J.R., Winkler F. 1997. Parametrization of Algebraic Curves over Optimal Field Extensions. J. Symbolik Computation vol. 23, 191-207.
5. Recio T., Sendra J.R. 1997. Real Reparametrizations of Real Curves. J. Symbolik Computation vol. 23, 241-254.

TRACING INDEX OF PARAMETRIZATION OF AN ALGEBRAIC CURVE

A. Soleev
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
asoleev@yandex.ru
Samarkand

Samarkand State University

M. Bulyaeva
master
islamova-64@bk.ru
Samarkand

Samarkand State University

Abstract. Let C be a rational algebraic plane curve, and let $\rho(t)$ be a parameterization of the curve C . We consider the map $\rho: \mathbb{K} \rightarrow \mathbb{C}$, which is obtained from the parameterization $\rho(t)$, then tracing *index* of rational curve parameterization is related to the degree of the map ρ . Therefore, $\text{index}(\rho(t))$ - is the degree of finite field extension $\varphi_\rho: \mathbb{K}(C) \rightarrow \mathbb{K}(t)$, φ_ρ - is monomorphism induced by ρ on the fields of rational functions. Thus $\text{index}(\rho(t))$ represents the number of times $k \in N$ that $\rho(t)$ traces C . To compute the *index* of the parameterization is necessary in order to define the properness of the parameterization. To see the geometric interpretation, the tracing *index* of a parameterization $\text{index}(\rho(t))$ is the number of affine intersections counted without multiplicity, of the curve and the line

$s = \alpha$, where α accepts defined values. A number of specific targets computation of tracing *index* of a curve parameterizations are settled solved in the paper. In addition, we consider the tracing *index* of parameterized branches in a infinitesimal neighborhood of a singular point, which also can be computed by Newton polyhedrons.

Keywords: algebraic curve, trace index, parametrization, rational mappings, affine intersections, field of characteristic zero, singular points.

References

1. Fulton W. 2010. Algebraic Curves: an introduction to algebraic geometry. Springer-Verlag.
2. Andradas C., Recio T., Sendra J.R., 1999. Base field restriction techniques for parametric curves. In: S. Dooley (ed.), Proc. ISSAC'99, ACM Press, P. 17-22
3. Soleev A. Algorithm of Local Resolution of Singularities of a Space Curve. В книге LNCS 3718, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005. P.405-415.
4. Sendra J.R., Winkler F. 1997. Parametrization of Algebraic Curves over Optimal Field Extensions. J. Symbolik Computation vol. 23, 191-207.
5. Recio T., Sendra J.R. 1997. Real Reparametrizations of Real Curves. J. Symbolik Computation vol. 23, 241-254.

УДК
517.946

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ В N-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО ОБРАЗУЮЩИМ КОНУСА

Бегматов Акрам Х.
д.ф.-м.н., профессор
akrambegmatov@mail.ru
Самарканд, Узбекистан

заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета

Бегматов Акбар Х.
д.ф.-м.н., профессор
begmatov@ami.nstu.ru
Новосибирск

профессор кафедры инженерной математики Новосибирского государственного технического университета

Аннотация. Задача восстановления функции по известным интегралам от неё по семейству многообразий является задачей интегральной геометрии — одного из актуальных и интенсивно развивающихся направлений современной математики. Многие задачи интегральной геометрии являются некорректными в классическом смысле. В работе рассматривается новый класс задач интегральной геометрии в n -мерном пространстве. Интегральные преобразования подобного вида называются лучевыми преобразованиями и имеют широкие приложения при исследовании задач компьютерной томографии. Формулы обращения лучевого преобразования часто бывают связаны с конусной схемой сканирования компьютерной томографии. Исследуемая нами задача есть задача обращения лучевого преобразования с неполными данными. Данные задачи зависят от n пространственных переменных и угла поворота прямой, являющейся образующей конуса. Рассматриваемая задача не является задачей вольтеровского типа, и задача решения этого уравнения сильно некорректна. Доказана теорема единственности в классе непрерывных функций.

Ключевые слова: задача интегральной геометрии, слабая и сильная некорректность, единственность и устойчивость.

В работе рассматривается задача восстановления функции в n -мерном пространстве, если известны интегралы от нее по одному семейству прямых, являющихся образующими конусов. Подобного вида преобразования называются лучевыми преобразованиями ([1]) и имеют широкое приложение при исследовании задач компьютерной томографии ([2]).

Задача, которая изучается в настоящей работе, связана со вспомогательными задачами аналитического продолжения и является сильно некорректной в смысле определения, данного М.М. Лаврентьевым ([3]). По данным задачи, зависящим от n пространственных переменных и угла поворота прямой, по которой ведется интегрирование, необходимо восстановить функцию n пространственных переменных. Тем не менее, исследуемая задача интегральной геометрии, как показано в работе, не является переопределенной. Доказана теорема единственности в классе непрерывных финитных функций.

Задача интегральной геометрии по образующим двуполостных конусов в трехмерном пространстве исследовалась в работах Акр. Х. Бегматова [4-6].

По данным задачи, зависящим от трех пространственных переменных и угла поворота прямой, по которой ведется интегрирование, необходимо найти функцию трех переменных. В этих работах показано, что исследуемая задача интегральной геометрии не является переопределенной. Приводятся формулировка и доказательство теоремы единственности ее решения в классе непрерывных финитных функций.

Далее приведен полученный нами результат по условной устойчивости решения задачи. Оценка устойчивости имеет логарифмический вид.

Пусть

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n, \zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n) \in R^n, \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in R^n, n > 2,$$

$$\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \in R^{n-1}, \bar{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{n-1}) \in R^{n-1}, \bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}) \in R^{n-1},$$

$$Q = R^n \times A, D = R^{n-1} \times A, A = \left\{ \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}) \in R^{n-1}, \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i^2 = 1 \right\},$$

$$\Omega = \{(x, y) : |x| < 1, |y| < l, 0 < l < \infty\}; \bar{\Omega} = \{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \leq l\}.$$

Постановка задачи.

Обозначим через $K(x)$ семейство двуполостных конусов в $\bar{\Omega}$, которое определяется соотношением

$$K(x) = \left\{ \zeta \in R^n : |x_n - \zeta_n| = |\bar{x} - \bar{\zeta}| \right\}.$$

Относительно функции $u(x)$ рассмотрим следующее операторное уравнение:

$$\int_{R^1} u(x_1 + \alpha_1 s, x_2 + \alpha_2 s, \dots, x_{n-1} + \alpha_{n-1} s, x_n + s) ds = f(x, s). \quad (1)$$

Функция $f(\cdot)$ предполагается известной для всех $(x, \alpha) \in Q$. Задача решения уравнения (1) есть задача интегральной геометрии для семейства прямых, являющихся образующими двуполостных конусов $K(x)$. Искомая функция $u(x)$ является функцией n переменных. Правая часть уравнения (1) зависит от $(n+1)$ -го параметра $x_1, x_2, \dots, x_n$ и α . Однако, функция $u(x)$ однозначно определяется по функции $f(\cdot)$.

Действительно, правая часть уравнения (1) удовлетворяет следующему уравнению с частными производными первого порядка:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \alpha_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \alpha_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_{n-1}} \alpha_{n-1} + \frac{\partial f}{\partial x_n} \alpha_n = 0. \quad (2)$$

Можно выбрать другую параметризацию задачи интегральной геометрии (1) с помощью n параметров: $z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ и α , где $z_1 = x_1 - x_n \alpha_1, z_2 = x_2 - x_n \alpha_2, \dots, z_{n-1} = x_{n-1} - x_n \alpha_{n-1}$.

Легко видеть, что функция $f_1(z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, \alpha) = f(x, \alpha)$ удовлетворяет уравнению (2).

Таким образом, задача решения уравнения (1) фактически не является переопределенной.

К уравнению (1) применим преобразование Фурье по переменным $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$.

Получим

$$\int_{R^1} e^{-is\langle \bar{\lambda}, \mu \rangle} w(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, s + x_n) ds = \psi(\bar{\lambda}, x_n, \alpha) \quad (3)$$

$w(\bar{\lambda}, s + x_n)$ и $\psi(\bar{\lambda}, x_n, \alpha)$ - преобразования Фурье по переменным $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ от функций $u(x)$ и $f(x, \alpha)$ соответственно, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ - скалярное произведение.

Введем следующую замену переменных: $s + x_n = t$. В результате уравнение (3) примет вид:

$$\int_{R^1} e^{-it\langle \bar{\lambda}, \mu \rangle} w(\bar{\lambda}, t) dt = e^{-ix_n\langle \bar{\lambda}, \mu \rangle} \psi(\bar{\lambda}, x_n, \alpha) \quad (4)$$

В уравнении (4) введем следующие обозначения

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{n-1} = -\lambda_n.$$

Уравнение (4) преобразуется к виду

$$v(\lambda) = e^{ix_n\lambda_n} \psi(\lambda, \alpha), \quad (5)$$

где функция $v(\lambda)$ есть преобразование Фурье от функции $w(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, x_n)$ по переменной x_n .

Теперь рассмотрим в пространстве переменных Фурье $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ конус

$$K = \{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in R^n : |\bar{\lambda}| = |\lambda_n|\} \text{ с вершиной в начале координат.}$$

$$\text{Обозначим } \tilde{K} = \{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in R^n : |\bar{\lambda}| \leq |\lambda_n|\}.$$

Учитывая, что (5) имеет место для всех $\alpha \in [0, 2\pi]$ и $\psi(\bar{\lambda}, x_n, \alpha)$ есть преобразование Фурье по переменным $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1})$ от заданной функции $f(x, \alpha)$, заключаем, что значения функции $v(\lambda)$ однозначно определяются из уравнения (5) для всех $\lambda \in R^n \setminus \tilde{K}$. Таким образом, задача нахождения функции $u(x)$ из уравнения (1) сводится к задаче продолжения значений ее образа Фурье $v(\lambda)$ из $R^n \setminus \tilde{K}$ во внутренность конуса K .

Рассмотрим сечение $\tilde{K}$ некоторой плоскостью

$$P = \{\lambda : \bar{\lambda} \in R^{n-1}, \lambda_n = \lambda_n^*\}.$$

Значения функции $v(\lambda)$ известны для всех λ лежащих за пределами открытого круга B с центром в точке $(0, 0, \dots, 0, \lambda_n^*)$:

$$B = \{\lambda : \lambda_n = \lambda_n^*, |\bar{\lambda}| = |\lambda_n^*|\}$$

Рассмотрим продолжение функции $v(\lambda)$ внутрь круга B . Для этого на гиперплоскости P возьмем произвольную прямую A проходящую через точку $(0, 0, \dots, 0, \lambda_n^*)$, где $A = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_{n-1} \cup Y$; лучи $L_1, L_2, L_{n-1} \subset P \setminus B$ интервал $Y \subset B$. Не теряя общности, можно считать, что прямая A совпадает с прямой $\{\lambda_2 = 0, \dots, \lambda_{n-1} = 0, \lambda_n = \lambda_n^*\}$

Учитывая условие $\text{supp } u \subset \Omega$, заключаем, что функцию $v(\lambda)$ можно аналитически продолжить по первому аргументу в комплексную плоскость. Значит, исходная задача интегральной геометрии сводится к следующей задаче аналитического продолжения: определить на интервале $\{v \in C : |v_1| < \lambda_n^*, v_2 = 0\}$ функцию $v(v_1 + i v_2)$, аналитическую во всей комплексной плоскости, если известны ее значения на лучах

$$L_1 = \{(v_1, v_2) : v_1 \geq \lambda_n^*, v_2 = 0\} \text{ и } L_2 = \{(v_1, v_2) : v_1 \leq -\lambda_n^*, v_2 = 0\}$$

Решение этой задачи, как известно (см. например, [7]), единственно. Отсюда вытекает справедливость утверждения следующей теоремы:

Теорема. Решение уравнения (1) в классе непрерывных финитных функций с носителем в Ω единственно.

Список литературных источников:

1. Хелгассон С. Преобразования Радона. М: Мир, 1983.
2. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. Москва, 1990. 288с.
3. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999. -702 с.
4. Бегматов Акр. Х. Задачи интегральной геометрии в трехмерном пространстве по конусам и образующим // Докл РАН, 1998 г, Т. 358, №6. С. 727-728.
5. Бегматов Акр. Х. О некоторых задачах интегральной геометрии в полосе и задача обратная лучевому преобразованию с неполными данными //Докл РАН, 1999. Т. 368, №3 С. 295-298
6. Бегматов Акр. Х. Об одной задаче обращения лучевого преобразования с неполными данными // Сиб.матем.журн., 2000. Т. 368, №3 С. 507-514.
7. Евграфов М.А. Аналитические функции. М.: Наука, 1979.

THE PROBLEM OF RECONSTRUCTING A FUNCTION IN N- DIMENSIONAL SPACE ALONG THE GENERATORS OF A CONE

Akram Hasanovich Begmatov
Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor
akrambegmatov@mail.ru
Samarkand

Samarkand State University

Akbar Hasanovich Begmatov
Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor
begmatov@ami.nstu.ru
Novosibirsk

Novosibirsk State Technical University

Annotation. The problem of reconstructing a function from known integrals over it with respect to a family of manifolds is the problem of integral geometry - one of the actual and intensively developing trends in modern mathematics. Many problems of integral geometry are ill-posed in the classical sense. In this paper we consider a new class of integral geometry problems in an n -dimensional space. Integral transformations of this kind are called ray transformations and have extensive applications in the study of computed tomography problems. The treatment formulas for radiation transformation are often associated with the cone scan scheme of computer tomography. The problem we are investigating is the problem of inversion of a ray transformation with incomplete data. These problems depend on spatial variables and the angle of rotation of the line. This line is the generator of the cone. The problem under consideration is not a Volterra type problem, and the problem of solving this equation is strongly ill-posed. A uniqueness theorem is proved in the class of continuous functions.

Keywords: the integral geometry problems, weakly and strongly ill-posed problems, uniqueness and stability.

References

1. Khelgasson S. (1983) *Preobrazovaniia Radona [Radon Transform]* M: Mir, 1983.
2. Natterer F. (1990) *Matematicheskie aspekty` komp`iuternoi` tomografii [Mathematical aspects of computer tomography]* Moskva, 1990. 288 p.
3. Lavrent`ev M.M., Savel`ev L.Ia. (1999) *Teoriia operatorov i nekorrektny`e zadachi [Operator theory and incorrect objectives]* Novosibirsk: Izd-vo In-ta matematiki, 1999. 702 p.
4. Begmatov Akr. X. (1998) *Zadachi integral`noi` geometrii v trekhmernom prostranstve po konusam i obrazuiushchim [Tasks of integral geometry in 3D space on konusam and forming]* Docl RAN. №6. T. 358, pp. 727-728.
5. Begmatov Akr. X. (1999) *O nekotory`kh zadachakh integral`noi` geometrii v polose i zadacha obratnaia luchevoomu preobrazovaniuu s nepolny`mi danny`mi [About some problems of integral geometry in a strip and the task of reverse beam transformation with incomplete data]* Docl RAN. №3. T. 368, pp. 295-298.
6. Begmatov Akr. X. (2000) *Ob odnoi` zadache obrashcheniia lucheвого preobrazovaniia s nepolny`mi danny`mi [About one task for the treatment of radiation transformation with incomplete data]* Sibirskii` matematicheskii` zhurnal. №3. T. 368, pp. 507-514.
7. Evgrafov M.A. (1979) *Analiticheskie funktsii [Analytic functions]* M.: Nauka, 1979.

УДК
517.925

О БИФУРКАЦИЯХ БЕСКОНЕЧНО УДАЛЕННОГО ТРОЙНОГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА ПОЛИНОМИАЛЬНОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

Ройтенберг Владимир Шлеймович

к.ф.-м.н., доцент
vroitenberg@mail.ru
г. Ярославль

доцент кафедры высшей математики
Ярославского государственного
технического университета

Аннотация. В работе рассматриваются полиномиальные векторные поля на плоскости, имеющие степень, не превосходящую числа n . Множество P_n таких векторных полей отождествляется с $(n+1)(n+2)$ -мерным арифметическим пространством коэффициентов компонент поля. Фазовые портреты векторных полей рассматриваются на компактификации Пуанкаре фазовой плоскости R^2 в виде проективной плоскости RP^2 . При нечетном n экватор $E = RP^2 \setminus R^2$ проективной плоскости может быть односторонним предельным циклом векторного поля. Условия, при которых экватор является грубым предельным циклом или односторонним двойным циклом, а также бифуркации двойного цикла изучались в предыдущих работах автора [2] – [4]. В настоящей работе рассматривается случай, когда экватор является односторонним тройным предельным циклом векторного поля. При этом предполагается, что n является нечетным числом, большим или равным пяти. В теореме 1 доказано, что такие векторные поля образуют в пространстве P_n вложенное аналитическое подмногообразие Σ^2 коразмерности два. В теореме 2 описаны бифуркации тройного цикла E . Получено разбиение окрестности в P_n векторного поля, принадлежащего подмногообразию Σ^2 , по числу и типу предельных циклов, рождающихся из E . Все возможные бифуркации цикла E реализуются в указанном в теореме двухпараметрическом семействе полиномиальных векторных полей.

Ключевые слова: полиномиальные векторные поля на плоскости, проективная плоскость, предельный цикл, бесконечно удаленный тройной предельный цикл, бифуркации.

1. Введение.

На плоскости R^2 рассмотрим полиномиальное векторное поле степени $\leq n$:

$$X(x, y) = \sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m a_{k,m-k} x^k y^{m-k} \frac{\partial}{\partial x} + \sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m b_{k,m-k} x^k y^{m-k} \frac{\partial}{\partial y},$$

Векторное поле X естественно отождествляется с арифметическим вектором $(a_{0,0}, b_{0,0}, a_{1,0}, \dots, b_{0,1}, \dots, a_{n,0}, \dots, b_{0,n}) \in R^{(n+1)(n+2)}$, а множество P_n всех полиномиальных векторных полей степени $\leq n$ с пространством $R^{(n+1)(n+2)} = R^{n^2+3n+2}$ с евклидовой нормой $\|\cdot\|$.

Компоненты поля X

$$P(x, y, X) := \sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m a_{k,m-k} x^k y^{m-k} \text{ и } Q(x, y, X) := \sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m b_{k,m-k} x^k y^{m-k}$$

являются многочленами от x, y, X , а потому и аналитическими функциями.

Будем рассматривать траектории поля $X \in P_n$ на проективной плоскости $\mathbf{RP}^2$ в окрестности экватора $E = \mathbf{RP}^2 \setminus \mathbf{R}^2$. При нечетном n экватор может быть (бесконечно удаленным) предельным циклом поля. Условия его грубости даны в [1; 2]. Множество $\Sigma_E^1 P_n$ ($n = 2k - 1 \geq 3$) векторных полей из P_n , для которых экватор является (односторонним) двойным циклом, является, согласно [3], вложенным аналитическим подмногообразием коразмерности один в P_n . В [4] доказано, что в однопараметрическом семействе X_μ векторных полей из P_n , трансверсально пересекающем при $\mu = 0$ подмногообразие $\Sigma_E^1 P_n$, из экватора рождается предельный цикл, принадлежащий $\mathbf{R}^2$, найдена асимптотика этого цикла и его периода. В работе [5] описаны некоторые бифуркации рождения предельных циклов из сепаратрисных контуров, содержащих дуги экватора.

В настоящей работе мы покажем, что множество $\Sigma_E^2 P_n$ ($n = 2k - 1 \geq 5$) полиномиальных векторных полей, для которых экватор является (односторонним) тройным циклом, является, вложенным аналитическим подмногообразием коразмерности два в P_n и опишем бифуркации в окрестности экватора всех векторных полей из достаточно малой окрестности поля $X_0 \in \Sigma_E^2 P_n$ в P_n .

2. Функция последования в окрестности экватора. Перейдем к координатам r, φ : $x = \cos \varphi / r$, $y = \sin \varphi / r$. Точки с координатами (r, φ) и $(-r, \varphi + \pi)$ отождествляются. В этих координатах поле X имеет вид $R(r, \varphi, X)\partial/\partial r + \Phi(r, \varphi, X)\partial/\partial \varphi$, где

$$R(r, \varphi, X) = -r^2(P(\cos \varphi / r, \sin \varphi / r, X) \cos \varphi + Q(\cos \varphi / r, \sin \varphi / r, X) \sin \varphi),$$

$$\Phi(r, \varphi, X) = r(-P(\cos \varphi / r, \sin \varphi / r, X) \sin \varphi + Q(\cos \varphi / r, \sin \varphi / r, X) \cos \varphi).$$

Обозначим

$$\begin{aligned} A_m = A_m(\varphi, X) &= a_{m,0} \cos^{m+1} \varphi + (a_{m-1,1} + b_{m,0}) \cos^m \varphi \sin \varphi + \dots \\ &+ (a_{0,m} + b_{1,m-1}) \cos \varphi \sin^m \varphi + b_{0,m} \sin^{m+1} \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} B_m = B_m(\varphi, X) &= b_{m,0} \cos^{m+1} \varphi + (b_{m-1,1} - a_{m,0}) \cos^m \varphi \sin \varphi + \dots \\ &+ (b_{0,m} - a_{1,m-1}) \cos \varphi \sin^m \varphi - a_{0,m} \sin^{m+1} \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

В окрестности экватора E ($r = 0$) траектории задаются векторным полем

$$X^* = R^*(r, \varphi, X)\partial/\partial r + \Phi^*(r, \varphi, X)\partial/\partial \varphi, \text{ где}$$

$$R^*(r, \varphi, X) = r^{n-1}R(r, \varphi, X) = -A_n r - A_{n-1} r^2 - A_{n-2} r^3 - \dots - A_0 r^{n+1},$$

$$\Phi^*(r, \varphi, X) = r^{n-1}\Phi(r, \varphi, X) = B_n + B_{n-1} r + B_{n-2} r^2 + \dots + B_0 r^n.$$

Будем предполагать, что экватор является замкнутой траекторией поля $X_0 \in P_n$. Тогда $\forall \varphi B_n(\varphi, X_0) \neq 0$. Поскольку $B_n(\varphi, -X) = -B_n(\varphi, X)$, то без ограничения общности можно считать, что $\forall \varphi B_n(\varphi, X_0) > 0$. Следовательно, существует такое число $\rho_* > 0$, что для всех векторных полей X из окрестности $V_{\rho_*} = \{X : \|X - X_0\| < \rho_*\}$ поля X_0 и $\Phi^*(r, \varphi, X) > 0$ при $|r| < \rho_*$ и всех φ . Поэтому экватор – замкнутая траектория для любого $X \in V_{\rho_*}$.

Перейдем к уравнению $dr/d\varphi = R^*(r, \varphi, X)/\Phi^*(r, \varphi, X)$. Разложим его правую часть в ряд:

$$R^*(r, \varphi, X)/\Phi^*(r, \varphi, X) = c_1(\varphi, X)r + c_2(\varphi, X)r^2 + c_3(\varphi, X)r^3 + c_4(\varphi, X)r^4 + c_5(\varphi, X)r^5 + \dots,$$

где $c_k = c_k(\varphi, X)$ находятся по формулам

$$c_1 = -\frac{A_n}{B_n}, \quad c_2 = -\frac{A_{n-1}}{B_n} + \frac{A_n B_{n-1}}{B_n^2}, \quad c_3 = -\frac{A_{n-2}}{B_n} + \frac{A_n B_{n-2} + A_{n-1} B_{n-1}}{B_n^2} - \frac{A_n B_{n-1}^2}{B_n^3}, \quad (3)$$

$$c_4 = -\frac{A_{n-3}}{B_n} + \frac{A_n B_{n-3} + A_{n-1} B_{n-2} + A_{n-2} B_{n-1}}{B_n^2} - \frac{2A_n B_{n-1} B_{n-2} + A_{n-1} B_{n-1}^2}{B_n^3} + \frac{A_n B_{n-1}^3}{B_n^4},$$

$$(4) \quad c_5 = -\frac{A_{n-4}}{B_n} - \frac{c_1 B_{n-4} + c_2 B_{n-2} + c_3 B_{n-1} + c_4 B_n}{B_n}. \quad (5)$$

Если ρ_* выбрано достаточно малым, то решение уравнения

$$r = r(\varphi, s, X) = r_1(\varphi, X)s + r_2(\varphi, X)s^2 + r_3(\varphi, X)s^3 + r_4(\varphi, X)s^4 + r_5(\varphi, X)s^5 + \dots, \quad (6)$$

удовлетворяющее начальному условию $r(0, s, X) = s$, определено при всех $(\varphi, s, X) \in (-\pi, 3\pi) \times (-\rho_*, \rho_*) \times V_{\rho_*}$, при этом

$$r_1(\varphi, X) = \exp \int_0^\varphi c_1(\theta, X) d\theta, \quad r_2(\varphi, X) = r_1(\varphi, X) \int_0^\varphi c_2 r_1 d\theta, \quad (7)$$

$$r_3(\varphi, X) = r_1(\varphi, X) \int_0^\varphi [2c_2 r_2 + c_3 r_1^2] d\theta, \quad (8)$$

$$r_4(\varphi, X) = r_1(\varphi, X) \int_0^\varphi [c_2 (r_2^2 r_1^{-1} + 2r_3)) + 3c_3 r_1 r_2 + c_4 r_1^3] d\theta. \quad (9)$$

$$r_5(\varphi, X) = r_1(\varphi, X) \int_0^\varphi [2c_2 (r_4 + r_2 r_3 r_1^{-1}) + 3c_3 (r_1 r_3 + r_2^2) + 4c_4 r_1^2 r_2 + c_5 r_1^4] d\theta, \quad (10)$$

где под знаком интеграла

$$c_k = c_k(\theta, X), \quad r_k = r_k(\theta, X).$$

Функция $f(\cdot, X) = -r(\pi, \cdot, X)$ является функцией последования по траекториям поля X , а $f(f(s, X), X) = r(2\pi, s, X)$. Обозначим

$$\tilde{d}(s, X) := r(2\pi, s, X) - s =$$

$$= (r_1(2\pi, X) - 1)s + r_2(2\pi, X)s^2 + r_3(2\pi, X)s^3 + r_4(2\pi, X)s^4 + r_5(2\pi, X)s^5 + \dots$$

– функцию расхождения траекторий. Точно также как для функции расхождения для фокуса [6, с. 253, лемма 5] доказывается, что, если $(r_1(2\pi, X) - 1) = r_2(2\pi, X) = \dots = r_{k-1}(2\pi, X) = 0$, $r_k(2\pi, X) \neq 0$, то k нечетно. Это утверждение можно получить и из приведенных выше выражений для функций $r_i(\varphi, X)$.

Если $r_1(2\pi, X_0) - 1 \neq 0$, то экватор E является грубым односторонним предельным циклом векторного поля X_0 . Если $r_1(2\pi, X) - 1 = r_2(2\pi, X) = 0$, $r_3(2\pi, X) \neq 0$, то E (односторонний) двойной предельный цикл X_0 [3, 4].

Если

$$r_1(2\pi, X_0) - 1 = r_2(2\pi, X_0) = r_3(2\pi, X_0) = r_4(2\pi, X_0) = 0, \quad r_5(2\pi, X_0) \neq 0, \quad (11)$$

то E (односторонний) тройной предельный цикл поля X_0 .

3. Бифуркационное многообразие. Обозначим $\Sigma_E^2 = \Sigma_E^2 P_n$ множество векторных полей из P_n , для которых экватор E является тройным предельным циклом.

Теорема 1. Множество $\Sigma_E^2 P_n$ является вложенным аналитическим подмногообразием P_n коразмерности два.

Доказательство. Докажем сначала, что $\Sigma_E^2 P_n$ непустое множество. Возьмем векторное поле $X \in P_n$ с коэффициентами $b_{n,0} = -a_{0,n} = 1$, $a_{i,n-i} = b_{n-i,i} = 0$ при $i = 1, \dots, n$, $a_{i,j} = b_{i,j} = 0$ при $n-3 \leq i+j \leq n-1$ и $0 \leq i+j \leq n-5$, $a_{n-4,0} = b_{0,n-4} = 1$, $a_{n-4-i,i} = b_{i,n-4-i} = 0$ при $i = 1, \dots, n$. Из формул (1) – (5) и (7) – (10) получаем

$$B_n = \cos^{n+1} \varphi + \sin^{n+1} \varphi, \quad A_n = \cos^n \varphi \sin \varphi - \sin^n \varphi \cos \varphi, \quad c_1(\varphi, X) - \text{нечетная функция},$$

$$\int_0^{2\pi} c_1(\theta, X) d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} c_1(\theta, X) d\theta = 0, \quad r_1(2\pi, X) = 1, \quad c_m(\varphi, X) \equiv 0 \quad \text{и} \quad r_m(\varphi, X) \equiv 0 \quad \text{при}$$

$$m = 2, 3, 4, \quad c_5(\varphi, X) = -\frac{A_{n-4}}{B_n} + \frac{A_n B_{n-4}}{B_n^2}, \quad \text{где} \quad A_{n-4} = \cos^{n-3} \varphi + \sin^{n-3} \varphi,$$

$$B_{n-4} = -(\cos^{n-4} \varphi \sin \varphi - \sin^{n-4} \varphi \cos \varphi).$$

Поскольку $\forall \varphi \quad B_n(\varphi, X) > 0$, $A_{n-4}(\varphi, X) > 0$, $\operatorname{sgn} B_{n-4}(\varphi, X) = -\operatorname{sgn} A_n(\varphi, X)$ при $n > 5$, $B_{n-4} = 0$ при $n = 5$, то $\forall \varphi \quad c_5(\varphi, X) \leq 0$. Так как $c_5(\varphi, X)$ ненулевая функция, то $r_5(2\pi, X) = \int_0^{2\pi} c_5(\theta, X) r_1^4(\theta, X) d\theta < 0$. Следовательно, $X \in \Sigma_E^2 P_n$.

Пусть векторное поле $X_0 \in \Sigma_E^2 P_n$ и V_{ρ_*} – его окрестность, определенная выше. Зададим аналитические функции $g_k : V_{\rho_*} \rightarrow \mathbf{R}$, $k = 1, 2, 3$, положив

$$g_1(X) := r_1(2\pi, X) - 1, \quad g_2(X) := r_3(2\pi, X), \quad g_3(X) := r_5(2\pi, X).$$

Покажем, что производные $g'_k(X_0) : P_n \rightarrow \mathbf{R}$, $k = 1, 2$, линейно независимы.

Рассмотрим векторное поле $H = -Q(x, y, X_0) \partial / \partial x + P(x, y, X_0) \partial / \partial y \in P_n$. Согласно [3]

$$g'_1(X_0)H = \left. \frac{d}{d\mu} \right|_{\mu=0} g_1(X_0 + \mu H) = \int_0^{2\pi} \frac{A_n^2(\varphi, X_0) + B_n^2(\varphi, X_0)}{B_n^2(\varphi, X_0)} d\varphi > 0.$$

Тем самым,

$$g'_1(X_0) \neq 0. \quad (12)$$

Рассмотрим векторное поле $H = x^{n-2} \partial / \partial x + x^{n-3} y \partial / \partial y \in P_n$. Из (1) – (2) имеем

$$A_{n-i}(\varphi, X_0 + \mu H) = A_{n-i}(\varphi, X_0), \quad i = 0, 1; \quad B_{n-j}(\varphi, X_0 + \mu H) = B_{n-j}(\varphi, X_0), \quad j = 0, 1, 2;$$

$$A_{n-2}(\varphi, X_0 + \mu H) = A_{n-2}(\varphi, X_0) + \mu \cos^{n-3} \varphi.$$

Отсюда, из (3)–(5), (7) и (8) получаем

$$g_1(X_0 + \mu H) = g_1(X_0) = 0, \quad g_2(X_0 + \mu H) = g_2(X_0) + \mu J = \mu J,$$

где

$$J = - \int_0^{2\pi} \frac{r_1^2(\varphi, X_0) \cos^{n-3} \varphi}{B_n(\varphi, X_0)} d\varphi < 0,$$

и потому

$$g'_1(X_0)H = 0, \quad g'_2(X_0)H = J \neq 0. \quad (13)$$

Из (12) – (13) следует линейная независимость $g'_1(X_0)$ и $g'_2(X_0)$.

