

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ И.А. БУНИНА»

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №2(6) / Елец, 2017

УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
(399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

- Щербатых С.В.** - **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаева Н.Г.** - **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И.А.Бунина (Елец, Россия);
- Асланов Р.М.** - доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** - доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, проректор по науке и академическому развитию Института математики и информатики Болгарской академии наук, академик IHEAS (София, Болгария);
- Зарубин А.Н.** - доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева (Орел, Россия);
- Корниенко В.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Кузнецова Т.И.** - доктор педагогических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** - доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления (Москва, Россия);
- Солдатов А.П.** - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор Белгородского государственного национального исследовательского университета (Белгород, Россия);
- Солеев А.** - доктор физико-математических наук, профессор Самаркандского государственного университета им. А.Навои (Самарканд, Узбекистан);
- Таров Д.А.** - ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаев М.В.** - кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия)

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER:

The Federal State Educational Government-Financed Institution of Higher Education
«Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1)

THE EDITORIAL BOARD:

- Shcherbatykh S.V.** **Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaeva N.G.** **Deputy Chief Editor**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Informatics, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Aslanov R.M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan)
- Borovskikh A.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Gruzdev S.I.** Doctor in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Research and Academic Development Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, academician IHEAS (Sofia, Bulgaria)
- Zarubin A.N.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Scientist of Russia, head of the department of mathematical analysis and differential equations, Oryol State University. IS Turgenev (Oryol, Russia)
- Kornienko V.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Kuznetcova T.I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Sergeeva T.F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of general mathematical and natural sciences Social Management Academy (Moscow, Russia)
- Soldatov A.P.** Honored Worker of Science, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematics, Belgorod State National Research University (Belgorod, Russia)
- Soleev A.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of Samarkand State University. A.Navoi (Samarkand, Uzbekistan)
- Tarov D.A.** executive secretary, Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaev M.V.** Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)

ISSN 2500-1957

© Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Солеев А., Баротов А.	Алгоритм исследования особенностей плоских механизмов.....	7
Бегматов А.Х., Очилов З.Х.	Задача интегральной геометрии вольтеровского типа с весовой функцией специального вида.....	11
Халхужаев А.М., Исакулов Т.М.	О существенном спектре некоторого трехчастичного дискретного оператора Шредингера.....	16
Икромов И.А., Солеева Н.А.	Об оценках сингулярного интеграла.....	20
Соломатин О.Д.	Различные эталоны роста элементарных функций.....	28
Можарова Т.Н.	К вопросу о решениях одного класса однородных операторных уравнений.....	32
Тарова И.Н.	Информационные процессы в распределенной информационной образовательной системе.....	38

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Карасев В.А.	Организация учебно-методического комплекса для преподавания математических дисциплин в техническом университете в условиях реализации ФГОС нового поколения.....	45
Лёвшина Г.Д.	Использование информационных технологий для организации самостоятельной работы студентов при изучении курса «Математический анализ» в техническом университете.....	52
Гуляихина Е.С., Филиппова Е.М.	Проектная деятельность студентов вуза в процессе изучения дисциплины «Информатика»: компетентностный подход.....	59
Артюхина М.С.	Интегративная модель интерактивного обучения математике бакалавров гуманитарного профиля подготовки как средство самоактуализации личности.....	63
Елизарова Е.Ю.	Математическое моделирование как метод развития профессиональных компетенций у будущих учителей математики.....	69
Петрищев Н.И.	Реализация межпредметных связей электродинамики и дисциплин математического цикла.....	76

ВЫДАЮЩИЕСЯ УЧЕНЫЕ-МАТЕМАТИКИ

Русаков А.А.	Выдающийся математик и педагог Иван Иванович Баврин...	80
Марданов М.Д., Асланов Р.М., Гасанова Т.Х.	Научное наследие Кошкура Теймур оглы Ахмедова в развитии современной математики Азербайджана (к 100-летию со дня рождения) (25.10.1917-10.02.1975).....	85
Сведения об авторах.....		97

CONTENTS

ASPECTS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATICS

Soleev A., Barotov A.	Algorithm of research of singularities of plane mechanisms.....	6
Begmatov A.H., Ochilov Z.H.	The problem of integral geometry of volterra type with a weight function of a special type.....	11
Khalkhuzhaev A.M., Isakulov T.M.	About essential spectrum of three porticle discrete Schroedinger operator.....	16
Ikromov I.A., Soleeva N.A.	On estimates for singular integral.....	20
Solomatin O.D.	Various standards of basic growth functions.....	28
Mozharova T.N.	To the question of solutions of a class of homogeneous operator equations.....	32
Tarova I.N.	Information processes in the distributed informational educational system.....	38

INNOVATIONS FEDERAL STANDARDS AND EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN THE TEACHING OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Karasev V.A.	Organization of educational-methodical complex for teaching mathematical disciplines in technical university under conditions of realization of gef of new generation.....	45
Levshina G.D.	The search and forming stages skilled and experimental work on the technique of formation of stochastic culture of seniors as means of infocommunication technologies.....	52
Gulyaikhina E.S., Filippova E.M.	Project activities of university students while studying informatics: competency approach.....	59
Artyukhina M.S.	Integrative model of interactive training in mathematics of a humanitarian profile of preparation as means of self-updating of the personality.....	63
Elizarova E.Y.	Mathematical modeling as a method of development of professional competence of future teachers of mathematics...	69
Petrishev N.I.	Realization of interdisciplinary connections of electrodynamics and disciplines of the mathematical cycle....	76

OUTSTANDING SCIENTISTS AND MATHEMATICS

Rusakov A.A.	Outstanding mathematician and teacher Ivan Ivanovich Bavrin..	80
Mardanov M.J., Aslanov R.M., Gasanova T.Kh.	Scientific heritage of koshkar teymur oglu akhmedov in development of modern mathematics of azerbaijan. (to the 100-the anniversary). (25.10.1917 – 10.02.1975).....	85
Information about authors.....		78

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 51-74 | АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ
ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Солеев Ахмаджон
д.ф.-м.н., профессор
asoleev@yandex.ru
г. Самарканд

декан механико-математического факультета
Самаркандского государственного
университета (Узбекистан)

Баротов Адизжон
к.ф.-м.н., доцент
adizjon71@mail.ru
г. Самарканд

доцент кафедры алгебры и геометрии
Самаркандского государственного
университета (Узбекистан)

Аннотация. В работе найдены все параметрические разложения асимптотических решений одной системы нелинейных алгебраических уравнений вблизи особых точек. К этой системе приводятся уравнения связей плоских механизмов, которые используются в робототехнике. Рассматриваются особенности плоского вращающего механизма; приводятся уравнения связей, описывающих функции положения механизма; дается локальное представление функции положения механизма.

Ключевые слова: алгебраические уравнения, особые точки, асимптотические решения, уравнения связи, локальное представление, плоские механизмы, функции положения, степень свободы.

1. Введение

Задача о функции положения плоских механизмов с несколькими степенями свободы давно привлекает исследователей в области теории механизмов [1-3]. Суть этой задачи заключается в определении положений всех ведомых звеньев механизма по заданному положению ведущих звеньев.

При движении механизмы как с одной, так и с несколькими степенями свободы могут оказаться вблизи особых положений. Особое положение плоских механизмов характерно тем, что якобиан системы уравнения связей механизма обращается в нуль. Эта ситуация крайне нежелательна, поскольку при приближении к особенности положение механической системы становится неустойчивым, возрастают нагрузки в шарнирах, происходит потеря степеней свободы. Механизм, попав в особое положение, может оставаться в ней неограниченно долго, продолжая при этом движение. В сущности, это будет другой механизм, полученный из предыдущего при некоторых условиях и имеющий на одну или несколько степеней свободы меньше.

Функция положения плоских механизмов может быть неявно задана в виде системы нелинейных алгебраических уравнений. Проблема нахождения и изучения функции положения состоит в том, чтобы разрешить эту систему нелинейных алгебраических уравнений относительно зависимых переменных. Полученные решения и дадут локальное представление

о функции положения механизма. В работе [3] приведена классификация особенностей функции положения и разработан алгоритм вычисления этих особенностей.

2. Особенности плоского вращающегося механизма

Рассмотрим механизм с тремя степенями свободы [2-3] на плоскости XOY (рис.1). Точки O, A, B, C имеют координаты: $O = O(0,0)$, $A = A(x_0, y_0)$, $B = B(x_1, y_1)$ и $C = C(a,0)$. Длины $OA = d_0$ и $BC = d_1$ являются переменными, а $AB = d$ и основание $OC = a$ являются постоянными величинами.

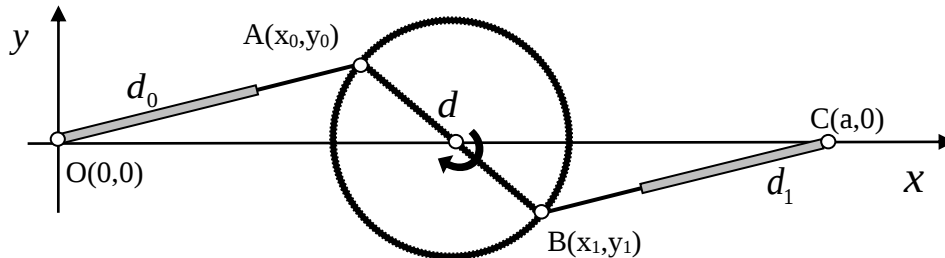


Рис. 1

Уравнения связей, описывающих функции положения механизма, такие:

$$\begin{cases} f_1^{\text{def}} = x_0^2 + y_0^2 - d_0^2 = 0, \\ f_2^{\text{def}} = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 - d^2 = 0, \\ f_3^{\text{def}} = (x_1 - a)^2 + y_1^2 - d_1^2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Эта система из 3 уравнений от 6 неизвестных. Следовательно, число степеней свободы механизма $n = 3$ [2], т.е. этот механизм с тремя степенями свободы. Составим якобиеву матрицу этой системы

$$J^{\text{def}} = 2 \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & 0 & 0 & d_0 & 0 \\ u_{01} & v_{01} & u_{10} & v_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_1 - a & y_1 & 0 & d_1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $u_{ij} = x_i - x_j, v_{ij} = y_i - y_j$ и $u_{ij} = -u_{ji}, v_{ij} = -v_{ji}$. В этой матрице все миноры размера 3, отличные от нуля:

$$\begin{aligned} M_1 &= 8(x_1 - a)D_1, & M_2 &= 8y_1D_1, & M_3 &= 8d_1D_1, \\ M_4 &= 8x_0D_2, & M_5 &= 8d_0u_{01}(x_1 - a), & M_6 &= 8d_1x_0u_{10}, \\ M_7 &= 8y_1d_0u_{01}, & M_8 &= 8d_1x_0v_{10}, & M_9 &= 8d_0d_1u_{01}, \\ M_{10} &= 8y_0D_2, & M_{11} &= 8d_0v_{01}(x_1 - a), & M_{12} &= 8y_0d_1u_{10}, \\ M_{13} &= 8d_0y_1v_{01}, & M_{14} &= 8d_1y_0v_{10}, & M_{15} &= 8d_0d_1v_{01}, \\ M_{16} &= 8d_0D_2, & M_{17} &= 8d_0d_1u_{10}, & M_{18} &= 8d_0d_1v_{10}, \end{aligned}$$

где, $D_1 = 4 \begin{vmatrix} x_0 & y_0 \\ u_{01} & v_{01} \end{vmatrix}, D_2 = 4 \begin{vmatrix} u_{10} & v_{10} \\ (x_1 - a) & y_1 \end{vmatrix}.$

Миноры $D_1 = D_2 = 0$, если четыре точки O, A, B, C расположены на одной прямой, т.е. все $y_i = 0$ ($i = 0, 1$). Это означает, что механизм попадает в особое положение. Это положение механизма будет особым первого типа [2]. Попадание в особенности первого типа данного механизма (рис.1) приведены в рис. 2 и рис 3.

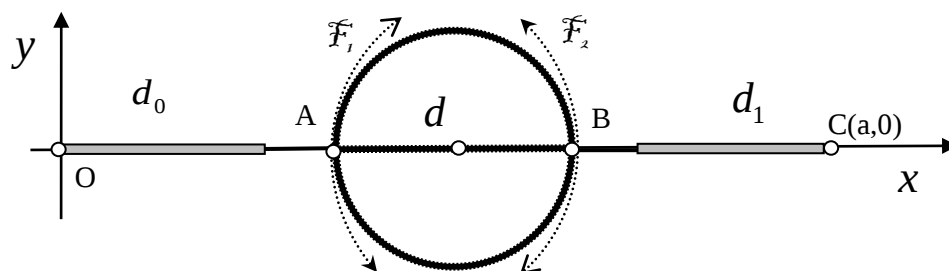


Рис. 2. Особенности механизма при $d_0 + d_1 + d = a$.

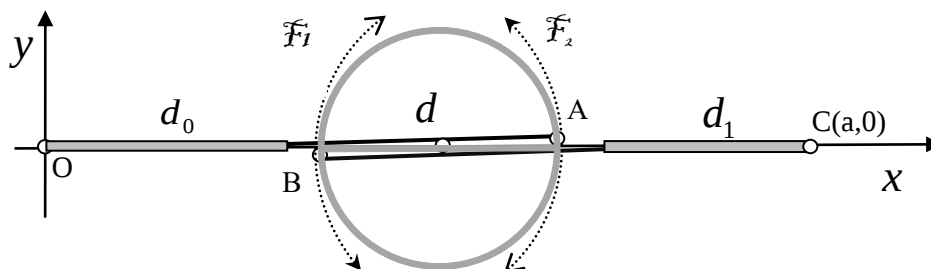


Рис. 3. Особенности механизма при $d_0 + d_1 - d = a$.

Особенности второго типа возникают только при $M_k = 0$ ($k = \overline{1, 18}$).

Теорема. Вращающий механизм с уравнениями связей (1) имеет особенности только первого типа.

Доказательство. Особенности второго типа существует только тогда, когда величины всех миноров 3-го порядка якобиевой матрицы (2) одновременно равны нулю (см. [2]), т.е. $M_k = 0$ ($k = \overline{1, 18}$). Поскольку $d_0 \neq 0$, и $d_1 \neq 0$, то все миноры M_l ($l \neq 5, 6, 9, 17$) одновременно обращаются в нуль только при горизонтальном положении механизма. В этом случае четыре точки механизма O, A, B, C расположены на одной прямой. Поскольку точки O, C расположены на оси OX , то там же должны лежать и точки A, B . Это осуществимо, когда координаты y_0, y_1 равны нулю. При таком условии остальные четыре миноры $M_5 = M_6 = M_9 = M_{17} = 0$ только при $x_0 = x_1$. Это не осуществимо, т.к. диаметр кольца $d \neq 0$. Теорема доказана.

Из доказанной теоремы следует что, механизм (рис.1) не имеет особенности второго типа.

3. Локальное представление функции положения механизма

Методом многогранников Ньютона исследуем асимптотические решения системы (1). Пусть при координатах:

$x_0 = x_0^\circ, y_0 = 0, x_1 = x_1^\circ, y_1 = 0, d_0 = x_1^\circ, d_1 = (a - x_1^\circ)$ механизм будет в особом положении (см. рис 2). В системе (1) произведем замену переменных

$$\begin{cases} x_0 = x_0^\circ + z_1, & y_0 = z_2, \\ x_1 = x_1^\circ + z_3, & y_1 = z_4, \\ d_0 = x_0^\circ + z_5, & d_1^\circ = (a - x_1^\circ) + z_6. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \stackrel{\text{def}}{g}_1 = 2x_0^\circ z_1 - 2x_0^\circ z_5 + z_1^2 + z_2^2 - z_5^2 = 0, \\ \stackrel{\text{def}}{g}_2 = 2u_{01}^\circ z_1 - 2u_{10}^\circ z_3 - 2z_1 z_3 - 2z_2 z_4 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 = 0, \\ \stackrel{\text{def}}{g}_3 = 2(x_1^\circ - a)z_3 + 2(x_1^\circ - a)z_6 + z_3^2 + z_4^2 - z_6^2 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Применяя метод многогранников Ньютона и численные вычисления на компьютере (см. [3]) для системы (4), получим укороченную систему вида:

$$\begin{cases} \stackrel{\text{def}}{\hat{g}}_1 = 2x_0^\circ z_1 - 2x_0^\circ z_5 + z_2^2 = 0, \\ \stackrel{\text{def}}{\hat{g}}_2 = 2u_{01}^\circ z_1 - 2u_{10}^\circ z_3 - 2z_2 z_4 + z_2^2 + z_4^2 = 0, \\ \stackrel{\text{def}}{\hat{g}}_3 = 2(x_1^\circ - a)z_3 + 2(x_1^\circ - a)z_6 + z_4^2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Отсюда получаем следующее параметрическое решение:

$$\begin{aligned} z_1 &= t_3 - \nu_1 t_1 t_2 + \nu_2 t_1^2 + \nu_3 t_2^2, & z_2 &= t_1, \\ z_3 &= -t_3 + \frac{1}{2(a - x_1^\circ)} t_2^2, & z_4 &= t_2, \\ z_5 &= t_3 - \lambda_1 t_1 t_2 + \lambda_2 t_1^2 + \lambda_3 t_2^2, & z_6 &= t_3. \end{aligned} \quad (6)$$

где $t_i (i = 1, 2, 3)$ - линейно-независимые параметры,

$$\nu_1 = \frac{1}{x_1^\circ - x_0^\circ}, \nu_2 = \frac{\nu_1}{2}, \nu_3 = \frac{a - x_0^\circ}{2(x_1^\circ - x_0^\circ)(a - x_1^\circ)}; \quad \lambda_1 = \nu_1, \lambda_2 = \frac{\lambda_1 x_1^\circ}{2x_0^\circ}, \lambda_3 = \nu_3.$$

Первое приближение решения системы (1) имеет вид:

$$\begin{cases} x_0 = x_0^\circ + t_3 - \nu_1 t_1 t_2 + \nu_2 t_1^2 + \nu_3 t_2^2 + \dots, & y_0 = t_1 + \dots, \\ x_1 = x_1^\circ - t_3 + \frac{1}{2(a - x_1^\circ)} t_2^2 + \dots, & y_1 = t_2 + \dots, \\ d_0 = x_0^\circ + t_3 - \lambda_1 t_1 t_2 + \lambda_2 t_1^2 + \lambda_3 t_2^2 + \dots, \\ d_1^\circ = (a - x_1^\circ) + t_3 + \dots, \end{cases}$$

где y_0° , y_1° и d_1° являются управляющими координатами.

Нетрудно видеть, что из этого особого положения механизм может двигаться двумя различными путями (рис.2), и их при необходимости можно устранить. Аналогичным путем строятся ряды локальных представлений системы (1) для остальных особых случаев (см. рис. 3).

Список литературных источников

1. Лунев В.В., Мисюрин С.Ю. Особые многообразия плоских и пространственных механизмов с несколькими степенями свободы. // Проблемы машиностроения и надежности машин. №1. 1993. С.102-109.
2. Солеев А., Баротов А.С. Алгебраические аспекты особенностей робототехнических механизмов // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. №12. 2000. С.17-20.
3. Баротов А.С. Об особенностях функции положения вращающего пятизвенника // Узбекский математический журнал. №2. 2016. С.32-39.

**ALGORITHM OF RESEARCH OF SINGULARITIES
OF PLANE MECHANISMS**

Soleev A. Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor asoleev@yandex.ru Samarkand	Samarkand State University
Barotov A. Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor adizjon71@mail.ru Samarkand	Samarkand State University

Abstract. In this work are found all parametric decomposition of asymptotical solutions of one system of nonlinear algebraic equations in the neighborhood of singular points. The equations of plane mechanism's relations reduce to this type of system, that use in robot techniques.

Keywords: algebraic equations, singular points, asymptotic solutions, the connection equations, local representation, plane mechanisms, position functions, a degree of freedom.

References

1. Lunev V.V., Misiurin S.Iu. (1993) Osoby`e mnogoobraziiia ploskikh i prostranstvenny`kh mehanizmov s neskol`kimi stepeniami svobody`. [Specific diversity of flat and spatial mechanisms with multiple degrees of freedom.] Problemy` mashinostroeniia i nadezhnosti mashin. №1, pp. 102-109.
2. Soleev A., Barotov A.S. (2000) Algebraicheskie aspekty` osobennostei` robototekhnicheskikh mehanizmov [Algebraic aspects characteristics of robotic mechanisms] Doclady` Akademii nauk Respubliki Uzbekistan. №12, pp. 17-20.
3. Barotov A.S. (2016) Ob osobennostiakh funktsii polozheniia vrashchaiushchego piatizvennika [About the features of the functions of the position of torque piatizvennika] Uzbekskii` matematicheskii` zhurnal. №2, pp. 32-39.

УДК 517.946 | **ЗАДАЧА ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ВОЛЬТЕРОВСКОГО ТИПА С ВЕСОВОЙ ФУНКЦИЕЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА**

Бегматов Акрам Хасанович

д.ф.-м.н., профессор
akrambegmatov@mail.ru
г. Самарканд

заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета

Очилов Зарифжон Хусанович

к.ф.-м.н., доцент
zarifjonochilov@mail.ru
г. Самарканд

доцент кафедры дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета

Аннотация. Задачи интегральной геометрии - интенсивно развивающееся направление современной математики. Она является одним из крупнейших направлений в теории некорректных задач математической физики и анализа. Ее задачи тесно связаны с многочисленными приложениями - задачами интерпретации данных геофизических исследований, электроразведки, акустики и компьютерной томографии. Одной из центральных проблем интегральной геометрии является восстановление функции, если известны ее интегралы по заданным многообразиям. К данному кругу проблем тесно привыкает задача исследования специальных операторных уравнений - операторных уравнений типа Вольтерра. К операторным уравнениям этого типа сводится ряд обратных задач для дифференциальных уравнений и задачи интегральной геометрии. В работе рассматривается новый класс задач интегральной геометрии вольтеровского типа с весовой функцией специального вида. Доказана теорема единственности, выведены формулы обращения, получены оценки устойчивости в пространствах Соболева, тем самым показана слабая некорректность поставленной задачи. Под слабой некорректностью понимается существование функциональных пространств, для данных задачи и для решения, в определении нормы которых участвует конечное число производных. Доказана теорема о существовании решения исходной задачи интегральной геометрии.

Ключевые слова: задача интегральной геометрии, слабая и сильная некорректность, единственность и устойчивость.

Задача интегральной геометрии

$$\int_{S(y)} g(x, y) f(y) u(x) ds = f(y) \quad (1)$$

есть задача решения операторного уравнения относительно функции $u(x)$ в предположении, что заданы правая часть $f(y)$, весовая функция $g(x, y)$ и многообразия, по которым ведется интегрирование.

Основная задача компьютерной томографии является задачей интегральной геометрии.

Задача решения уравнения (1) называется слабо некорректной, если для данных задачи и ее решения уравнения можно подобрать такую пару функциональных пространств, в опре-

делении нормы которых участвует конечное число производных, что оператор обращения для этой пары пространств непрерывен [2].

Если такой пары пространств не существует, то задача является некорректной. Разумеется, эта классификация имеет место не только для задач интегральной геометрии, но и в общей теории некорректных задач.

В.Г. Романов в [3] исследовал вопросы единственности и устойчивости решения задач интегральной геометрии в случае, когда многообразия, по которым ведется интегрирование, имеют вид параболоидов, весовые функции и многообразия инвариантны относительно группы всех движений вдоль фиксированной гиперплоскости.

Слабо некорректные задачи интегральной геометрии вольтеровского типа с весовыми функциями, имеющими особенности, исследовались в работах [4-7]; слабо некорректные задачи интегральной геометрии по специальным кривым и поверхностям с особенностями получены в [8-11].