Пусть $g := (g_1, g_2): P_n \rightarrow \mathbf{R}^2$. Из линейной независимости $g'_1(X_0)$ и $g'_2(X_0)$ следует, что $P_n = E^2 \oplus \Lambda$, где $\Lambda = \{\lambda \in P_n : g'_1(X_0)\lambda = 0, g'_2(X_0)\lambda = 0\}$, E^2 – двумерное подпространство P_n , а отображение $g'_\varepsilon(a): E^2 \ni \varepsilon \mapsto (g'_1(X_0)\varepsilon, g'_2(X_0)\varepsilon) \in \mathbf{R}^2$ – сюръективно и потому изоморфизм. Пусть $\Lambda_\delta := \{\lambda \in \Lambda : \|\lambda\| < \delta\}$. По теореме о неявной функции для достаточно малого $\delta_1 > 0$ существует аналитическая функция $\eta: (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1} \rightarrow E^2$, такая, что $\eta(0, 0, 0) = 0$, $g(\eta(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) + \lambda) \equiv (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$. Равенство $\chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = \eta(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) + \lambda$ задает такой аналитический диффеоморфизм χ множества $(-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1}$ на окрестность U_{δ_1} векторного поля X_0 в P_n , что

$$g_k(X) = \varepsilon_k \quad (k = 1, 2) \text{ для } X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda). \quad (14)$$

Так как g_3 – непрерывная функция, то δ_1 можно считать выбранным так, что $g_3(X) \neq 0$ для $X \in U_{\delta_1}$. Поэтому $\chi(\{(0, 0)\} \times \Lambda_{\delta_1}) = \Sigma_E^2 P_n \cap U_{\delta_1}$, то есть $\Sigma_E^2 P_n$ – вложенное аналитическое подмногообразие P_n коразмерности два.

4. Бифуркации. Опишем бифуркации векторного поля $X_0 \in \Sigma_E^2 P_n$ в окрестности экватора.

Теорема 2. Пусть $X_0 \in \Sigma_E^2 P_n$, $\forall \varphi B_n(\varphi, X_0) > 0$ и $g_3(X_0) < 0$. Тогда существуют окрестность $V(E)$ экватора, число $\delta \in (0, \delta_1]$ и разбиение окрестности $U_\delta(X_0) := \chi((-\delta, \delta)^2 \times \Lambda_\delta)$ поля X_0 на множества $U_1^0, U_2^0, U_3^0, U_1^1, U_2^1, U_3^1$ и U^2 (рис. 1), где

$$\begin{aligned} U_1^0 &= \{\chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) : 0 < \varepsilon_2 < \delta, \lambda \in \Lambda_\delta, \gamma(\varepsilon_2, \lambda) < \varepsilon_1 < 0\}, \\ \gamma: (0, \delta) \times \Lambda_\delta &\rightarrow \mathbf{R}, \quad \gamma \in C^\omega, \quad -\delta < \gamma(\varepsilon_2, \lambda) < 0 \quad \text{при} \quad 0 < \varepsilon_2 < \delta, \\ \gamma(+0, \lambda) &= \partial \gamma(+0, \lambda) / \partial \varepsilon_2 = 0 \text{ равномерно относительно } \lambda \in \Lambda_\delta, \\ U_2^0 &= \{\chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) : \lambda \in \Lambda_\delta, 0 < \varepsilon_2 < \delta, -\delta < \varepsilon_1 < \gamma(\varepsilon_2, \lambda) \text{ или } -\delta < \varepsilon_2 \leq 0, -\delta < \varepsilon_1 < \delta\} \end{aligned}$$

$$U_3^0 = \chi((0, \delta) \times (-\delta, \delta) \times \Lambda_\delta), \quad U_1^1 = \{\chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) : \varepsilon_1 = \gamma(\varepsilon_2, \lambda), 0 < \varepsilon_2 < \delta, \lambda \in \Lambda_\delta\},$$

$$U_2^1 = \chi(\{0\} \times (-\delta, 0) \times \Lambda_\delta), \quad U_3^1 = \chi(\{0\} \times (0, \delta) \times \Lambda_\delta), \quad U^2 = \chi(\{(0, 0)\} \times \Lambda_\delta),$$

со следующими свойствами: 1) Векторные поля из $U^2 \subset \Sigma_E^2 P_n$ имеют в $V(E)$ единственный (устойчивый тройной) цикл E . 2) Векторные поля из U_k^0 , $k = 1, 2, 3$, имеют в $V(E)$ только грубые циклы, при $k = 1$ два устойчивых, включая E , и один неустойчивый, при $k = 2$ один устойчивый – E , при $k = 3$ один устойчивый и один неустойчивый – E . 3) Векторные поля из U_1^1 имеют в $V(E)$ грубый устойчивый цикл E и

двойной цикл. 4) Векторные поля из U_2^1 имеют в $V(E)$ единственный (устойчивый двойной) цикл E . 5) Векторные поля из U_3^1 имеют в $V(E)$ неустойчивый двойной цикл E и устойчивый цикл.

Замечания. 1. Случай $g_3(X_0) > 0$ сводится к случаю, рассмотренному в теореме, переходом к векторному полю $-X_0$.

2. Все возможные в условиях теоремы бифуркации экватора реализуются в двух-параметрическом семействе векторных полей $X_\varepsilon = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, 0)$.

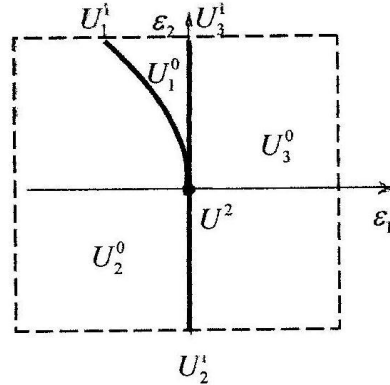


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма – разбиение окрестности поля $X_0 \in \Sigma_E^2 P_n$.

Доказательство. Вследствие (11) и (14) для векторного поля $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ функцию расхождения $\tilde{d}(u, X)$ можно записать в виде $\tilde{d}(u, X) = u d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$, где

$$d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = \varepsilon_1 + \varepsilon_1 a(\varepsilon_1, \varepsilon_2)u + \varepsilon_2 u^2 + \varepsilon_2 b(\varepsilon_1, \varepsilon_2)u^3 + r(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda), \quad (15)$$

$a(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ и $b(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ – аналитические функции,

$$r(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = q(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)u^4, \quad (16)$$

$q(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ – аналитическая функция,

$$q(0, 0, 0, 0) = g_3(X_0) < 0. \quad (17)$$

Вследствие (16) и (17) числа $\delta_1 > 0$ и $\rho_1 > 0$ можно выбрать столь малыми, что

$$r(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < u^4 g_3(X_0) / 2 < 0, \text{ если } 0 < |u| \leq \rho_1, (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1}. \quad (18)$$

$$r''_{uu}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \leq 11g_3(X_0)u^2 < 0, \text{ если } 0 < |u| \leq \rho_1, (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1}. \quad (19)$$

$$\partial^4 d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) / \partial u^4 < 0, \text{ если } u \in [-\rho_1, \rho_1], (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta, \delta)^2 \times \Lambda_\delta. \quad (20)$$

Кроме того, из (15) и (16) следует, что можно считать

$$d'_{\varepsilon_1}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \geq 1/2 > 0 \text{ для всех } u \in [-\rho_1, \rho_1], (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1}. \quad (21)$$

$$|d'_{\varepsilon_2}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)| \leq u \text{ для всех } u \in [-\rho_1, \rho_1], (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1}. \quad (22)$$

Выберем число $\rho_2 \in (0, \rho_1 / 2)$ так, чтобы при всех $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \in [-\delta_1 / 2, \delta_1 / 2]^2$

$$|a(\varepsilon_1, \varepsilon_2)| \rho_2 < 1, 3|b(\varepsilon_1, \varepsilon_2)| \rho_2 < 1, \quad (23)$$

$$|a(\varepsilon_1, \varepsilon_2)| \rho_2 + \rho_2^2 + |b(\varepsilon_1, \varepsilon_2)| \rho_2^3 < \min\{1/2, |g_3(X_0)| / 4\}. \quad (24)$$

Фиксируем ρ_2 . Обозначим $V(E)$ окрестность экватора, заданную неравенством $|r| < \rho_2$.

Так как $r(\varphi, 0, X_0) \equiv 0$, то при существуют такие числа $\rho \in (0, \rho_2)$ и $\delta \in (0, \delta_1]$, что

$$|r(\varphi, u, X)| < \rho_2, \text{ если } \varphi \in [0, 2\pi], 0 < |u| \leq \rho, (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta, \delta)^2 \times \Lambda_\delta. \quad (25)$$

Вследствие (15) и (16) функция $d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ и ее производные до третьего порядка обращаются в нуль при $u = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \lambda = 0$. По формуле Тейлора, используя (20), получаем, что $d(u, 0, 0, 0) < 0$, если $u \in [-\rho_2, -\rho] \cup [\rho, \rho_2]$. Уменьшив при необходимости δ , можно считать, что при всех $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in (-\delta, \delta)^2 \times \Lambda_\delta$

$$d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0, \text{ если } u \in [-\rho_2, -\rho] \cup [\rho, \rho_2]. \quad (26)$$

Из (15) и (16) получаем

$$d''_{uu}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = 2\varepsilon_2(1 + 3b(\varepsilon_1, \varepsilon_2)u) + r''_{uu}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda). \quad (27)$$

Из (27), (19) и (23) находим, что

$$d''_{uu}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0, \text{ если } |u| \leq \rho_2, -\delta < \varepsilon_2 < 0. \quad (28)$$

Пусть $\varepsilon_1 = 0, -\delta < \varepsilon_2 < 0$. Ввиду (15) $d(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = d'_u(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 0$. Отсюда и из (28) по формуле Тейлора получаем $d(u, 0, \varepsilon_2, \lambda) < 0$ при $0 < |u| \leq \rho_2$. Таким образом, векторное поле $X \in U_2^1$ имеет в $V(E)$ единственную замкнутую траекторию E . Поскольку $\tilde{d}'''_{uuu}(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 3d''_{uu}(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 6\varepsilon_2 < 0$, а $\tilde{d}'_u(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = \tilde{d}''_{uu}(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 0$, то E – устойчивый двойной цикл.

Для поля $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in U_3^0$ из (15) имеем

$$d(0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = \varepsilon_1 > 0. \quad (29)$$

Так как $\tilde{d}'_u(0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = d(0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$, то экватор E – неустойчивый грубый предельный цикл.

Ввиду (26) и (29) сумма кратностей нулей функции $d(\cdot, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ на каждом интервале $(-\rho, 0)$ и $(0, \rho)$ – нечетное число. Так как каждому нулю u_0 соответствуют замкнутая траектория, проходящая через точку с координатами $r = u_0, \varphi = 0$, а вследствие (25) и (26) каждая замкнутая траектория, пересекающая одну из дуг $\varphi = 0, 0 < r < \rho$ или $\varphi = 0, -\rho < r < 0$ пересекает и вторую дугу, то $d(\cdot, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ интервале $(-\rho_2, \rho_2)$ либо 1) имеет два простых нуля $u_+ \in (0, \rho)$ и $u_- \in (-\rho, 0)$, причем $d'_u(u_-, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) > 0, d'_u(u_+, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$, а $\tilde{d}'_u(u_\pm, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$, либо 2) имеет нули, сумма кратностей которых не меньше шести. Случай 2) невозможен, так как приводит к противоречию с (20). Таким образом, имеем случай 1). Тем самым, поле $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ имеет в $V(E) \setminus E$ единственную замкнутую траекторию – грубый устойчивый предельный цикл.

При $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in U_3^1$, то есть при $\varepsilon_1 = 0, 0 < \varepsilon_2 < \delta$, аналогично случаю $X \in U_2^1$ получаем, что E – неустойчивый двойной предельный цикл. Поскольку $d(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 0, d'_u(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 0, d''_{uu}(0, 0, \varepsilon_2, \lambda) = 2\varepsilon_2 > 0$, то существуют такие числа $c_+ \in (0, \rho)$ и $c_- \in (-\rho, 0)$, что $d(u, 0, \varepsilon_2, \lambda) > 0$ при $u \in [-c_-, 0) \cup (0, c_+]$. Теперь, как и в

случае $X \in U_3^0$, доказывается, что в $V(E) \setminus E$ имеется единственная замкнутая траектория – грубый устойчивый предельный цикл.

Пусть $-\delta < \varepsilon_1 < 0$, $0 < \varepsilon_2 < \delta$. Функция

$$\mu: (-\delta_1, \delta_1)^2 \times \Lambda_{\delta_1} \rightarrow \mathbf{R}, \quad \mu(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) := \max_{u \in [0, \rho]} d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda),$$

непрерывна. В силу (21) $\mu(\cdot, \varepsilon_2, \lambda)$ – возрастающая функция. При $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, $0 < \varepsilon_2 < \delta$ из (15), (18) и (24) получаем для всех $u \in [0, \rho]$

$$\begin{aligned} d(u, -\varepsilon_2, \varepsilon_2, \lambda) &= \varepsilon_2(-1 - a(-\varepsilon_2, \varepsilon_2)u + u^2 + b(-\varepsilon_2, \varepsilon_2)u^3) + r(u, -\varepsilon_2, \varepsilon_2, \lambda) < \\ &< -\varepsilon_2 / 2 + u^4 g_3(X_0) / 2 < 0 \end{aligned}$$

и потому $\mu(-\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$. При $\varepsilon_1 = 0$, $0 < \varepsilon_2 < \delta$ из (15) и (16) следует, что $\mu(0, \varepsilon_2, \lambda) > 0$. Поэтому $\mu(\cdot, \varepsilon_2, \lambda)$ имеет единственный нуль $\gamma(\varepsilon_2, \lambda) \in (-\varepsilon_2, 0)$. Точка, в которой $d(\cdot, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda)$ принимает максимальное значение на $[0, \rho]$ (равное нулю), единственная и принадлежит $(0, \rho)$. Действительно, $d(0, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) = \gamma(\varepsilon_2, \lambda) < 0$ и ввиду (26) $d(\rho, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) < 0$. Если имеется две таких точки $u_i^+ \in (0, \rho)$, $i = 1, 2$, то

$$d(u_i^+, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) = d'_u(u_i^+, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) = 0. \quad (30)$$

Тогда

$$d(u_i^-, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) = d'_u(u_i^-, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda) = 0, \quad (31)$$

где $u_i^- = -r(\pi, u_i^+, X) \in (-\rho, 0)$. Но равенства (30) и (31) противоречат неравенству (20). Таким образом, существует единственная точка, обозначим ее $m(\varepsilon_2, \lambda)$, в которой $d(\cdot, \gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda)$ принимает наибольшее значение.

Докажем, что $\gamma(\varepsilon_2, \lambda)$ – аналитическая функция от (ε_2, λ) .

Пусть $0 < \varepsilon_2^0 < \delta$, $\lambda^0 \in \Lambda_\delta$, $\varepsilon_1^0 = \gamma(\varepsilon_2^0, \lambda^0)$, $u_+^0 = m(\varepsilon_2^0, \lambda^0)$. Тогда

$$d(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = 0, \quad d'_u(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = 0. \quad (32)$$

Теперь либо

$$d''_{uu}(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) < 0, \quad (33)$$

либо

$$d''_{uu}(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = d'''_{uuu}(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = 0. \quad (34)$$

Если имеет место (34), то через точку с координатами $r = u_+^0$, $\varphi = 0$ проходит цикл кратности ≥ 3 . Он должен проходить и через точку координатами $r = u_-^0 = -r(\pi, u_+^0, X)$, $\varphi = 0$. Тогда $d'''_{uuu}(u_-^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = 0$. Отсюда и из (34) следует, что $\partial^4 d(\cdot, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) / \partial u^4$ должна иметь нуль на $(-\rho, \rho)$, что противоречит (20). Таким образом, (34) невозможно, а справедливо неравенство (33).

Ввиду (33) мы можем выбрать число $v_0 > 0$ столь малым, что

$$d''_{uu}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0 \text{ для всех } u \in (u_+^0 - v_0, u_+^0 + v_0), \quad |\varepsilon_k - \varepsilon_k^0| < v_0, \quad k = 1, 2, \quad \|\lambda - \lambda^0\| < v_0. \quad (35)$$

Из (32) – (33) по теореме о неявной функции следует, что существует такие числа $v_1 \in (0, v_0)$ и $v_2 \in (0, v_0)$, что для $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda$, удовлетворяющих условиям $|\varepsilon_k - \varepsilon_k^0| < v_1$,

$k=1,2$, $\|\lambda - \lambda^0\| < v_1$ уравнение $d'_u(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = 0$ имеет единственное решение $u = u_+(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$, принадлежащее интервалу $(u_+^0 - v_2, u_+^0 + v_2)$:

$$d'_u(u_+(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = 0, \quad (36)$$

при этом u_+ – аналитическая функция от $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda$,

$$u_+(\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = u_+^0. \quad (37)$$

Пусть M – наибольшее значение $d(u, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0)$ на $[-\rho, u_+^0 - v_2] \cup [u_+^0 + v_2, \rho]$. Тогда $M < 0 = d(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0)$. Выберем число $v \in (0, v_1)$ так, чтобы при

$$|\varepsilon_k - \varepsilon_k^0| < v, \quad k=1,2, \quad \|\lambda - \lambda^0\| < v \quad (38)$$

$$\forall u \in [-\rho, u_+^0 - v_2] \cup [u_+^0 + v_2, \rho] \quad d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < M/2,$$

$$d(u_+(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) > M/3. \quad (39)$$

Ввиду (35), (36) и (39) при $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda$, удовлетворяющих условиям (38), наибольшее значение $d(\cdot, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ на $[0, \rho]$ достигается в точке $u_+(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$, то есть $\mu(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = d(u_+(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$. Таким образом, $\mu(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ – аналитическая функция. Из (32), (36), (37) и (21) получаем $\mu(\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = 0$, $\mu'_{\varepsilon_1}(\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) = d'_{\varepsilon_1}(u_+^0, \varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \lambda^0) > 0$.

Отсюда по теореме о неявной функции следует, что существуют такое число $\sigma > 0$, что при $|\varepsilon_2 - \varepsilon_2^0| < \sigma$, $\|\lambda - \lambda^0\| < \sigma$, уравнение $\mu(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = 0$ имеет решение $\varepsilon_1 = \gamma_*(\varepsilon_2, \lambda)$, где $\gamma_*(\varepsilon_2, \lambda)$ – аналитическая функция от ε_2, λ . Так как $\varepsilon_1 = \gamma(\varepsilon_2, \lambda)$ – единственное решение этого уравнения, то при рассматриваемых значениях ε_2, λ $\gamma(\varepsilon_2, \lambda)$ совпадает с $\gamma_*(\varepsilon_2, \lambda)$, и потому γ – аналитическая функция, а $m(\varepsilon_2, \lambda) = u_+(\gamma(\varepsilon_2, \lambda), \varepsilon_2, \lambda)$.

Так как $\gamma(\varepsilon_2, \lambda) \in (-\varepsilon_2, 0)$, то $\gamma(\varepsilon_2, \lambda) \rightarrow 0$ при $\varepsilon_2 \rightarrow +0$ равномерно относительно λ .

При $-\varepsilon_2 < \varepsilon_1 < 0$, $\sqrt[4]{\varepsilon_2} \leq u \leq \rho$ из (15), (18), (23) и (24) получаем

$$\begin{aligned} d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) &< \varepsilon_2 u^2 + \varepsilon_2 |b| u^3 + r(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < u^6 + |b| u^7 + u^4 g_3(X_0)/2 = \\ &= u^4 (g_3(X_0)/2 + u^2 + |b| u^3) \leq u^4 g_3(X_0)/4 < 0. \end{aligned}$$

Поэтому $m(\varepsilon_2, \lambda) \leq \sqrt[4]{\varepsilon_2}$.

Из равенства

$$\gamma'_{\varepsilon_2}(\varepsilon_2, \lambda) = - \frac{\mu'_{\varepsilon_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)}{\mu'_{\varepsilon_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)} \Big|_{\varepsilon_1 = \gamma(\varepsilon_2, \lambda)} = - \frac{d'_{\varepsilon_2}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)}{d'_{\varepsilon_1}(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)} \Big|_{\varepsilon_1 = \gamma(\varepsilon_2, \lambda), u = m(\varepsilon_2, \lambda)},$$

используя оценки (21) и (22), получаем $|\gamma'_{\varepsilon_2}(\varepsilon_2, \lambda)| \leq 2m(\varepsilon_2, \lambda) \leq 2\sqrt[4]{\varepsilon_2}$. Следовательно, $\gamma'_{\varepsilon_2}(\varepsilon_2, \lambda) \rightarrow 0$ при $\varepsilon_2 \rightarrow +0$ равномерно относительно λ .

Пусть теперь $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in U_1^1$, то есть $\varepsilon_1 = \gamma(\varepsilon_2, \lambda)$. Тогда $m(\varepsilon_2, \lambda)$ – единственный, причем двукратный нуль функции $d(\cdot, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ на $(0, \rho_2)$, а векторное поле X имеет в $V(E) \setminus E$ единственную замкнутую траекторию – двойной цикл.

При $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \in U_1^0$, то есть при $\gamma(\varepsilon_2, \lambda) < \varepsilon_1 < 0$, существует точка $u_+ \in (0, \rho)$ для которой $d(u_+, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) = \mu(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) > 0$. Поскольку $d(0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$, $d(\rho, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$, то $d(\cdot, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$ имеет на промежутке $(0, u_+)$ нуль u_1 , в котором $d'_u(u_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \geq 0$, а на промежутке (u_+, ρ) нуль u_2 , в котором $d'_u(u_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) \leq 0$. Предположение о существовании других нулей, а также о том, что u_1 или u_2 имеют кратность большую 1, приводит к противоречию с (20). Поэтому векторное поле X имеет в $V(E) \setminus E$ ровно две замкнутых траектории – грубые неустойчивый и устойчивый предельные циклы.

Если $X = \chi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda)$, $0 < \varepsilon_2 < \delta$, $-\delta < \varepsilon_1 < \gamma(\varepsilon_2, \lambda)$, то $d(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$ для всех $u \in [0, \rho_2]$. При $-\delta < \varepsilon_2 \leq 0$, $-\delta < \varepsilon_1 < 0$ это неравенство следует из (15), (18) и (23). Следовательно, векторное поле $X \in U_2^0$ не имеет в $V(E) \setminus E$ замкнутых траекторий. Аналогично это утверждение получаем для $X \in U^2$.

При $X \in U_1^0 \cup U_2^0 \cup U_1^1$ имеем $d(0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda) < 0$ и потому E – грубый устойчивый цикл.

Теорема 2 доказана.

Список литературных источников

1. Ройтенберг В.Ш. О типичных полиномиальных векторных полях на плоскости // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2014. № 4 (147). С. 13–21.
2. Ройтенберг В.Ш. Грубость полиномиальных векторных полей в окрестности экватора сферы Пуанкаре // Вестник Костромского государственного университета. 2014. Т. 20, № 7. С. 26–30.
3. Ройтенберг В.Ш. Полиномиальные векторные поля первой степени негрубости в окрестности экватора сферы Пуанкаре // Математика и естественные науки. Теория и практика: Межвуз. сб. науч. тр. Вып.10. Ярославль: Изд. дом ЯГТУ, 2015. С. 78–91.
4. Ройтенберг В.Ш. О рождении предельных циклов полиномиальной системы из «бесконечности» // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия: Естественно-математические и технические науки. 2017. №1 (196). С. 13–18.
5. Ройтенберг В.Ш. О бифуркациях сепаратрисных контуров полиномиальных векторных полей на плоскости // Труды XIII международных Колмогоровских чтений: сб. статей. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2015. С. 106–111.
6. Андронов А.А. и др. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука. 1967. 488 с.

ON BIFURCATIONS OF AN INFINITELY REMOTE TRIPLE CYCLE OF A POLYNOMIAL VECTOR FIELD

V.Sh. Roytenberg Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor vroitenberg@mail.ru Yaroslavl`		Yaroslavl State Technical University
---	--	--------------------------------------

Abstract. Polynomial vector fields on the plane with a degree not exceeding n are considered. The set P_n of such vector fields is identified with the $(n + 1)(n + 2)$ -dimensional arithmetic space of the coefficients of the field components. Phase portraits of vector fields are considered on the Poincaré compactification of the phase plane R^2 in the form of the projective plane RP^2 . For odd n , the equator $E = RP^2 \setminus R^2$ of the projective plane can be a one-sided limit cycle of a vector field. The conditions under which the equator is a rough limit cycle or a one-sided double cycle, as well as double-cycle bifurcations, were studied in the author's previous works [2] - [4]. In the present paper we consider the case when the equator is a one-sided triple limit cycle of a vector field. It is assumed that this is an odd number greater than or equal to five. In Theorem 1 it is proved that such vector fields form an embedded analytic submanifold Σ^2 of codimension two in the space P_n . Theorem 2 describes bifurcations of the triple cycle E . We have obtained a partition of a neighborhood in P_n of a vector field belonging to the submanifold Σ^2 by the number and type of limit cycles generated from E . All possible bifurcations of the cycle E are realized in the two-parameter family of polynomial vector fields indicated in the theorem.

Keywords: polynomial vector fields on the plane, projective plane, limit cycle, infinite triple limit cycle, bifurcations.

References

1. Roitenberg V.Sh. (2014) O tipichnyh polinomial'nyh vektornyh poljah na ploskosti . [On generic polynomial vector fields on a plane]. Vestnik Adygejskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija 4: Estestvenno-matematicheskie i tehicheskie nauki. 2014, no. 4 (147), pp. 13–21.
2. Roitenberg V.Sh. (2014) Grubost' polinomial'nyh vektornyh polej v okrestnosti jekvatora sfery Puankare [Structural stability of polynomial vector fields in a neighborhood of the equator of the Poincare sphere] Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. 2014, vol. 20, no. 7, pp. 26–30.
3. Roitenberg V.Sh. (2015) Polinomial'nye vektornye polja pervoj stepeni negrubosti v okrestnosti jekvatora sfery Puankare [Polynomial vector fields of first order instability in a neighborhood of the equator of the Poincare sphere]. Matematika i estestvennye nauki. Teorija i praktika: Mezhevuz. sb. nauch. tr. Vyp.10. Jaroslavl': Izd. dom JaGTU, 2015, pp. 78-91.
4. Roitenberg V.Sh. (2017) O rozhdenii predel'nyh ciklov polinomial'noj sistemy iz «beskonechnosti» [On the generation of limit cycles of a polynomial system from the infinity]. Vestnik Adygejskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Estestvenno-matematicheskie i tehicheskie nauki. 2017, no. 1 (196), pp. 13–18.
5. Roitenberg V.Sh. (2015) O bifurkacijah separatisnyh konturov polinomial'nyh vektornyh polej na ploskosti [On bifurcations of separatrix contours of polynomial vector fields on the plane]. Trudy XIII mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij: sb. statej. Jaroslavl': Izdatel'stvo JaGPU. 2015, pp. 106-111.
6. Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Maier A.G. (1967) Teorija bifurkacij dinamicheskikh sistem na ploskosti [The theory of bifurcations of dynamical systems on a plane]. Moskva. Nauka. 1967.

УДК | **МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ**
 378 | **ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАФЕДРЫ ВУЗА**

Воробьев Александр Егорович
 д.т.н., профессор
 fogel_al@mail.ru
 г. Раменское

проректор по международным связям ФГАОУ
 ДПО «Институт повышения квалификации
 руководящих работников и специалистов
 топливно-энергетического комплекса»
 Минэнерго РФ

Мурзаева Айнагуль Кадыровна
 ainagul27.02.70@mail.ru
 Кызыл-Кыя

заведующий кафедрой «Педагогики и
 естественных наук» Баткенского
 государственного университета
 Кызыл-Кийского педагогического
 института, Республика Кыргызстан

Аннотация: Представлена методика оценки эффективности деятельности выпускающей кафедры. Показана оптимальная численность и соотношение профессорско-преподавательского состава выпускающей кафедры. Выявлены недостатки сложившегося подхода к распределению учебной нагрузки среди профессорско-преподавательского состава, наблюдаемые во многих российских технических университетах. Показаны базовые подходы к оценке эффективности деятельности выпускающей кафедры. Дан целевой функционал различных квалификаций профессорско-преподавательского состава. Представлен детальный перечень показателей оценки эффективности деятельности кафедр ВУЗов. Проанализированы показатели объема хозяйственных и бюджетных научно-исследовательских работ, выполняемых ВУЗом. Раскрыты пути организации эффективной методической работы на кафедрах и даны показатели ее оценки. Дана математическая зависимость обобщенных оценок эффективности деятельности кафедры.

Ключевые слова: деятельность кафедры, эффективность, оценка, методика

Введение. Основным звеном управления качеством обучения студентов в ВУЗе выступает вспомогательная и выпускающая кафедра [4,5]. В зависимости от численности обучающихся студентов персонал кафедры современного российского университета обычно состоит из 8–30 (и более) человек профессорско-преподавательского состава различной квалификации и специализации и 4–8 человек учебно-вспомогательного состава [12]. Кадровый состав кафедры обычно комплектуется ее заведующий, который распределяет часовую учебную нагрузку между преподавателями и выполняет текущее управление процессом обучения студентов.

Целью исследования являлся поиск решений по повышению эффективности функционирования университетских кафедр в плане существенного улучшения качества предоставляемых студентам услуг в области образования.

Методы исследования. При проведении исследований использовались в основном диалектический и структурно-функциональный методы оценки процессов образования.

Результаты исследования. В последние годы во многих российских ВУЗах лекции по специальным курсам дисциплин читают как профессора, так и преподаватели без ученого звания и научной степени (в том числе и аспиранты, зачастую неофициально заменяющие профессоров по их необходимости). Напротив, проведение же семи-

нарских и лабораторных занятий обеспечивают не преподаватели и ассистенты, а доценты и нередко -даже профессора [12].

Подобная практика в сложившейся системе обучения российских студентов приводит к [12]:

- весьма нерациональному использованию имеющегося в ВУЗах потенциала специалистов высшей научно-педагогической квалификации;
- последовательному вытеснению высококвалифицированных, но часто внештатных преподавателей низкоквалифицированными, но входящими в штат кафедр;
- снижению качества обучения студентов в целом (в том числе – получаемой ими профессиональной компетенции).

Для обеспечения повышения эффективности деятельности (качества учебной [3], методической, научной и воспитательной работы со студентами) кафедр ВУЗов необходимо обеспечить должное решение следующих актуальных задач [8]:

- научного качественно-количественного анализа основных показателей по каждому виду деятельности кафедр;
- разработки стратегии совершенствования учебной, методической, научной и воспитательной деятельности кафедры (вырабатываемой в каждом случае отдельно, по результатам осуществленной оценки эффективности их работы);
- решение задачи последующей оптимизации деятельности кафедр, с учетом имеющихся (часто ограниченных или не эффективно распределенных) ресурсов.

Эффективность деятельности кафедр ВУЗа определяется многими показателями, которые отражают, прежде всего, объективные результаты учебно-воспитательной, методической и научно-инновационной деятельности и входят в рейтинговую систему оценки, разработанную Минобрнауки РФ или отдельными российскими университетами (для обеспечения самооценки своей деятельности) [1].

В общем случае, оценка эффективности деятельности кафедры ВУЗа осуществляется по нескольким количественным подходам [7]:

- абсолютному (валовому);
- приведенному к количеству ППС и студентов;
- среднегодовому.

Кроме этого, необходимо отметить, что современной кафедре требуется совершенствование своей организационной структуры, основанной на учете функциональных характеристик профессорско-преподавательского состава (ППС), находящегося в соответствии со своей квалификацией на весьма разных уровнях кафедральной иерархии (табл. 1).

Для объективной оценки эффективности деятельности кафедр ВУЗов весьма целесообразно использовать существующую в Минобрнауки РФ систему обобщенных взвешенных показателей (табл. 2), учитывающих достижения по всем основным направлениям их работы (в динамике по годам):

1. Количественного и качественного состава научно-педагогических кадров.
2. Качества подготовки студентов (в том числе – получаемых ими профессиональных компетенций).
3. Воспитательной деятельности.
4. Научно-исследовательской работы.
5. Методической работы.
6. Развития учебно-материальной базы.