Задачи интегральной геометрии на параболоидах с возмущением в трехмерном слое рассмотрены в работе [11].

Пусть G – множество ограниченных функций $g(\cdot)$, определенных на R^1 и удовлетворяющих следующим условиям:

I. Функция $I(\cdot, \cdot)$ определена на $R \times C$ по формуле

$$I(\lambda, p) = \int_0^{\infty} [e^{i\lambda h} g(h) - e^{-i\lambda h} g(-h)] e^{-ph} dh, \quad (2)$$

непрерывна на $R \times C$ $\exists \rho \in R$, таком, что $I(\lambda, p)$ отлична от нуля для всех $\lambda \in R$ с $\operatorname{Re} p > \rho$;

II. Существуют числа $n, m \in \{0, 1, 2, \dots\}$ и такие, что

$$\left| \frac{1}{I(\lambda, p)} \right| \leq \tilde{N}(|p|^n + |\lambda|^m) \quad (3)$$

для всех $\lambda \in R$ и $\operatorname{Re} p > \rho$;

Замечание. Отметим, что множество G не пусто. Например, если функция $g(\cdot)$ имеет вид

$$g(h) = \begin{cases} a_1 e^{-kh}, & \text{при } h \geq 0, \\ -a_1 e^{kh}, & \text{при } h < 0, \end{cases} \quad a_1 k > 0, \text{ то}$$

$$I(\lambda, p) = 2a_1 \int_0^{\infty} e^{-(p+k)h} \cos(\lambda h) dh = 2 \frac{a_1(k+p)}{(k+p)^2 + \lambda^2} \neq 0 \quad (4)$$

для всех $\lambda \in R$ и $\operatorname{Re} p \geq 0$;

Введем обозначения:

$$\Omega = \{(x, y): x \in R^1, y \in (0, l), l < \infty\}$$

$$\overline{\Omega} = \{(x, y): x \in R^1, y \in [0, l], \}$$

В полосе $\bar{\Omega}$ рассматривается семейство ломаных $P(x, y)$, которое однозначно параметризуется с помощью координат своих вершин

$$(x, y) \in \bar{\Omega} : P(x, y) = \{(\xi, \eta) : (x - y) + (\eta - \xi) = 0, 0 \leq \eta \leq x - y \leq \xi \leq x\} \cup \{(\xi, \eta) : (x + y) - (\eta + \xi) = 0, 0 \leq \eta \leq y, x \leq \xi \leq x + y\}.$$

Задача 1. Определить функцию двух переменных $u(x, y)$, если для всех (x, y) из полосы $\bar{\Omega}$ известны интегралы от функции $u(x, y)$ по ломанным $P(x, y)$:

$$\int_{x-y}^x g(x-\xi)u(\xi, \xi+y-x)d\xi + \int_x^{x+y} g(x-\xi)u(\xi, x+y-\xi)d\xi = f(x, y), \quad (5)$$

где g -весовая функция из множества G .

Функции $u(x, y)$ - это функции из класса U , которые имеют все непрерывные частные производные до $(n+m+4)$ -го порядка включительно и финитны с носителем и R_+^2 :

$$\text{supp } u \subset D = \{(x, y) : -a < x < a, 0 < y < l\} \text{ где } \rho < a < \infty, l < \infty.$$

$$I_1(\lambda, y - \eta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{p(y-\eta)} \frac{dp}{p^{n+2} I(\lambda, p)} \quad (6)$$

$$I_2(x - \xi, y - \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\lambda(x-\xi)} \frac{I_1(\lambda, h)}{1 + \lambda^{m+2}} d\lambda \quad (7)$$

Справедлива следующая теорема:

Теорема 1. Пусть функция $f(x, y)$ известна для всех (x, y) из полосы $\bar{\Omega}$. Тогда решение задачи 1 в классе U единственно и имеет место представление

$$u(x, y) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty I_2(x - \xi, y - \eta) \left[\frac{\partial^{n+2}}{\partial \eta^{n+2}} - \frac{\partial^{n+m+4}}{\partial \xi^{m+2} \partial \eta^{n+2}} \right] f(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (8)$$

кроме того, выполняется неравенство

$$\|u\|_{L_2(\Omega)} \leq C_0 \|f\|_{W_2^{n+2, m+2}(\Omega)}$$

где C_0 - некоторая постоянная.

Ответ на вопрос о существовании решения задачи интегральной геометрии 1 дает следующая теорема:

Теорема 2. Пусть правая часть уравнения (1) удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $f(x, y)$ финитна по переменной X ;
- 2) $f(x, y)$ имеет все непрерывные частные производные до второго порядка включительно;

$$3) \frac{\partial^s}{\partial y^s} f(x, y) \Big|_{y=0} = \frac{\partial^s}{\partial y^s} f(x, y) \Big|_{y=l} = 0 \quad (s = 0, 1, 2).$$

Тогда существует решение уравнения (1) в классе непрерывных функций, финитных по аргументу X , определенное формулой (5).

Список литературных источников

1. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорретные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.
2. Лаврентьев М.М. Некорретные задачи математической физики и анализа. Новосибирск.: Наука, 1984.
3. Романов В.Г. Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск.: Наука, 1964.
4. Бегматов Акр.Х. Два класса слабо некорректных задач интегральной геометрии на плоскости // Сибирский математический журнал. №2. Т. 36. 1995. С.243-247.
5. Begmatov Akr.H. (1995) On a class of Weakly ill-posed problems of integral geometry in three-dimensional space. J. Inverse and Ill-Posed problems. №3. Т. 3, pp. 231-235.
6. Бегматов Акр.Х. Задачи интегральной геометрии для семейства конусов в n -мерном пространстве // Сибирский математический журнал. №4. Т. 38. 1997. С.723-737.
7. Бегматов Акр.Х. О единственности решения задачи интегральной геометрии вольтерровского типа на плоскости // Доклады академии наук. №2. Т. 427. 2009. С.439-441.
8. Бегматов Акр.Х., Петрова Н.Н. Задача интегральной геометрии с возмущением на кривых эллиптического типа в полосе // Доклады академии наук. №2. Т. 436. 2011. С.151-154.
9. Бегматов Акр.Х., Очиллов З.Х. Задачи интегральной геометрии с разрывной весовой функцией // Доклады академии наук. №3. 2009.
10. Akbar H. Begmatov, Akram H. Begmatov (2003) Problems of integral geometry on curves and surfaces in Euclidean space. Ill-Posed and Non-Classical Problems of Mathematical Physics and Analysis, pp. 1-18.
11. Бегматов Акбар Х. Задачи интегральной геометрии с возмущением в трехмерном пространстве // Сибирский математический журнал. №1. Т. 41. 2000. С.3-14.

**THE PROBLEM OF INTEGRAL GEOMETRY OF VOLTERRA
TYPE WITH A WEIGHT FUNCTION OF A SPECIAL TYPE**

Akram Hasanovich Begmatov
Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor
akrambegmatov@mail.ru
Samarkand

Samarkand State University

Zarifjan Husanovich Ochilov
Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
zarifjonochilov@mail.ru
Samarkand

Samarkand State University

Abstract. The integral geometry problems are an intensively developing direction of modern mathematics, which is one of the largest directions in the theory of ill-posed problems of mathematical physics and analyses. Its tasks are closely related to numerous applications-the tasks of interpreting data from geophysical studies, electrical reconnaissance, acoustics and computed to-

mography. One of the central problems of integral geometry is the restore of a function if its integrals over given manifolds are known. To this range of problems, the problem of investigating special operator equations - operator equations of the Voltaire type. To the operator equations of this type reduces a series of inverse problems for differential equations and problems of integral geometry. In this work we consider a new class the Voltaire type problems of integral geometry with a special type weight function. Theorem of uniqueness is proved; the inversion formulas are derived and obtain estimates of a stability in Sobolev's spaces and thus show their weak ill-posedness of given problem. Under weak ill-posedness is understood the existence of a functional spaces for given problem and for the solution in the definition of the norms of which a finite number of derivatives. The existence's theorem of a solution the original problem of integral geometry is proved.

Keywords: integral geometry problem, weakly and strong ill-posedness, uniqueness and stability.

References

1. Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. (1980) *Nekorrenny'e zadachi matematicheskoi fiziki i analiza* [Nekorrennye problems of mathematical physics and analysis] M.: Nauka, 1980.
2. Lavrent'ev M.M. (1984) *Nekorrenny'e zadachi matematicheskoi fiziki i analiza* [Nekorrennye problems of mathematical physics and analysis] Novosibirsk.: Nauka, 1984.
3. Romanov V.G. (1964) *Nekotory'e obratny'e zadachi dlia uravnenii giperbolicheskogo tipa* [Some inverse problem for equations of hyperbolic type] Novosibirsk.: Nauka, 1964.
4. Begmatov Akr.H. (1995) *Dva klassa slabo nekorrektny'kh zadach integral'noi geometrii na ploskosti* [Two classes of weak ill-posed problems of integral geometry on plane] *Sibirskii matematicheskii zhurnal*. №2. T. 36, pp. 243-247.
5. Begmatov Akr.H. (1995) *On a class of Weakly ill-posed problems of integral geometry in three-dimensional space*. *J. Inverse and Ill-Posed problems*. №3. T. 3, pp. 231-235.
6. Begmatov Akr.H. (1997) *Zadachi integral'noi geometrii dlia semei'stva konusov v p-mernom prostranstve* [Tasks of integral geometry for cones in n-dimensional space] *J. Inverse and Ill-Posed problems*. №4. T. 38, pp. 723-737.
7. Begmatov Akr.H. (2009) *O edinstvennosti resheniia zadachi integral'noi geometrii vol'terrovskogo tipa na ploskosti* [O uniqueness of solution of the problem of integral geometry type vol'terrovskogo on a plane] *Doclady akademii nauk*. №2. T. 427, pp. 439-441.
8. Begmatov Akr.KH., Petrova N.N. (2011) *Zadacha integral'noi geometrii s vozmushcheniem na krivy'kh e'lipticheskogo tipa v polose* [The task of integral geometry of elliptic curves at indignantly band type] *Doclady akademii nauk*. №2. T. 436, pp. 151-154.
9. Begmatov Akr.KH., Ochilov Z.KH. (2009) *Zadachi integral'noi geometrii s razry'vnoi vesovoi funkciei* [Tasks of integral geometry with bursting weight function] *Doclady akademii nauk*. №3.
10. Akbar H. Begmatov, Akram H. Begmatov (2003) *Problems of integral geometry on curves and surfaces in Euclidean space. Ill-Posed and Non-Classical Problems of Mathematical Physics and Analysis*, pp. 1-18.
11. Begmatov Akbar KH. (2000) *Zadachi integral'noi geometrii s vozmushcheniem v trekhmernom prostranstve* [Tasks of integral geometry in 3D space with indignation] *Sibirskii matematicheskii zhurnal*. №1. T. 41, pp. 3-14.

УДК
517.984

**О СУЩЕСТВЕННОМ СПЕКТРЕ НЕКОТОРОГО
ТРЕХЧАСТИЧНОГО ДИСКРЕТНОГО
ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА**

Халхужаев Ахмад Миясаревич
д.ф.-м.н., доцент
ahmad_x@mail.ru
Самарканд

Самаркандский государственный
университет

Исакулов Тулкин Махмуд угли
магистрант 2-го курса
ahmad_x@mail.ru
Самарканд

Самаркандский государственный
университет

Аннотация. Рассматривается семейство трехчастичных дискретных операторов Шредингера, ассоциированных с гамильтонианом системы трех частиц (фермионов) с парными двухчастичными взаимодействиями на ближайших соседних узлах одномерной решетки. Описана структура существенного спектра оператора при всех значениях трехчастичного квазиимпульса и энергии взаимодействия.

Ключевые слова: спектральные свойства, трехчастичный дискретный оператор Шредингера, гамильтониан системы трех фермионов, существенный спектр.