Таблица 1

Целевой функционал различных уровней квалификации ППС кафедры [12]

НАУЧНЫЙ ПРОЦЕСС			УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС	
ФУНКЦИЯ	УРОВЕНЬ КВАЛИФИКАЦИИ		УРОВЕНЬ КВАЛИФИКАЦИИ	ФУНКЦИЯ
Обеспечивает выявление закономерностей развития и системное видение объектов (процессов), обнаружение противоречий и понимание их природы, разработку концепций и методов развития систем	Доктор наук (раскрыватель закономерностей и систем) ↑	→	Профессор (толкователь закономерностей и систем)	Обеспечивает доступное системное представление изучаемого предмета, используя собственный диссертационный опыт разработки систем. Раскрывает обучаемым закономерности, понятия, законы и теории по предмету. Разъясняет условия и возможности применения методов эффективного решения практических задач. Раскрывает основы учебного курса.
Обеспечивает выявление зависимостей состояния объекта от влияющих факторов и разработку методик их использования	Кандидат наук (раскрыватель связей) ↑	→	Доцент (толкователь связей)	Обеспечивает передачу знаний и пониманий по объективным связям в предметной области и методикам их расчета. Углубляет понимание элементов системы знаний по предмету. Раскрывает элементы учебного курса.
Обеспечивает подготовку и проведение экспериментов, использование методик и получение расчетной информации	Инженер (пользователь методик) ↑	→	Ассистент (обучатель методикам)	Обеспечивает текущий контроль за усвоением знаний и пониманием лекционного курса, согласуя с ним тематику семинарских занятий. Обеспечивает обретение умений и навыков применения методик и выполнения расчетных процедур для получения информации
Обеспечивает сбор и обработку первичной информации об исследуемом объекте	Техник (сборщик)		Лаборант (подготовщик)	Обеспечивает подготовку технических условий для проведения учебного процесса

→ направление освоения функций и уровней квалификации.

Таблица 2

Расширенный перечень показателей оценки эффективности деятельности кафедр ВУЗов

Кадровый потенциал	
1.1	Количество ставок ППС
1.2	Средний возраст ППС
1.3	Д.т.н., профессор (ВАК)
1.4	К.т.н., доцент (ВАК)
1.5	Средняя заработная плата ППС, тыс руб
1.6	Средняя заработная плата УВП, тыс руб
Учебная работа	
2.1	Общее количество направлений подготовки
2.2	Прием на бюджет
2.3	Прием на контракт
2.4	Средний балл ЕГЭ при поступлении
2.5	Количество иностранных студентов
2.6	Количество магистрантов
2.7	Общий объем изданий в п.л.
2.8	Число изданных УП и учебников

Научная работа	
3.1	Количество аспирантов
3.2	Количество докторантов
3.3	Количество защищенных кандидатских диссертаций
3.4	Количество защищенных докторских диссертаций
3.5	Количество аспирантов, защитившихся в срок
3.6	Количество монографий
3.7	Количество статей
3.8	Количество патентов на изобретения
3.9	Количество патентов на полезные модели
3.10	Количество зарегистрированных программ на ЭВМ
3.11	Число публикаций студентов
3.12	Количество студентов-призеров олимпиад
3.13	Количество призеров выставок
3.14	Количество заявок (конкурсы, гранты)
3.15	Количество заявок-победителей
Финансовая деятельность	
4.1	Объем х/д и г/б работ, тыс. руб
4.2	Целевая помощь спонсоров, тыс. руб
4.3	Объем внебюджетных средств (доп. услуги), тыс. руб

Эффективность работы ППС кафедр ВУЗов необходимо оценивать по следующим показателям [6]:

Во-первых, освоение нового уровня качества обучения в ВУЗе может быть достигнуто в результате количественной адаптации кадрового состава ППС (табл. 3) к следующей иерархии их квалификации: профессор – 1 ед., доцент – 1-2 ед.; старший преподаватель – 2-3 ед.; ассистент (преподаватель) – 3-4 ед.

Таблица 3

Соотношение профессорско-преподавательского состава на кафедрах [12]

ИЕРАРХИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	ФОРМА ОБУЧЕ- НИЯ	УРОВЕНЬ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ (ФУНКЦИЯ)	ОРГСТРУКТУРА
Закон Теория Система Методы	Ключевые лекции	Профессор Доктор наук	<pre> graph TD P[ПРОФЕССОР] <--> D1[ДОЦЕНТ1] P <--> D2[ДОЦЕНТ2] D1 <--> D2 D1 --> A1[АССИСТЕНТ1] D2 --> A2[АССИСТЕНТ2] D2 --> A3[АССИСТЕНТ3] </pre>
Связи Элементы Методики	Раскрываю- щие лекции	Доцент Кандидат наук	
Детали Расчеты Опыты	Семинары Самообра- зование	Ассистент Аспирант	

На каждой кафедре ВУЗа необходимо постоянно стремиться к увеличению числа преподавателей, обладающих ученой степенью (желательно – докторской). В этой свя-

зи целесообразно всесторонне поддерживать и стимулировать стремление преподавателей кафедры к своему профессиональному саморазвитию, т.е. к повышению своей квалификации [2,9].

Также должно наблюдаться определенное уменьшение среднего возраста профессорско-преподавательского состава кафедры [9]. Это объясняется тем, что молодые преподаватели гораздо активней применяют современные методики осуществления образовательного процесса, а также они более мобильны и креативны.

Такое количественное соотношение в кадровом составе ППС (оптимального сочетания их разных уровней квалификации и возрастов) выпускающих кафедр ВУЗов позволит получить следующие необходимые эффекты [12]:

- функциональной специализации, гармонизации и повышения качества процесса обучения студентов (в том числе – получении ими необходимых компетенций);
- повышения уровня организации деятельности ППС кафедры;
- упорядочения выполняемой преподавателями кафедры учебной нагрузки (в соответствии с уровнем их квалификации);
- выстраивания межкафедрального горизонтального и вертикального взаимодействия для совместной плодотворной работы (отношений комплементарности, т.е. взаимодополняемости) и повышения профессиональной компетенции каждого ППС кафедры.

При этом оценка научно-исследовательской деятельности (рис. 2) выпускающих кафедр включает в себя не только показатели объема хозяйственных и бюджетных НИР, а также количества аспирантов, их защит в диссертационных советах и пр., но и числа и качества научных публикаций, участия в выставках, конкурсах и т.д. [7].

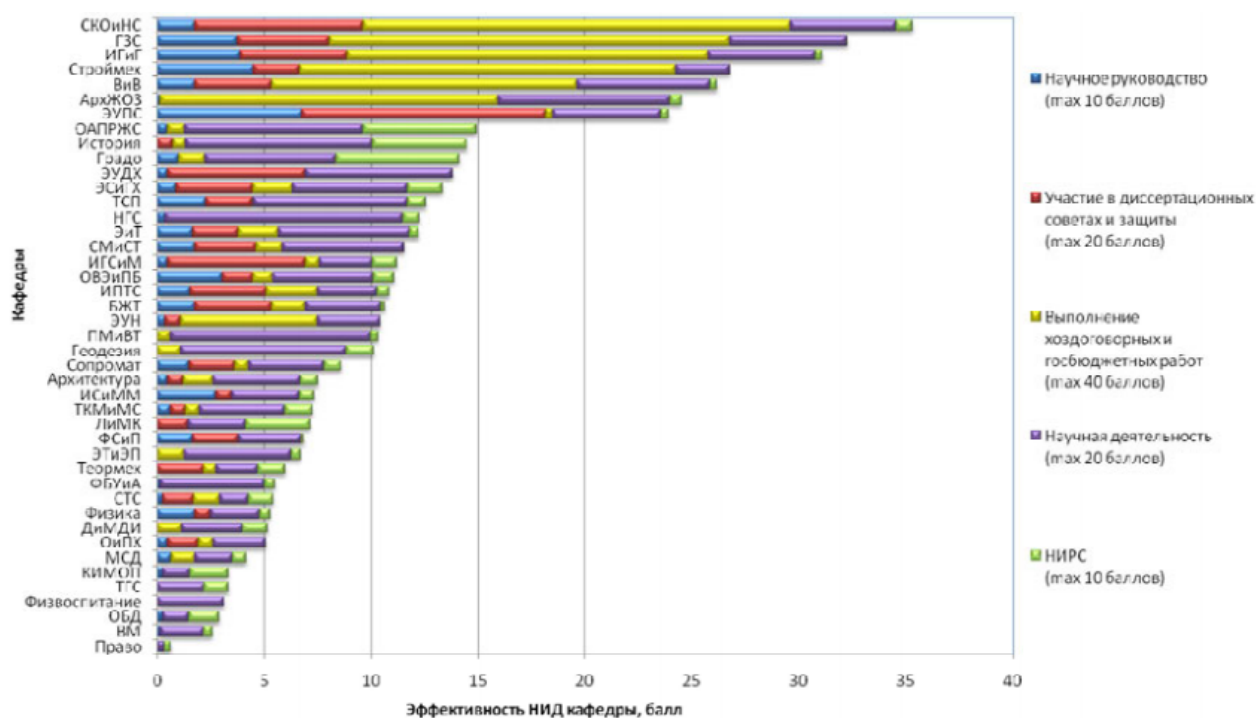


Рис. 2. Оценка научно-исследовательской деятельности кафедр ВолГАСУ [7]

Поэтому необходимо также обеспечить значительный рост количества публикаций в базах Scopus и Web of Science, а также увеличение значения индекса Хирша [9].

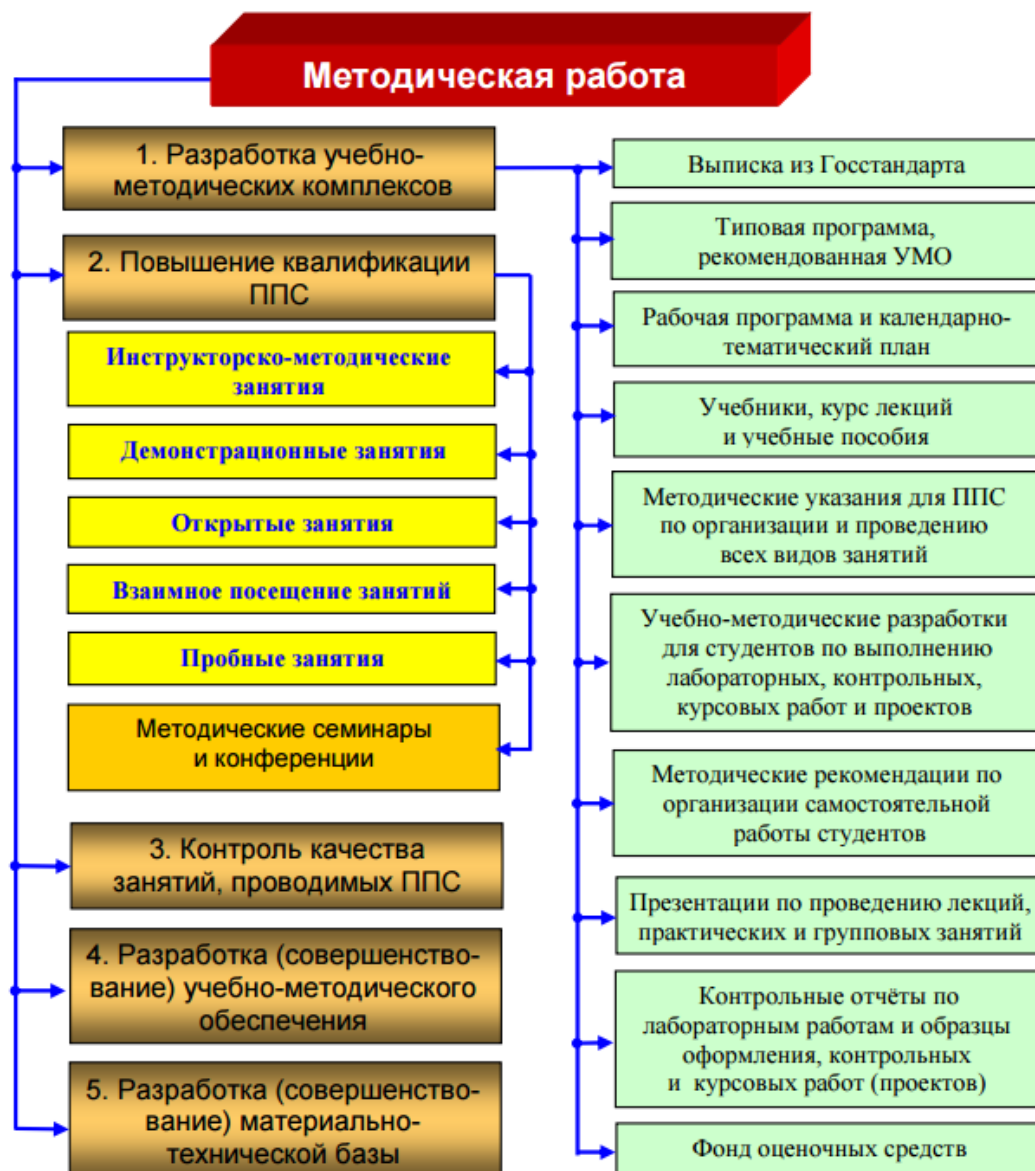


Рис. 3. Структура организационно-функциональных мероприятий методической работы на кафедре и содержание УМК [13]

В отношении организации эффективной методической работы ППС на кафедре основными задачами являются [13]:

- поиск путей повышения эффективности учебного процесса на основе комплексного использования наиболее передовых научных рекомендаций имеющихся в отрасли, а также инновационных методов, организационных форм и способов обучения студентов;

- обеспечение логического и дидактического единства учебного процесса обучения студентов на кафедре, оптимизации содержания учебных дисциплин (с обоснованным соотношением теоретического курса, лабораторных, практических и семинарских занятий), устранения дублирования учебного материала, обеспечение преемственности, непрерывности и отраслевой направленности подготовки студентов по всем фундаментальным и прикладным дисциплинам;

- обеспечение студентов необходимой учебно-методической литературой, а также оснащение учебного процесса современными техническими средствами;
- повышение эффективности методической работы преподавателей кафедры, направленной на совершенствование учебно-воспитательного процесса;
- совершенствование системы подготовки, переподготовки и повышения квалификации профессорско-преподавательского состава (ППС).

Методическая работа, осуществляемая кафедрой (рис. 3), оценивается по следующим показателям [13]:

- общим количеством проведённых методических занятий;
- качеством занятий, проводимых кафедральными ППС;
- качественным содержанием учебно-методического комплекса (УМК) по дисциплинам, обеспечиваемых кафедрами;
- количеством опубликованных учебно-методических трудов в учебном году.

Весьма важная роль в методической работе ППС кафедр ВУЗов отводится написанию и опубликованию необходимых учебных изданий (рис. 4).

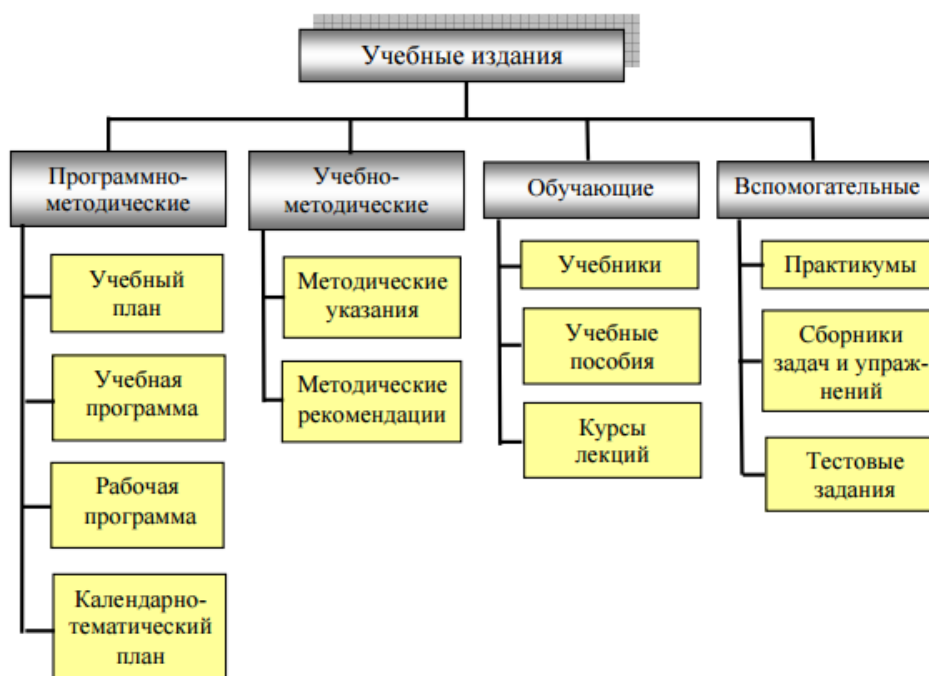


Рис. 4. Типизация учебных изданий [13]

Кроме этого необходимо учитывать существующую динамику роста количества (рис. 5, 6) и качества предоставляемых студентам образовательных программ.

В 2016/17 гг. не было закрыто ни одной ООП, модернизировано - 7, а открыто новых - 14.

В 2015/16 гг. было закрыто 7 ООП, модернизировано - 11, а открыто новых - 10.

В 2014/15 гг. было закрыто 5 ООП, модернизировано - 3, а открыто новых - 15.

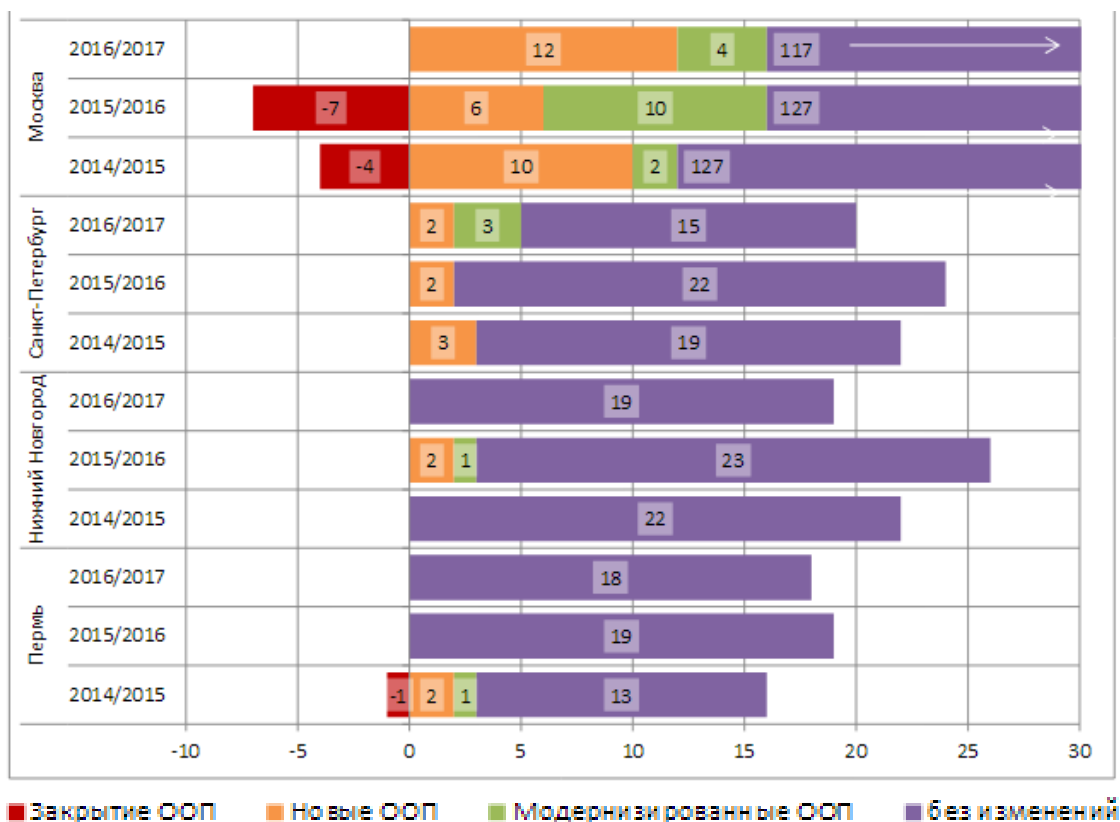


Рис. 5. Существующая динамика обновления основных образовательных программ (новые, модернизированные и закрытые) НИУ ВШЭ [9]:

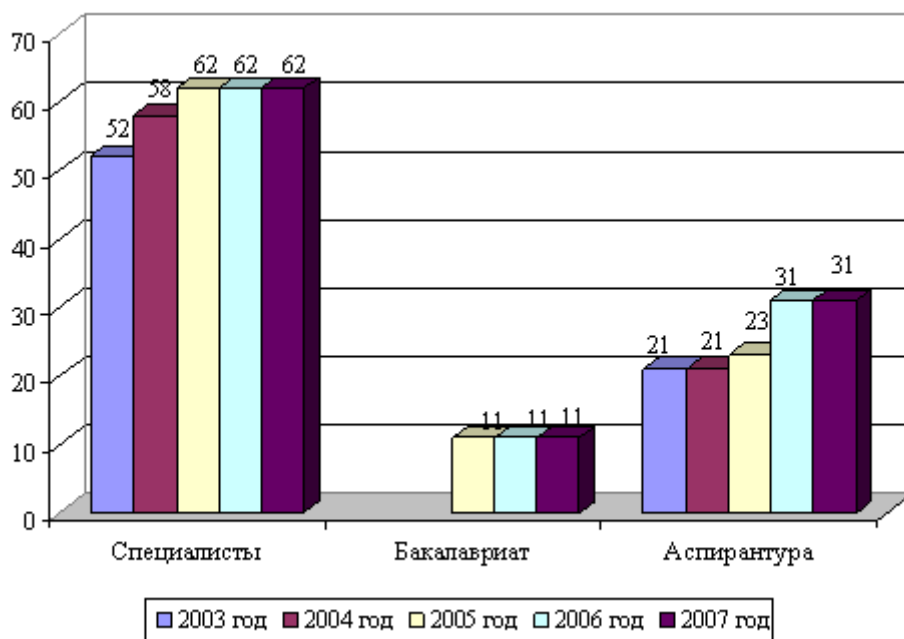


Рис. 6. Динамика изменения числа программ подготовки студентов в ТГУ [10]

При этом образовательные программы должны отвечать существующим современным российским стандартам, разрабатываться в соответствии с требованиями потенциальных работодателей и стратегических партнеров кафедры [9].

Качество подготовки студентов оценивается, в том числе по их участию по участию в профильных олимпиадах и различных конкурсах, а также научно-практических конференциях и форумах.

Переход на прикладной характер выпускных квалификационных и диссертационных работ осуществляется по заявкам предприятий, и направлены на поиск эффективных решений по техническим и экономическим вопросам [9].

Не менее важен средний балл поступающих абитуриентов по ЕГЭ (более 60). Для привлечения на кафедру более трудолюбивых и мотивированных абитуриентов необходимо вести круглогодичную работу со школами, где желательно создавать профильные классы [9]. Старшеклассники должны иметь четкое представление о кафедре, направлениях подготовки, получаемой специальности, необходимых для поступления экзаменах.

В конечном итоге, для каждой i -й кафедры (в группе общенаучных, общетехнических или выпускающих кафедр) необходимо рассчитать суммарные, выраженные в баллах, обобщенные оценки объема выполненных по исследуемому направлению работ X_i и их результативности Y_i . Тогда эффективность работы i -й кафедры в группе определится как [11]:

$$\mathcal{E}_i = Y_i/X_i,$$

а относительная эффективность как:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_i/\mathcal{E}$$

где: $\mathcal{E}$ – среднее значение эффективности работы кафедры в группе.

Список литературных источников

1. Апишева А.Ш. Эффективность деятельности кафедры технического университета: психолого-педагогический аспект // Психологическое сопровождение образования: теория и практика: Сборник статей по материалам V Международной научно-практической конференции. Йошкар-Ола. АНО ВПО "Межрегиональный открытый социальный институт". 2015. С. 33-38.
2. Воробьев А.Е., Айкина Н.В. Подготовка рабочих кадров на основе формирования прикладных квалификаций в топливно-энергетическом комплексе // Теория и практика современной науки № 9 (27). 2017.
3. Воробьев А.Е. Механизм самоорганизации совершенствования образовательной деятельности в РГГРУ-МГРИ // Вестник АИНГ N 3 (Казахстан). 2015. С. 82-92.
4. Воробьев А.Е., Ваккер О.В., Забусов В.В., Гулан Е.А. Высшее профессиональное образование в XXI веке // Под ред. член-корр. РАН Опарина В.Н. Норильск. НИИ. 2010. 289 с.
5. Воробьев А.Е., Муров В.М., Алиев С.Б., Ваккер О.В. Тенденции инновационного развития высшего образования в XXI веке. Калининград. Издательство ФГОУ ВПО «КГТУ». 2010. 335 с.
6. Грахов В.П., Мохначев С.А., Кислякова Ю.Г., Анисимова Н.В. О новой роли заведующего кафедрой в реализации программы стратегического развития вуза // Современные проблемы науки и образования № 5. 2014.
7. Жиделёв А.В., Воробьев В.И. Система оценки эффективности научно-исследовательской деятельности кафедр ВолГГАСУ // Научный потенциал молодых ученых для инновационного развития строительного комплекса Нижнего Поволжья: Материалы Международной научно-практической конференции. Волгоград. 2011. С. 243-258.

8. Зубков А.Ф., Есаулова И.В., Хорошева Э.А. Математическая модель оценки эффективности работы производственной системы - кафедры университета // XXI век: Итоги прошлого и проблемы настоящего N 2. 2014. С. 162-167.
9. Отчет об образовательной деятельности НИУ ВШЭ по программам бакалавриата и магистратуры 2016 год // <https://www.hse.ru/data/2017/07/18/1173798699.pdf>.
10. Отчет о результатах самообследования ТГУ // <http://pandia.ru/text/77/161/15883-2.php>.
11. Попов Ю.В., Садовников В.И., Подлеснов В.Н., Андросюк Е.Р., Кучеров В.Г. Анализ эффективности отдельных видов работы кафедр и факультетов с использованием рейтинговых оценок // Актуальные вопросы профессионального образования N 8. 2006. С. 57-58.
12. Прокопенко С.А. Повышение эффективности функционирования кафедры университета // Успехи современного естествознания N 1-3. 2015. С. 511-516.
13. Трубилин А.И., Григораш О.В., Тельнов Г.В. Оценка эффективности деятельности кафедры и факультета // Краснодар: КубГАУ, 2008, 98 с.

TECHNIQUE OF THE ASSESSMENT OF EFFICIENCY OF ACTIVITY OF CHAIR

Alexander Egorovich Vorobiov
Dr. Sci. (Engineering), professor
fogel_al@mail.ru
Ramenskoye

Institute of professional development of
executives and specialists of fuel
and energy complex

Ainagul Kadyrovna Murzaeva
ainagul27.02.70@mail.ru
Kyzyl-Kiya

Kadyrovna Batken state university
Kyzyl-Kiya pedagogical institute,
Kyrgyzstan

Abstract. The technique of an assessment of efficiency of activity of the letting-out chair is presented. The optimum number and a ratio of the faculty of the letting-out chair is shown. The shortcomings of the developed approach to distribution of an academic load among the faculty observed at many Russian technical universities are revealed. Basic approaches to an assessment of efficiency of activity of the letting-out chair are shown. The target functionality of various qualifications of the faculty is given. The detailed list of indicators of an assessment of efficiency of activity of chairs of higher education institutions is submitted. Volume indicators the research works performed by higher education institution are analysed. Ways of the organization of effective methodical work on chairs are opened and indicators its estimates are given. Mathematical dependence of the generalized estimates of efficiency of activity of chair is given.

Keywords: activity of chair, efficiency, assessment, technique

References

1. Apisheva A.Sh. (2015) E`ffektivnost` deiatel`nosti kafedry` tekhnicheskogo universiteta: psihologo-pedagogicheskii` aspekt [The effectiveness of the Department's Technical University: psycho-pedagogical aspect] Psychological support education: theory

- and practice: a collection of articles on materials of the V international scientific-practical Conference. Yoshkar-ola. ANO VPO "interregional outdoor social institution", pp. 33-38.
2. Vorob`ev A.E., Ai`kina N.V. (2017) Podgotovka rabochikh kadrov na osnove formirovaniia prikladny`kh kvalifikatsii` v toplivno-e`nergeticheskom komplekse [Skills development through the establishment of applied qualifications in the fuel-energy complex] Theory and practice of modern science. №9 (27).
 3. Vorob`ev A.E. (2015) Mehanizm samoorganizatsii sovershenstvovaniia obrazovatel`noi` deiatel`nosti v RGGRU-MGRI [Self-organization mechanism of improving educational activities in RGGRU-MGRI] Bulletin AIOG N 3 (Kazakhstan), pp. 82-92.
 4. Vorob`ev A.E., Vakker O.V., Zabusov V.V., Gulan E.A. (2010) Vy`sshee professional`noe obrazovanie v XXI veke [Higher vocational education in the 21st century] Ed. corresponding member. RAS Oparin V.N. Norilsk. NII, pp. 289.
 5. Vorob`ev A.E., Mooreov V.M., Aliev S.B., Vakker O.V. (2010) Tendentsii innovatsionnogo razvitiia vy`sshego obrazovaniia v XXI veke. [Trends of innovation development of higher education in the twenty-first century.] Kaliningrad. Publisher FGCU Hpe «KSTU». 335 p.
 6. Grahov V.P., Mokhnachev S.A., Kisliakova Iu.G., Anisimova N.V. (2014) O novoi` roli zaveduiushchego kafedroi` v realizatsii programmy` strategicheskogo razvitiia vuza [On the new role of head of the Department in the implementation of the program of strategic development of the University] Modern problems of science and education. №5.
 7. Zhidelyov A.V., Vorob`yov V.I. (2011) Sistema ocenki e`ffektivnosti nauchno-issledovatel`skoi` deiatel`nosti kafedr VolGGASU [System effectiveness evaluation research departments formerly Stalingrad] Scientific potential of young scientists for innovative development of the building complex of the lower Volga region: the materials of the international scientifically-practical Conference. №5, pp. 243-258.
 8. Zubkov A.F., Esaulova I.V., Horosheva E`.A.(2014) Matematicheskaiia model` ocenki e`ffektivnosti raboty` proizvodstvennoi` sistemy` - kafedry` universiteta [Mathematical model for evaluating the performance of the production system-University departments] The twenty-first century: results of past and present problems. №2, pp. 162-167.
 9. Report on the educational activities of HSE programs undergraduate and graduate year 2016 [Electronic resource] [Surveys-response procedures in learning mathematics]. URL: <https://www.hse.ru/data/2017/07/18/1173798699.pdf>. (Accessed: 12.12.2017)
 10. Otchet o rezul`tatakh samoobsledovaniia TGU [Electronic resource] [Report on the results of self-TSU]. URL: <http://pandia.ru/text/77/161/15883-2.php>. (Accessed: 12.12.2017)
 11. Popov Iu.V., Sadovnikov V.I., Podlesnov V.N., Androsiuk E.R., Kucherov V.G. (2006) Analiz e`ffektivnosti otдел`ny`kh vidov raboty` kafedr i fakul`tetov s ispol`zovaniem rei`tingovy`kh ocenok [Analysis of the effectiveness of certain types of work of departments and faculties using ratings] Topical issues of vocational education. №8, pp. 57-58.
 12. Prokopenko S.A. (2015) Povy`shenie e`ffektivnosti funktsionirovaniia kafedry` universiteta [Improving the efficiency of University departments] The successes of modern natural science. №1-3, pp. 511-516.
 13. Trubilin A.I., Grigorash O.V., Tel`nov G.V. (2008) Ocenka e`ffektivnosti deiatel`nosti kafedry` i fakul`teta [Evaluation of the effectiveness of the activities of the Department and faculty] Krasnodar: KubGAU, 2008. 98 p.