Пусть Z – множество целых чисел, $Z^m = \underbrace{Z \times \dots \times Z}_{m\text{-раз}}$ – декартова степень. Обозначим че-

рез $l_2(Z^m)$ гильбертово пространство квадратично-суммируемых функций, определенных на Z^m и $l_2^{as}(Z^m) \subset l_2(Z^m)$ – подпространство антисимметричных функций относительно перестановки любых двух переменных.

Свободный гамильтониан $\hat{H}_0$ системы трех одинаковых частиц (фермионов) с массой $m = 1$ в координатном представлении определяет ограниченный самосопряженный оператор, действующий в гильбертовом пространстве $l_2^{as}(Z^3)$ по формуле

$$(\hat{H}_0 \hat{\psi})(x_1, x_2, x_3) = \sum_{s \in Z} \hat{\varepsilon}(s) \hat{\psi}(x_1 + s, x_2, x_3) + \hat{\varepsilon}(s) \hat{\psi}(x_1, x_2 + s, x_3) + \hat{\varepsilon}(s) \hat{\psi}(x_1, x_2, x_3 + s)$$

где функция $\hat{\varepsilon}(s)$ определена на Z по правилу

$$\hat{\varepsilon}(s) = \begin{cases} 1, & \text{при } s = 0 \\ -\frac{1}{2}, & \text{при } |s| = 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

и называется «дисперсионной функцией» частиц. Гамильтониан $\hat{H}_\mu$ системы трех фермионов с парными двухчастичными взаимодействиями на соседних узлах решетки Z есть ограниченное возмущение свободного гамильтониана $\hat{H}_0$:
 $\hat{H}_\mu = \hat{H}_0 - \mu \hat{V}$, $\hat{V} = \hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \hat{V}_3$. Оператор $\hat{V}_\alpha$, $\alpha = 1, 2, 3$ определяется по формуле

$$\left(\hat{V}_\alpha \hat{\psi}\right)(x_1, x_2, x_3) = \hat{V}(x_\beta - x_\gamma) \hat{\psi}(x_1, x_2, x_3), \quad \hat{\psi} \in l_2^{as}(Z^3),$$

где функция $\hat{V}(x)$ определена на Z и

$$\hat{V}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{при } |x| = 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Здесь $\mu > 0$ - энергия взаимодействия двух частиц на соседних узлах решетки. Индексы α, β и γ принимают значения 1, 2, 3 и $\alpha < \beta < \gamma$.

Аналогично определению $\hat{H}_\mu$, мы определим двухчастичный гамильтониан $\hat{h}_\mu$ системы двух фермионов с взаимодействием на соседних узлах решетки как ограниченный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве $l_2^{as}(Z^2)$:

$$\hat{h}_\mu = \hat{h}_0 - \mu \hat{v},$$

$$\text{где } \left(\hat{h}_0 \hat{\psi}\right)(x_\beta, x_\gamma) = \sum_{s \in Z} \hat{\varepsilon}(s) \left[\hat{\psi}(x_\beta + s, x_\gamma) + \hat{\psi}(x_\beta, x_\gamma + s) \right], \quad \hat{\psi} \in l_2^{as}(Z^2),$$

$$\text{и } \left(\hat{v} \hat{\psi}\right)(x_\beta, x_\gamma) = \hat{V}(x_\beta - x_\gamma) \hat{\psi}(x_\beta, x_\gamma), \quad \hat{\psi} \in l_2^{as}(Z^2).$$

Замечание 1. Для любого $\hat{\psi} \in l_2^{as}(Z^2)$ имеет место равенство

$$\left(\hat{v} \hat{\psi}\right)(x_1, x_2) = \hat{V}(x_1 - x_2) \hat{\psi}(x_1, x_2) = -\hat{V}(x_2 - x_1) \hat{\psi}(x_2, x_1).$$

Отсюда если $x_1 = x_2 = x$, то имеем $\hat{\psi}(x, x) = 0, x \in Z$, т.е. в системах фермионов контактное взаимодействие частиц отсутствует.

Пусть T – одномерный тор, т.е. отрезок $(-\pi, \pi]$ – с соответствующим отождествлением противоположных краев. Он рассматривается как абелева группа, в которой операции сложения и умножения на вещественное число введены как операции сложения и умножения на вещественное число в R модулю $2\pi Z$, а $L_2(T^m)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых функций, определенных на T^m .

После преобразований Фурье, выделения полных квазиимпульсов систем трех и двух частиц и разложений в прямые операторные интегралы (см. например [2]-[3]), изучение спектров операторов $\hat{H}_\mu$, и $\hat{h}_\mu$ сводится к изучению спектров семейств операторов $H_\mu(K), K \in T$, и $h_\mu(k), k \in T$.

В координатах $(k_1, k_2) \in T^2$ оператор $H_\mu(K), K \in T$, в гильбертовом пространстве $L_2^o(T^2) = \{f \in L_2(T^2): f(k_1, k_2) = -f(k_2, k_1) = -f(k_1, K - k_1 - k_2)\}$

определяется по формуле $H_\mu(K) = H_0(K) - \mu V$, $V = V_1 + V_2 + V_3$,

где

$$(H_0(K)f)(k_1, k_2) = E(K; k_1, k_2) f(k_1, k_2), \quad f \in L_2^o(T^2),$$

$$E(K; k_1, k_2) = \varepsilon(k_2) + \varepsilon(K - k_1 - k_2), \quad \varepsilon(k_1) = 1 - \cos k_1, \quad k_1 \in T,$$

$$(V_1 f)(k_1, k_2) = \frac{1}{2\pi} \int_T \cos(k_2 - q) f(k_1, q) dq;$$

$$(V_2 f)(k_1, k_2) = \frac{1}{2\pi} \int_T \cos(k_1 - q) f(k_2, q) dq;$$

$$(V_3 f)(k_1, k_2) = \frac{1}{2\pi} \int_T \cos(k_1 - q) f(q, k_1 + k_2 - q) dq.$$

Обозначим через $L_2^o(T^2) \subset L_2(T)$ – подпространство “ k – нечетных” функций, т.е.

$$L_2^o(T) = \{f \in L_2(T) : f(k_\beta) = -f(k - k_\beta)\}.$$

Оператор $h_\mu(k), k \in T$, действует в гильбертовом пространстве $L_2^o(T)$ и определяется по формуле

$$h_\mu(k) = h_0(k) - \mu \nu, \quad (1)$$

$$\text{где } h_0(k) f(k_\beta) = E_k(k_\beta) f(k_\beta), \quad f \in L_2^o(T).$$

$$E_k(k_\beta) = \varepsilon(k_\beta) + \varepsilon(k - k_\beta), \quad (\nu f)(k_\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_T \cos(k_\beta - q) f(q) dq, \quad f \in L_2^o(T).$$

Для каждого $K \in T$ положим:

$$E_{\min}(K) = \min_{p, q \in T} E(K; p, q), \quad E_{\max}(K) = \max_{p, q \in T} E(K; p, q),$$

$$\mu_{\min}(K) = 2\pi \min_{p \in T} \left(\int_T \frac{\sin^2((K - p)/2 - q)}{E(K, p, q) - E_{\min}(K)} dq \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\mu_{\max}(K) = 2\pi \max_{p \in T} \left(\int_T \frac{\sin^2((K - p)/2 - q)}{E(K, p, q) - E_{\min}(K)} dq \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\tau_{\min}(\mu, K) = \min_{p \in T} \left[3 - \frac{\mu^2 + 4 \cos^2 \frac{K - p}{2} + 2\mu \cos p}{2\mu} \right],$$

Замечание 2. Для каждого $K \in T$ функция $E(K, p, q)$ имеет единственный невырожденный минимум в точке $(p, q) = (K/3, K/3)$. Поэтому интегралы, стоящие в правой части равенств (2) и (3), существуют и конечны.

$$\tau_{\max}(\mu, K) = \max_{p \in T} \left[3 - \frac{\mu^2 + 4 \cos^2 \frac{K - p}{2} + 2\mu \cos p}{2\mu} \right] \quad (4)$$

Основным результатом этой статьи является следующая теорема, утверждающая структуру и местоположение существенного спектра $\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K))$ оператора $H_\mu(K)$:

Теорема 1. а) Если $\mu \leq \mu_{\min}(K)$, то $\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K)) = [E_{\min}(K), E_{\max}(K)]$;

б) если $\mu_{\min}(K) < \mu \leq \mu_{\max}(K)$, то $\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K)) = [\tau_{\min}(\mu, K), E_{\max}(K)]$ и $\tau_{\min}(\mu, K) < E_{\min}(K)$;

с) если $\mu > E_{\max}(K)$, то

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu}(K)) = [\tau_{\min}(\mu, K), \tau_{\max}(\mu, K)] \cup [E_{\min}(K), E_{\max}(K)] \text{ и } \tau_{\max}(\mu, K) < E_{\max}(K).$$

Список литературных источников

1. Рид М. Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.4. Анализ операторов. М.: Мир, 1982.
2. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. (2007) On the structure of the essential spectrum for the three particle Schrodinger operators on lattices. Math.Nachr. №7, pp. 1-18.
3. Лакаев С.Н., Халхужаев А.М. О спектре двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теоретическая и математическая физика. №2. Т. 155. 2009. С.287-300.
4. Лакаев С.Н., Халхужаев А.М. О числе собственных значений двухчастичного дискретного оператора Шредингера // Теоретическая и математическая физика. №2. Т. 158. 2009. С.263-276.

ABOUT ESSENTIAL SPECTRUM OF THREE PORTICLE DISCRETE SCHROEDINGER OPERATOR

Khalkhuzhaev Akhmad Miyasarovich
Dr. Sci. (Phys.-Math.), associate professor
ahmad_x@mail.ru
Samarkand

Samarkand state University

Isakulov Tulkin Makhmud ugli
master 2-year
ahmad_x@mail.ru
Samarkand

Samarkand state University

Abstract. We consider a family of three particles discrete Schroedinger operators $H_{\mu}(K)$, $K \in T \equiv (-\pi, \pi]$, $\mu > 0$, associated to a system of Hamiltonian of three identical particles (fermions) interacting with pairwise two particles on neighboring sites on one dimensional lattice Z . The structure of the essential spectrum of the operator $H_{\mu}(K)$ is described for all three particles quasi-momentum $K \in T$ and interaction energy $\mu > 0$.

Keywords: spectral properties, three particle Schroedinger operators, Hamiltonian of systems of three fermions, essential spectrum.

Referense

1. Rid M. Simon B. (1982) Metody` sovremennoi` matematicheskoi` fiziki. T.4. Analiz operatorov [Methods of modern mathematical physics. T. 4. Analysis of operators] M.: Mir, 1982.
2. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. (2007) On the structure of the essential spectrum for the three particle Schrodinger operators on lattices. Math.Nachr. №7, pp. 1-18.
3. Lakaev C.H., Halhuzhaev A.M. (2009) O spektre dvukhchastichnogo operatora Shredingera na reshetke [A spectrum of Schrödinger operator dvukhchastichnogo on grid] Teoreticheskaja i matematicheskaja fizika. №2. T. 155, pp. 287-300.
4. Lakaev C.H., Halhuzhaev A.M. (2009) O chisle sobstvenny`kh znachenii` dvukhchastichnogo diskretnogo operatora Shredingera [On the number of eigenvalues dvukhchastichnogo of the discrete Schrödinger operator] Teoreticheskaja i matematicheskaja fizika. №2. T. 158, pp. 263-276.

УДК
517.544

ОБ ОЦЕНКАХ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА

Икромов Исроил Акромович
д.ф.-м.н., профессор
ikromov1@rambler.ru
Самарканд

Самаркандский государственный
университет

Солеева Нигина Ахмаджоновна
магистр
niginasol@yahoo.com
Самарканд

Самаркандский государственный
университет

Аннотация. В работе получены оценки для преобразования Фурье гладких зарядов (мер), сосредоточенных на некоторых невыпуклых гиперповерхностях. Доказана суммируемость максимальной функции Рэндалла для некоторого класса невыпуклых гиперповерхностей. Кроме того, эти оценки применяются для изучения поведения кратного интеграла, связанного с дисперсионным соотношением дискретного оператора Шредингера. Оценки для сингулярного интеграла основаны на L^p норме преобразования Фурье мер, определенных на множестве уровня дисперсионного соотношения дискретного оператора Шредингера. Для классического непрерывного оператора Шредингера множества уравнений являются сферами. Следовательно, соответствующая мера является классической функцией Дирака, определенная на сфере. Преобразование Фурье в этом случае может быть выражено классическими функциями Бесселя. Но для дискретного лапласиана множества уровня являются невыпуклые гиперповерхности. В результате поведение преобразования Фурье мер, намного сложнее. Тем не менее, мы получаем оценки для преобразования Фурье в терминах максимальной функции типа Рэндалла. Эти оценки позволяют найти точный показатель суммируемости такой функции R^3 . В этом случае точный показатель сходимости совпадает с тройкой, как в строго выпуклом случае. Затем мы используем полученные оценки для исследования поведения сингулярного интеграла при малых значениях параметра η . Малый параметр η равен t^{-1} . Таким образом, мы получаем поведение сингулярного интеграла при больших значениях времени. Следует отметить, что наши результаты могут быть применены к сингулярным интегралам, связанным с дисперсионным соотношением более общих дискретных операторов Шредингера.

Ключевые слова: осцилляторный интеграл, преобразование Фурье, асимптотика, дисперсионное соотношение.

1 Введение

Пусть $\Sigma(a)$ - семейство гладких гиперповерхностей в $\mathbb{R}^3$, гладко зависящих от параметра $a \in \mathbb{R}^m$, ψ - гладкая функция с компактным носителем, например $\psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^m)$. Рассмотрим гладкую меру (семейство гладких мер), заданную формулой

$$d\mu(x, a) = \psi(x, a)d\sigma(a),$$

где $d\sigma(a)$ - индуцированная мера Лебега на поверхности $\Sigma(a)$. Преобразование Фурье меры определяется следующим образом:

$$\widehat{d\mu}(\xi, a) := \int_{\Sigma(a)} e^{i\xi \circ x} d\mu(x, a), \quad (1.1)$$

где $\xi \circ x$ - скалярное произведение векторов ξ и x . Исследуем свойства функции $\widehat{d\mu}(\xi)$,

когда $|\xi|$ принимает достаточно большие значения. Точнее, порядок убывания $\widehat{d\mu}(\xi, a)$ в терминах максимальной функции Рэндалла. Далее, получим следующее включение

$$\widehat{d\mu}(\cdot, a) \in L^{3+0}(\mathbb{R}^3) := \bigcap_{q>3} L^q(\mathbb{R}^3),$$

для некоторого класса невыпуклых гиперповерхностей $\Sigma(a)$.

Последнее включение уточняет результаты доказанные Л. Эрдошем и М. Салмхофером. В работе [3] рассматривалось семейство гиперповерхностей $\Sigma(a)$ заданное соотношением $\Sigma(a) = \{x: e(x) = a\}$, где $a \in I$ (здесь I - представляет собой конечное объединение отрезков состоящих из множества регулярных значений гладкой функции $e(x)$). Тогда множество $\Sigma(a)$ является гладкой гиперповерхностью, так как $\nabla e(x) \neq 0$ для любых $x \in \Sigma(a)$. Кроме того, в работе [3] предполагается, что прообраз, $\mathcal{D} := e^{-1}(I)$ является компактным множеством в $\mathbb{R}^3$ или подмножеством T^3 (где T^3 - трехмерный тор).

Наиболее интересным примером является функция

$$e(x) = 3 - (\cos x_1 + \cos x_2 + \cos x_3),$$

которая является дисперсионным соотношением дискретного оператора Шредингера на решетке.

Разумеется, если I состоит из регулярных значений функции $e(x)$ и $\mathcal{D} := e^{-1}(I)$ является компактным множеством, то $\min_{\mathcal{D}} |\nabla e(x)| > 0$. Следовательно, естественно определяется нормальное отображение $v: \mathcal{D} \rightarrow S^2$, заданное формулой

$$v(x) := \frac{\nabla e(x)}{|\nabla e(x)|}.$$

Обозначим через $v(x, a)$ единичный вектор нормали к поверхности $\Sigma(a)$ в точке $x \in \Sigma(a)$. Также обозначим через $K(x, a)$ гауссову кривизну поверхности $\Sigma(a)$ в точке $x \in \Sigma(a)$. В частности, $K(x, e(x))$ - гладкая функция, определенная на $\mathcal{D}$, в случае, когда $\Sigma(a)$ задается множеством уравней гладкой функции e . Следуя [3], обозначим через $\nabla^{(\Sigma)}$ градиент параллельный $\Sigma := \Sigma(a)$.

Предположение 1. Если для некоторой точки $x_0 \in \Sigma(a)$, $K(x_0, a) = 0$ то $\nabla^{(\Sigma)} K(x_0, a) \neq 0$.

Предположение 1 соответствует предположению 2 работы [3] (ср. с предположением 2' этой статьи). Из предположения 2 в частности, следует, что если $G(a) := \{x \in \Sigma(a): K(x, a) = 0\}$ непустое множество, то оно состоит из конечного объединения гладких кривых.

Пусть $\Gamma_a = G(a)$ - гладкая кривая. Тогда для любого $x \in \Gamma_a$ имеем $K(x, a) = 0$. Так как для любого $x \in \Gamma_a$, $\nabla^{(\Sigma)} K(x, a) \neq 0$, то следующее единичное векторное поле корректно определено

$$w(x) = \frac{v(x, a) \times \nabla^{(\Sigma)} K(x, a)}{|v(x, a) \times \nabla^{(\Sigma)} K(x, a)|}$$

на кривой Γ_a . Это единичный касательный вектор к Γ_a в точке x .

В силу условия $\nabla^{(\Sigma)} K(x, a) \neq 0$ ровно одна из главных кривизн обращается в нуль на кривой Γ_a (см. [3]), поэтому главное направление, соответствующее нулевой кривизне, естественно определено на кривой Γ_a . Оно определяет (локальное) единичное векторное поле $z \in T\Sigma(\cdot, a)$ вдоль Γ_a на касательной плоскости $\Sigma(a)$. В действительности, z определяется в окрестности Γ_a как направление, соответствующее главной кривизне, которая является

малой и обращается в нуль на Γ_a . Поскольку на Γ_a обращается в нуль только одна из главных кривизн, то $z(x)$ - гладкое векторное поле, определенное в достаточно малой окрестности Γ_a .

Определение. Точку $x^0 \in \Gamma_a$ назовем касательной точкой, если выполняется соотношение $|z(x^0) \times w(x^0)| = 0$.

Предложение 2. Пусть $a \in \mathbb{R}^m$ - фиксированная точка. Предполагается, что ограничение на кривой Γ_a гладкой функции $|z(x) \times w(x)|^2$ имеет лишь нули конечного порядка на Γ_a , т.е. если $x^0 \in \Gamma_a$ является корнем этой функции, то найдутся n и $c \neq 0$, такие что

$$|z(x) \times w(x)|^2 = (\text{dist}(x, x^0))^{2n} (c + o(1)) \text{ (при } x \rightarrow x^0, \text{ вдоль } \Gamma_a \text{)}.$$

Предположение 2 соответствует предположению 4 работы [3]. В этой работе предполагается, что число касательных точек конечно и $|z(x) \times w(x)|$ имеет только простые корни, т.е. корни второй производной функции $|z(x) \times w(x)|^2$ не обращается в нуль в этих точках. Пусть a - фиксированная точка, а $\Sigma(a)$ - компактное множество, тогда $J_a = \{x^j \in \Gamma_a, j = 1, \dots, N_a\}$ - конечное подмножество множества Γ_a , состоящее из касательных точек. Стандартные рассуждения, основанные на компактности и подготовительной теореме Вейерштрасса-Мальгранжа [6] показывают, что если функция $|z(x) \times w(x)|^2$ имеет только корни конечного порядка, то число корней конечно. Более того, число N_a локально равномерно ограничено относительно a .

Пусть $D_a(\omega) = \min\{\min\{|v(x^j, a) \times \omega|, x^j \in J_a\}, 1\}$, где $\omega = \frac{\xi}{|\xi|}$. В работе [3] доказано, что для любых $L \geq 1, r \in \mathbb{R}, \omega \in S^2$ имеет место следующая оценка:

$$\widehat{\mu}(r\omega, a) \leq c \left\{ 2^{-L} + \frac{1}{\langle r \rangle} + \frac{L^2}{\langle r^{\frac{3}{4}} |D_a(\omega)|^{\frac{1}{2}} \rangle} \right\},$$

где $\langle r \rangle$ определяется равенством $\langle r \rangle = \sqrt{r^2 + 1}$ и для любого $0 < \beta < \frac{1}{2}$

$$\widehat{\mu}(r\omega, a) \leq c \left\{ 2^{-L} + \frac{1}{\langle r \rangle} + \frac{\beta^{-2}}{\langle r^{\frac{3}{4}-\beta} |D_a(\omega)|^{\frac{1}{2}-\beta} \rangle} \right\}.$$

Полученные оценки дают:

$$\sup_{a \in I} \int_{|\xi| \leq M} |\widehat{\mu}(r\omega, a)|^4 d\xi \leq c |\log M|^{10}.$$

для любого $M \geq 2$. Более того, для любого $\beta > 0$

$$\sup_{a \in I} \|\widehat{\mu}(r\omega, a)\|_{L^{4+\beta}(\mathbb{R}^3)} \leq c(\beta^{-\frac{5}{2}}).$$

Покажем, что доказанные результаты в работе [3], можно вывести из более общих результатов Дж. Дейстермата [7]. Кроме того, мы получаем точные оценки для более широкого класса гиперповерхностей.

Пусть $\psi(x, a)$ - гладкая функция с компактным носителем на $\Sigma(a)$. В силу классической теоремы Пэли-Винера $\widehat{\mu}(\xi, a)$ является аналитической ограниченной функцией на $\mathbb{R}^3$.

Определим следующую функцию, определенную на сфере S^2 :

$$M(\omega, a) := \sup_{r \geq 1} r |\widehat{\mu}(r\omega, a)|.$$

Функция M называется максимальной функцией Рэндалла [5]. Она была введена Б. Рэндаллом [5] для исследования поведения преобразования Фурье индикатора функции компактных выпуклых областей. Если a - фиксированная точка и $\omega_0 \in S^2$ не является критическим значением нормального отображения $v(\cdot, a)$, то легко видеть, что $M(\omega_0, a)$ является положительным вещественным числом, в противном случае $M(\omega_0, a) = +\infty$. Заметим, что в силу классической теоремы Сарда [4] лебегова мера множества критических значений нормального отображения равна нулю. Таким образом, $M(\omega, a)$ почти всюду конечна и борелова измеримая функция. Далее получаем оценку для $\widehat{d\mu}(r\omega, a)$ в терминах максимальной функции M . Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1.1. Если семейство гладких гиперповерхностей $\Sigma(a)$ удовлетворяет предположениям 1 и 2 то для любого $a \in \mathbb{R}^m$ справедливо следующее включение

$$M(\cdot, a) \in L^{4-0}(S^2). \quad (1.2)$$

Более того, для любого $p < 4$ мы имеем место включение

$$\|M(\cdot, a)\|_{L^p(S^2)} \in L_{loc}^\infty(\mathbb{R}^m).$$

Следствие. Если семейство гладких гиперповерхностей удовлетворяет предположениям 1, а также 2, то для любого $a \in \mathbb{R}^m$ справедливо включение $\widehat{d\mu}(\xi, a) \in L^{3+0}(\mathbb{R}^3)$. Более того, для любого $p > 3$ имеем:

$$\|\widehat{d\mu}(\cdot, a)\|_{L^p(S^2)} \in L_{loc}^\infty(\mathbb{R}^m). \quad (1.3)$$

Теперь рассмотрим применения результатов следствия для оценки некоторого сингулярного интеграла.