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

УДК
378.147 | **ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ СТОХАСТИКЕ
В СЕЛЬСКИХ МАЛОКОМПЛЕКТНЫХ ШКОЛАХ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЕБИНАРОВ¹**

Щербатых Сергей Викторович

д.п.н., доцент
shcherserg@mail.ru
г. Елец

проректор по учебной работе,
профессор кафедры математики и методики её
преподавания Елецкого государственного
университета им. И.А. Бунина

Лыкова Ксения Геннадьевна

main@elsu.ru
г. Елец

специалист управления образовательной
политики Елецкого государственного
университета им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье рассмотрены проблемы функционирования сельских малокомплектных школ. С учетом ограниченности представленного в школьной программе старших классов профильного уровня содержания элементов стохастики выявлены особенности применения дистанционных технологий в сельских школах, дополняющих традиционные методы обучения путем расширения, обобщения и универсальности стохастических знаний обучающихся (в частности, вебинаров). С учетом прослеживающейся в образовании тенденции особое внимание обращено не столько на результат обучения, сколько на сам учебный процесс, ведь от того, насколько успешным и запоминающимся он будет, напрямую зависит результат всего обучения. Ввиду этого целесообразно спроектировать и реализовать единую многофункциональную систему, представляющую собой уникальную образовательную среду, которая будет включать всевозможные средства дистанционных технологий. Такая образовательная среда должна характеризоваться не только особенностями составляющих её информационных технологий: интерактивных модулей, компьютерных моделей, информационных ресурсов и прочего, но и качественно изменённой инновационной структурой, определяющей интеграцию технических и естественно-научных знаний и способствующей развитию первоначального интеллектуального потенциала школьника в последующей постановке его как конкурентоспособной

¹ Исследование выполнено в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 27.9479.2017/НМ «Разработка научно-методологического обоснования и методических рекомендаций по вопросам организации деятельности сельской школы в современных условиях, включая вопросы нормативного правового обеспечения деятельности, специфики работы, в том числе связанной с укрупнением образовательных организаций путем создания филиальной сети, а также методики и технологий обучения (с учетом региональной специфики)»).

личности, востребованной в обществе. Применение разнообразнейших возможностей программы организации вебинаров, как инструментальной основы при обучении стохастике в сельских школах, позволит достичь эффективности учебного процесса путем стимулирования сознательной познавательной деятельности обучающихся, в результате интеграции доступности, запоминаемости и интерактивности, присущей технологии вебинаров. Работа с программой Blackboard Collaborate представляет мгновенный доступ к учебному контенту, экономит время, позволяет выполнять манипуляции с различными визуальными средствами обучения.

Ключевые слова: сельская школа, малокомплектная школа, дистанционные технологии, вебинар.

В определенных отношениях образование суверенно от времени, неизменными остаются задачи обучения. Сегодня, как и много веков назад, основная цель учителя – донести до своих учеников знания, привести их к осознанию и пониманию многих законов природы, помочь стать самостоятельной личностью. Однако методы и формы обучения в настоящее время претерпевают кардинальные изменения. Особенно остро эта проблема касается сельских школ, на функционирование которых колоссальное воздействие оказывает ежегодно увеличивающийся уровень развития образовательных методик, включающих применение информационных технологий. Подобные изменения приводят к пересмотру положительной роли сельских школ в целом и непосредственно отображают важность и актуальность решения сложившихся проблем.

За счет малой наполняемости классов (или вообще их отсутствия) сельские школы считаются крайне нерентабельными, соответственно и функционирование их под угрозой закрытия. Несмотря на это на них возложены крайне важные социально-экономические, образовательно-культурные функции, причем именно сельские школы выступают в качестве главного резерва пополнения сельскохозяйственных производств работниками.

На процесс обучения влияет не только бурное развитие технологий, но и такие факторы, как: акцентирование внимания на результативности образовательного процесса и прозрачности учебного заведения; соблюдение принципа гуманистичности в обучении; организация непрерывного обучения, особенно для лиц с ограниченными возможностями; глобализация, характеризующаяся подготовкой конкурентоспособных выпускников; экономическая заинтересованность в сокращении расходов и увеличении прибыли образовательных учреждений.

В то же время современное подрастающее поколение уже не может представить повседневную жизнь без использования различных гаджетов, смартфонов, планшетов и прочего, соответственно и урок, не включающий поддержку интерактивными программами, ресурсами и прочим, будет представляться обучающимся скучным и неинтересным. Поэтому реализация обучения в сельских малокомплектных школах с использованием средств информационных или дистанционных технологий представлена как одно из приоритетных направлений развития системы образования.

Важно отметить тот факт, что в малокомплектных школах все трудности, присущие сельскому образованию, весьма обостряются. Так, для сельских малокомплектных школ характерно: отсутствие параллельных классов; небольшая численность учительского состава; территориальная обособленность школьных районов; безвариативность образовательного пространства; невысокий уровень информационной насыщенности; низкий культурный и образовательный уровень развития школьников. В связи с этим включение различных средств информационных и дистанционных технологий в учеб-

ный процесс позволит сделать обучение более занимательным и практичным (например, используя интерактивные модели, обучающимся можно наглядно продемонстрировать движения броуновских частиц из теории случайных процессов (рис. 1; рис. 2)) [3].

Частицы



Наведите указатель мыши, чтобы сделать частицы. Построенный с Д3. Я написал небольшой новой версии, которая создает частицы непрерывно через Д3 Таймер, а не при наведении курсора мыши. Так, это проверить.

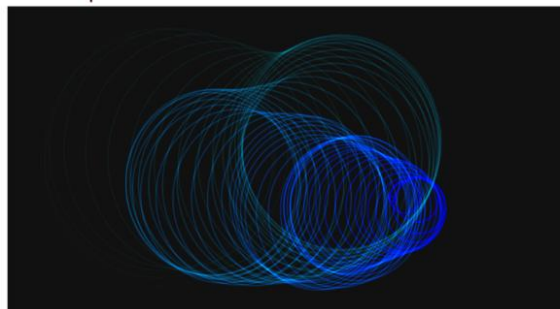
Открыть ↗

index.html

```
<!DOCTYPE html>
<meta charset="utf-8">
<style>
```

Рисунок 1

Частицы



Сетка обновленная версия SVG частиц! используя холст и плавной интерполяции к мыши местоположения.

Открыть ↗

index.html

```
<!DOCTYPE html>
<meta charset="utf-8">
<style>
```

Рисунок 2

Применение дистанционных технологий в сельских малокомплектных школах может служить одним из возможных решений проблемы нехватки кадров, изолированности и невозможности обмена педагогическим опытом между учителями. А с учетом того, что многим педагогам приходится вести учебные занятия не по своему профилю, то использование, например, вебинаров будет крайне полезным. В рамках профильного обучения доступ, предоставляемый средствами дистанционных и информационных технологий к всевозможным информационно-методическим программам различных учебных учреждений, сетям, базам данных и прочему, позволит уменьшить разрыв знаний школьников обычных и сельских школ.

Следует отметить, что затраты, возникающие в ходе установки современного оборудования, обязательно окупятся, но уже в виде полноценных знаний старшеклассников, желающих продолжить свое дальнейшее обучение в высшем учебном заведении.

Итак, очерченные тенденции обосновывают целесообразность изменения самой структуры образования путем интеграции электронного обучения в традиционное, ориентируя его на самостоятельную сознательную активность учеников. Уже давно считается не в новинку проведение учебных занятий в виртуальных аудиториях или в форме вебинаров (частного типа веб-конференций, воссоздающих «живое» общение при удаленном нахождении участников образовательного процесса). Вебинары представляют собой технологию организации онлайн-презентаций или собраний в режиме реального времени по заранее установленным веб-приложениям. Они характеризуются двусторонним каналом связи, при котором педагог читает лекцию, а слушатели могут задавать вопросы, отвечать и спрашивать в чате. Такое обучение соответствует ряду академических, технических и финансовых требований к образованию. В то же время обучение, осуществляемое в подобной форме, является весьма занимательным, индивидуальным и содержательным, так как проводить его могут опытные педагоги, известные ученые, деятели науки, зарубежные специалисты и т.д..

В качестве основного средства организации вебинаров при обучении стохастике школьников сельских малокомплектных школ рассмотрим приложение Blackboard Collaborate (рис. 3), предоставляющее возможность учителю во время видеоконференций

использовать многофункциональную объектно-ориентированную виртуальную доску с динамическим контентом. Виртуальная доска – это главное окно Blackboard Collaborate.

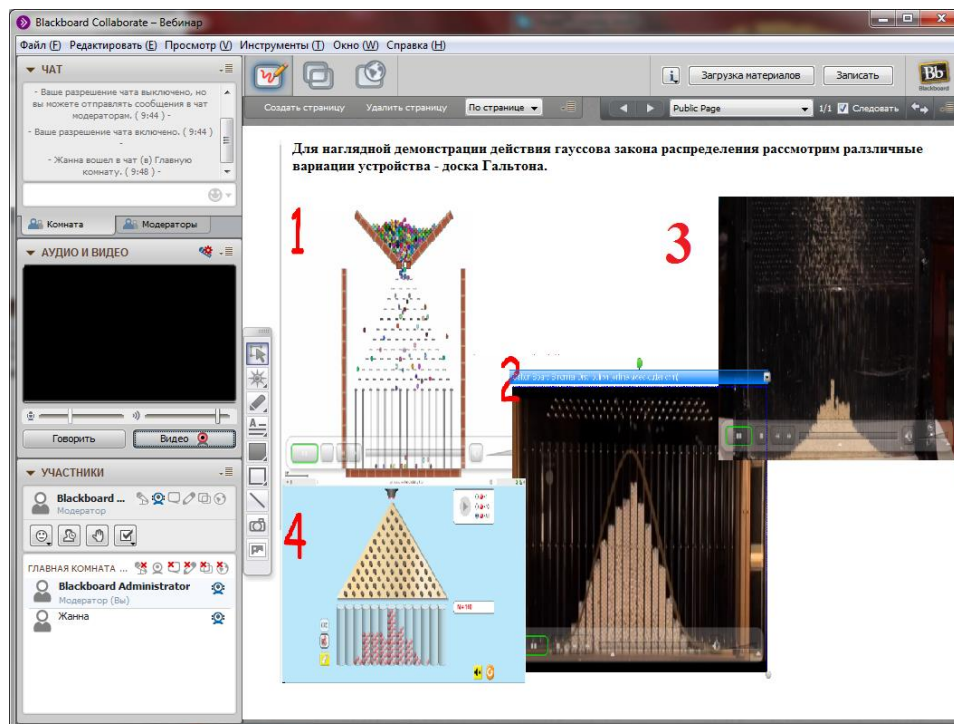


Рисунок 3

С её помощью можно демонстрировать презентации или же использовать в качестве рабочей области, а именно: рисовать, строить графики, писать и прочее.

Основными возможностями Blackboard Collaborate являются:

- подключение к содержимому рабочего стола. Модераторы могут предоставлять доступ учителю к рабочим столам своих учеников и отображать, какие у них открыты приложения во время видео-лекции.
- в режиме реального времени передача слушателям аудио и видео файлов;
- применение интерактивных инструментов (опросов, исследований и т. д.);
- осуществление контроля относительно подключенных слушателей, т.е. педагог, проводящий вебинар, информирован о том, сколько человек подключено к занятию, сколько отсутствует, кто из них задает вопросы, отправляя мгновенные сообщения в чат.
- проведение «виртуального тура», а именно совместного просмотра веб-страниц с подключенными учениками.
- голосовое сопровождение учебного курса. Учитель может оставить для каждого из учеников индивидуальные инструкции, оценки по выполненным заданиям; общие указания и комментарии для всех пользователей онлайн-курсов в LMS.

Итак, Blackboard Collaborate представляет собой уникальное решение объединения онлайн учеников и преподавателей, позволяющее воссоздать ощущение присутствия всех участников учебного процесса, а сочетание синхронной и асинхронной учебных сред в удобной и несложной для использования оболочке, выделяет данное программное средство среди прочих платформ организации вебинаров. Возможность же добавления комментариев, вопросов учениками в голосовом форуме позволяет сделать процесс обучения более интерактивным и «оживленным».

Опыт применения приложения Blackboard Collaborate довольно обширен. Во многих учебных заведениях преподавание отдельных дисциплин осуществляется именно путем организации видео-лекций на данной платформе, пример, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» (рис. 4, рис. 5) [1, с. 378, 383].

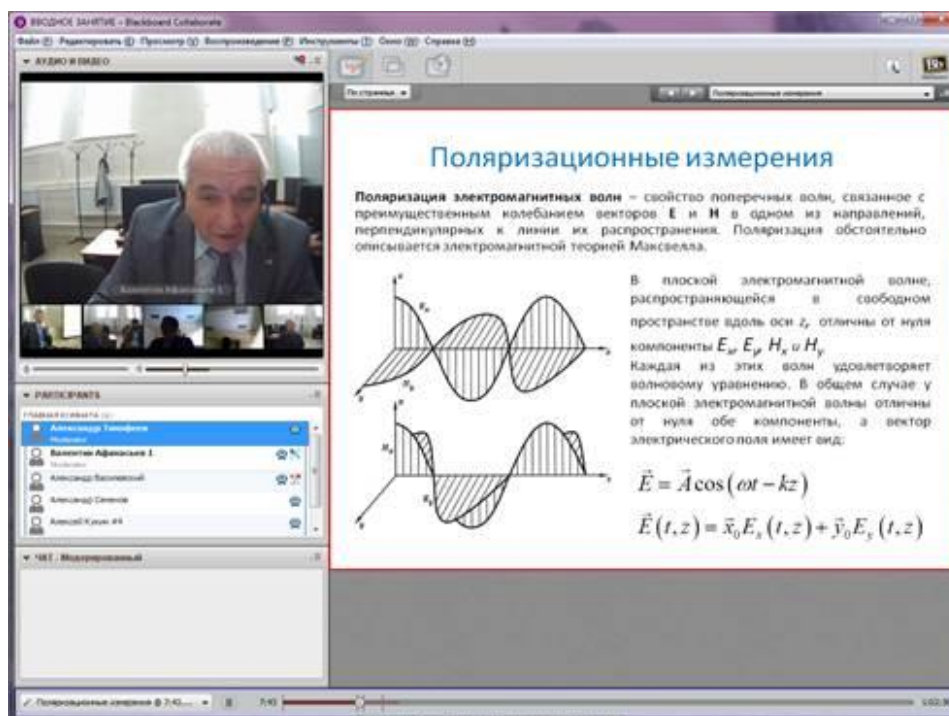


Рисунок 4

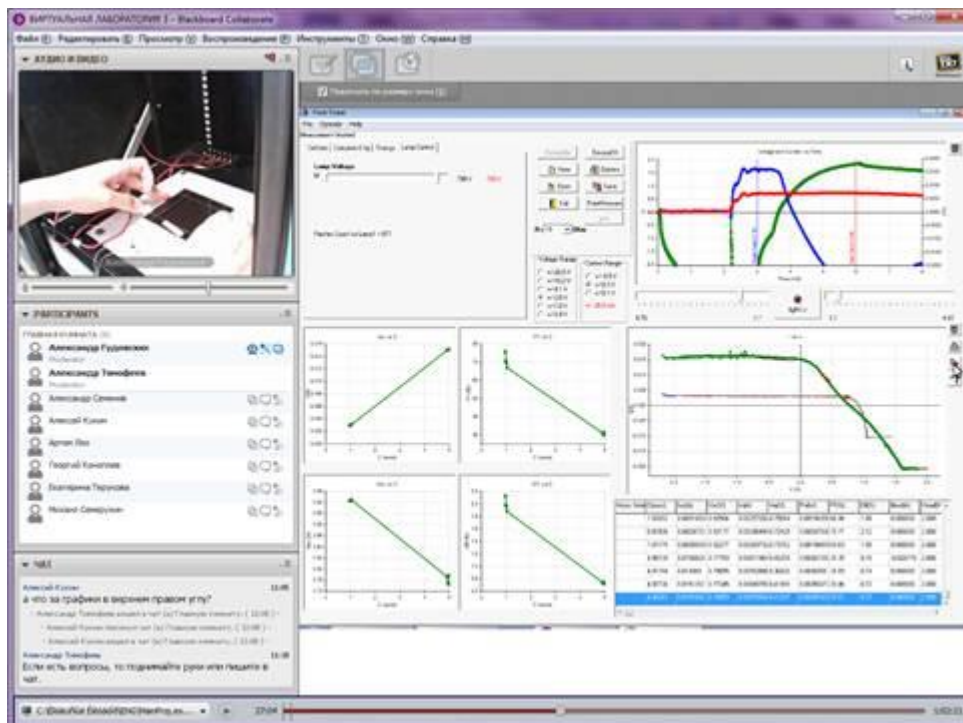


Рисунок 5

Лекции, организованные в подобной форме за счет поддержки интерактивных сервисов, позволяют увеличить практическую направленность процесса обучения, быть неотъемлемым, доступным и эффективным элементом всего учебно-методического комплекса; обеспечить обобщение и представление различных видов информации: символьной, графической, звуковой и т.д., в виде хорошо упорядоченной и структурированной системы знаний с последующей демонстрацией её динамики.

В результате, программа Blackboard Collaborate – это специально–созданная образовательная программа, организаторы которой реализовали в ней накопленный ими многолетний опыт работы с учебными заведениями и постарались осуществить учет основных требований преподавателей, проводящих вебинары, путем конструирования простого и удобного интерфейса по работе с программой.

Таким образом, вопреки имеющимся трудностям функционирования сельских малокомплектных школ, применение дистанционных технологий позволит обеспечить:

- возможность осуществления разнообразных подходов к обучению, в том числе индивидуального, зависящего от способностей и склонностей обучающегося, путем живого общения в виртуальном мире;
- выполнение идей личностно-ориентированного подхода осуществлением учебного взаимодействия при удаленном местонахождении;
- практическую направленность учебного процесса. Blackboard Collaborate делает возможность демонстрацию таких случайных процессов и явления, которые порой воспроизвести в классе или в учебных лабораториях крайне затруднительно. К тому же возможность осуществления в Blackboard

Collaborate (а именно в рабочей области) интеграции различных интерактивных моделей, модулей позволит обучающимся развивать требуемые практические навыки. Например, используя интерактивную таблицу, способную не только рассчитать значения параметров нормального распределения, вероятности, но и осуществить их оценку (рис. 6, рис. 7);

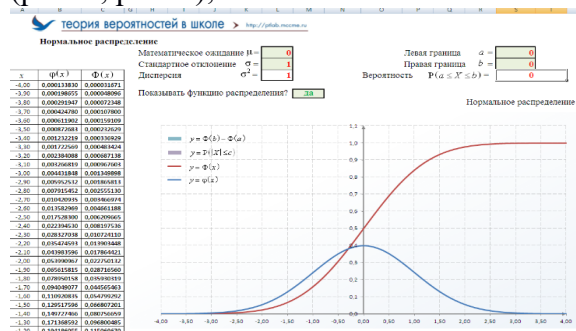


Рисунок 6

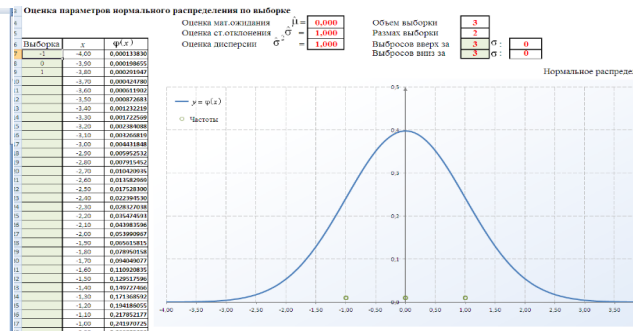


Рисунок 4

- доступность обучения без каких-либо ограничений

Следует отметить, что использование дистанционных образовательных технологий в учебном процессе позволит сэкономить ресурс рабочего времени учебного коллектива, снизить затраты на образовательные услуги, а обучающиеся же могут смогут находиться как в специально-оборудованных кабинетах, так и непосредственно дома вблизи компьютера.

Следовательно, выполнение представленных особенностей дистанционных технологий будет способствовать организации процесса обучения на более высоком уровне, а выпускники сельских школ не будет уступать знаниями выпускникам обычных школ. Стало быть, для функционирования сельской малокомплектной школы учителю придется овладеть новой для него информационной компетентностью, а у

учеников сформировать потребность самостоятельного поиска и получения учебных знаний, позволяющих активизировать самостоятельную сознательную деятельность школьников.

Подводя итог всего выше сказанного, можно заключить, что организация обучения в сельских малокомплектных школах средствами дистанционных технологий – это весьма многоплановая и непростая проблема, решение которой предполагает наличие хорошо продуманного научно-методического обеспечения, выполненного на должном уровне для правильного поддержания всей системы обучения средствами дистанционных технологий. С учетом этого на сельскую школу возлагается одна из важнейших задач по воспитанию работников нового типа с повышенной ролью человеческого фактора в системе информационного общества.

Список использованной литературы

1. Афанасьев В.П., Коноплев Г.А., Тимофеев А.В. Применение электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при повышении квалификации и переподготовке инженерных кадров // Образовательные технологии и общество. 2013. № 4. С. 372-386.
2. Щербакова Е.В. Сельская малокомплектная школа: современное состояние, проблемы и перспективы развития // Теория и практика образования в современном мире: материалы II Международная научная конференция (г. Санкт-Петербург, ноябрь 2012 г.). СПб.: Реноме, 2012. С. 107-109.
3. Модель движения частиц. Режим доступа. URL.: <https://bl.ocks.org/mbostock/1062544>.
4. Официальный сайт программы Blackboard Collaborate. Режим доступа. URL.: <http://www.blackboard.com/online-collaborative-learning/blackboard-collaborate.aspx>

THE ORGANIZATION OF TEACHING STOCHASTICS IN RURAL SMALL SCHOOLS WITH THE APPLICATION OF WEBINARS

S.V. Shcherbatykh Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor shcherserg@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University Vice-rector for academic Affairs Professor of the Chair of mathematics and methodology of its teaching
K. G. Lycova main@elsu.ru Yelets	Bunin Yelets State University a specialist in the management of education policy

Abstract. In the article the problems of functioning of rural small schools are considered. Taking into account the limitations of the profile level of the maintenance of the elements of stochastics presented in the school program of high school, the features of the use of remote technologies in rural schools have been revealed supplementing the traditional methods of teaching by expansion, generalization and universality of student's stochastic knowledge (in particular webinars). Taking into account the traced tendency in education a special attention is paid not only to the result from teaching, but also to the educational process, because from that how successful and memorable it will

be, the result of the whole process of training depends directly. So, it is reasonable to plan and realize the only multifunctional system representing the unique educational environment which will include various means of remote technologies. Such an educational environment has to be characterized not only by the features, which compose its information technologies: interactive modules, computer models, information resources and others, but also the qualitatively changed innovative structure defining the integration of technical and natural-science knowledge and contributing to the development of the pupil's initial intellectual potential in his subsequent statement as the competitive personality demanded in society. The application of the diverse opportunities of the program of the organization of webinars as the tool basis when teaching stochastics in rural schools will allow to reach the efficiency of the educational process by the stimulation of student's conscious cognitive activity, as a result of the integration of the availability, memorability and interactivity inherent in the technology of webinars. The work with the programme "Blackboard Collaborate" provides the instant access to the educational content, saves time, allows to carry out the manipulations with various visual means of teaching.

Keywords: a rural school, a small school, remote technologies, a webinar.

References

1. Afanas`ev V.P., Konoplev G.A., Timofeev A.V. (2013) *Primenenie e`lektronnogo obucheniia i distantcionny`kh obrazovatel`ny`kh tekhnologii` pri povы`shenii kvalifikatsii i perepodgotovke inzhenerny`kh kadrov* [The use of e-learning and distance learning technologies, improvement of professional skill and retraining of engineers] *Educational technology and society*. №4, pp. 372-386.
2. Shcherbakova E.V. (2012), *Sel`skaia malokomplektnaia shkola: sovremennoe sostoianie, problemy` i perspektivy` razvitiia* [Rural low-complete school: current status, problems and prospects-development] *"Teoriia i praktika obrazovaniia v sovremennom mire: materialy` II Mezhdunarodnaia nauchnaia konferentsiia "* [*"Theory and practice of education in the modern world: proceedings of the II International Scientific Conference"*], pp.107-109.
3. *Model` dvizheniia chastits* [Electronic resource] [Model of movement of particles] . URL: <https://bl.ocks.org/mbostock/1062544> (Accessed: 12.12.2017)
4. *Ofitsial`ny`i sai`t programmy` Blackboard Collaborate* [Electronic resource] [The official website of Blackboard Collaborate] . URL: <http://www.blackboard.com/online-collaborative-learning/blackboard-collaborate.aspx> (Accessed: 12.12.2017)

УДК
378.147

АКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ СИНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ²

Дворяткина Светлана Николаевна

д.п.н., доцент
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
г. Елец

профессор кафедры
математики и методики ее преподавания
Елецкого государственного университета
им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье актуализируется проблема установления эффективности/неэффективности активных методов обучения математике. Проведенный сравнительный анализ российской и зарубежной литературы, соприкасающей с этой актуальной темой, установил бинарность взглядов исследователей на активное обучение, а также выявил отсутствие методических рекомендаций по разработке и внедрению некоторых новых образовательных инструментов, например, дидактической игры в процесс обучения математике студентов разных направлений и профилей. Поиск нерассмотренных подходов определил проблему и цель исследования. Цель статьи — разработка сценария интерактивной дидактической игры по математике «Своя игра» и выявление положительных и отрицательных эффектов при его практической реализации. В основной части работы представлен сценарий интерактивной дидактической игры для студентов направления подготовки «Прикладная математика и информатика», а также для будущих учителей математики. Сценарий содержит все необходимые структурные элементы: цель, задачи игры; оборудование и программное обеспечение; время проведения игры; участники; детальное описание игры. В заключение сформулированы и обоснованы положительные и отрицательные особенности применения методов активного обучения математике в высшей школе. Среди положительных эффектов выделены следующие: ярко выраженная мотивация к изучению математики; развитие когнитивных способностей (внимание, различные формы и виды мышления) и ряда личностных качеств (настойчивость, самоконтроль, самооценка результатов собственной деятельности, ответственность, инициативность и т. д.); экономический и социальный эффекты и др. К отрицательным синергетическим эффектам относятся такие как: значительное увеличение временных затрат преподавателя, связанные с подготовкой и разработкой учебных материалов, компьютерных программных приложений и т. п.; сложная адаптация активных методов к условиям конкретной предметно-профессиональной сферы, в частности математики; консерватизм преподавательского состава. Полученные результаты исследования обладают новизной и практически значимы, так как они открывают перспективы для дальнейшего теоретического изучения и более детального эмпирического исследования концепции активного обучения.

Ключевые слова: активные методы, обучение математике, интерактивная дидактическая игра «Своя игра», синергетические эффекты.

Проблема установления эффективности/неэффективности активных методов обучения не нова, ее решением занимаются исследователи разных стран в течение как ми-

² Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект № 16-18-10304

нимум пяти десятков лет. Однако в настоящее время вопрос изучения эффективности данного типа образовательного инструмента вновь привлек повышенное внимание педагогической общественности, и стал предметом широкого спектра экспериментальных исследований. Актуальность проведения подобных исследований обусловлена целым рядом факторов. Во-первых, внедрение активных методов обучения обусловлено требованиями нормативно-правовых актов, регулирующих образовательную сферу. Федеральные государственные образовательные стандарты как основного общего, так и высшего образования кардинально изменили вектор обучения, ориентируя учебный процесс на более широкое применение данной группы методов. Во-вторых, актуальность определяется заимствованием передового опыта развитых стран, где активные методы обучения имеют большее преимущество по сравнению с традиционными для молодых людей, которые были рождены в «компьютеризованном мире». Поэтому естественно предположить, что современная молодежь — «цифровая нация», будет более восприимчива к компьютерному и интерактивному обучению в частности и к активному в целом [7; 14]. В-третьих, отсутствием эмпирических исследований, точных эмпирических данных, устанавливающих эффективность и приемлемость данной группы методов в обучении по сравнению с традиционными, включая лонгированные исследования для научной оценки долгосрочного эффекта [10].

Проведенный анализ психолого-педагогической и методической литературы позволил установить, что большинство российских исследований посвящено теоретическому анализу сущности, классификации, специфических особенностей, поиску методологических основ активных методов обучения. В то время как зарубежные исследования ориентированы на получение эмпирических данных, позволяющих оценить и доказать эффективность исследуемого инструмента обучения. Аргументируем данный тезис.

Теоретическое обоснование и практические аспекты применения активных методов обучения изложены в работах отечественных исследователей А.А. Вербицкого [1], В.В. Гузеева [2], С.А. Лобановой [4], А.П. Панфиловой [5], А.М. Смолкина [6] и др. Исследователями активные методы обучения рассматриваются с разных позиций: как форма личностно-ориентированного подхода (А.А. Вербицкий); как способ активизации учебно-познавательной деятельности обучаемых (Л.С. Выгодский, В.М. Крутиков, А.М. Смолкин); как средство развития обучаемых (Г.П. Щедровицкий, С.А. Лобанова) и др. В связи с различными подходами к пониманию активных методов обучения нет и единой их классификации. Наиболее часто ученые обращаются к классификации, предложенной А.М. Смолкиным [5, с. 31], который подразделяет активные методы обучения на имитационные и неимитационные. Имитационные методы автор делит на игровые (деловая игра, дидактические игры, игровые ситуации, кейс-методы) и неигровые («мозговой штурм», ТРИЗ). К неимитационным методам относит нетрадиционные формы лекции (бинарная лекция, проблемная лекция, лекция визуализации и др.), проблемные практические и семинарские занятия, эвристические беседы, учебные дискуссии, курсовое и дипломное проектирование, конференции, олимпиады и др.

Большинство зарубежных экспериментальных исследований последнего десятилетия направлены на изучение эффективности активных методов обучения в сравнении с традиционными как в целом, так и по отдельным аспектам. Например, были выявлены незначительные положительные эффекты от игровой деятельности в процессе обучения различным учебным предметам. Обучение через игру может влиять на улучшение многочисленных навыков и способностей, которые имеют решающее значение для учебного процесса. К таким способностям следует отнести когнитивные способности, включая различные виды памяти, внимания, восприятие информации и др. [12; 13]; со-

циальные и коммуникативные навыки [9; 15]. Отдельными исследователями была установлена положительная корреляционная связь между применением активных методов обучения и мотивацией [7; 8; 11]. Доказано, что учащиеся вовлечены и мотивированы игрой, которая «мягко» погружает их в обучающую среду и заставляет дольше времени находиться в ней, чем при использовании традиционных методов. Краткий обзор эмпирических исследований показал, что активные методы представляют эффективный дидактический инструмент, который способствует конструктивистскому обучению. Таким образом, большинство исследователей приходят к выводу, что применение активных методов способствует саморазвитию личности обучаемого через развитие способности к самоопределению, раскрытию ее творческого потенциала, повышению коммуникативных умений, развитию инициативности, ответственности, саморегуляции, что позволит обучаемым в дальнейшем самостоятельно думать и продуктивно решать профессиональные проблемы.

Однако имеется ряд публикаций, в которых авторы придерживаются другой позиции. Так проведя солидное мега-исследование, коллектив авторов [10] установил, что невозможно сформулировать надежные выводы об эффективности активных методов обучения, в частности дидактических игр, по причине разнообразного характера существующих исследований (поля исследований, экспериментальных процедур и т. д.). Другим важным ограничением, по их мнению, явилась проблема «контрольной выборки», которая не была решена в анализируемых трудах.

Далее следует заметить, что активные методы достаточно широко применяются в школьном обучении и в преподавании профессиональных дисциплин в вузе. В обучении математическим дисциплинам в высшей школе данная группа методов реализуется частично. Например, крайне мало существует методических рекомендаций по разработке и проведению дидактической игры или ее разновидности — деловой игры в обучении математике студентов разных профилей и направлений. Однако учитывая огромный развивающий потенциал математики, а также ее важную роль в формировании широкого спектра компетенций по всем направлениям подготовки, актуальным является исследование возможностей дидактических игр в обучении математике в высшей школе. В статье [3] нами была представлена методика организации и проведения деловой игры по математике для студентов-юристов и технология оценки ее эффективности. В настоящей статье предлагаем сценарий интерактивной дидактической игры по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», разработанный и реализованный на практике по образцу телевизионного шоу «Своя игра». Сценарий данной игры был подготовлен для студентов, обучающихся по направлению «Прикладная математика», а также для будущих учителей математики. Учитывая результаты экспериментальных исследований [10], в которых обоснована разная эффективность обучения на основе игры, в частности, исключается возможность влияния некоторых дидактических игр на приобретение знаний и навыков по сравнению с традиционными методами обучения, мы рекомендуем применение данной игровой технологии на этапе первичного контроля знаний. Техническое сопровождение обеспечивает дидактической игре насыщенную интерактивность и динамичный контроль усвоения учебного материала, посредством следующих преимуществ: быстрое действие, способность хранить любой объем информации, индивидуализация, точность, наглядность получаемой информации, возможность проведения игры в режиме диалога "человек – ПК", возможность имитации внешних изменений и др.