2 Оценки одного сингулярного интеграла

Теперь мы применим полученные результаты к так называемым оценкам о четырех знаменателях (см. [3]). Рассмотрим функцию

$$e(p) = \sum_{j=1}^3 [1 - \cos p_j]. \quad (2.1)$$

Она связана с оператором Шрёдингера на решетке. Функция $e(p)$ называется дисперсионным соотношением оператора Лапласа на решетке. Она может быть рассмотрена как гладкая аналитическая функция в $\mathbb{R}$ или T^3 (где T^3 3-мерный тор, т.е. $[-\pi, \pi]^3$ куб с отождествлением соответствующих противоположных граней).

Для любых $\alpha \in \mathbb{R}$, $u \in T^3$ и $\eta > 0$ определим:

$$I_{\alpha, \eta}(u) := \int_{(T^3)^3} \frac{dp^1 dp^2 dp^3}{|\alpha - e(p^1 + p^2 + p^3 - u) + i\eta| \prod_{j=1}^3 |\alpha - e(p^j) + i\eta|}. \quad (2.2)$$

Наша цель состоит из равномерной по u оценки интеграла (1.1) при малых η . Следуя [3], определим:

$$|||\alpha||| := \min\{|\alpha|, |\alpha - 2|, |\alpha - 3|, |\alpha - 4|, |\alpha - 6|\} \quad (2.3)$$

для произвольного вещественного числа α . Легко показать, что если $|||\alpha||| = 0$, то α совпадает с одним из критических значений функции $e(p)$. Отметим, что в работе [3] исключается также случай $\alpha = 3$, хотя это число не является критическим значением этой функции. Это объясняется тем, что в вышеупомянутой работе исследуется поведение преобразования мер Фурье, сосредоточенных на гиперповерхностях с одной ненулевой главной кривизной. Однако, гиперповерхность, определенная соотношением $e(p) = 3$, не принадлежит этому классу. Потому что в некоторой точке этой поверхности обе главные кривизны обращаются в нуль (см. ниже лемму 2.2).

Следующий результат улучшает теорему 2.4 работы [3].

Теорема 2.1. Пусть $0 < \eta \leq \frac{1}{2}$. Для любого $\Lambda > \eta$ существует положительная константа C_Λ , такая, что для любого α с $|||\alpha||| \geq \Lambda$ справедлива следующая оценка:

$$\sup_{u \in T^3} I_{\alpha, \eta}(u) \leq C_\Lambda |\log \eta|^4.$$

Доказательство. Сначала сформулируем лемму, доказанную в работе [3].

Лемма 2.1. Существует константа C , такая, что для любого $0 < \eta \leq \frac{1}{2}$ справедлива оценка:

$$\sup_{\alpha \in \mathbb{R}} \int_{T^3} \frac{dp}{|\alpha - e(p) + i\eta|} \leq C |\log \eta|. \quad (2.4)$$

Следуя [3] фиксируем α, η, Λ и u на протяжении доказательства теоремы 2.1. Через C_Λ и c_Λ будут обозначаться большие и малые фиксированные числа, зависящие только от Λ . В обозначениях мы опускаем зависимость от α и u . Все оценки будут равномерными относительно $u \in T^3$ и $\alpha \in \mathbb{R}$, удовлетворяющего условию: $|||\alpha||| \geq \Lambda$.

Область значений функции $e(p)$, определенной по формуле (2.1) совпадает с отрезком $[0, 6]$. Пусть $0 \leq \chi(t) \leq 1$ гладкая функция на $[0, 6]$, такая, что

$$\chi(t) \equiv 1 \text{ при } |||t||| \geq 2\Lambda/3 \text{ и } \chi(t) \equiv 0 \text{ при } |||t||| \leq \Lambda/3, \|\partial^\nu \chi\|_{C[0,6]} \leq C_\nu \Lambda^{-\nu},$$

где $\nu \in \mathbb{Z}_+^3$, при этом $\partial^\nu := \frac{\partial^{|\nu|}}{\partial_{p_1}^{\nu_1} \partial_{p_2}^{\nu_2} \partial_{p_3}^{\nu_3}}$, а также $\|\cdot\|_{C[0,6]}$ естественная норма пространства непрерывных функций и $|||\cdot|||$ «норма», определенная соотношением (2.3).

Мы подставим $1 \equiv \chi(e(p)) + [1 - \chi(e(p))]$ в интеграл (2.2). Легко показать, что на множестве $\Pi := \{p \in T^3 : 1 - \chi(e(p)) \neq 0\}$ справедлива оценка:

$$\frac{1}{|\alpha - e(p) + i\eta|} \leq C \Lambda^{-1} \quad (2.5)$$

Следовательно, если для некоторого j ($j = 1, 2, 3$) имеет место включение $p^j \in \Pi$ или $p^1 + p^2 + p^3 - u \in \Pi$, то используя тривиальную оценку (2.5) можем исключить хотя бы один из сомножителей из знаменателя. Затем, согласно лемме 2.1 оставшая часть имеет оценку $C |\log \eta|^3$. Такие рассуждения также использованы в работе [3].

Таким образом, мы должны обратить внимание на член, содержащих лишь функций вида $\chi(e(p))$. И так мы определим

$$I := \int \frac{\chi(e(p^1 + p^2 + p^3 - u)) \prod_{j=1}^3 \chi(e(p^j)) dp^1 dp^2 dp^3}{|\alpha - e(p^1 + p^2 + p^3 - u) + i\eta| \prod_{j=1}^3 |\alpha - e(p^j) + i\eta|}.$$

Основной вклад оцениваемой величины дает именно этот интеграл. Точнее, имеет место неравенство:

$$I_{\alpha, \eta}(u) \leq C_\Lambda |\log \eta|^3 + I. \quad (2.6)$$

Положим

$$I_1(\xi) := \int_{T^3} \frac{e^{ip\xi} \chi(e(p)) dp}{|\alpha - e(p) + i\eta|}, \quad (2.7)$$

где $\xi \in \mathbb{R}^3$. Тогда ясно, что $I_1(\xi) = I_1(-\xi)$ и она вещественно-значная функция. Более того,

$$I(u) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} (I_1(\xi))^4 e^{-iu\xi} d\xi \leq \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} (I_1(\xi))^4 d\xi.$$

Фактически последний интеграл совпадает с максимальным значением функции $I(u)$.

Заметим, что функция $h(p)$ гладко зависит от p , и для любого мультииндекса β справедлива следующая оценка:

$$|\partial^\beta h(p)| \leq \frac{C_{\Lambda, \beta} |\eta|^{-\beta}}{|\alpha - e(p^j) + i\eta|}.$$

Поэтому применяя стандартную формулу интегрирования по частям получим:

$$|I_1(\xi)| \leq \frac{C_\Lambda |\log \eta|}{(\eta |\xi| + 1)}.$$

Следовательно

$$I \leq C_\Lambda |\log \eta|^4 + \int_{|\xi| \leq \eta^{-4}} |I(\xi)|^4 d\xi. \quad (2.8)$$

Далее, используется следующая формула, связывающая $I(\xi)$ с преобразованием Фурье поверхностной меры:

$$I_1(\xi) = \int_0^6 \frac{\chi(a) \hat{\mu}_a(\xi) da}{|\alpha - a + i\eta|},$$

здесь

$$\hat{\mu}_a(\xi) = \int_{\Sigma_a} \frac{e^{ip\xi}}{|\nabla e(p)|} dm_a(p).$$

Поскольку, носитель функции $\chi(a)$ не содержит критических значений функции $e(p) = a$, то мера $dm_a(p)$ является гладкой поверхностной мерой на множестве

$$\Sigma_a = \{p: e(p) = a\} \subset \mathbb{T}^3.$$

Она называется формой Гельфанда-Лере [1].

Ясно, что $\hat{\mu}_a(\xi)$ интеграл вида (1.1) с $\psi(x) = |\nabla e(p)|^{-1}$. Заметим, что

$$|||a|||^{1/2} \leq C \left(\sum_{j=1}^3 \sin^2 p_j \right) = C |\nabla e(p)|.$$

Таким образом для $|||a||| \geq \Lambda/3$, функция $|\nabla e(p)|$ на множестве Σ_a отлична от нуля и гладка с равномерно ограниченными производными (зависящими только от Λ), следовательно, $|\nabla e(p)|^{-1}$ также гладкая функция.

При оценке второго слагаемого неравенства (2.8) используется следующее утверждение. Оно является существенным улучшением соответствующего результата работы [3].

Предложение 2.1 Пусть $0 < \Lambda < 2/3$. Для любого числа a , удовлетворяющего условию $|||a||| \geq \Lambda$, имеет место неравенство:

$$\int_{|\xi| \leq \eta^{-4}} |\hat{\mu}_a(\xi)|^4 d\xi \leq C_\Lambda,$$

причем константа C_Λ зависит лишь от Λ .

Прежде приведем утверждение, которое доказано в работе [3]:

Лемма 2.2 Пусть a фиксированное число, удовлетворяющее условию $|||a||| \geq \Lambda$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) Если в некоторой точке $p \in [-\pi, \pi]^3$ поверхности $e(p) = a$ обе главные кривизны обращаются в нуль, то $a = 3$, причем p совпадает с одной из точек $(\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{\pi}{2})$;

2) В точке p фаза имеет особенность типа D_4^- .

Используем, поведение преобразования Фурье меры сосредоточенной в точках $\mathcal{D}$. Согласно лемме 2.2 в этих точках хотя бы одна из главных кривизн отлична от нуля.

Окончание доказательства теоремы 2.1. Теперь, из предложения 2.1, используя неравенство Гельдера, получим

$$\begin{aligned} \int_{|\xi| \leq \eta^{-4}} |I_1(\xi)|^4 d\xi &= \int_{|\xi| \leq \eta^{-4}} \left| \frac{\chi(a) da}{|\alpha - a + i\eta|} \hat{\mu}_a(\xi) \right|^4 d\xi \\ &\leq \left(\int_0^6 \frac{\chi(a) da}{|\alpha - a + i\eta|} \right)^3 \int_{|\xi| \leq \eta^{-4}} \int_0^6 \frac{\chi(a) da}{|\alpha - a + i\eta|} |\hat{\mu}_a(\xi)|^4 d\xi \leq C_\Lambda |\log \eta|^4. \end{aligned}$$

Последнее неравенство завершает доказательство теоремы 2.1.

Список литературных источников

1. Гельфанд И.М., Шиллов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними, вып. 1. М.: ГИФМЛ, 1958.
2. Икромов И.А. Суммируемость осцилляторных интегралов по параметрам и проблема об ограничении преобразования Фурье на кривых // Математические заметки. №5. Т. 87. 2010. С.734-755.
3. Erdős L', Salmhofer M. (2007) Decay of the Fourier transform of surfaces with vanishing curvature. Math. Z. №2. Т. 257, pp. 261–294.
4. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений, ч. 1. Классификация критических точек каустик и волновых фронтов. М.: Наука, 1982.
5. Икромов И.А. Суммируемость осцилляторных интегралов по параметрам и проблема об ограничении преобразования Фурье на кривых // Математические заметки. Т. 139. 1970. С.278-285.
6. Хермандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Ч. 1. М.: Мир, 1986.
7. Duistermaat J. (1974) Oscillatory integrals, Lagrange immersions and unfoldings of singularities [Oscillatory integrals, Lagrange immersions and unfoldings of singularities] Comm. Pure Appl. Math. №2. Т. 27, pp. 207-281.

| ON ESTIMATES FOR SINGULAR INTEGRAL

I.A. Ikromov Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor ikromov1@rambler.ru Samarkand	Samarkand State University
N.A. Soleeva master niginasol@yahoo.com Samarkand	Samarkand State University

Summary. In this paper there are obtained estimates for Fourier transform of charges (measures), supported on some nonconvex hypersurfaces. It is proved summation of Ren-

dol's maximal functions for some class of non-convex hypersurfaces. Moreover, the estimates are applied to estimate some singular integral related to the dispersion relation of discrete Schrödinger operator. Estimates for the almost singular integral are based on L^p norm of the Fourier transform of measures supported on level set of the dispersion relation of the discrete Schrödinger operator. For the classical continuous Schrödinger operator level sets are spheres. Hence the corresponding measure is classical Dirac distribution supported on the sphere. Consequently, the Fourier transform in this case can be expressed by classical special Bessel functions. Hence, behavior of the Fourier transform is well understood. But, for the discrete Laplacian the level sets are non-convex hypersurface. As a result behavior of the Fourier transform of measures is much more complicated. Nevertheless, we get estimates for Fourier transform in terms of Rendol type maximal function. The estimates allow to find the sharp exponent for summation of such, function over $\mathbb{R}^3$. It is interesting that in the interesting case the sharp exponent of convergence coincides with three as in the strictly convex case. Then we use the obtained estimates to investigate behavior of the almost singular integral when small parameter η tends to zero. The small parameter η is $\frac{1}{t}$. So, we obtain behavior of the singular integral for large time. It should be noted that our results can be applied to investigate behavior of the corresponding singular integrals related to the dispersion relation of the more general discrete Schrödinger operator.

Keywords: oscillator integral, Fourier transform, asymptotics, dispersion relation.

References

1. Gel'fand I.M., Shilov G.E. (1958) Obobshchenny'e funktsii i dei'stviia nad nimi, vy'p. 1 [Generalized functions and operations on them. 1] M.: GIFML, 1958.
2. Ikromov I.A. (2010) Summiruemost' oscillatorny'kh integralov po parametram i problema ob ogranichenii preobrazovaniia Fur'e na krivy'kh [Summiruemost' oscilljatornyh integrals on the parameters and the problem relating to the limitation of the Fourier transform on curves] Matematicheskie zametki. №5. T. 87, pp. 734-755.
3. Erdős L', Salmhofer M. (2007) Decay of the Fourier transform of surfaces with vanishing curvature. Math. Z. №2. T. 257, pp. 261–294.
4. Arnold V.I., Varchenko A.N., Gusei'n-zade S.M. (1982) Osobennosti differentsiruemy'kh otobrazhenii, ch. 1. Klassifikatsiia kriticheskikh toчек kaustik i volnovy'kh frontov [Features of differentiable mappings, h. 1. Classification of critical points of caustic and fronts] M.: Nauka, 1982.
5. Randol B. (1970) On the asymptotic behavior of the Fourier transform of the indicator function of a convex set [On the asymptotic behavior of the Fourier transform of the indicator function of a convex set] Trans. AMS. T. 139, pp. 278-285.
6. KHermander L. (1986) Analiz linei'ny'kh differentsial'ny'kh operator ov s chastny'mi proizvodny'mi. Ch. 1. [Analysis of the linear differential operator s partial derivatives. H. 1.] M.: Mir, 1986.
7. Duistermaat J. (1974) Oscillatory integrals, Lagrange immersions and unfoldings of singularities [Oscillatory integrals, Lagrange immersions and unfoldings of singularities] Comm. Pure Appl. Math. №2. T. 27, pp. 207-281.

УДК | РАЗЛИЧНЫЕ ЭТАЛОНЫ РОСТА
517.547 | ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Соломатин Олег Дмитриевич
к.ф.-м.н., профессор
solomatin_od@bk.ru
г. Орел

Орловский государственный университет
им. И.С. Тургенева

Аннотация. Пусть $f(x)$ – неотрицательная функция при $x > 0$. Кроме степенной шкалы (эталон μx^λ) для характеристики роста функции $f(x)$ можно использовать и другие шкалы (эталон роста). В статье рассмотрена элементарная логарифмическая шкала роста, которая применяется для нахождения порядка и типа функции, имеющей нулевой порядок по степенной шкале. Эталонами служат функции вида $a(\ln x)^b$, где $a > 0, b > 0$. Кроме того, рассмотрена также элементарная шкала роста, которая применяется для нахождения порядка и типа функции, имеющей бесконечный порядок по степенной шкале. Эталонами служат функции вида $\exp\{l x^k\}$, где $l > 0, k > 0$.

Ключевые слова: порядок и тип роста функции одной действительной переменной, степенная шкала роста, логарифмическая шкала роста, Б-шкала роста.

Пусть $f(x)$ – неотрицательная функция при $x > 0$. Кроме степенной шкалы (эталон μx^λ) для характеристики роста функции $f(x)$ используем и другие шкалы (эталон роста). Вначале рассмотрим элементарную логарифмическую шкалу роста, которую будем применять для нахождения порядка и типа функции, имеющей нулевой порядок по степенной шкале. Эталонами служат функции вида $a(\ln x)^b$, где $a > 0, b > 0$.

Функцию $f(x)$ (неотрицательную при $x > 0$) будем называть функцией конечного логарифмического порядка, если существует такое положительное число b , что неравенство $f(x) < (\ln x)^b$ выполняется для всех достаточно больших значений x ($x > x_0(b)$).

Точную нижнюю грань γ тех чисел $b > 0$, для которых при $x \rightarrow +\infty$ выполняется неравенство $f(x) < (\ln x)^b$, назовем элементарным логарифмическим порядком функции $f(x)$. Итак, имеем $\gamma(f) = \inf\{b\}$.

Из этого определения, в частности, следует, что если γ – логарифмический порядок функции $f(x)$, а ε – произвольное положительное число, то

$$\begin{cases} f(x) < (\ln x)^{\gamma+\varepsilon}, & \forall x > x_0(\varepsilon), \\ f(x) > (\ln x)^{\gamma-\varepsilon}, & x = x_n \rightarrow +\infty. \end{cases} \quad (1)$$

Легко видеть, что условие (1) равносильно равенству

$$\gamma = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln f(x)}{\ln \ln x}. \quad (2)$$

Таким образом, равенство (2) может быть принято за определение логарифмического порядка функции одной действительной переменной. Если неравенство $f(x) < (\ln x)^b$ не выполняется ни при каком конечном b , то говорим, что $f(x)$ имеет бесконечный логарифмический порядок ($\gamma = \infty$).

Более точную характеристику роста функции данного логарифмического порядка дает логарифмический тип функции.

Элементарным логарифмическим типом функции $f(x)$ при порядке γ ($0 < \gamma < \infty$) называем точную нижнюю грань тех чисел $a > 0$, для которых при $x \rightarrow +\infty$ выполняется неравенство $f(x) < a(\ln x)^\gamma$. Обозначение логарифмического типа: $\nu(f, \gamma)$, $\nu(f)$, ν . Итак, $\nu = \inf \{a\}$.

Из этого определения, в частности, следует, что если ν – логарифмический тип функции $f(x)$, то

$$\begin{cases} f(x) < (\nu + \varepsilon)(\ln x)^\gamma, & \forall x > x_0(\varepsilon), \\ f(x) > (\nu - \varepsilon)(\ln x)^\gamma, & x = x_n \rightarrow +\infty. \end{cases} \quad (3)$$

Нетрудно видеть, что логарифмический тип ν функции $f(x)$ логарифмического порядка γ ($0 < \gamma < \infty$) определяется равенством

$$\nu = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{(\ln x)^\gamma}. \quad (4)$$

Если неравенство $f(x) < a(\ln x)^\gamma$ не выполняется ни при каком конечном a , то говорят, что $f(x)$ имеет бесконечный логарифмический тип ($\nu = \infty$) при логарифмическом порядке γ .

Рассмотрим некоторые примеры на вычисление логарифмического порядка и логарифмического типа функции $f(x)$ по формулам (2) и (4).

1) Для функции $f(x) = q \ln^p x$, $q > 0$, $p > 0$, $x > 1$ порядок роста

$$\rho = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln f(x)}{\ln x} = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(q \ln^p x)}{\ln x} = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln q + p \ln \ln x}{\ln x} = 0.$$

В этом случае находим логарифмический порядок и логарифмический тип роста функции $f(x)$ $\gamma = p$, $\nu = q$.

2) Функция $f(x) = \left(\frac{\ln x}{\ln \ln x} \right)^p$, $p > 0$, $x > 1$ имеет порядок роста $\rho = 0$. Тогда

находим характеристики роста функции по логарифмической шкале $\gamma = p$, $\nu = 0$.

3) Если $f(x) = a^{\ln \ln x}$, $a > 1$, $x > 1$ ($\rho = 0$), то находим $\gamma = \ln a$, $\nu = 1$.

4) Пусть $f(x) = a^{\ln \ln \ln x}$, $a > 1$, $x > 1$. В этом случае порядок роста $\rho = 0$, по логарифмической шкале порядок $\gamma = 0$.

5) Функция $f(x) = \ln \ln x$, $x > 1$ также имеет нулевой логарифмический порядок роста.

Далее, пусть, как и прежде, $f(x)$ – неотрицательная функция при $x > 0$.

Кроме рассмотренной выше логарифмической шкалы для характеристики роста функции $f(x)$ рассмотрим также элементарную Б-шкалу роста, которую будем применять для нахождения порядка и типа функции, имеющей бесконечный порядок по степенной шкале. Эталонами служат функции вида $\exp\{l x^k\}$, где $l > 0$, $k > 0$.

Функцию $f(x)$ (неотрицательную при $x > 0$) будем называть функцией конечного Б-порядка, если существует такое положительное число k , что неравенство $f(x) < \exp\{x^k\}$ выполняется для всех достаточно больших значений x ($x > x_0(k)$).

Точную нижнюю грань α тех чисел $k > 0$, для которых при $x \rightarrow +\infty$ выполняется неравенство $f(x) < \exp\{x^k\}$, назовем элементарным Б-порядком функции $f(x)$.

Итак, имеем $\alpha(f) = \inf\{k\}$.

Из этого определения, в частности, следует, что если α – Б-порядок функции $f(x)$, а ε – произвольное положительное число, то

$$\begin{cases} f(x) < \exp\{x^{\alpha+\varepsilon}\}, & \forall x > x_0(\varepsilon), \\ f(x) > \exp\{x^{\alpha-\varepsilon}\}, & x = x_n \rightarrow +\infty. \end{cases} \quad (5)$$

Легко видеть, что условие (5) равносильно равенству

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln f(x)}{\ln x}. \quad (6)$$

Таким образом, равенство (6) может быть принято за определение Б-порядка функции одной действительной переменной. Если неравенство $f(x) < \exp\{x^k\}$ не выполняется ни при каком конечном k , то говорим, что $f(x)$ имеет бесконечный Б-порядок ($\alpha = \infty$).

Более точную характеристику роста функции данного Б-порядка дает Б-тип функции.

Элементарным Б-типом функции $f(x)$ при Б-порядке α ($0 < \alpha < \infty$) называем точную нижнюю грань тех чисел $l > 0$, для которых при $x \rightarrow +\infty$ выполняется неравенство $f(x) < \exp\{l x^\alpha\}$.

Обозначение элементарного Б-типа: $\omega(f, \alpha)$, $\omega(f)$, ω .

Итак, $\omega = \inf\{l\}$.

Из этого определения, в частности, следует, что если ω – Б-тип функции $f(x)$, то

$$\begin{cases} f(x) < \exp\{(\omega + \varepsilon)x^\alpha\}, & \forall x > x_0(\varepsilon), \\ f(x) > \exp\{(\omega - \varepsilon)x^\alpha\}, & x = x_n \rightarrow +\infty. \end{cases} \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что Б-тип ω функции $f(x)$ Б-порядка α ($0 < \alpha < \infty$) определяется равенством

$$\omega = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln f(x)}{x^\alpha}. \quad (8)$$

Если неравенство $f(x) < \exp\{l x^\alpha\}$ не выполняется ни при каком конечном l , то говорят, что $f(x)$ имеет бесконечный Б-тип ($\omega = \infty$) при Б-порядке γ .

Рассмотрим некоторые примеры на вычисление Б-порядка и Б-типа функции $f(x)$ по формулам (6) и (8).

1) Для функции $f(x) = \exp\{m x^n\}$, $x > 0$, $m > 0$, $n > 0$ порядок роста $\rho = \infty$.