Цель и задачи игры: закрепить математические знания студентов по модулю «Случайные события»; способствовать всестороннему развитию личности обучаемых; содействовать воспитанию коллективизма, культуры общения; развивать умения при-

менять полученные знания при решении междисциплинарных проблем и в различных нестандартных ситуациях; формировать интерес к будущей профессиональной деятельности.

Оборудование и ТСО: компьютер, экран, проектор, программное приложение.

Время проведения: 2 академических часа.

Участники игры: студенты 3 курса института математики, естествознания и техники ЕГУ им. И.А. Бунина направления подготовки «Прикладная математика», среди которых: игроки-участники, наблюдатели, один ведущий, один технический сопровождающий. Разработанное программное приложение позволяет выбирать произвольное число игроков-участников.

Место проведения игры: учебная аудитория.

Описание игры. Игра проходила в 3 раунда — два основных и один финальный. Каждый из основных раундов содержит 5 тем по 5 задач в каждой. Каждый вопрос темы имеет свою стоимость — в первом раунде она варьируется от 100 до 500 очков, во втором — от 200 до 1000. Чем выше цена вопроса, тем он сложнее. Темы для первого раунда: «Сравнение шансов», «Точка тоже бывает случайной», «События элементарные и не очень», «Куда стремятся частоты», «Вероятностное пространство». На решение задач данного этапа игры отводится 30 секунд. Для второго раунда были предложены более сложные междисциплинарные темы, время решение задач фиксируем до 2 минут. Примеры тем и задачи второго раунда представлены на рисунке 1.

Помогаем сдать экзамены	200	400	600	800	1000
Вероятность в военном прогнозировании	200	400	600	800	1000
Вероятность в современном мире	200	400	600	800	1000
Вероятность в истории азартных игр	200	400	600	800	1000
Грани взаимодействия науки и религии Томаса Байеса	200	400	600	800	1000

Х. Гюйгенсом в книге «О расчетах в азартной игре» была сформулирована задача: допустим, я заключаю с кем-либо пари на тех условиях, что если при броске двух костей выпадет 7 очков, то ставку забираю я; если выпадет 10 очков, то ставку забирает противник; при другой сумме выпавших очков мы делим ставку поровну. Каковы наши доли, соответствующие стоимости наших шансов?

Рис. 1. Пример тем 2 раунда и задачи стоимостью 800 очков из темы «Вероятность в истории азартных игр»

В настоящей игре принимало участие пять игроков, основной целью которых было поочередно отвечать на вопросы различной стоимости и зарабатывать как можно большее число очков. В начале игры у каждого из игроков на счету было 0 очков. Выбор игрока, начинающего игру, определяется при помощи игрального кубика: кто из игроков выбросит большее число очков, тому отдается право начать игру. После выбора первым игроком любого из 25 вопросов первого раунда и верного его решения, очки зачисляются на его счет. При неверном ответе ход переходит к следующему участнику. Каждый раунд продолжается до тех пор, пока не будут разыграны все вопросы. В игре также существуют специальные вопросы – «Кот в мешке»: если игроку достался вопрос «Кот в мешке», он обязан передать его кому-то из соперников.

Перед финальным раундом игрокам оглашается их сумма на счете. В финальной игре принимают участие три студента, набравшие максимальное число очков. Затем игрокам предлагается 7 возможных тем финала на выбор (рис. 2). По очереди, начиная с лидера, финалисты убирают по одной теме, которая им не нравится, до тех пор, пока не останется одна. Затем игроки делают свои ставки, записывая их на листе бумаги, от 1 очка до всей своей суммы (ва-банк). После этого на экране появляется текст задачи, на решение которой отводится 5 минут. На вопрос финального раунда обязаны отвечать все играющие, игроки записывают свои ответы на листе бумаги.

По истечении отведенного времени ответы игроков проверяются. Ведущий оглашает ответ, определяет его правильность, оглашает ставку. В случае правильного ответа счёт игрока увеличивается на сумму ставки. Если никто из игроков не ответил правильно, ведущий сначала объявляет победителя, а затем произносит правильный ответ. Победителем игры объявляется тот, кто по итогам финального раунда набрал наибольшую сумму очков. Максимальное суммарное число очков при проведении игры было равно 13600, минимальное — 590.

Парадоксы теории вероятностей
Математика случайного и фольклор
Эффективность рекламы в цифрах
Вероятность и современные ИКТ
Вероятностные законы природы
Вероятностная фемида
Синергия вероятности и сенсорики

Рис. 2. Примеры тем финального раунда

Проведение интерактивной дидактической игры позволило выявить положительные особенности применения методов активного обучения математике в высшей школе:

- преимущественным эффектом обучения на основе дидактических игр является ярко выраженная мотивация к изучению математики;
- развитие когнитивных способностей (внимание, различные формы и виды мышления) и ряда личностных качеств (настойчивость, самоконтроль, самооценка результатов собственной деятельности, ответственность, инициативность и т. д.) за счет принудительной активизации данных познавательных процессов (вынужденная активность) и обеспечения индивидуализации обучения посредством предоставления каждому обучаемому возможности максимального раскрытия своих способностей;
- обнаружение экономического эффекта, достигаемого за счет увеличения количества решаемых задач базового уровня при одном и том же отводимом объеме времени как при традиционном подходе, а также оперативного интерактивного контроля учебного материала, посредством активизации преимуществ технических средств: быстроедействие, индивидуализация, способность хранить любой объем информации, точность, наглядность получаемой информации, возможность проведения игры в режиме диалога "человек – ПК" и др.;
- выявление социального эффекта, состоящего в совершенствовании коммуникативных умений и навыков межличностного взаимодействия, сотрудничества, способности ориентироваться в непривычной и новой ситуации, а также в формировании лидерских качеств личности;
- изменение типа взаимоотношений между преподавателем и обучающимся, переход на принцип сотрудничества, диалога, усиление взаимодействия между обучающимися и преподавателем посредством установления динамичных прямых и обратных связей.

Вместе с тем, внедрение активных методов в практику обучения вуза имеет ряд недостатков: значительно возрастают временные затраты преподавателя, связанные, например, с подготовкой и разработкой учебных материалов, компьютерных программных приложений и т. п.; сложной адаптации методов к условиям конкретной предметно-профессиональной сферы, в частности математики; консерватизм препода-

вательского состава, когда новые подходы к организации активного обучения могут вызвать негативную оценку со стороны коллег. Недооценка перечисленных негативных моментов и возможные риски могут привести к проявлению отрицательного синергетического эффекта.

На основании выше изложенного, можно установить, что на современном этапе развития общества и образования активное обучение представляет собой актуальную психолого-педагогическую концепцию организации учебного процесса, которая имеет как положительные, так и отрицательные эффекты. В связи с этим представляемая концепция активного обучения требует дальнейшего своего глубокого теоретического изучения и более детального эмпирического исследования.

Список использованной литературы:

1. Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. М.: Высшая школа, 1991. 205 с.
2. Гузев В.В. Технология проблемного семинара: синтез «мозгового штурма» и творческой дискуссии // Школьные технологии. №1. 1998. С. 51-56.
3. Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Эффективность применения деловых игр в обучении математике студентов-юристов // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы III Международной научно-практической конференции / Под общей ред. Т.Н. Макаровой. Орел: ОГУ, 2017. С. 461-468.
4. Лобанова С.А. Активные методы обучения как средство развития субъектной позиции студента: автореф. дис.канд. пед. наук : 13.00.08. Краснодар., 2010. 26 с.
5. Панфилова А.П. Инновационные педагогические технологии: Активное обучение: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений. М., 2009.
6. Смолкин А.М. Методы активного обучения: научно-методическое пособие. М.: Высшая школа, 1991. 176 с.
7. Annetta L.A., Minogue J., Holmes S.Y. & Cheng M.-T. (2009) Investigating the impact of video games on high school students' engagement and learning about genetics. *Computers & Education*. V. 53, pp. 74–85.
8. Baker R.S.J.D., D'Mello S.K., Rodrigo M.M.T., Graesser A.C. (2010) Better to be frustrated than bored: the incidence, persistence, and impact of learners' cognitive-affective states during interactions with three different computer-based learning environments. *International Journal of Human-Computer Studies*. V. 68, pp. 223–241.
9. Ducheneaut, N., and Moore, R. J. (2005). More than just "XP": learning social skills in massively multiplayer online games. *Interact. Technol. Smart Educ.* 2, 89–100.
10. Girard C.; Ecalte J.; Magnan A. (2013) Serious Games as New Educational Tools: How Effective Are They? A Meta-Analysis of Recent Studies. *Journal of Computer Assisted Learning*. V. 29. N. 3, pp. 207-219.
11. Knight J.F., Carley S., Tregunna B., Jarvis S., Smithies R., de Freitas S., Dunwell I., Mackway-Jones K. (2010) Serious gaming technology in major incident triage training: a pragmatic controlled trial. *Resuscitation*. V. 81, pp. 1175–1179.
12. Maclin, E. L., Mathewson, K. E., Low, K. A., Boot, W. R., Kramer, A. F., Fabiani, M., et al. (2011). Learning to multitask: effects of video game practice on electrophysiological indices of attention and resource allocation. *Psychophysiology*. V. 48, pp. 1173–1183.
13. Mathewson, K. E., Basak, C., Maclin, E. L., Low, K. A., Boot, W. R., Kramer, A. F., et al. (2012). Different slopes for different folks: alpha and delta EEG power predict subsequent video game learning rate and improvements in cognitive control tasks. / V. 49, pp. 1558–1570.

14. Prensky, M. (2005). Computer games and learning: digital game-based learning. *Handb. Comput. Game Stud.* V. 18, pp. 97–122.
15. Zhong, Z.-J. (2011). The effects of collective MMORPG (Massively Multiplayer Online Role-Playing Games) play on gamers' online and offline social capital. *Comput. Human Behav.* V. 27, pp. 2352–2363.

ACTIVE METHODS OF TRAINING IN MATHEMATICS: POSITIVE AND NEGATIVE SYNERGETIC EFFECTS

S.N. Dvoryatkina

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
Moscow

Bunin Yelets State University

Abstract. In the article the problem of establishment of efficiency/inefficiency of active methods of training in mathematics is staticized. The carried-out comparative analysis of the Russian and foreign literature adjoining to this hot topic established binarity of views of researchers to active training and also revealed lack of methodical recommendations about development and deployment of some new educational tools, for example, of a didactic game in process of training in mathematics of students of the different directions and profiles. Search of unconsidered approaches defined a problem and a research objective. Article purpose — development of the scenario of an interactive didactic game on mathematics "The game" and identification of positive and negative effects at its implementation. In the main part of work the scenario of an interactive didactic game for students of the direction of preparation "Applied mathematics" and also for future mathematics teachers is submitted. The scenario contains all necessary structural elements: purpose, problems of a game; equipment and software; time of holding game; participants; detailed description of a game. In conclusion, positive and negative features of the application of active teaching methods to mathematics in higher education have been formulated and substantiated. Among the positive effects, the following are highlighted: a pronounced motivation for studying mathematics; development of cognitive abilities (attention, various forms and types of thinking) and a number of personal qualities (perseverance, self-control, self-evaluation of the results of their activities, responsibility, initiative, etc.); economic and social effects, etc. Treat negative synergetic effects such as: significant increase in time expenditure of the teacher, connected, with preparation and development of training materials, computer software applications, etc.; difficult adaptation of active methods to conditions of the concrete subject and professional sphere, in particular mathematicians; conservatism of teachers. The received results of a research have novelty and are almost significant as they offer good prospects for further theoretical studying and more detailed empirical research of the concept of active training.

Keywords: active methods, teaching mathematics, interactive didactic game "Your game", synergetic effects.

References

1. Verbitckii` A.A. (1991) Aktivnoe obuchenie v vy`sshei` shkole: kontekstny`i` podhod [Active learning in higher education: a contextual approach] M.: Vy`sshaia shkola, 1991. 205 p.
2. Guzeev V.V. (1998) Tekhnologiia problemnogo seminara: sintez «mozgovogo shturma» i tvorcheskoi` diskussii [Problematic technology seminar: synthesis of brainstorming and creative discussions] School of technology. №1, pp. 51-56.
3. Dvoriatkina S.N., Lopuhin A.M. (2017), E`ffektivnost` primeneniia delovy`kh igr v obuchenii matematike studentov-iuristov [The effectiveness of business games in teaching students math] "Sovremennyy`e problemy` fiziko-matematicheskikh nauk. Materialy` III Mezhdunarodnoi` nauchno-prakticheskoi` konferentsii" ["Modern problems of physico-mathematical sciences. Materials of III international scientific and practical Conference"], pp.461-468.
4. Lobanova S.A. (2010) Aktivny`e metody` obucheniia kak sredstvo razvitiia sub`ektnoi` pozitsii studenta: avtoref. dis.kand. ped. nauk : 13.00.08 [Active learning methods as a tool for development subject position a student: katege. DIS. Cand. Ped. Science: 13.00.08] Krasnodar, 2010. 26 p.
5. Panfilova A.P. (2009) Innovatsionny`e pedagogicheskie tekhnologii: Aktivnoe obuchenie: ucheb. posobie dlia studentov vy`ssh. ucheb. zavedenii` [Innovative teaching technologies: active learning: learning. Handbook for students top. Stud. institutions] M., 2009.
6. Smolkin A.M. (1991) Metody` aktivnogo obucheniia: nauchno-metodicheskoe posobie [Active learning methods:-manual] M.: Vy`sshaia shkola, 1991. 176 p.
7. Annetta L.A., Minogue J., Holmes S.Y. & Cheng M.-T. (2009) Investigating the impact of video games on high school students' engagement and learning about genetics. Computers & Education. V. 53, pp. 74–85.
8. Baker R.S.J.D., D'Mello S.K., Rodrigo M.M.T., Graesser A.C. (2010) Better to be frustrated than bored: the incidence, persistence, and impact of learners' cognitive-affective states during interactions with three different computer-based learning environments. International Journal of Human-Computer Studies. V. 68, pp. 223–241.
9. Ducheneaut, N., and Moore, R. J. (2005). More than just "XP": learning social skills in massively multiplayer online games. Interact. Technol. Smart Educ. 2, 89–100.
10. Girard C.; Ecalte J.; Magnan A. (2013) Serious Games as New Educational Tools: How Effective Are They? A Meta-Analysis of Recent Studies. Journal of Computer Assisted Learning. V. 29. N. 3, pp. 207-219.
11. Knight J.F., Carley S., Tregunna B., Jarvis S., Smithies R., de Freitas S., Dunwell I., Mackway-Jones K. (2010) Serious gaming technology in major incident triage training: a pragmatic controlled trial. Resuscitation. V. 81, pp. 1175–1179.

УДК
929**ПАМЯТИ И.Н. АНТИПОВА — ПИОНЕРА В МЕТОДИКЕ
ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ.
К 80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ****Кузнецова Татьяна Ивановна**
д.п.н., профессор
kuzti45@gmail.com
г. МоскваИнститут русского языка и культуры
Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

Аннотация. 4 апреля 2017 года исполнилось 80 лет со дня рождения Игоря Николаевича Антипова. Он был одним из пионеров отечественного преподавания программирования, информатики, использования компьютеров в обучении. Игорь Николаевич — ученый, влияние которого на становление и развитие отечественной методики преподавания программирования было значительным и определяющим.

Ключевые слова: Антипов И.Н.; информатика; преподавание информатики; методика преподавания информатики; история становления преподавания информатики в средней школе и в педагогических вузах.

Обращаться к вычислительной машине надо только тогда, когда это действительно нужно, только тогда, когда это действительно необходимо. Тогда, когда без машины не обойтись.

И.Н. Антипов [37, с. 39]

Игорь Николаевич Антипов родился 4 апреля 1937 года в Москве. Его отец Николай Иванович был инженером в одном из НИИ, мать Мария Игнатьевна работала бухгалтером в ЖЭКе. Родители беззаветно любили своего единственного сына, что, безусловно, помогло Игорю победить тиф, перенесённый им в детстве. Игорь оказался благодарным сыном и эта семья для него, как впоследствии и для его сына Александра, стала тем незыблемым тылом, о котором мечтает каждый из нас.

Детство Игоря прошло на Воробьёвых горах, учёба в школе № 22 была ему в радость, поэтому он решил стать учителем и после получения аттестата зрелости поступил на физико-математический факультет Московского городского педагогического института имени В.П. Потёмкина, по окончании которого получил специальность «Математик» (1960). В течение учёбы в институте Игорь не порывал связи со своей школой, работая в ней сначала лаборантом (1954–1957), затем киномехаником (1958–1959), а с четвёртого курса института — уже по специальности — учителем математики (1958–1960).



Фото 1. Антипов Игорь Николаевич (04.04.1937–10.09.2011)
(Фото В.И. Игошина)

В 1961 году, прогуливаясь по Москве, зашел в Вычислительный центр АН СССР, «предложил свои услуги» и к большому удивлению и к великой радости тут же получил должность инженера-программиста. Этот шаг навсегда связал его с программированием и определил всю его дальнейшую судьбу. Творческое начало в становлении Игоря Николаевича как специалиста определило и его послужной список: системный программист, младший научный сотрудник; аспирант отдела автоматизации программирования (руководитель — В.Д. Поддерюгин). С 1966 г. его основная деятельность — разработка библиотеки стандартных программ, трансляторов с алгоритмических языков в лаборатории систем математического обеспечения (руководитель — член-корр. АН СССР С.С. Лавров). С 1967 г. И.Н. Антипов — ответственный секретарь редколлегии сборников серии «Алгоритмы и алгоритмические языки», издаваемых в ВЦ АН СССР (гл. редактор — С.С. Лавров).

Надо отметить, что в данный период жизни И.Н. Антипова направления его работы не исчерпываются описанными. Дело в том, что в связи с законом СССР от 24 де-

кабря 1958 года «Об укреплении связи школы с жизнью и о дальнейшем развитии народного образования» во всех отечественных школах стали вводить производственную практику, которая проходила на различных предприятиях. ВЦ АН СССР вместе с ВЦ МГУ имени М.В. Ломоносова стали базой для школы № 52 (в настоящее время это гимназия № 1514): она стала школой с углубленным изучением математики и производственным обучением по профессии «Программирование». В 60-е годы в школе работало много сотрудников этих вычислительных центров, многие из них преподавали не только программирование, но и математику. Руководил всей работой зав. отделом вычислительных методов ВЦ АН СССР, доктор физико-математических наук Александр Александрович Абрамов, а потом — его сын Сергей Александрович, выпускник этой школы 1964 г.

Преподаватели программирования работали в школе в течение двадцати лет — вплоть до перевода практики в УПЦ (в 1979 г.). Это были легендарные сотрудники ВЦ АН СССР: Алла Львовна Дышко, Валентина Ивановна Ульянова, Инна Ивановна Чечель, Наталья Александровна Меллер, Надежда Борисовна Конюхова, сотрудники ВЦ МГУ: Нина Васильевна Склар (Дроздова), Ирина Давыдовна Сандомирская, Елена Григорьевна Фельдман, Альбина Александровна Деева, Людмила Васильевна Пчелкина, Геннадий Трофимович Головин, Вадим Иванович Курилов.

Работа со школьниками увлекла и Игоря Николаевича, тем более что это совпало со скорым переездом его семьи на улицу Н.К. Крупской в один из домов, расположенных рядом со школой № 52. Он отдал этой школе двадцать лет (1964–1984), работая в ней по совместительству: преподавал сначала математику, затем математику и программирование и, наконец, всецело посвятил себя преподаванию только программирования [39] (см. фото 2). Таким образом, поворот в судьбе отечественного образования стал ключевым моментом в судьбе Игоря Николаевича.

Благодаря удивительным преподавателям-специалистам, которые в своей авторской экспериментальной работе использовали новейшие достижения в области программирования, учащиеся изучали программирование на алгоритмических языках (Фортран, Алгол 60, Ампир, АПЛ и др.). Более того, некоторые темы ученики школы № 52 начинали изучать раньше студентов вузов. Это относится, например, к программированию на Алголе (1964/65 учебный год). То же можно сказать и о программировании на АПЛ, и о программировании на языке «Диалог» с использованием выносных пультов.



Фото 2. Выпускники 10² 1970 года. Учителя в 1-ом ряду слева направо – Г.Г. Левитас (математика), Ю.А. Власов (история), Э.А. Маури, Н.И. Макаrchук, И.Н. Антипов (программирование);
во 2-ом ряду 4-ая справа – З.С. Петракова (литература)
(фото с сайта гимназии № 1514)

В связи с правительственным постановлением «О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы» (1966) в среднюю общеобразовательную школу стали вводиться факультативные занятия как новая форма учебной работы, нацеленной на углубление знаний и развитие разносторонних интересов и способностей учащихся, началась работа и по организации факультативов по математике и ее приложениям, в том числе и три специальных факультативных курса, постановка которых в той или иной степени предполагала использование ЭВМ: «Программирование», «Вычислительная математика», «Векторные пространства и линейное программирование». С введением этих факультативных курсов и, прежде всего, курса «Программирование» связан протяженный и своеобразный этап поступательного внедрения элементов программирования в среднюю школу [2].

В ответ на это постановление в 1967 г. в НИИ СиМО АПН СССР была образована лаборатория прикладной математики (зав. лабораторией — доктор педагогических наук, член-корр. АПН СССР С.И. Шварцбурд). Основное направление работы лаборатории — разработка учебно-методических материалов по обучению информатике учащихся средних учебных заведений (школ с углублённым изучением математики, техникумов). При этом много внимания уделялось разработке факультативных курсов.

Поскольку работа со школьниками оказалась для Игоря Николаевича судьбоносной, он с энтузиазмом подключился к исследованиям этой лаборатории. В результате в 1971 году он из ВЦ АН СССР перешёл работать в лабораторию прикладной математики и в том же году под руководством С.И. Шварцбурда защитил диссертацию на соис-

кание учёной степени кандидата педагогических наук на тему «Проблема изучения алгоритмического языка в средней школе» [21]. В НИИ СиМО он работал вплоть по 1983 год — в должности старшего научного сотрудника, по-прежнему оставаясь преподавателем программирования в 52-й школе (по совместительству). Именно в это время появились его работы, посвящённые внедрению информатики в среднюю школу [1; 2; 4; 13–19; 23; 25–28].

В 1983–1984 гг. Игорь Николаевич — доцент МОПИ им. Н.К. Крупской, преподаёт программирование на БЭСМ-4, на программируемых калькуляторах МК-64, защищает диссертацию на соискание учёной степени доктора педагогических наук на тему «Содержание и методы обучения программированию в средних учебных заведениях» [24] и избирается академиком Международной академии информатизации (1984).

Такой взлёт Игоря Николаевича не прошёл незамеченным для руководящих органов народного образования и в 1984 г. по решению Министерства просвещения РСФСР его переводят в НИИ школ РСФСР на должность заведующего лабораторией обучения информатике. Это было связано с великим мероприятием, готовящимся в нашей стране, — с грядущим введением в среднюю школу дисциплины «Основы информатики и вычислительной техники» (ОИиВТ). Успешность проведения этого мероприятия зависела от качества организации разработки экспериментальных материалов по обучению информатике и от проведения самого эксперимента в средней школе в государственных масштабах.

Эксперимент проводился в московской школе № 183. Была поставлена задача обучения программированию на БЭЙСИКе (использовалась ЭВМ ДЗ-28), особо выделялись работы на МКШ-2 в начальной школе. Надо отметить большую поддержку в организации и в самом процессе проведения эксперимента, оказываемую Игорю Николаевичу директором НИИ школ В.Ф. Кривошеевым и заместителями директора Ю.М. Колягиным и О.А. Боковневым, с которыми его связывала давняя дружба — ещё с НИИ СиМО [36]. Показательно, что к наблюдениям за экспериментом был подключен журналист Е.А. Кубичев, вскоре оформивший свои впечатления в интереснейшей книге [37]. Записанные им интервью, с различными участниками эксперимента, актуальны и сейчас. Наиболее интересные, с точки зрения автора этих строк, были прокомментированы в статье [38].

В течение 1984/1985 учебного года по поручению министра просвещения РСФСР Г.П. Веселова И.Н. Антипов руководил экспериментом по введению предмета ОИиВТ ещё и в двух школах г. Зеленограда. Работа велась на базе Московского института электронной техники (МИЭТ), использовались ЭВМ ДВК-1, ДВК-2, язык программирования Фокал.

В то же самое время на базе НИИ школ проводились следующие работы:

- в Пролетарском районе г. Москвы для учителей, преподававших информатику, был организован методический центр;
- с целью оказания методической помощи учителям, преподающим информатику, и для организации компьютерного обучения, а также в связи с необходимостью проведения анализа экспериментальной работы школ по регионам РСФСР осуществлялись выезды на места: в школы г. Ставрополя и ставропольского края (г. Кургана и сёл Изобильное и Привольное), в школы Тюменской области.

При огромном напряжении в описанной организационно-методической работе Игорь Николаевич успевал ещё и вести научно-методические исследования, и руководить работой сотрудников своей лаборатории. В автобиографии [5] он выделил четыре направления в своей деятельности в этот период:

- разработка методических пособий по программированию на Бэйсике для ЭВМ «Ямаха»; здесь он особо выделяет творческое участие М.Е. Степанова, результат этой работы — популярнейшая книга, которая давно стала библиографической редкостью [43];

- создание учебно-методических разработок по освоению микрокалькулятора МК-64, персональных компьютеров (Агат, УКНЦ, БК-00, Ямаха, ДЗ-28, ДВК-1, ДВК-2 и др.), по программированию на Алголе, Фортране, Бэйсике, Фокале и др.;

- подготовка материалов для коллегий МП РСФСР с результатами состояния изучения информатики, с конкретными предложениями и рекомендациями учителям, методистам и организаторам обучения компьютерам в школах г. Москвы и различных регионов РСФСР;

- участие в разработке методических материалов для обучения элементам программирования учащихся начальных классов; результат — серия статей в журнале «Начальная школа» и в других изданиях.

Таким образом велась подготовка к введению предмета ОИиВТ в масштабах РСФСР. И это ещё не всё: Игорь Николаевич занимался этим и в масштабах всей страны, т. е. СССР. Подготовка к введению предмета в советскую школу осуществлялась в тесном контакте Игоря Николаевича с группой сотрудников Вычислительного центра Сибирского отделения АН СССР во главе с академиком А.П. Ершовым. Результат — совместное методическое пособие «Изучение основ информатики и вычислительной техники», вышедшее в 1985 году под редакцией А.П. Ершова и В.М. Монахова (авторский коллектив: А.П. Ершов, В.М. Монахов, А.А. Кузнецов, М.П. Лапчик, И.Н. Антипов, С.А. Бешенков) [34].

Наконец, в январе 1985 года ЦК КПСС и Совет Министров СССР приняли постановление «Об общегосударственной программе создания, развития производства и эффективного использования вычислительной техники и автоматизированных систем на период до 2000 г. и о первоочередных задачах по ее реализации». В свете этого постановления Министерством образования СССР был издан приказ № 125 от 13.02.85. В нем, в частности, было предусмотрено создание программы работ по подготовке и переподготовке специалистов в области вычислительной техники на 1986–1990 гг., а также проведение до 1985/86 учебного года корректировки учебных программ, совершенствование всей методической и учебно-исследовательской работы, направленной на широкое использование электронно-вычислительных машин (ЭВМ) в учебном процессе. Там же отмечается, что владение средствами вычислительной техники должно стать обязательным требованием для преподавателей и учитывается при проведении конкурсов и переаттестаций.

Работа предстояла огромная, но, безусловно, Игорь Николаевич встретил эти распоряжительные акты во всеоружии.

В апреле того же 1985 года Программно-методическая комиссия Министерства образования нашей страны постановила включить предмет «Основы информатики и вычислительной техники» в учебный план и подготовительных факультетов для иностранных граждан университетов и вузов нашей страны. Игорь Николаевич активно участвовал в реализации этого постановления: в течение 1985–1986 гг. — под его руководством была разработана Рабочая программа и затем были написаны соответствующие методические указания, состоящие из двух частей (Ч. 1. Информатика. Алгоритмы. Ч. 2. Алгоритмический язык Бэйсик) [9–11]. Главная особенность курса состояла в том, что в связи с весьма ограниченным временем учёбы иностранцев на подготовительных факультетах программирование преподносилось сразу на Бэйсике. Подробнее об этом эпизоде в жизни И.Н. Антипова можно прочитать в нашей статье [38].

В НИИ школ И.Н. Антипов проработал вплоть до 1995 года. За это время были написаны основополагающие труды [7; 12; 20; 22; 29; 30; 32].

Период работы Игоря Николаевича в НИИ школ знаменателен и тем, что именно в эти годы (точнее, с 1984 по 1990 гг.) ему удалось создать «Пионерский вычислительный центр» (ПВЦ) — совершенно уникальную рубрику в самой распространённой популярной детской газете «Пионерская правда». Игорь Николаевич придумал специальный персонаж, которого он назвал ЭЛЕКТРОНИКОМ, и от его имени обучал школьников составлению алгоритмов и программированию с помощью учебных исполнителей, которых придумал тоже он сам. В условиях безмашинного обучения информатике делался акцент на алгоритмизацию с возможной дальнейшей реализацией на компьютере.

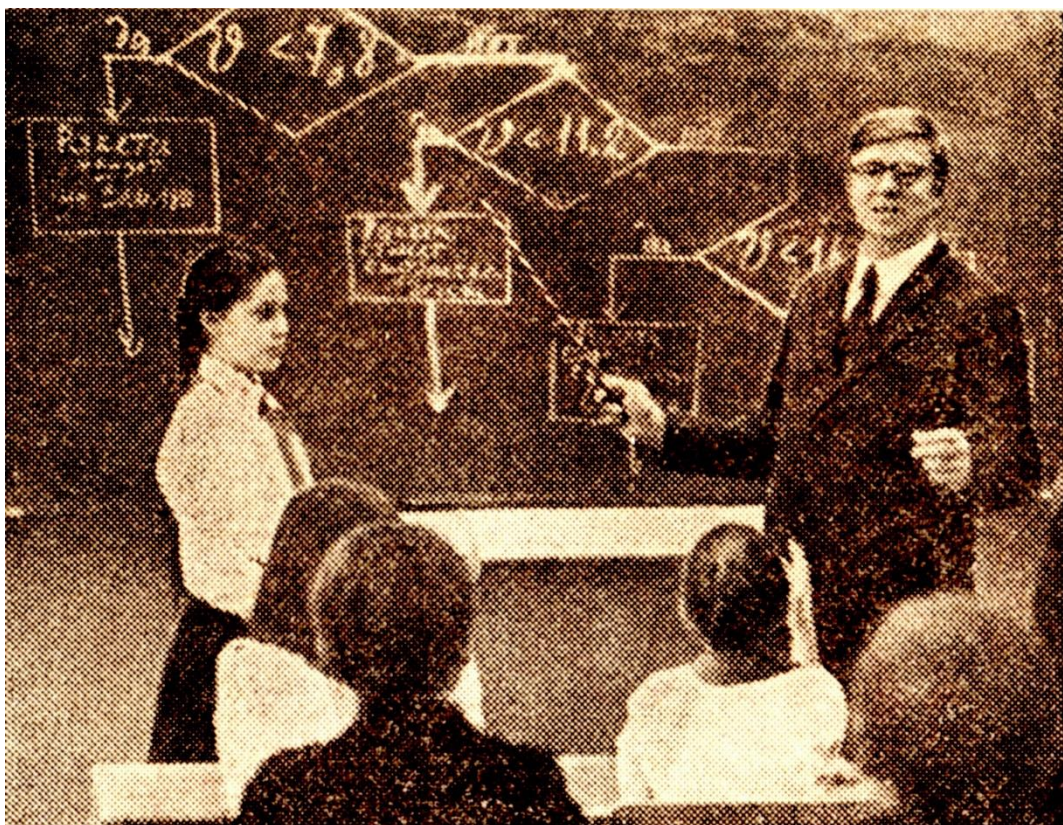


Фото 3. Игорь Николаевич объясняет учащимся школы № 719 г. Зеленограда правила составления блок-схемы алгоритма запуска ракеты (фото из газеты «Пионерская правда» от 21 февраля 1986 г.)

Для работы с учащимися начальных классов была выделена серия выпусков «Электроник в гостях у «Звездочки». По материалам ПВЦ были организованы выездные «открытые уроки» с учащимися 5–7 классов в школах Москвы, Калуги, Ставрополя, в пионерском лагере «Артек» (см. фото 3). Мероприятие приняло ультра массовый характер в масштабах всей страны. Кроме учащихся, в него были вовлечены и школы, и родители ... Потрясает то, что уже на первый выпуск ПВЦ пришло более 20 тысяч писем от школьников с выполненными заданиями.

С рубрикой «ПВЦ» вышло 38 выпусков «Пионерской правды». Большие усилия к современной подробнейшей реставрации этой работы И.Н. Антипова приложили Белова М.А. и Пантелеймонова А.В. [6].

Отметим, что, кроме плановых исследований и мероприятий в средних учебных заведениях, ПВЦ, Игорь Николаевич в стенах руководимой им лаборатории организовал регулярный научно-методический семинар «Актуальные проблемы использования компьютеров в учебном процессе». Трудно переоценить встречи на нем с интересными людьми – учителями, методистами, авторами учебных пособий, программистами, заинтересованными в улучшении обучения информатике учащихся средней школы, с представителями УПК №1 Октябрьского района, с сотрудниками ИНЭУМа, в том числе с такими специалистами по методике преподавания математики и информатики, как Сатаров Г.А., Каймин В.А., Степанов М.Е., Шамшуринов В.Л., Соловейчик С.Л., Федорова Н.Е., Луканкин А.Г. и с многими другими, кто стоял у истоков преподавания информатики.

Тематика докладов была разнообразна, например, Г.А. Сатаровым (МГПИ им. В.И. Ленина) был сделан доклад на тему «Индивидуальные измерения структуры знаний учащихся», в котором были представлены результаты эксперимента по использованию нового подхода к контролю знаний (математическое обеспечение ПЭВМ «Ямаха»), В.А. Кайминым (МИЭМ) — доклад о структуре его учебника, получившего второе место на конкурсе учебников информатики, И. Н. Антиповым — доклад о методических рекомендациях по преподаванию информатики в средней школе.

Игорь Николаевич находил время и на участие в других семинарах, например, в знаменитом Андроновском семинаре — Всероссийском научно-методическом семинаре «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом», где ещё 14 декабря 1978 года он сделал доклад на тему «Вопросы изучения программирования в средних учебных заведениях». Из более поздних докладов, сделанных им на этом семинаре, можно отметить доклад «Использование средств и методов программирования и элементов машинной техники в процессе обучения математике» [41, с. 117].

Надо отметить, что Игорь Николаевич поддерживал творческие отношения со всеми местами, в которых он работал: и со школами (№ 22, № 52), и с ВЦ АН СССР, и с НИИ СиМО, и с МОПИ, и, конечно, с НИИ школ. Это сразу становится очевидным в процессе просмотра даже того небольшого списка его трудов, который приведён нами в конце настоящей заметки. На фото 4 Игорь Николаевич на вечере встречи, посвящённом 50-летию школы № 52 — с одной из легендарных преподавателей информатики — Валентиной Ивановной Ульяновой, его соратницей по ВЦ АН СССР.



Фото 4. И.Н. Антипов и В.И. Ульянова на вечере
встречи преподавателей школы № 52, октябрь 2008 г.
(фото с сайта гимназии № 1514)

Наверное, можно сказать, что Игорь Николаевич был человеком мира — мира информатики. Думаю, что именно это свойство его натуры сыграло роль в том, что в 1991 г. И.Н. Антипова пригласили работать в МГОУ (тогда ещё МОПИ им. Н.К. Крупской) заведующим **вновь образованной** кафедрой вычислительной математики и методики преподавания информатики. Этот факт свидетельствовал об его огромном авторитете и в университете, и, вообще, в образовательном сообществе.

Четыре года он работал «на два фронта», всё ещё оставаясь, как на основной работе, главным научным сотрудником лаборатории информатизации НИИ общего образования МО РФ (результат реорганизации НИИ школ), передав заведование лабораторией О.А. Боковневу, и по совместительству — зав. кафедрой ВМиМПИ в МГОУ.

И только к 1995 г. был выбран МГОУ. В автобиографии Игорь Николаевич так описал основные направления дальнейшей работы:

- адаптация новых компьютерных технологий к условиям обучения студентов педвуза по информатике;
- разработка содержания профилирующих курсов и учебно-методических материалов по работе с новейшими средствами общения с компьютерами;
- совершенствование подготовки студентов физико-математического факультета для работы учителями информатики в школе;
- подготовка учебно-методических материалов по методике преподавания информатики в школе и вузе.

Кафедра ВМиМПИ оказалась последним местом работы Игоря Николаевича, 10 сентября 2011 г. после продолжительной изнуряющей болезни, в течении которой он, несмотря ни на что, продолжал продуктивно работать, его не стало.

Незадолго до этого печального события — 19–20 мая 2011 г. — университет устроил Игорю Николаевичу праздник — Всероссийскую научно-практическую конференцию «Обучение информатике: история, современность и перспективы», приурочив её к 50-летию юбилею его научно-педагогической деятельности.

Дополнительно к конференции был издан сборник трудов «Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности» [35], содержащий уникальный материал из наследия И.Н. Антипова, статьи коллег о работе с ним, соавторов, друзей (см. фото 5).



Фото 5. На конференции 19.05.2011 И.Н. Антипов делает дарственные надписи на сборнике, посвящённом 50-летию его научно-педагогической деятельности [35]
(фото В.И. Игошина)

В автобиографии, написанной специально для этого сборника, Игорь Николаевич формулирует то, что сделано им в плане внедрения и совершенствования обучения информатике в школе, т. е. фактически подводит итог своей творческой деятельности:

– Произведён отбор содержания и методов обучения информатике в школе. Предложена система задач для обучения программированию. Осуществлён переход от программирования в кодах к программированию на алгоритмических языках, в частности, на языке АЛГОЛ 60 (в школе раньше, чем в вузах). Экспериментально проверена эффективность обучения программированию с использованием кодов, автокодов, алгоритмических языков.

– Даны рекомендации по изучению алгоритмических языков «снизу — вверх». Предложено раннее введение понятия «простейшего программирования» с дальнейшим изучением алгоритмических языков.

– На основе анализа международного опыта использования учебных моделей компьютеров была предложена учебная модель компьютера с минимальным набором команд (не в кодах, а на алгоритмическом языке). Эта модель позволяет наглядно представить основные устройства компьютера и их взаимодействие в процессе покомандного исполнения простейшей программы. Предложен набор заданий (задач), который позволяет сформулировать элементарные приёмы программирования.

– Критиковался учебный алгоритмический язык ИСПОЛ 63, который рассматривался в пробных учебных пособиях по ОИиВТ, а также соответствующая машинная поддержка. Вместо этого было рекомендовано применять упрощённый вариант алгоритмического языка (Фортран, Алгол, Бэйсик, Паскаль и др.) с дальнейшим его расширением.

– С целью широкого внедрения в школу программирования на алгоритмических языках были подготовлены учебные пособия для учащихся математических школ, а также пособие по программированию для факультативов в массовой школе.

– При взаимодействии с группой сотрудников из Вычислительного центра Сибирского отделения Академии наук под руководством А.П. Ершова подготовлены учебно-методические материалы, статьи и другие работы по обоснованию общеобразовательной значимости обучения информатике. Создавалась база для введения в школу предмета «Основы информатики и вычислительной техники» с 1985/1986 учебного года.

В конце настоящей статьи перечислены книги И.Н. Антипова, большинство из которых он выделил сам как наиболее значимые. В последние годы его особенно интересовали общеобразовательные аспекты обучения информатике [8]. Вообще, по вопросам обучения математике и информатике им опубликовано более 200 работ, в том числе в следующих периодических изданиях: в сборнике «Вестник ЦМО МГУ», в журналах «Математика в школе», «Начальная школа», «Информатика и образование», «Новые исследования в педагогических науках», «Советская педагогика», «Народное образование», «Педагогическая информатика».

Под руководством И.Н. Антипова было защищено несколько диссертаций. Особо отметим работы: И.П. Фроловой [43] («Методика изучения приложений неравенств в курсе математики средней школы», 1984), Д.А. Грамакова [33] («Профессиональная направленность курса "Информатика" для студентов математиков педагогического вуза», 2001), В.В. Анисимова [3] («Методические особенности применения пакета прикладных программ в обучении математике и информатике», 1990). Аспирант А.М. Богатырев ещё в период 1984–85 гг. начал разработку семантической направленности курса информатики.

По этим работам видно, что со своими учениками Игорь Николаевич проявлял себя и как математик, и как информатик, и, вообще, как специалист с широким спектром направлений исследований. Даже в первой работе, в названии которой явно преобладает её математическая суть, без информатики не обошлось: в ней содержится конкретный материал по изучению приложений неравенств, дающий учащимся представление о программировании, информатике как о необходимых элементах общей культуры.

С конца 1980-х годов И.Н. Антипов — член учёных советов по защите кандидатских и докторских диссертаций в НИИ школ МП РСФСР, в МГПУ, в МГОПУ (МГГУ) им. М.А. Шолохова, в МОПИ им. Н.К. Крупской (МПУ, МГОУ). В то же время он — член экспертного совета по сертификации учебных компьютерных программ при ИНИНФО (Институт информатизации образования), а с 1990 по 1993 гг. — член экспертного совета по педагогике и психологии ВАК СССР.

И.Н. Антипов был удостоен следующих наград:

- Почетная грамота ЦК ВЛКСМ (1985);
- Значок «Отличник народного просвещения» (1986);
- Медаль «Ветеран труда» (1986);
- Бронзовая медаль ВДНХ СССР (1987);
- Заслуженный работник высшей школы (2006).

4 апреля 2017 г. Игорю Николаевичу Антипову исполнилось бы 80 лет. Этой дате было посвящено заседание Всероссийского научно-методического семинара «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом» 13.04.2017. Основные доклады были сделаны преемником Игоря Николаевича на должности зав. кафедрой ВМиМПИ А.Л. Бугримовым (доклад опубликован [31]), ст. преподавателем кафедры М.А. Беловой и руководителем семинара, профессором Т.И. Кузнецовой. С воспоминаниями о встречах и совместной работе выступили коллеги, аспиранты, ученики, друзья Игоря Николаевича: Н.К. Алексеева, Е.Ю. Брычков, Д.А. Грамаков, Н.К. Корочаева, А.В. Нелаев, М.А. Петрова, М.М. Рассудовская, Т.Г. Сеницына, С.Ф. Шилова. Со словами благодарности за память выступил сын И.Н. Антипова Александр.

Далее приведём слова, сказанные когда-то об академике А.П. Ершове [40], которые в полной мере относятся и к Игорю Николаевичу (трудно сказать лучше):

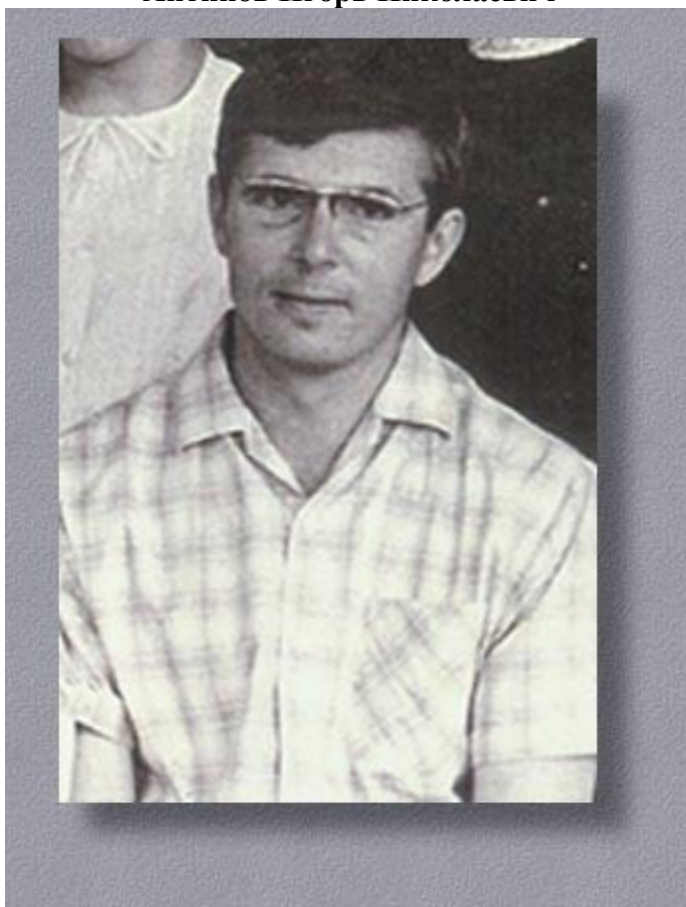
Становление И.Н. Антипова как ученого совпало по времени со становлением методики преподавания программирования как науки — в этом специфика его научного пути, отличающая его от его современников, работавших в других областях науки. Проблемы, с которыми он сталкивался, были в большой мере проблемами становления и роста нового научного направления. Ему приходилось быть не только исследователем, но и агитатором, и защитником, и организатором — этого требовала от него возникавшая дисциплина ОИиВТ. Его научно-методические результаты и организаторская деятельность важны не только сами по себе, но и своей ролью в самоидентификации нового направления в методике преподавания, в создании основ внутренних исследований этого направления.

В заключение рассказа о жизни и деятельности замечательного ученого и педагога приведем его слова, обращённые в будущее — их можно рассматривать как завещание, тем, кто подхватит ту эстафету, которую когда-то, в те далёкие шестидесятые, начала когорта энтузиастов, среди которых был и он: «... Человека, конечно, нужно научить считать на машине, но ещё важнее — научить его с помощью самой современной техники ориентироваться во всевозрастающем потоке информации ...» [37, с. 41].

От автора. Всё быстротечно в этом мире. Поразительно всё забывается, особенно хорошее ... При подготовке этой заметки автору трудно было собрать материал в том объеме, в каком хотелось бы. Помогли общие друзья, коллеги, ученики. Особо хочу отметить Петрову Марину Алексеевну, Грекулову-Боковневу Ольгу Дмитриевну и Антипова Александра Игоревича, сына Игоря Николаевича, прочитавших настоящую заметку и сделавших существенные уточнения. Большая благодарность Игошину Владимиру Ивановичу, который предоставил нам фотографии, сделанные в последний год жизни Игоря Николаевича. Нельзя также не отметить сайт гимназии № 1514, на котором подробнейшим образом описана история школы № 52.

Думаю, что выскажу общее пожелание. Пусть этот удивительный человек с доброй душой и широким сердцем навсегда останется в душах и сердцах не только тех, кто знал его много лет, но и в душах и сердцах современной молодёжи. Пусть его примером воодушевятся будущие учителя, и не только учителя информатики!

Антипов Игорь Николаевич



Учитель программирования

Фото 6 (с сайта гимназии № 1514)

Уважаемые читатели! Дарим Вам его портрет, который с 1970 года находится на сайте гимназии № 1514 и радуется только тех, кто заходит на него (см. фото 6). Теперь пусть тепло его глаз согреет каждого из нас, никого не оставит равнодушным, и сделает немножечко добрее ..., поможет найти свой, единственно свой, путь в жизни...

Список использованной литературы

1. Абрамов С.А., Антипов И.Н. Алгоритмический язык АЛГОЛ 60. Для 9–10 кл. сред. школы с углуб. теорет. и практ. изучением математики / Под ред. А.А. Абрамова. М.: Просвещение, 1975.
2. Абрамов С.А., Антипов И.Н. Программирование на упрощенном АЛГОЛе. М.: Наука, 1978. 182 с.
3. Анисимов В.В. Методические особенности применения пакета прикладных программ в обучении математике и информатике: Дис....канд. пед. наук. Ленинград, 1990.
4. Антипов И.Н. Абстрактная модель ЭВМ для безмашинного обучения элементам программирования // Новые исследования в педагогических науках. №12. 1975.
5. Антипов И.Н. Автобиография // Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности / Под общей ред. А.В. Пантелеймоновой. М.: Изд-во МГОУ, 2011.

6. Антипов И.Н., Белова М.А., Пантелеймонова А.В. Пионерский вычислительный центр // Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности / Под общей ред. А.В. Пантелеймоновой. М.: Изд-во МГОУ, 2011.
7. Антипов И.Н., Боковнев О.А., Степанов М.Е. О преподавании информатики в младших классах // Информатика и образование. №5. 1993. С.46-51.
8. Антипов И.Н., Бугримов А.Л. Общеобразовательные аспекты обучения информатике. М.: Изд-во МГОУ, 2008. 48 с.
9. Антипов И.Н., Зленко А.А., Кузнецова Т.И. Рабочая программа по дисциплине «Основы информатики и вычислительной техники» для студентов-иностранцев, обучающихся на подготовительных факультетах вузов СССР. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова — МАДИ, 1985. 13 с.
10. Антипов И.Н., Зленко А.А., Кузнецова Т.И., Фролова Л.П. Основы информатики. Ч. I. Информатика. Алгоритмы: Метод. указания для студентов-иностранцев, обучающихся на подготовительном факультете. М.: МАДИ, 1986. 50 с.
11. Антипов И.Н., Зленко А.А., Кузнецова Т.И. Основы информатики. Ч. II. Алгоритмический язык Бэйсик: Метод. Указания для студентов-иностранцев, обучающихся на подготовительном факультете. М.: МАДИ, 1986. 48 с.
12. Антипов И.Н. Играем и программируем // Начальная школа. №5. 1992.
13. Антипов И.Н., Бальцюк Н.Б., Кудрявцев А.Д., Щенников В.В. К вопросу преподавания программирования в средней школе // Математика в школе. №5. 1973.
14. Антипов И.Н. Избранные вопросы математики. 9 класс. Факультативный курс. М.: Просвещение, 1979.
15. Антипов И.Н. Избранные вопросы математики. Методика факультативных занятий в 7–8 классах. М.: Просвещение, 1981.
16. Антипов И.Н., Копытов Н.А., Монахов В.М. Сборник задач и упражнений для средних профессиональных училищ (по специальности «Оператор ЭВМ»). М.: Высшая школа, 1981. 103 с.
17. Антипов И.Н. Методика факультативных занятий в 9–10 классах. Избранные вопросы математики. М.: Просвещение, 1983.
18. Антипов И.Н. Основы программирования на Алголе / Отв. ред. А.А. Абрамов. М.: Наука, 1980. 172 с.
19. Антипов И.Н. Основы информатики и вычислительной техники: Методическое пособие для преподавателей техникумов. М.: Высшая школа, 1991. 247 с.
20. Антипов И.Н. Проблема изучения алгоритмического языка в средней школе: автореф. дисс. ... канд. пед. наук. М.: НИИ СиМО АПН СССР, 1970. 36 с.
21. Антипов И.Н. Программирование на микрокалькуляторах МК–64: Книга для учащихся 8–10 классов. М.: Просвещение, 1988.
22. Антипов И.Н. Программирование. Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся VIII–IX классов. М.: Просвещение, 1976. 175 с.
23. Антипов И.Н. Содержание и методы обучения программированию в средних учебных заведениях: автореферат дисс. ... д-ра пед. наук. М.: НИИ СиМО АПН СССР, 1981. 35 с.
24. Антипов И.Н. Упрощенный АЛГОЛ / Под ред. А.А. Абрамова. М.: Наука, 1976.
25. Антипов И.Н. Учебная модель ЭВМ // Математика в школе. №3. 1977.
26. Антипов И.Н., Шварцбурд С.И. О символике школьного курса математики с точки зрения программирования // Математика в школе. №6. 1975.
27. Антипов И.Н., Шварцбурд С.И. Символы, обозначения, понятия школьного курса математики. Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1978. 63 с.
28. Антипов И.Н. Экспериментальная работа по обучению учащихся общению с ЭВМ // Изучение основ информатики и вычислительной техники в средней школе: опыт и перспективы. М.: Просвещение, 1987. 190 с.

29. Антипов И.Н. Элементы информатики: (примерный учебно-тематический план и программа факультатива основ информатики и вычислительной техники народных университетов педагогических знаний). М.: Знание, 1988. 53 с.
30. Бугримов А.Л. Игорь Николаевич Антипов — Ученый, Педагог, Человек // Газета «Народный учитель». №5. 2017. С.9-10.
31. Ваграменко Я.А., Антипов И.Н., Кузнецов Э.И. и др. Электронно-вычислительная техника: Пробное учебное пособие для 7–8 классов средней школы / Под ред. Я.А. Ваграменко. М.: Просвещение, 1988. 144 с.
32. Грамаков Д.А. Профессиональная направленность курса "Информатика" для студентов математиков педагогического вуза: Дисс....канд. пед. наук. М., 2001.
33. Ершов А.П., Монахов В.М., Кузнецов А.А., Лапчик М.П., Антипов И.Н., Бешенков С.А. Изучение основ информатики и вычислительной техники: Метод. пособие для учителей и преподавателей сред. учеб. заведений: в 2-х ч. Ч. 1. М.: Просвещение, 1985. 191 с.
34. Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности / Под общей ред. А.В. Пантелеймоновой. М.: Изд-во МГОУ, 2011. 142 с.
35. Бугримов А.Л. Игорь Николаевич Антипов — Ученый, Педагог, Человек // Газета «Народный учитель». №5. 2017. С.9-10.
36. Кубичев Е.А. ЭВМ в школе: Из опыта работы школы № 183 Москвы. М.: Педагогика, 1986. 96 с.
37. Кузнецова Т.И. «И в просвещении стать с веком наравне»: Антипов И.Н. — проводник на пути преподавания информатики // Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности / Под общей ред. А.В. Пантелеймоновой. М.: Изд-во МГОУ, 2011.
38. Полный список преподавателей гимназии 1514 (школы № 52) (1958–1916) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.1514.ru/prep/all-prepod.html#f> (дата обращения: 12.12.2017)
39. Поттосин И.В. А.П. Ершов — пионер и лидер отечественного программирования / Становление Новосибирской школы программирования (мозаика воспоминаний): Сб. науч. тр. / Под ред. И. В. Поттосина. Новосибирск: ИСИ СО РАН, 2001.
40. Садчиков В.А. Во славу лет, не прожитых напрасно. О профессоре И.К. Андронове, талантливом педагоге, ученом, просветителе. М.: ПЕР СЭ, 2009. 400 с.
41. Степанов М.Е. Практические занятия на ПЭВМ «Ямаха». М.: НИИ школ МП РСФСР, 1987.
42. Фролова И.П. Методика изучения приложений неравенств в курсе математики средней школы: дис....канд. пед. наук.. М., 1984.

**I.N. ANTIPOV'S MEMORIES — THE PIONEER
IN THE TECHNIQUE TEACHING INFORMATICS.
TO THE 80 ANNIVERSARY SINCE BIRTH**

T.I. Kuznecova
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
kuzti45@gmail.com
Moscow

The Institute of Russian and Culture of The
Lomonosov Moscow State University

Abstract. On April 4, 2017 80 years since the birth of Igor Nikolaevich Antipov were executed. He was one of pioneers of domestic teaching programming, informatics, use of computers in training. Igor Nicko-layevich is the scientist whose influence on formation and development of a domestic technique of teaching programming was considerable and defining.

Keywords: Antipov I.N.; informatics; teaching informatics; technique of teaching informatics; history of formation of teaching informatics at high school and in pedagogical higher education institutions.

References

1. Abramov S.A., Antipov I.N. (1975) *Algoritmicheskii` iazy`k ALGOL 60. Dlia 9–10 cl. sred. shkoly` s uglub. teoret. i prakt. izucheniem matematiki / Pod red. A.A. Abramova* [The algorithmic language ALGOL 60. For 9-10 cl. Wednesday. schools with in-depth. teoret. and Scient. the study of mathematics. A.a. Abramova] M.: Prosveshchenie, 1975.
2. Abramov S.A., Antipov I.N. (1978) *Programmirovaniye na uproshtshennom ALGOLe* [Programming simplified Algol] M.: Nauka, 1978. 182 p.
3. Anisimov V.V. (1990) *Metodicheskie osobennosti primeneniia paketa prikladny`kh programm v obuchenii matematike i informatike: Diss....kand. ped. nauk* [Methodological features of the application package to the training of Scientific Research Institute of mathematics and Informatics: Diss ... Cand. ped. Sciences] Leningrad, 1990.
4. Antipov I.N. (1975) *Abstraktnaia model` E`VM dlia bezmashinnogo obucheniia e`lementam programmirovaniia* [An abstract model for bezmashinnogo learning programming elements] *Novy`e issledovaniia v pedagogicheskikh naukakh. №12.*
5. Antipov I.N. (2011) *Avtobiografiia // Igor` Nicolaevich Antipov: 50-letiiu nauchno-pedagogicheskoi` deiatel`nosti / Pod obshchei` red. A.V. Pantelei`monovoi`* [The autobiography//Igor Nikolaevich Antipov: 50-anniversary of scientific-pedagogical activities/General Ed. A.V. Pantelejmonovoj] M.: Izd-vo MGOU, 2011.
6. Antipov I.N., Belova M.A., Pantelei`monova A.V. (2011) *Pionerskii` vy`chislitel`ny`i` centr // Igor` Nicolaevich Antipov: 50-letiiu nauchno-pedagogicheskoi` deiatel`nosti / Pod obshchei` red. A.V. Pantelei`monovoi`* [Pioneer Computing Center//Igor Nikolaevich Antipov: 50-anniversary of scientific-pedagogical activities/General Ed. A.v. Pantelejmonovoj] M.: Izd-vo MGOU, 2011.
7. Antipov I.N., Bokovnev O.A., Stepanov M.E. (1993) *O prepodavanii informatiki v mladshikh classakh* [On the teaching of Informatics in junior] *Informatika i obrazovanie. №5*, pp. 46-51.
8. Antipov I.N., Bugrimov A.L. (2008) *Obshcheobrazovatel`ny`e aspekty` obucheniia informatike* [Educational aspects of learning computer science] M.: Izd-vo MGOU, 2008. 48 p.
9. Antipov I.N., Zlenko A.A., Kuznetcova T.I. (1985) *Raboचाia programma po distcipline «Osnovy` informatiki i vy`chislitel`noi` tekhniki» dlia studentov-inostrantcev, obuchaiushchikhsia na podgotovitel`ny`kh fakul`tetakh vuzov SSSR* [The work program on the discipline «fundamentals of Informatics and computer engineering "for foreign students enrolled at the preparatory faculties of universities of USSR] M.: MGU im. M.V. Lomonosova — MADI, 1985. 13 p.
10. Antipov I.N., Zlenko A.A., Kuznetcova T.I., Frolova L.P. (1986) *Osnovy` informatiki. Ch. I. Informatika. Algoritmy`:* Metod. ukazaniia dlia studentov-inostrantcev, obuchaiushchikhsia na podgotovitel`nom fakul`tete [Fundamentals of computer science. H. I. Informatics. Algorithms: Method. directions for TSA-respondents-foreigners studying at Preparatory Faculty] M.: MADI, 1986. 50 p.
11. Antipov I.N., Zlenko A.A., Kuznetcova T.I. (1986) *Osnovy` informatiki. Ch. II. Algoritmicheskii` iazy`k Be`i`sik: Metod. Ukazaniia dlia studentov-inostrantcev, obuchaiushchikhsia na podgotovitel`nom fakul`tete* [Fundamentals of computer science. H. II. An algorithmic language: Basic method. Instructions for foreign students studying at Preparatory Faculty] M.: MADI, 1986. 48 p.

12. Antipov I.N. (1992) Igraem i programmiroem [Play and program] Nachal`naia shkola. №5.
13. Antipov I.N., Bal`tcuk N.B., Kudriavtcev A.D., Shchennikov V.V. (1973) K voprosu prepodavaniia programmirovaniia v srednei` shkole [To the question of teaching programming in high school] Matematika v shkole. №5.
14. Antipov I.N. (1979) Izbranny`e voprosy` matematiki. 9 class. Fakul`tativny`i` kurs [Selected questions of mathematics. 9 class. Optional course] M.: Prosveshchenie, 1979.
15. Antipov I.N. (1981) Izbranny`e voprosy` matematiki. Metodika fakul`tativny`kh zaniatii` v 7–8 classakh [Selected questions of mathematics. 9 class. Optional course] M.: Prosveshchenie, 1981.
16. Antipov I.N., Kopy`tov N.A., Monahov V.M. (1981) Sbornik zadach i uprazhnenii` dlia srednikh professional`ny`kh uchilishch (po spetsial`nosti «Operator E`VM») [A collection of tasks and exercises for secondary vocational schools (on a speciality "computer operator")] M.: Vy`sshaia shkola, 1981. 103 p.
17. Antipov I.N. (1983) Metodika fakul`tativny`kh zaniatii` v 9–10 classakh. Izbranny`e voprosy` matematiki [Methodology of extracurricular activities in 9-10 classes. Selected questions of mathematics] M.: Prosveshchenie, 1983.
18. Antipov I.N. (1980) Osnovy` programmirovaniia na Algole / Otv. red. A.A. Abramov [Algol programming fundamentals/Executive ed. A.A. Abramov] M.: Nauka, 1980. 172 p.
19. Antipov I.N. (1991) Osnovy` informatiki i vy`chislitel`noi` tekhniki: Metodicheskoe posobie dlia prepodavatelei` tekhnikumov [Foundations of computer science: a methodological manual for teachers colleges] M.: Vy`sshaia shkola, 1991. 247 p.
20. Antipov I.N. (1970) Problema izucheniia algoritmicheskogo iazy`ka v srednei` shkole: avtoref. diss. ... kand. ped. nauk [Study of algorithmic language in high school: katege. DICs. ... Cand. ped. Sciences] M.: NII SiMO APN SSSR, 1970. 36 p.
21. Antipov I.N. (1988) Programmirovanie na mikrokalkuliatorakh MK–64: Kniga dlia uchashchikhsia 8–10 classov [Programming on mikrokalkuljatorah MK-64: a book for students 8-10 classes] M.: Prosveshchenie, 1988.
22. Antipov I.N. (1976) Programmirovanie. Uchebnoe posobie po fakul`tativnomu kursu dlia uchashchikhsia VIII–IX classov [Programming. Tutorial on the optional course for students of VIII-IX grades] M.: Prosveshchenie, 1976. 175 p.
23. Antipov I.N. (1981) Soderzhanie i metody` obucheniia programmirovaniu v srednikh uchebny`kh zavedeniiakh: avtoreferat diss. ... d-ra ped. nauk [The content and methods of teaching programming in secondary institu-tions in: abstract Diss. ... Dr. Ped. Sciences] M.: NII SiMO APN SSSR, 1981. 35 p.
24. Antipov I.N. (1976) Uproshchenny`i` ALGOL / Pod red. A.A. Abramova [Simplified ALGOL/ed. A.a. Abramova] M.: Nauka, 1976.
25. Antipov I.N.(1977) Uchebnaia model` E`VM [COMPUTER educational model] Matematika v shkole. №3.
26. Antipov I.N., Shvartcburd S.I. (1975) O simvolike shkol`nogo kursa matematiki s točki zreniia programmirovaniia [On the symbolism of school mathematics in programming terms] Matematika v shkole. №6.
27. Antipov I.N., Shvartcburd S.I. (1978) Simvoly`, oboznacheniiia, poniatiiia shkol`nogo kursa matematiki. Posobie dlia uchi-telia [Characters, symbols, concepts of school mathematics. A handbook for teachers] M.: Prosveshchenie, 1978. 63 p.
28. Antipov I.N. (1987) E`ksperimental`naia rabota po obucheniiu uchashchikhsia obshcheniiu s E`VM // Izuchenie osnov informatiki i vy`chislitel`noi` tekhniki v srednei` shkole: opy`t i perspektivy` [Experimental work on training students to communicate

- with the computer//study of the foundations of computer science in high school: experience and perspectives] M.: Prosveshchenie, 1987. 190 p.
29. Antipov I.N. (1988) E`lementy` informatiki: (primerny`i` uchebno-tematicheskii` plan i programma fakul`tativa osnov informatiki i vy`chislitel`noi` tekhniki narodny`kh universitetov pedagogicheskikh znaniy`) [Elements of Informatics: (tentative training and thematic plan and program your foundations of Informatics and computer technology to enable university professors folk pedagogic knowledge)] M.: Znanie, 1988. 53 p.
 30. Bugrimov A.L. (2017) Igor` Nicolaevich Antipov — Ucheny`i`, Pedagog, Chelovek [Igor Nikolaevich Antipov Is A Scientist, Educator, Man] Gazeta «Narodny`i` uchitel`». №5, pp. 9-10.
 31. Vagramenko Ia.A., Antipov I.N., Kuznetcov E`.I. i dr. (1988) E`lektronno-vy`chislitel`naia tekhnika: Probnoe uchebnoe posobie dlia 7–8 klassov srednei` shkoly` / Pod red. Ia.A. Vagramenko [Computer science: check the manual for 7-8 secondary ed. J.a. Vagramenko] M.: Prosveshchenie, 1988. 144 p.
 32. Gramakov D.A. (2001) Professional`naia napravlennost` kursa "Informatika" dlia studentov matematikov pedagogicheskogo vuza: Diss....kand. ped. nauk [Professional orientation course "Informatics for students mathematical ticks Pedagogical University: Diss ... Cand. ped. Sciences] M., 2001.
 33. Ershov A.P., Monahov V.M., Kuznetcov A.A., Lapchik M.P., Antipov I.N., Beshenkov S.A. (1985) Izuchenie osnov informatiki i vy`chislitel`noi` tekhniki: Metod. posobie dlia uchitelei` i prepodavatelei` sred. ucheb. zavedenii`: v 2-kh ch. Ch. 1 [A study of the foundations of computer science: method. a handbook for teachers and professors Wednesday. Stud. establishments: 2-x h 1.] M.: Prosveshchenie, 1985. 191 p.
 34. Igor` Nicolaevich Antipov: 50-letiiu nauchno-pedagogicheskoi` deiatel`nosti / Pod obshchei` red. A.V. Pantelei`monovoi` [Igor Nikolaevich Antipov: 50-anniversary of scientific-pedagogical activities/General Ed. A.v. Pantelejmonovoj] M.: Izd-vo MGOU, 2011. 142 p.
 35. Bugrimov A.L. (2017) Igor` Nicolaevich Antipov — Ucheny`i`, Pedagog, Chelovek [Igor Nikolaevich Antipov Is A Scientist, Educator, Man] Gazeta «Narodny`i` uchitel`». №5, pp. 9-10.
 36. Kubichev E.A. (1986) E`VM v shkole: Iz opy`ta raboty` shkoly` № 183 Moskvy` [COMPUTERS in schools: from the experience of school No. 183 of Moscow] M.: Pedagogika, 1986. 96 p.
 37. Kuznetcova T.I. (2011) «I v prosveshchenii stat` s vekom naravne»: Antipov I.N. — provodnik na puti prepodavaniia informatiki // Igor` Nicolaevich Antipov: 50-letiiu nauchno-pedagogicheskoi` deiatel`nosti / Pod obshchei` red. A.V. Pantelei`monovoi` ["And education become the century par»: Antipov I.n.-Guide on the way of teaching of Informatics//Igor Nikolaevich Antipov: 50-anniversary of scientific-pedagogical activities/General Ed. A.v. Pantelejmonovoj] M.: Izd-vo MGOU, 2011.
 38. Polny`i` spisok prepodavatelei` gimnazii 1514 (shkoly` № 52) (1958–1916) [Electronic resource] [A complete list of teachers of the gymnasia 1514 (school No. 52) (1916-1958)] . URL: <http://www.1514.ru/prep/all-prepod.html#f> (Accessed: 12.12.2017)
 39. Pottosin I.V. (2001) A.P. Ershov — pioner i lider otechestvennogo programmirovaniia / Stanovlenie Novosibirskoi` shkoly` programmirovaniia (mozaika vospominanii`): Sb. nauch. tr. / Pod red. I. V. Pottosina [A.p. Ershov-pioneer and leader of domestic programming/emergence of the Novosibirsk school programming (mosaic of memories): Sat. researcher. tr. Ed. I. Pottosina] Novosibirsk: ISI SO RAN, 2001.
 40. Sadchikov V.A. (2009) Vo slavu let, ne prozhity`kh naprasno. O professore I.K. Andronove, talantlivom pedagoge, uchenom, prosvetitele [In the glory years, not lived in

vain. About Professor I.k. Andronove, talented sports-educator, scientist, educator] М.: PER SE, 2009. 400 p.

41. Stepanov M.E. (1987) Prakticheskie zaniatiia na PE`VM «Iamaha» [Practical exercises on PC Yamaha] М.: NII shkol MP RSFSR, 1987.
42. Frolova I.P. (1984) Metodika izucheniia prilozhenii` neravenstv v kurse matematiki srednei` shkoly`: Diss....kand. ped. nauk. [Methodology of studying applications of inequalities in secondary school mathematics: Diss ... Cand. ped. Sciences.] М., 1984.

УДК
378.147

PISA – ЗА И ПРОТИВ. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РОССИЙСКИХ ШКОЛЬНИКОВ НА МЕЖДУНАРОДНЫХ ТЕСТАХ

Браницкая Лидия Леонидовна

к.ф.-м.н., доцент
branli@mail.ru
г. Москва

доцент кафедры математики
Научно-исследовательского технологического университета
(Московский институт стали и сплавов)

Браницкая Галина Александровна

аспирант
gouttiere@list.ru
г. Москва

аспирант Московского педагогического государственного университета

Аннотация. Мы привыкли думать, что в нашей стране дети получают качественное образование. Это подтверждают победы российских школьников на международных олимпиадах по математике и физике. Но результаты наших пятнадцатилетних школьников в международном исследовании PISA оказались неожиданными. В 2000 году наши учащиеся заняли 21-25 место из 32 стран по математической грамотности. В 2015 году мы заняли 32 место из 72 стран. Лидируют азиаты – Сингапур, Япония, Китай. Из европейских стран – Эстония и Финляндия. По этому поводу возникает множество вопросов: можно ли доверять результатам тестов PISA, насколько они правдивы для российской аудитории, как можно их интерпретировать, что можно изменить в Российском образовании и нужно ли что-то менять? Данная заметка не претендует на полноту ответов на эти вопросы, это дело будущего. Пока наша цель – поставить эти вопросы, чтобы общество над ними задумалось.

Ключевые слова: образование, международные тесты, PISA, математическая грамотность, дистанционное обучение.

Что такое PISA

PISA (Program for International Students Assessment) – международное тестирование пятнадцатилетних подростков. Эта программа осуществляется Организацией Экономического Сотрудничества и Развития (OECD – Organization for Economic Cooperation and Development). Его цель – проверить умение применять полученные знания в реальной жизни. PISA проводится раз в три года, начиная с 2000 года, проверяет математическую и естественно-научную грамотность и грамотность чтения. Проверяется не глубина освоения учебных дисциплин, а способность найти им применение, умение решать реальные жизненные проблемы и самостоятельно работать с информацией. Для

широкой публики они объясняют это так. Допустим, один человек знает 1000 английских слов, другой – только 100. Но при встрече с иностранцем тот, у кого словарный запас больше, зачастую начинает мычать и делать руками непонятные жесты. А владеющий лишь сотней слов ухитряется толково ответить на вопрос или показать дорогу. То есть у одного знаний больше, но другой лучше умеет их использовать. Это называется «базовыми компетенциями» или «функциональной грамотностью». Создатели и сторонники PISA считают, что это исследование оценивает конкурентоспособность данной системы образования на мировом рынке труда. В PISA экспертами выступают не математики, а психологи, политики, экономисты, люди разных профессий. Они просто договариваются о том, что должны уметь дети для вхождения в мир.

Результаты PISA

По словам координатора программы PISA в России Г.С. Ковалевой [4], в каждой стране, участвующей в исследовании, случайным образом выбираются регионы, не менее половины, а затем школы и конкретные ученики. Участники в течение 2-х часов должны письменно ответить на несколько десятков вопросов, в большинстве из которых требуется выбрать один ответ из четырех предложенных. Страны, проводящие испытания, платят разработчикам.

Исследование показало, что наиболее высокие результаты были достигнуты странами, которые обеспечивают равные возможности всем учащимся. В Финляндии, например, каждый ребенок, вне зависимости от того, богаты его родители или бедны, получает бесплатное школьное образование. Все школы в любой части страны прекрасно оснащены и оборудованы. Профессия учителя престижна и высокооплачиваема. Конкурс в педвузы 6 человек на 1 место, учителя имеют налоговые льготы. В Финляндии нет элитных школ, в первую очередь школа помогает детям со слабой успеваемостью, а способные справляются сами. Это дает хорошие результаты в тесте PISA, но финские школьники никогда не занимали первых мест в международных олимпиадах. В нашем образовании другие приоритеты. У нас развито элитарное образование, в основном поддерживаются передовые и успешные школы для одаренных детей. У нас профильное обучение, мы стремимся к дифференциации, разделению детей по их интересам и способностям. По результатам PISA у наших школьников наблюдается большой разброс в уровне подготовки. [1] Если выбрать результаты московских школ, он значительно выше международного среднего. В Российской глубинке дела обстоят гораздо хуже. Наблюдается сильная зависимость результатов от социально-экономического положения учеников и от места проживания. То есть дело не в том, что мы не умеем хорошо учить, а в том, что мы не умеем хорошо учить всех и на всей территории нашей огромной страны. А это значит, что в России необходимо широко внедрять дистанционное обучение на базе интерактивных технологий. Это практически единственный способ обеспечить равный доступ к качественному образованию. Эксперт Рособрнадзора В. Болотов [4] считает, что в целом низкий результат объясняется особенностями методики тестирования PISA. «У нас тестируют и пэтэушников, а они сильно портят картину. Если бы их не было, мы были бы если не в элите, то точно не в последней трети стран».

В Институте образования НИУ ВШЭ выступал профессор университета Аризоны Д. Берлинер [5]. По его мнению, эти показатели PISA зависят не от качества образования, а от качества жизни в стране. В США, как и в России, тесты PISA решают не слишком успешно. Дети из семей среднего класса в США, как правило, показывают хорошие результаты, они высоко мотивированы и имеют дома все условия для учебы. Дети из бедных семей, напротив, получают очень низкие баллы. За чертой бедности в

США находится примерно 24% школьников. В Финляндии, где дети пишут PISA очень хорошо, за чертой бедности находятся только 4% школьников. Разброс результатов, по его мнению, зависит от ярко выраженного расслоения общества на бедных и богатых.

Трудности в тесте PISA для наших школьников

Первое, о чем хочется сказать – это очень плохой перевод текста заданий и большое количество опечаток. Авторы проанализировали некоторые задачи тестов на английском и на русском языках. [3, 6]

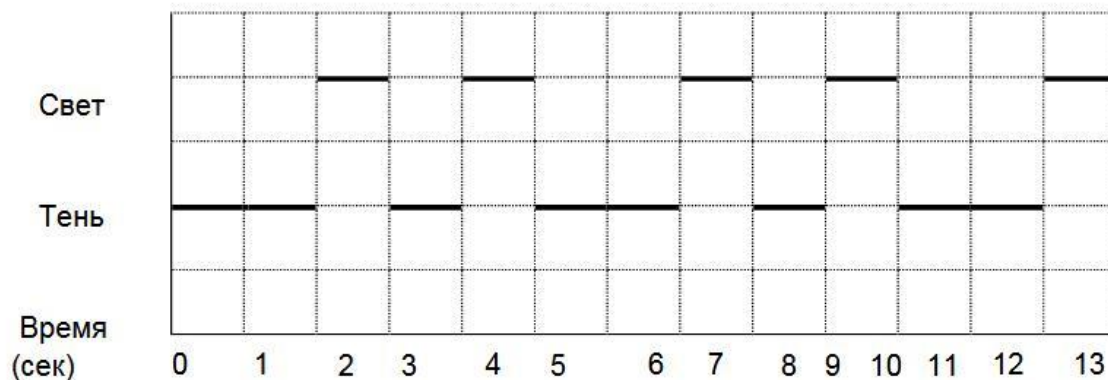
Пример 1. Показана фотография движущейся дорожки в аэропорту. Дан график зависимости расстояния от времени для человека, идущего по движущейся дорожке, и человека, идущего рядом. Требуется на этом же графике построить линию, выражающую зависимость расстояния от времени для человека, стоящего на движущейся дорожке.

Расстояние от начала движущейся дорожки



Фраза в оригинале: «Add a line to the graph that would represent the distance versus time for a person who is standing still on the moving walkway». Перевод этой фразы на русский язык: «Добавьте **строку** в графике, которая будет представлять расстояние **против** времени для человека, который стоит **до сих пор** на движущейся дорожке». Похоже, что это просто автоматический перевод, который не был проверен человеком, разбирающимся в математике.

Пример 2. Это модель чередования вспышек маяка с отсутствием света.



Вопрос в оригинале: «For how many seconds does the lighthouse send out light flash in 1 min?» Перевод: «За сколько секунд маяк посылает световые вспышки в течение 1 минуты?» Имеется в виду: В течение какого количества секунд маяк будет светить.

Пример 3. В задаче «Время реакции» приведены данные по времени реакции и конечного времени 8 бегунов на дистанции 100 м. Вопрос: «На сегодняшний день ни один спортсмен не смог среагировать на пистолет стартера менее, чем за 1,110 сек. Если время реакции бегуна меньше, чем 0,110 сек, то, считается, что был фальстарт и что бегун начал до выстрела пистолета». После долгих раздумий о том, зачем даны эти 1,110 сек, было обнаружено в оригинале, что это опечатка. Правильное число 0,110.

Пример 4. Задача «MP3-плееры»

Полная цена MP3 изделий включает прибыль в 37,5%. Цена без данной прибыли называется оптовая цена. Прибыль вычисляется как процент оптовой цены. Показывают ли формулы ниже правильные отношения между оптовой ценой, w , и нормальной отпускной ценой, s ?

Обведите «Да» или «Нет» для каждой формулы.

Формула	Корректна ли формула?
$s = w + 0,375$	Да / Нет
$w = s - 0,375s$	Да / Нет
$s = 10,375w$	Да / Нет
$w = 0,625s$	Да / Нет

Правильный ответ $S=1,375W$. Комментарии излишни. И еще неплохо бы знать падежи русского языка.

Второе. PISA включает в себя следующие математические разделы: «Количество» (Арифметика), «Неопределенность и данные» (Статистика и вероятность), «Изменение и зависимости» (Алгебра), «Пространство и форма» (Геометрия).

Курс арифметики в нашей программе завершается в 6-м классе, к 9-му классу знания забываются. Курс «Статистика и вероятность» впервые включен в программу в 2004 году, а его усвоение контролируется в рамках государственной аттестации только с 2011 года. Подготовка учителей по этой теме недостаточна для успешного обучения. Во многих школах учителя, не зная предмета «Теория вероятностей и математическая статистика», просто пропускают этот раздел. Стереометрия изучается, начиная с 10 класса. В итоге, в списке когнитивных умений, которых не хватает нашим детям, – отсутствие пространственного воображения, сгруппированные диаграммы, расчет вероятности событий, задачи на пропорции, построение математической модели для объемной текстовой задачи. Особенностью заданий PISA является нестандартная формулировка, многословное описание реальной ситуации, в которой содержится много лишней словесной и количественной информации. У наших школьников вызывает большие сложности отсеивание лишних данных. Мы не привыкли к тому, что математическая задача содержит лишние условия. Информация приводится в различной форме (словес-

но, в виде рисунка, диаграммы, схемы, графика реальной зависимости), что требует комплексного подхода к осмыслению данных.

Мнения нашей педагогической общественности разделились. Многие выступают за «пизафикацию» нашей системы образования, с другой стороны много критических высказываний о том, что PISA не дает объективной информации о знаниях и умениях учащихся. Академик В.А. Васильев [2] считает, что PISA далека от науки и тестирует только политико-психологическое умение угадать и угодить. Это полярные точки зрения. Истина, как всегда, находится где-то посередине. Не стоит менять наши программы и учебники, подстраивать их под «международные стандарты». Нужно развивать у детей умение выполнять нестандартные задания, искать ответы на вопросы, с которыми они редко встречаются или видят их впервые в жизни, воспитывать желание высказать свое мнение, креативность.

Задачи PISA – нетипичные, это одна из главных причин, почему они вызывают трудности у наших школьников. Перегружать наши экзаменационные варианты ЕГЭ задачами на «реальную математику» – плохая идея. Эти задачи стали уже однообразными, шаблонными, типовыми. Они не выполняют развивающую функцию. Они не квалифицированно составлены, имеют только внешнее сходство с задачами, например, оптимизации, по сути никакой оптимизации нет.

Список использованной литературы

1. Бершадская М.Д. Функциональная грамотность школьников и проблемы высшей школы. // Отечественные записки. 2012. № 4 (49). URL: <http://www.strana-oz.ru/2012/4/funkcionalnaya--gramotnost-shkolnikov-i-problemy-vysshey-shkoly> (дата обращения 08.04.2017).
2. Васильев В.А. Испытание «П». // Независимая газета. 2005. № 114 (3510). URL: http://www.ng.ru/science/2005-06-08/14_ispytanie.html (дата обращения 08.04.2017).
3. «Инструментарий международного исследования PISA-2018 / компьютерный формат»: Сборник – АО «Информационно-аналитический центр»: Астана, 2016 – 126 стр. URL: http://iac.kz/sites/default/files/sbornik_pisa_rus_ok_0.pdf (дата обращения 08.04.2017)
4. Насыров Е. Тяжело в умении // Московские новости. 2012. URL: <http://www.mn.ru/society/edu/80367> (дата обращения 08.04.2017)
5. Рылько Е.Д. Результаты PISA связаны не только с качеством системы образования. URL: <https://www.hse.ru/news/edu/134672133.html> (дата обращения 08.04.2017).
6. Take the Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments. - OECD 2009. URL: <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Take%20the%20test%20e%20book.pdf> (дата обращения 08.04.2017).

PISA – PROS AND CONS. THE ANALYSIS OF RESULTS OF THE RUSSIAN SCHOOL STUDENTS ON THE INTERNATIONAL TESTS

L.L. Branitskaya
Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
branli@mail.ru
Moscow

National University of Science and Technology
MISiS

G.A. Branitskaya
master
gouttiere@list.ru
Moscow

Moscow State Pedagogical University

Abstract. We have got used to think that in our country children get high-quality education. It is confirmed by wins of the Russian school students at the international Olympiads on mathematics and physics. But results of our fifteen-year-old school students in the international research PISA were unexpected. In 2000 our pupils have taken 21-25 places among 32 countries on quantitative literacy. In 2015 we have taken the 32nd place from 72 countries. Asians – Singapore, Japan and China are in the lead. From the European countries – Estonia and Finland. There is a set of questions about it: whether it is possible to trust results of the PISA tests, as far as they are truthful for the Russian audience, how it is possible to interpret them, what can be changed in Russian education and whether it is necessary to change something? This article doesn't apply for completeness of answers to these questions, it is business of the future. So far our purpose – to raise these questions for society has thought of them.

Keywords: education, international tests, PISA, literacy in mathematics, distance learning.

References

1. Bershadskaya M.D. (2012) Funktsional'naya gramotnost' shkol'nikov i problemy vyssheishkoly [Functional literacy of pupils and high school issues] Domestic scraps. №4 (49).
2. Vasil'ev V.A. (2005) Ispytanie «P». [The Test Of "P"] Nezavisimaya Gazeta. №114 (3510).
3. «Instrumentarii mezhdunarodnogo issledovaniia PISA-2018 / komp'iuternyi format»: Sbornik – AO «Informatcionno-analiticheskii centr» [Electronic resource] ["international study Toolkit PISA-2018/computer format:-sampler-JSC" information-analytical center "] Astana. URL: http://iac.kz/sites/default/files/sbornik_pisa_rus_ok_0.pdf (Accessed: 12.12.2017)
4. Nasyrov E.(2012), Tiazhele v umenii. [Electronic resource] [Difficult in the ability.] The Moscow news. URL: <http://www.mn.ru/society/edu/80367> (Accessed: 12.12.2017)
5. Ryliko E.D. (2012), Rezul'taty PISA svyazany ne tol'ko s kachestvom sistemy obrazovaniia [Electronic resource] [The results of the PISA relate not only to the quality of the education system]. URL: <https://www.hse.ru/news/edu/134672133.html> (Accessed: 12.12.2017)
6. Take the Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments. - OECD 2009 [Electronic resource] [Take the Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments. - OECD 2009]. URL: <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts> (Accessed: 12.12.2017)

УДК 378.147 | **К ВОПРОСУ О КОНТРОЛЕ И ОЦЕНКЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ПОЗИЦИЙ ФГОС**

Елецких Ирина Адольфовна к.ф.-м.н., доцент yeletskikh.irina@yandex.ru г. Елец	доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
Сафронова Татьяна Михайловна к.п.н., доцент stm657@mail.ru г. Елец	доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
Черноусова Наталия Вячеславовна к.п.н., доцент chernousovi@mail.ru г. Елец	доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы контроля и оценки результатов обучения при реализации федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования. Оптимизация образовательного процесса и реализация ФГОС в высших учебных заведениях предполагает методически грамотное сочетание современных и традиционных методов обучения, технологий обучения и диагностики. Авторы попытались рассмотреть возможные способы активизации процессов поиска путей и средств повышения эффективности образования в связи с внедрением и реализацией в образовательном процессе компетентностного подхода. И именно использование в процессе обучения современных образовательных технологий позволяет обеспечивать достижение требований ФГОС ВО. В статье подробно охарактеризованы разработанные преподавателями рабочие программы учебных дисциплин, которые представляют собой проекты учебного процесса. Опыт преподавательской работы в ЕГУ имени И.А. Бунина позволил особенное внимание уделить более подробной и методически обоснованной характеристике фондов оценочных средств. Приведен пример варианта тестового задания по модулю «Дифференциальные уравнения» дисциплины «Математический анализ» для будущих бакалавров по направлению подготовки Педагогическое образование (направленность /профиль Математика), который предлагался студентам при проведении промежуточного контроля знаний. Выполнен логико-математический анализ теста и описание его конструкции. По мнению авторов, применение тестов при контроле целесообразнее, они задают направление мыслительной деятельности студентов, приучают их варьировать процесс переработки воспринимаемой информации. Необходимость реализации компетентностного подхода, личностно-ориентированного обучения, поиск возможностей емко и сжато не только представить любой объем учебной информации, но и диагностировать его знание, и, конечно, развитие познавательной активности и самостоятельности студентов вызывают необходимости разработки специальных критериев и методов оценки знаний и умений.

Ключевые слова: ФГОС, компетентностный подход, методы обучения, технологии обучения и диагностики, контроль и оценка, тест.

Оптимизация образовательного процесса и реализация ФГОС в высших учебных заведениях предполагает методически грамотное сочетание современных и традиционных методов обучения, технологий обучения и диагностики. Следует отметить, что активизация процессов поиска путей и средств повышения эффективности образования связана с внедрением и реализацией в образовательном процессе компетентностного подхода. Перед образовательными учреждениями поставлена задача подготовки выпускников, способных:

- ориентироваться в меняющихся жизненных ситуациях, самостоятельно приобретая необходимые знания, применяя их на практике для решения разнообразных возникающих проблем, чтобы на протяжении всей жизни иметь возможность найти в ней свое место;
- самостоятельно критически мыслить, видеть возникающие проблемы и искать пути рационального *их решения*; четко осознавать, где и каким образом приобретаемые ими знания могут быть применены; быть способными генерировать новые идеи, творчески мыслить;
- грамотно работать с информацией: собирать необходимые для решения определенной проблемы факты, анализировать их, делать обобщения, сопоставления с аналогичными или альтернативными вариантами решения, устанавливать статистические и логические закономерности, делать аргументированные выводы, применять полученный опыт для выявления и решения новых проблем;
- быть коммуникабельными, контактными в различных социальных группах, уметь работать сообща в различных областях, в различных ситуациях, предотвращая или умело выходя из любых конфликтных ситуаций;
- самостоятельно работать над развитием собственной нравственности, интеллекта, культурного уровня [1].

Концептуальную основу традиционного обучения составляют, как известно, следующие принципы: научности, последовательности и систематичности, доступности, прочности, сознательности и активности, наглядности, связи теории с практикой, учета индивидуальных особенностей обучающихся [1].

Проблема технологизации образования на сегодняшний день является достаточно актуальной. Это связано с разработкой, внедрением и использованием в образовательном процессе инноваций, в том числе, педагогических технологий.

В области образования происходит постепенное и неминуемое расширение понятия «технология»: не просто технические средства, применяемые в целях обучения, а процесс постановки и реализации заданных образовательных целей, достижение которых гарантируется оперативной обратной связью и обеспечивается всем арсеналом психолого-педагогических, управленческих и технических средств, методов и форм.

Использование в процессе обучения современных образовательных технологий позволяет обеспечивать достижение требований ФГОС ВО. Так как принципиальными моментами для педагогической технологии являются гарантированность планируемого конечного результата и создание проекта будущего учебного процесса, а также последовательная реализация этого проекта. При этом, главным в проектировании образовательного процесса является: четкое определение целевого, содержательного и диагностического компонентов. Особенно отметим, что последний компонент несет на себе функции контроля и оценки образовательных результатов с позиций ФГОС.

В соответствии с реализуемой Концепцией Федеральных государственных

образовательных стандартов система оценивания строится на основе следующих общих принципов:

- Оценивание является *постоянным процессом*, естественным образом интегрированным в образовательную практику.
- Оценивание может быть только *критериальным*. Основными критериями оценивания выступают ожидаемые (планируемые конечные) результаты, соответствующие образовательным (учебным) целям.
- Оцениваться с помощью отметки могут *только результаты деятельности* обучающегося, но не его личные качества.
- Критерии оценивания и алгоритм выставления отметки *заранее известны* преподавателям, и обучающимся.
- Система оценивания выстраивается таким образом, чтобы *обучающиеся включались в контрольно-оценочную деятельность*, приобретая навыки и привычку к *рефлексии*.

В этой связи высшими учебными заведениями ведутся разработки дидактического материала, методического инструментария, фондов оценочных средств, которые позволили бы проводить контроль и оценку образовательных результатов, гарантировали бы полное и планомерное выполнение требований ФГОС ВО.

В Елецком государственном университете имени И.А. Бунина разработанные преподавателями рабочие программы учебных дисциплин представляют собой проекты учебного процесса. В рабочих программах поставлены конкретные цели и задачи изучения, определено место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего образования, указан перечень планируемых результатов обучения. Содержание дисциплин конкретизировано: не только выделены основные модули, но и подробно, и методически обосновано приведено распределение часов курса по темам и видам работ (контактная работа, самостоятельная работа). Раздел «Образовательные технологии» предусматривает планирование активных и интерактивных форм проведения учебных занятий. Особую практическую значимость имеет методический инструментарий, представленный в разделе «Фонд оценочных средств». В него входят: перечень форм контроля, матрица формирования компетенций, паспорт фонда оценочных средств по дисциплине, разнообразные контрольно-измерительные материалы, перечень вопросов к экзаменам и зачетам. Учебно-методическое обеспечение дисциплины согласно ФГОС ВО [3] предусматривает выполнение специальных требований по укомплектованности библиотечного фонда, и все они находят отражение в рабочей программе. Электронно-библиотечная система обеспечивает возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося к сети Интернет. Довольно развернуто представлены в программе методические указания и материалы для обучающихся и преподавателей по всем видам учебной деятельности.

Особенное внимание в рабочих программах уделено фондам оценочных средств. Контроль знаний, умений и навыков обучающихся является важной составляющей образовательного процесса. На наш взгляд, в современных условиях следует более широко применять в практической деятельности различные виды тестового контроля. Напомним, что тест для выявления результатов обучения – это совокупность заданий, сориентированных на определение уровня усвоения содержания обучения. Тестовый контроль при изучении дисциплин может использоваться на различных этапах обучения. Его можно использовать для проверки усвоения как теоретического, так и практического материала. Естественно, что особую значимость имеет методическая грамотность в составлении тестовых заданий. Согласно общепризнанным критериям

теории и методики преподавания математики правильно составленные тесты должны быть: относительно краткосрочными, т.е. не требовать больших затрат времени; однозначными, т.е. не допускать произвольного толкования тестового задания; правильными, т.е. исключать возможность формулирования многозначных ответов; относительно краткими, требующими сжатых ответов; информационными, т.е. такими, которые обеспечивают возможность соотнесения количественной оценки за выполнение теста с порядковой или даже интервальной шкалой измерений; удобными, т.е. пригодными для быстрой математической обработки результатов; стандартными, т.е. пригодными для широкого практического использования [2]. Приведем пример варианта тестового задания по модулю «Дифференциальные уравнения» дисциплины «Математический анализ» для будущих бакалавров по направлению подготовки Педагогическое образование (направленность /профиль Математика), который предлагался студентам при проведении промежуточного контроля знаний. По конструкции тест состоит из двух частей. Первая часть (задания А1–А9) имеет наиболее традиционный для тестов вид: сформулировано задание и предложены варианты ответов на него. Причем, чтобы выбрать правильный ответ, студент должен выполнить определенный набор операций. Преподаватель может потребовать от студента приложить к выбранным вариантам ответов проделанные расчеты, но можно ограничиться и только выбором ответов. Вторая часть (задания А10–А11) предусматривает представление полного варианта решения. Время выполнения приведенного теста 90 минут. Конечно, устный контроль знаний (особенно теоретического материала) способствует выработке быстрой реакции ответов на поставленные вопросы, но письменная проверка позволяет получить, на наш взгляд, более объективные результаты. При письменном контроле студент более сосредоточен, он глубже обдумывает варианты ответа, старается более четко и лаконично сформулировать свою мысль. По нашему мнению, применение тестов при контроле целесообразно и потому, что они задают направление мыслительной деятельности студентов, приучают их варьировать процесс переработки воспринимаемой информации.

В заданиях А1–А9 выберите правильный ответ

А 1. Если искомая функция зависит от одной переменной, то дифференциальное уравнение называют

- 1) сложным; 2) линейным; 3) нормальным; 4) обыкновенным

А 2. Особой точкой дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ называется точка (x_0, y_0) , в которой

- 1) функция $f(x, y)$ обращается в 0;
- 2) нарушается единственность решения задачи Коши;
- 3) функция $f(x, y)$ обращается в бесконечность;
- 4) проходит более одной интегральной кривой

А 3. Определить тип дифференциального уравнения $xyy' = 1 - x^2$

- 1) с разделяющимися переменными; 2) однородное; 3) линейное; 4) Бернулли

А 4. Установите, какая из данных функций является решением дифференциального уравнения $y'' - y = 6e^{2x}$

- 1) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 2e^{2x}$
- 2) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^{2x}$
- 3) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 2e^{2x}$

$$4) y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - e^{2x}$$

А 5. Уравнение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ является однородным, если

1) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$; 2) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$; 3) $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ – однородные функции;

4) $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ – однородные функции одного порядка.

А 6. Укажите подстановку, с помощью которой может быть найден общий интеграл уравнения $y' + p(x)y = g(x)$

$$1) y = u \cdot x; \quad 2) y = u \cdot v; \quad 3) y = e^{-\int p(x)dx}; \quad 4) z = y^{-n+1}.$$

А 7. Определитель Вронского для системы функций $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{-x}$ равен

$$1) -2; \quad 2) 0; \quad 3) 1; \quad 4) -1.$$

А 8. Указать линейное дифференциальное уравнение

$$1) y'' + 2y' + 3y = 4x;$$

$$2) yy'' = (y')^2;$$

$$3) 2y(y')^3 + y' = 0;$$

$$4) x^2 y'' + 2xy' + y^2 = 0$$

А 9. Найдите общий интеграл уравнения $ye^x dx + (y + e^x)dy = 0$

$$1) ye^x - \frac{y^2}{2} = C \quad 2) ye^x - \frac{x^2}{2} = C \quad 3) ye^x + \frac{y^2}{2} = C \quad 4) ye^x + \frac{x^2}{2} = C$$

В заданиях А10 – А11 приведите решение

$$\text{А 10. Решите систему ДУ методом исключения} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 6x - 2y. \end{cases}$$

А11. Построить функцию Грина для краевой задачи $y'' + 4y = f(x)$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

В заключение отметим, что необходимость реализации компетентностного подхода, личностно-ориентированного обучения (то есть индивидуального, учитывающего особенности личности, интересы и потребности каждого студента), поиск возможностей емко и сжато не только представить любой объем учебной информации, но и диагностировать его знание, и, конечно, развитие познавательной активности и самостоятельности студентов вызывают необходимости разработки специальных критериев и методов оценки знаний и умений. А дело это очень трудоемкое.

Список литературных источников

1. Панина Г.С., Вавилова Л.Н. Современные способы активизации обучения: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2006. 176 с.
2. Рябова М.С. Вопросно-ответные процедуры в процессе обучения математике [Электронный ресурс] Режим доступа. URL: <http://nauka-pedagogika.com/viewer/142823/a?#?page=1>
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата) от 04.12.2015, № 1426.

REVISITING MONITORING AND EVALUATION OF EDUCATIONAL OUTCOMES FROM THE PERSPECTIVE OF FSES

I.A. Yeletskikh Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor yeletskikh.irina@yandex.ru Yelets	Bunin Yelets State University
T.M. Safronova Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor stm657@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University
N.V. Chernousova Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor chernousovi@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University

Abstract. The article presents the issues of monitoring and evaluation of learning outcomes in implementation of Federal State Educational Standards of Higher Education (FSES HE). Educational process optimization and Federal State Educational Standards (FSES) implementation in institutions of higher education involves methodically competent combination of modern and traditional teaching methods, learning technologies and diagnostics. The authors have tried to consider possible methods of intensification for the processes of searching ways and means of increasing education efficiency in relation to introduction and implementation of competency-based approach in the educational process. And it is the use of modern educational technologies in the learning process that makes meeting FSES HE requirements possible. The article provides detailed characteristics of educational subject work programs being the projects of the learning process and prepared by the lecturers. Teaching experience of the Bunin YSU allowed the authors to pay special attention to more detailed and theoretically grounded characteristics of evaluation means resources. A test task example of the «Differential Equations» module from the «Mathematical Analysis» course for intending bachelors of the teacher training program (orientation/specialization in Mathematics) offered to students during the midpoint assessment has been provided. Logical-mathematical analysis of the test and description of its structure have been conducted. According to the authors, use of tests for assessment is more reasonable, they give direction of students' mental activity, train them to vary the processing of perceived information. The necessity for competency-based approach implementation, person-centered learning, searching for possibilities of not only concise and terse representation for any amount of teaching information, but also diagnostics of its knowledge, and of course, students' cognitive activity and independence cause requirement for developing special criteria and methods of knowledge and skill evaluation.

Keywords: FSES, competency-based approach, teaching methods, teaching and diagnostic technologies, monitoring and evaluation, test.

References

1. Panina G.S., Vavilova L.N. (2006) *Sovremennyye sposoby aktivizatsii obucheniia: ucheb. posobie dlia stud. vyssh. ucheb. zavedenii* [Active learning methods:-manual] M.: Publishing Centre «Academy», 2006. 176 p.
2. Riabova M.S. (), *Voprosno-otvetny'e protsedury v protsesse obucheniia matematike* [Electronic resource] [Surveys-response procedures in learning mathematics]. URL: <http://nauka-pedagogika.com/viewer/142823/a?#?page=1> (Accessed: 12.12.2017)
3. Federal'ny'i gosudarstvenny'i obrazovatel'ny'i standart vysshego obrazovaniia po napravleniiu podgotovki 44.03.01 Pedagogicheskoe obrazovanie (uroven' bakalavriata) ot 04.12.2015, № 1426 [Federal State educational standard of higher education in the preparation of 44.03.01 pedagogical education (baccalaureate level) from 04.12.2015, no. 1426], 2015.

УДК
378.147

**ОНЛАЙН-ПЛАТФОРМА КАК ИНСТРУМЕНТ
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ ДЕТЕЙ
С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ
В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ**

Подаев Михаил Валерьевич

к.п.н., доцент
podaev86@gmail.com
г. Елец

доцент кафедры математики и методики
ее преподавания Елецкого государствен-
ного университета им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье раскрывается потенциал дистанционных образовательных технологий применительно к работе с математически одаренными детьми на примере использования онлайн-платформы *zimalip.ru*. Отечественное математическое образование переживает кризис. Результаты выступлений российской сборной на Международной математической олимпиаде свидетельствуют об отрицательной динамике, как в относительных показателях, так и в абсолютных. Традиционно в лучших учебных заведениях страны уровень математической подготовки остается высоким, чего нельзя сказать в целом о среднем образовании. Актуальной остается проблема развития математических центров в регионах. Сегодня стала распространенной точка зрения, что средняя школа не столько выявляет и развивает одаренных детей, сколько служит «кладбищем» их талантов. В статье обосновывается актуальность проблемы развития математических центров в регионах, выполняющих важную функцию, в том числе, по выявлению, отбору и развитию одаренных обучающихся. Также доказывается идея эффективности педагогических технологий обучения математике, основанных на применении дистанционных образовательных платформ.

Ключевые слова: онлайн-платформа, дистанционное образование, одаренные дети, дистанционная олимпиада.

1. Введение. В настоящее время отечественное математическое образование переживает кризис: все более ощутим разрыв между новыми технологиями, информационными системами и слабой готовностью, мотивированностью основного контингента учителей к новациям, к модификации своего стиля преподавания.

Так, по результатам Международной математической олимпиады в 2015 году российская команда заняла 8-е место в общем зачете (в 2016 – 7-е место поделено с Великобританией). И это при условии, что работа с одаренными детьми, качество подготовки олимпиадников традиционно являлись предметом гордости советской школы. Но современное состояние российской системы образования в целом, видимо, сказалось и на «элитном» образовании.

Очевидна отрицательная динамика достижений российских школьников, как в относительных результатах (места нашей сборной с 2000 по 2016 гг. приведены на графике), так и в абсолютных – за последние 10 лет ни один представитель нашей сборной не смог решить все 6 задач (в 2000 г. и в 2004 г. таких было двое; в 2002, 2005, 2006 гг. – по одному; для примера, в 2016 г. сразу трое участников из Южной Кореи справились со всеми задачами, из США – двое).



Рис.1. Статистика выступлений сборной РФ на ММО

В этом году была «пробита» психологическая отметка – впереди нас оказались 10 команд (Корея, Китай, Вьетнам, США, Иран, Япония, Сингапур, Тайланд, Великобритания, Тайвань). В личном зачете представитель России оказался 14-м (Михаил Иванов, ФМЛ №239, СПб).

В лучших учебных заведениях страны уровень математической подготовки традиционно остается на высоком уровне, чего нельзя сказать в целом о среднем образовании. В связи с этим особенно остро стоит проблема развития математических центров в регионах. Актуальность этой проблемы становится очевидной, если учесть, что талантливые и одаренные дети есть не только в Москве и Петербурге, и выявлять и развивать их необходимо по всей стране. Так, Российские школьники на 48-й Международной физической олимпиаде в Индонезии завоевали 5 золотых медалей – впервые за всю российскую и советскую историю. И особенно важно, что из Москвы и Петербурга в команду было всего двое ребят из пяти – в сборную вошли также школьники из Перми, Республики Коми и Воронежа, что свидетельствует о необходимости наличия центров работы с одаренными детьми не только в столицах, но и в регионах. Отдельно следует сказать о проблеме проектирования технологий поиска и выявления одаренности. Без специальных методик в регионах найти в раннем возрасте талантливых учеников невозможно (дистанционные олимпиады, конечно, играют важную роль, однако этого недостаточно).

В опубликованной и утвержденной Указом Президента Российской Федерации Концепции развития математического образования выделена система взглядов на базовые принципы, цели, задачи и основные направления этого процесса. Цель Концепции

– вывести российское математическое образование на лидирующее положение в мире, сделать математику передовой и привлекательной областью знания и деятельности, а получение математических знаний – осознанным и внутренне мотивированным процессом. Пунктом 10 плана мероприятий Министерства образования и науки Российской Федерации по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации, утвержденного Приказом Минобрнауки России от 3 апреля 2014 г. № 265, предусмотрено развитие системы мероприятий для одарённых детей, включающей механизмы поиска и выявления одаренных детей в разных регионах России. От решения этой проблемы зависит интеллектуальный и экономический потенциал государства. Известно, что еще Платон считал наиболее важной задачей государства распределение обязанностей и занятий в соответствии с врожденными способностями человека. Великобританский социолог М. Янг признает, что «нынешнее правление осуществляется не столько через народ, сколько через наиболее умную часть народа – не аристократию по рождению и не плутократию по богатству, а истинную *меритократию* таланта» [1]. Современное меритократическое общество относится к одаренным детям как к будущей интеллектуальной и творческой элите, от которой будет зависеть «коридор возможностей» дальнейшего развития страны. Сегодня российское государство выдвинуло доктрину, которую схематично можно представить так: *от развития одаренной личности – к формированию одаренного общества, от образования элиты – к элитарному образованию*. Однако нынешняя школа ориентируется в основном на «среднего» ученика, что же касается одаренных учащихся, то негласно считается, что все их проблемы как бы автоматически снимаются, поскольку они и сами «пробьют себе дорогу». Вместе с тем, у учителя проблем с одаренными учащимися возникает более чем достаточно. Прежде всего, внимательный, думающий учитель знает, что одаренных и способных детей тысячи, а к окончанию школы остаются единицы. Это значит, что средняя школа не столько выявляет и развивает одаренных детей, сколько служит «кладбищем» их талантов. Видимо, по-настоящему творчески одаренная личность не может жить по запрограммированным школой правилам.

Другая проблема в том, что распознать способности своих учеников, особенно в первые годы работы в школе, учителям нелегко³. Зачастую отсутствие интереса к тому или иному предмету, нежелание ученика заниматься расценивается учителем как низкий уровень способностей. Беда во всеобщей подверженности влиянию ярлыков. Мы вскользь наделяем детей ярлыком «умственно отсталый», точно также, как и ярлыком «одаренный», которые, в одном случае, могут сломать веру родителей в собственного ребенка, а в другом – породить повышенные требования к его успеху и изменить всю жизнь маленького человека. Особенно популярным в последнее время стал ярлык «одаренный ребенок» - даже тогда, когда для этого нет достаточных оснований.

2. Методика. В психологии до сих пор нет общего представления о природе одаренности, а есть альтернативные подходы к решению проблемы. *Первый подход*: все дети талантливы. Каждый человек по-своему одарен. Такой гуманистический подход размывает специфику понятия «одаренность». Фокус смещается от проблемы выявления одаренных детей в сторону поиска «ключика» к способностям ребенка и методам их развития. *Второй поход* понимает одаренность как дар «свыше», которым наделены единицы, избранные. В этом случае акцентируется проблема выявления одаренных детей в ущерб поиску возможностей развития одаренности.

³ Известно, что Л. Толстой с треском провалил историю при поступлении в Казанский университет. О. Роден в семинарии не понимал латынь, чтение и правописание, не мог выучить ни строчки из священного писания, учителя считали его «бездарем». А. Эйнштейн был «двоечником», а Ф. Шаляпина не приняли в церковный хор и т.п.

Очевидно, что широкий резонанс проблема выявления и развития одаренных детей может вызвать только при наличии единого научно обоснованного представления о феномене одаренности. Чем, например, одаренный ребенок отличается от *способного*, имеющего так называемую «высокую норму»? Каковы *виды одаренности* и какими *методами* они могут выявляться? В чем преимущества и ограничения конкретных диагностических методик? Какова природа проблем, возникающих у одаренных детей? Всегда ли они являются следствием одаренности? Как помочь ребенку их преодолеть?

В педагогике выделяют правила распознавания одаренных детей, одно из которых гласит: *трудность, сложность тестовых заданий должна быть такова, чтобы учащийся справлялся с ними на пределе мобилизации своих сил и способностей, либо с небольшой помощью учителя*. Следует иметь в виду, что если ученик не справился с тестовым заданием, то это не всегда означает отсутствие у него способностей к диагностируемому виду деятельности. Причиной может быть плохое настроение или слабая мотивация для выполнения предложенного теста.

Какие же изменения должно претерпеть традиционное содержание обучения, чтобы оно могло удовлетворять потребностям и возможностям одаренных детей? Как работать с учащимися, имеющими высокий уровень общих способностей?

Современные информационные технологии представляют большие возможности для решения названных проблем, в частности, дистанционные технологии обучения позволяют преодолеть барьеры, связанные с удаленностью учащихся друг от друга и от образовательных центров (что особенно актуально для России с огромной территорией). В связи с этим большим потенциалом обладают онлайн-проекты, предоставляющие равные возможности для всех, у кого есть доступ к сети.

В Липецкой области для обучающихся 3-6-х классов действует онлайн-платформа zimalip.ru. С определенной периодичностью – один раз в две недели – на сайте выкладываются задания в виде отдельных туров (для разных классов) по математике и информатике, которые предлагается решить за отведенное время зарегистрировавшимся участникам. По окончании тура подводятся итоги – каждый участник получает баллы за правильно решенные задания, которые в итоге суммируются, и формируется рейтинговая таблица. По итогам сессий (4 раза в год) проводятся очные встречи и награждение победителей.



Рис. 2. Рейтинг участников zimalip.ru



Рис. 3. «Совы не то, чем они кажутся» (Сова – символ заочной академии)



Рис. 4. Награждение победителей академии zimalip.ru

Содержательно задания для данного проекта фундируются концепцией социокультурно-ориентированного обучения математике – авторы ставят перед собой целью не отпугнуть маленьких математиков и информатиков сложными заданиями, а заинтересовать их, сформировать ценностное отношение к предметному материалу средствами занимательности и исторического дискурса. В связи с этим представленные на портале туры содержательно носят сюжетный и увлекательный характер «погружения в сказку», что совмещается с изучением самых сложных олимпиадных тем – делимость, графы, логика и др.

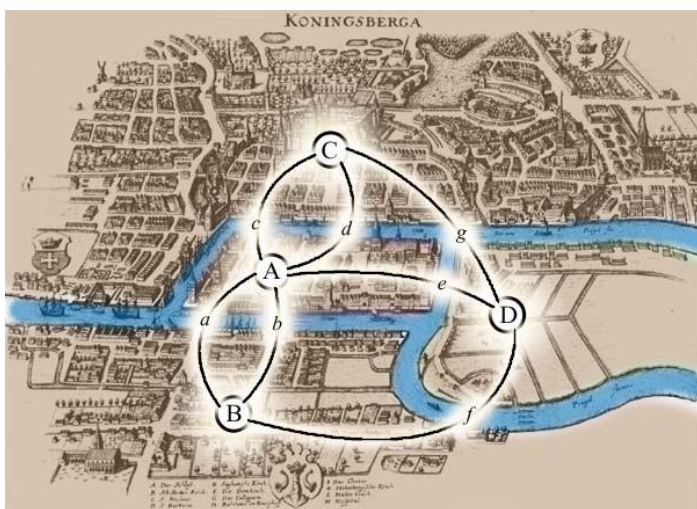
Примеры заданий Заочной информационно-математической академии Липецка ZIMALIP.RU.

ЗАГАДОЧНЫЕ ГРАФЫ. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задача о Кенигсбергских мостах

Издавна среди жителей Кёнигсберга (старинного прусского города в Прибалтике) была распространена следующая загадка.

Как пройти по всем городским мостам (через реку Преголя, на которой стоит город), не проходя ни по одному из них дважды.



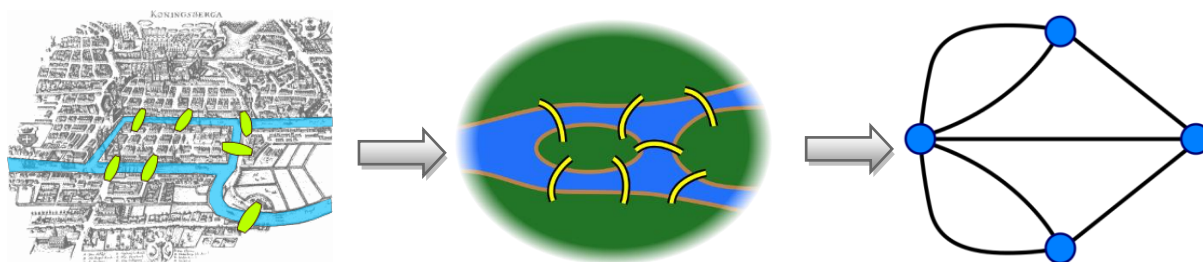
Многие жители пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, во время прогулок. Впрочем, доказать или опровергнуть возможность существования такого маршрута никто не мог.

В 1736 году задача о семи мостах заинтересовала выдающегося математика, члена Петербургской академии наук Леонарда Эйлера, о чём он написал в письме итальянскому математику и инженеру Джованни Джакомо Маринони от 13 марта 1736 года.

В этом письме Эйлер приводит правило, пользуясь которым, легко определить, можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному из них. В данном случае ответ был: «нельзя».

В письме Карлу Готлибу Элеру от 3 апреля 1736 года Эйлер обосновывает найденное им правило, а позднее на эту тему Эйлер публикует статью в научном журнале Петербургской академии наук (долгое время Эйлер, будучи по происхождению швейцарцем, работал в России) «Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae».

В ходе работы над данной задачей Эйлер использовал не карту Кенигсберга, и уж тем более не ходил по самим мостам – он изобразил все с помощью сильно упрощенной схемы – на ней вы не увидите ни города, ни жителей, даже реку не разобрать. Только линии (мосты) и точки (части города, которые соединяются мостами).



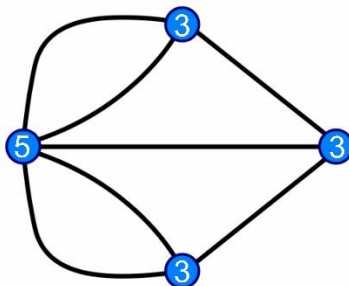
Такое наглядное, графическое представление оказалось намного удобнее. Все лишнее было отброшено, и остались лишь самые важные элементы, которые и получили название «**граф**» - и это никак не связано с дворянским титулом, скорее, данное слово произошло от слова «**графический**».

Используя последнее изображение – по-другому, граф, - условие задачи выглядит следующим образом:

Изобразите данную фигуру, не отрывая карандаша от бумаги и не проходя дважды по любой линии (проходить через точки можно сколь угодно много раз)

Можете убедиться в том, что сделать этого нельзя. Однако ваши попытки не будут считаться в математике *доказательством* того, что это невозможно сделать.

И Эйлер вывел правило, пользуясь которым, можно решать подобные задачи, не прибегая к экспериментам. Он посчитал, сколько линий (мостов) выходит из каждой вершины.



Как оказалось, в данном случае из трех вершин выходит по три линии, а из одной – пять. Говорят, что три вершины имеют степень 3, а одна вершина – степень 5. Все эти числа *нечетные* (не делятся на два).

Если граф имеет более двух вершин нечетной степени, то задача его обхода не имеет решения.

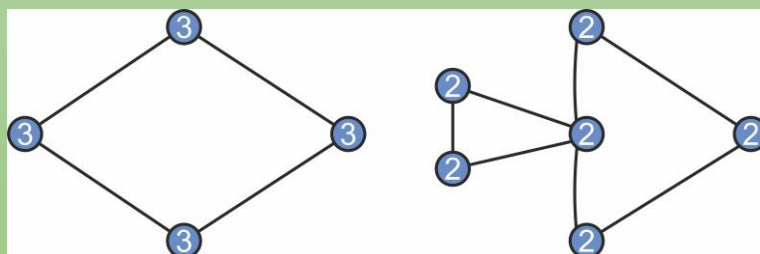
Или

Если граф имеет более двух вершин, из которых выходит нечетное количество линий, задача его обхода не имеет решения.

MEDIUM / СРЕДНЕ

Можно попробовать объяснить, почему имеет место это правило. Если при обходе графа можно прийти в какую-то точку А (несколько раз), а затем выйти из нее (столько же раз), то А имеет четную степень.

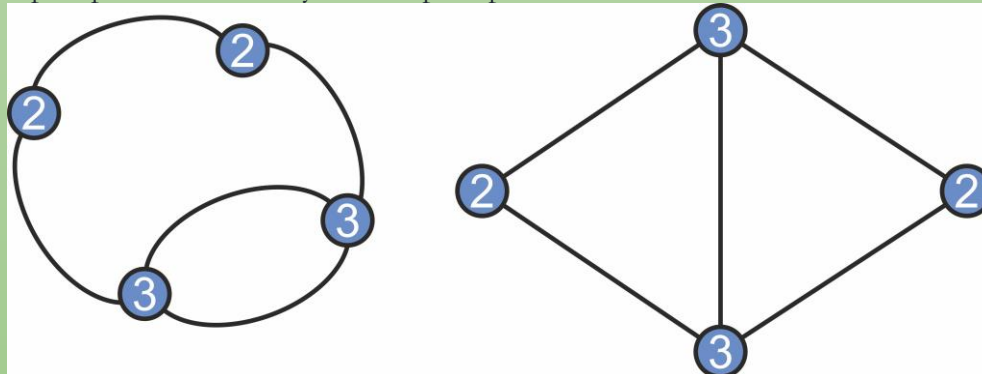
Если в графе все вершины (А,В,С,...,D) имеют четную степень, то можно начать обход в любой вершине, и в ней же закончить (попробуйте на приведенных ниже графах).



MEDIUM / СРЕДНЕ

Если в графе две вершины нечетной степени, то его обход необходимо начинать в одной из них и заканчивать в другой.

Проверьте это на следующих примерах:



Если же вершин нечетной степени больше двух (как и в задаче о мостах), задача обхода не имеет решения (такие вершины могут располагаться лишь в начале и конце, но не в середине пути обхода: в середине могут располагаться лишь вершины четной степени – вошел-вышел и т.д.).

Графа же с одной вершиной нечетной степени не существует – попробуйте в этом убедиться, попытавшись изобразить такой граф.

ДЛЯ ОСОБЕННО ПЫТЛИВЫХ УМОВ

Графа с одной вершиной нечетной степени не существует.

Предположим, что такая вершина есть (А). Тогда она соединена нечетным количеством линий с нечетным количеством вершин ($B_1, B_2, \dots, B_n$).

Но тогда вершины В также должны соединяться между собой, чтобы иметь четные степени. каждая линия между ними будет уменьшать количество нечетных вершин В на два. Однако вершин В нечетное количество, и по крайней мере одна из вершин В будет иметь нечетную степень.

Отсюда также следует, что **вершин нечетной степени всегда четное количество.**

Графы можно наблюдать повсеместно в окружающем нас мире:

- ваш дом (комнаты – вершины, двери между ними – линии, их соединяющие);
- ваша страна (города – вершины, дороги между ними – линии);
- знакомства между людьми (люди – вершины, знакомства – линии между ними).

ПОПРОБУЙ САМ

Попробуйте изобразить граф вашей квартиры или ваших знакомств. Обозначьте степени вершин. Определите, решается ли задача его обхода методом Эйлера.

Пример 1. В стране 3 города, из двух из них выходит по две дороги. Сколько дорог выходит из третьего города?

Решение

Так как из двух городов (А и В) выходит по две дороги, то каждый из этих городов соединен со всеми остальными, в том числе и с третьим городом (С). Поэтому город С соединяется дорогами с А и В, и из него выходит 2 дороги.

Пример 2. В стране есть четыре города, соединенных друг с другом дорогами. Путешественник посчитал, сколько дорог выходит из каждого города, и сложил все эти числа, получив число 9. Покажите, что он ошибся.

Решение

Каждая дорога, посчитанная путешественником, будет посчитана два раза (так как, соединяя два города, выходит из обоих). Сколько бы дорог не было между городами, полученное путешественником число всегда будет делиться на 2. 9 не делится на 2, поэтому не могло получиться.

Пример 3. В одном районе Шотландии есть несколько озер. Все реки там вытекают из одного озера и впадают в другое. Некий гуманитарий посчитал, что из каждого озера вытекает по 3 реки, а впадает 4. Покажите, что гуманитарий ошибся.

Решение

Если всего озер, допустим, 2, то рек, с одной стороны, должно быть $2 \cdot 3 = 6$, с другой – $2 \cdot 4 = 8$, ошибка.

Если озер в общем случае n , то рек $3n$ или $4n$ – ошибка. Вытекающих и впадающих рек должно быть поровну.

Пример 4. В кафе встретились несколько друзей, и каждый пожал всем остальным по одному разу руку. Сколько всего могло быть рукопожатий?

Решение

При одном человеке рукопожатий не могло быть.

При двух – одно.

Приходит третий – пожимает руку предыдущим двум, т.е. $1+2=3$.

Приходит четвертый – пожимает присутствующим трем:

$3+3=6$.

Можно составить таблицу:

Друзья	2	3	4	5	6
Рукопожатия	1	$+2=3$	$+3=6$	$+4=10$	$+5=15$

Список литературы

1. Янг М. Утопия и утопическое мышление. М., 1991.
2. Подаева Н.Г. Социокультурно-ориентированное обучение математике в школе: формирование геометрических понятий // Научно-методический журнал «CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование». Елец. 2017. Выпуск № 3.
3. Подаева Н.Г. Культурная базовая способность «понимание»: цель подготовки специалиста и уровень обученности // Психология образования в поликультурном пространстве. 2011. Т. 2. № 14. С. 98-103.
4. Подаева Н.Г. Социокультурное содержание учения в области математики // Психология образования в поликультурном пространстве. 2010. Т. 2. № 2. С. 91-96.

УДК
378.147 | **ONLINE PLATFORM AS A TOOL OF PEDAGOGICAL SUPPORT
OF CHILDREN WITH SPECIAL EDUCATIONAL NEEDS IN THE
FIELD OF MATHEMATICS**

Podaev M.V. | Bunin Yelets State University
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
podaev86@gmail.com
Yelets

Abstract. The article examines the potential of distance educational technologies in relation to working with gifted children in the field of mathematics, using the example of the online platform zimalip.ru. Domestic mathematical education is in crisis. Based on the results of the Russian team's performance at the International Mathematical Olympiad, negative dynamics is evident, both in relative results and in absolute results. In the best educational institutions of the country, the level of mathematical training remains at a high level, which can not be said in general about secondary education and the development of mathematical centers in the regions. The secondary school not only reveals and develops gifted children, but serves as a "cemetery" of their talents. The article substantiates the importance of the development of mathematical centers in regions that perform an important function, including the search for and selection of gifted students. It also explains the relevance of distance educational platforms.

Keywords: online platform, distance education, gifted children, distance Olympiad.

References

1. Iang M. (1991) Utopiia i utopicheskoe my`shlenie [Utopia and utopian thinking] M., 1991.
2. Podaeva N.G. (2017) Sotciokul`turno-orientirovannoe obuchenie matematike v shkole: formirovanie geometricheskikh poniatii` [Sociokulturno-oriented learning math in school: formation of geometric concepts] Nauchno-metodicheskii` zhurnal «CONTINUUM. Matematika. Informatika. Obrazovanie». №3.
3. Podaeva N.G. (2011) Kul`turnaia bazovaia sposobnost` «ponimanie»: tsel` podgotovki spetsialista i uroven` obuchennosti [The cultural base "understanding": the aim of training and teaching level] Psihologiiia obrazovaniia v polikul`turnom prostranstve. №14. T.2, pp. 98-103.
4. Podaeva N.G. (2010) Sotciokul`turnoe sodержanie ucheniia v oblasti matematiki [Socio-cultural content exercises in mathematics] Psihologiiia obrazovaniia v polikul`turnom prostranstve. №2. T. 2, pp. 91-96.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Бегматов Акрам Хасанович	д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета (Узбекистан) akrambegmatov@mail.ru
A.H. Begmatov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Samarkand State University (Uzbekistan) akrambegmatov@mail.ru
Бегматов Акбар Хасанович	д.ф.-м.н., профессор кафедры инженерной математики Новосибирского государственного технического университета begmatov@ami.nstu.ru
A.H. Begmatov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Novosibirsk State Technical University begmatov@ami.nstu.ru
Браницкая Галина Александровна	аспирант Московского педагогического государственного университета gouttiere@list.ru
L.L. Branitskaya	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Moscow National University of Science and Technology MISiS branli@mail.ru
Браницкая Лидия Леонидовна	к.ф.-м.н., доцент кафедры математики Научно-исследовательского технологического университета (Московский институт стали и сплавов) branli@mail.ru
G.A. Branitskaya	Master, Moscow State Pedagogical University gouttiere@list.ru
Буляева Мафтуна	Магистр, кафедры алгебра и геометрии Самаркандского государственного Университета (Узбекистан) islamova-64@bk.ru
M. Bulyaeva	master, Samarkand State University islamova-64@bk.ru
Воробьев Александр Егорович	д.т.н., профессор, проректор по международным связям ФГАОУ ДПО «Институт повышения квалификации руководящих работников и специалистов топливно-энергетического комплекса» Минэнерго РФ, г. Раменское fogel_al@mail.ru
A.E. Vorobiov	Dr. Sci. (Engineering), professor, Institute of professional development of executives and specialists of fuel and energy complex, Ramenskoye fogel_al@mail.ru
Дворяткина Светлана Николаевна	д.п.н., профессор кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

	sobdvor@yelets.lipetsk.ru
S.N. Dvoryatkina	Dr. Sci. (Pedagogy), professor, Bunin Yelets State University sobdvor@yelets.lipetsk.ru
Елецких Ирина Адольфовна	к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, г. Елец yeletskikh.irina@yandex.ru
I.A. Yeletskikh	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Bunin Yelets State University yeletskikh.irina@yandex.ru
Кузнецова Татьяна Ивановна	д.п.н., профессор института русского языка и культуры Московского государственного универ- ситета имени М.В. Ломоносова kuzti45@gmail.com
T.I. Kuznetsova	Dr. Sci. (Pedagogy), professor, Lomonosov Moscow State University, Institute of Russian Language and Culture kuzti45@gmail.com
Лыкова Ксения Геннадьевна	специалист управления образовательной полити- ки Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, г. Елец main@elsu.ru
K. G. Lycova	Bunin Yelets State University a specialist in the man- agement of education policy main@elsu.ru
Мурзаева Айнагуль Кадыровна	заведующий кафедрой «Педагогики и естественных наук» Баткенского государственного университета Кызыл-Кийского педагогического института, Республика Кыргызстан ainagul27.02.70@mail.ru
A.K. Murzaeva	Batken state university Kyzyl-Kiya pedagogical institute, Kyrgyzstan ainagul27.02.70@mail.ru
Подаев Михаил Валерьевич	к.п.н., доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, г. Елец podaev86@gmail.com
M.V. Podaev	Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor, Bunin Yelets State University podaev86@gmail.com
Ройтенберг Владимир Шлеймович	к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики Ярославского государственного технического университета vroitenberg@mail.ru

V.Sh. Roytenberg	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor Yaroslavl State Technical University vroitenberg@mail.ru
Сафронова Татьяна Михайловна	к.п.н., доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина stm657@mail.ru
T.M. Safronova	Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor, Bunin Yelets State University stm657@mail.ru
Солеев Ахмаджон Солеевич	д.ф.-м.н., профессор, декан механико-математического факультета Самаркандского государственного университета (Узбекистан) asoleev@yandex.ru
A.S. Soleev	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Samarkand State University, The faculty of Mechanics and Mathematics asoleev@yandex.ru
Черноусова Наталия Вячеславовна	к.п.н., доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина chernousovi@mail.ru
N.V. Chernousova	Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor, Bunin Yelets State University chernousovi@mail.ru
Щербатых Сергей Викторович	д.п.н., доцент, проректор по учебной работе, профессор кафедры математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина shcherserg@mail.ru
S.V. Shcherbatykh	Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor, Vice-rector for academic Affairs Professor of the Chair of mathematics and methodology of its teaching, Bunin Yelets State University shcherserg@mail.ru

Научный журнал

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск № 4(8) / 2017

Редактор – Н.П. Безногих

Компьютерная верстка и дизайн обложки – М.В. Подаев

Техническое исполнение – В.М. Гришин

Формат А-4 (98 п.л).

Гарнитура Times. Печать трафаретная

Печ.л. 6,2. Уч.-изд.л. 5,7

Тираж 1000 экз. Заказ № 169

Подписано в печать 19.12.2017

Дата выхода в свет 20.12.2017

Свободная цена

Адрес редакции и издателя:

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

E-mail: tarov1970@rambler.ru

Сайт редколлегии: <http://pmi.elsu.ru>

**Подписной индекс журнала №64987 в каталоге периодических изданий
органов научно-технической информации агентства «Роспечать»**

Отпечатано с готового оригинал-макета

на участке оперативной полиграфии

Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28,1