В этом случае находим Б-порядок и Б-тип роста функции $f(x)$ $\alpha = n, \omega = m$.

2) Функция $f(x) = a^x$, $a > 1$, $x > 0$ имеет порядок роста $\rho = \infty$. Тогда находим характеристики роста функции по Б-шкале $\alpha = 1$, $\omega = \ln a$.

3) Для функции $f(x) = sh x$, $x > 0$ имеем $\rho = \infty$, тогда $\alpha = 1$, $\omega = 1$.

4) Если $f(x) = x^b q^{a^x}$, $a > 0$, $q > 1$, $b > 0$ ($\rho = \infty$), то находим $\alpha = \infty$.

5) $f(x) = q^{a^{\ln x}}$, $a > 1$, $q > 1$, $x > 1$. В этом случае порядок роста $\rho = \infty$, по Б-шкале находим характеристики роста $\alpha = \ln a$, $\omega = \ln q$.

6) Функция $f(x) = \left(\frac{q}{\ln x}\right)^x$, $q > 0$ порядка роста $\rho = \infty$, тогда тип $\alpha = 1$, $\omega = \infty$.

Список литературных источников

1. Громов В.П., Соломатин О.Д. Логарифмический порядок и тип и характеристики роста целой функции бесконечного порядка. Орёл: ГОУ ВПО ОГУ, 2007.
2. Ронкин Л.И. Введение в теорию целых функций многих переменных. М.: Наука, 1971.

| **VARIOUS STANDARDS OF BASIC GROWTH FUNCTIONS**

O. D. Solomatin
Cand. Sci. (Phys.–Math.), professor
solomatin_od@bk.ru
Orel

Orel State University
named after I. S. Turgenev

Summary. Let be a $f(x)$ nonnegative function $x > 0$. In addition to the power of the scale (standard μx^λ) to characterize the growth function $f(x)$, you can use other scale (growth standards). The article considers the basic logarithmic-scale growth, which is used to locate the order and type of a function with a zero-order exponential scale. Standard are functions of the form $a(\ln x)^b$, where $a > 0, b > 0$. In addition, are considered as elementary scale of growth, which is used to locate the order and type of a function with an infinite order exponential scale. Standard are functions of the form $\exp\{l x^k\}$, где $l > 0, k > 0$.

Keywords: the order and type of growth of functions of one real variable; power scale of growth; logarithmic growth; B-scale growth.

References

1. Gromov V.P., Solomatin O.D. (2007) Logarifmicheskiy poriadok i tip i harakteristiki rosta tseloi funktsii beskonечного poriadka [Logarithmic order and type and growth characteristics of the whole functions of infinite order] Oryol: GOU VPO OGU, 2007.
2. Ronkin L.I. (1971) Vvedenie v teoriiu tsel'nykh funktsii mnogikh peremennykh [Introduction to the theory of entire functions of many variables] M.: Nauka, 1971.

УДК 517.55 | **К ВОПРОСУ О РЕШЕНИЯХ ОДНОГО КЛАССА
ОДНОРОДНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Можарова Татьяна Николаевна
к.ф.-м.н., доцент,
tatjana.mozharova@yandex.ru
г. Орел

декан физико-математического
факультета Орловского государственного
университета имени И.С.Тургенева

Аннотация: рассматриваются условия аппроксимации решений однородного операторного уравнения $\phi(A)(x) = 0$, где A – линейный неограниченный оператор, посредством его элементарных решений.

Ключевые слова: линейный неограниченный оператор, однородное операторное уравнение.

Пусть H – банахово пространство и $A: D(A) \rightarrow H$, $D(A) \subset H$, – замкнутый линейный неограниченный оператор; $D(A)$ – инвариантно относительно оператора A . Если характеристическая функция $\varphi(t)$ оператора

$$\varphi(A)(x) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} x_k A^k(x), \quad x \in D(A), \{x_k\} \subset H, \quad (1)$$

является целой векторнозначной со значениями в H и имеет порядок роста, не превосходящий $1/\beta$, а при порядке $1/\beta$ – тип меньший, чем $\beta/(\alpha e)$ (здесь $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ – фиксированные числа), то оператор $\varphi(A)$ определен и является линейным и непрерывным на некотором подпространстве H_{α}^{β} пространства H [1]. Этот результат справедлив и для скалярной характеристической функции $\varphi(t)$.

Пусть

$$f(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} x_k \lambda^k, \quad \{x_k\} \subset H, \forall \lambda \in \mathbb{C} \quad (2)$$

– целая собственная вектор-функция оператора A , имеющая порядок роста $\rho \neq 0, \infty$, и тип σ . Векторы $f(\lambda_j) \in H_{\alpha}^{\beta}$, $\forall \alpha, \beta > 0$. Здесь $\{\lambda_j\}$, $j = 1, 2, \dots$ – нули характеристической функции оператора φ :

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^k, \quad c_k \in \mathbb{C}. \quad (3)$$

Можно показать, что если λ_j – нули $\varphi(t)$ соответственно кратности m_j , $j = 1, 2, \dots$, то векторы $f^{(k)}(\lambda_j)$, $k = 0, 1, \dots, m_j - 1$, являются частными решениями уравнения

$$\varphi(A)(x) = 0. \quad (4)$$

Для доказательства теорем, показывающих, что каждое решение уравнения (4) аппроксимируется (в определенных условиях) посредством указанных выше элементарных решений, проведен ряд вспомогательных построений.

Пусть функция

$$\psi_{\varphi}(\lambda, t) = \frac{\varphi(\lambda) - \varphi(t)}{\lambda - t}, \quad (5)$$

где $\varphi \in \left[\frac{1}{\beta}; \frac{\beta}{\alpha e} \right)$; t – фиксированный комплексный параметр. Следовательно, $\psi_{\varphi}(\lambda, t)$,

как функция λ , – целая, причем $\psi_{\varphi}(\lambda, t) \in \left[\frac{1}{\beta}; \frac{\beta}{\alpha e} \right)$. При фиксированном t такая функция

определяет на H_{α}^{β} линейный непрерывный оператор

$$\psi_{\varphi}[A, t_0](x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k [A^{k-1}(x) + t_0 A^{k-2}(x) + \dots + t_0^{k-1} x], \quad t_0 \in \mathbb{C}. \quad (6)$$

Ряд (6) абсолютно сходится по норме в H для всех $x \in H_{\alpha}^{\beta}$.

Опираясь на свойства интерполирующей функции $\psi_\varphi[A; t](x)$, докажем следующее утверждение:

Теорема 1. Для любого вектора $x \in H_\alpha^\beta$ и любой функции $\varphi \in \left[\frac{1}{\beta}; \frac{\beta}{\alpha e} \right)$ справедлива формула:

$$x = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\psi_\varphi[A; t](x)}{\varphi(t)} dt + R_r(A)(x), \quad (7)$$

где $R_r(\lambda) \in \left[\frac{1}{\beta}; \frac{\beta}{\alpha e} \right)$ и для $|\lambda| < r$ определяется как

$$R_r(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{dt}{(t-\lambda)\varphi(t)}. \quad (8)$$

(Здесь $r > 0$ – любое, но такое, что окружность $|t| = r$ не проходит через нули функции $\varphi(t)$.)

Доказательство. Вычислим коэффициенты функции $R_r(\lambda)$.

$$\begin{aligned} B_m^{(r)} &= \frac{1}{m!} \frac{d^m}{d\lambda^m} [R_r(\lambda)]_{\lambda=0} = \frac{1}{m!} \frac{d^m}{d\lambda^m} \left[\varphi(\lambda) \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{dt}{(t-\lambda)\varphi(t)} \right]_{\lambda=0} = \\ &= \frac{1}{m!} \left[\sum_{k=0}^m C_m^k \varphi^{(k)}(\lambda) \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{dt}{(t-\lambda)^{m-k+1} \varphi(t)} \right]_{\lambda=0} = \\ &= \frac{1}{m!} \sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!k!} \cdot c_k \cdot k! \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{dt (m-k)!}{t^{m-k+1} \varphi(t)} = \sum_{k=0}^m c_k \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{dt}{t^{m-k+1} \varphi(t)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\sum_{k=0}^m c_k t^k}{t^{m+1} \varphi(t)} dt. \end{aligned}$$

Итак, имеем:

$$R_r(A)(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\sum_{k=0}^m c_k t^k}{t^{m+1} \varphi(t)} dt \right\} A^m(x).$$

Обратимся к функции $\psi_\varphi[A; t](x)$ и представим ее рядом:

$$\psi_\varphi[A; t_0](x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{k=0}^{n-1} A^k(x) t^{n-k-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{k=m+1}^{\infty} c_k t^{k-m-1} \right\} A^m(x).$$

Действительно,

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n [A^{n-1} + tA^{n-2} + \dots + t^{n-1}E](x) = c_1 A^0(x) + [c_2 A(x) + c_2 tA^0(x)] +$$

$$\begin{aligned}
& + [c_3 A^2(x) + c_3 t A(x) + c_3 t^2 A^0(x)] + \dots = [c_1 t^0 A^0(x) + c_2 t A^0(x) + c_3 t^2 A^0(x) + \dots] + \\
& + [c_2 t^0 A(x) + c_3 t A(x) + c_4 t^2 A(x) + \dots] + \dots = A^0(x) \sum_{k=1}^{\infty} c_k t^{k-1} + A(x) \sum_{k=2}^{\infty} c_k t^{k-2} + \\
& + \dots + A^m(x) \sum_{k=m+1}^{\infty} c_k t^{k-m-1} + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{k=m+1}^{\infty} c_k t^{k-m-1} \right\} A^m(x).
\end{aligned}$$

Перегруппировка членов двойного ряда возможна, так как ряды абсолютно сходятся. Используя представление

$$\psi_{\varphi}[A; t](x) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{k=m+1}^{\infty} c_k t^{k-m-1} \right\} A^m(x),$$

получаем:

$$\begin{aligned}
x - \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\psi_{\varphi}[A; t](x)}{\varphi(t)} dt &= x - \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\varphi(t) - \sum_{k=0}^m c_k t^k}{t^{m+1} \varphi(t)} dt \right\} A^m(x) = \\
&= x - \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{1}{t^{m+1}} dt \right\} A^m(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\sum_{k=0}^m c_k t^k}{t^{m+1} \varphi(t)} dt \right\} A^m(x) = \\
&= x - x + \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\sum_{k=0}^m c_k t^k}{t^{m+1} \varphi(t)} dt \right\} A^m(x) = R_r(A)(x), \forall x \in H_{\alpha}^{\beta}.
\end{aligned}$$

Теорема доказана.

В указанных выше обозначениях справедлива также

Лемма: Пусть φ – фиксированная целая функция, $\varphi \in \left[\frac{1}{\beta}; \frac{\beta}{\alpha e} \right)$. Тогда для любого

$x \in H_{\alpha}^{\beta}$, являющегося решением уравнения $\varphi(A)(x) = 0$, имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\psi_{\varphi}[A; t](x)}{\varphi(t)} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{l_0 \{ \psi_{\varphi}[A; t](x) \} f(t)}{\varphi(t)} dt, \quad (9)$$

где $f(t)$ – собственная вектор-функция оператора A ; l_0 – линейный непрерывный функционал, участвующий в определении $f(t)$.

Исходя из **теоремы 1**, с привлечением **леммы** доказано следующее утверждение, описывающее условия аппроксимации каждого решения уравнения (4) посредством системы $\{f^{(k)}(\lambda_j)\}$ его элементарных решений.

Теорема 2. Пусть целая функция $\varphi \in \left[\frac{1}{\beta}, \frac{\beta}{(\alpha e)} \right)$ удовлетворяет условию:

существуют окружности $|t| = r_k$, $r_k \uparrow \infty$, на которых имеет место оценка

$$|\varphi(t)| > M_k, \quad \frac{r_k}{M_k} \rightarrow 0, \quad k \rightarrow \infty. \quad (10)$$

Тогда каждое решение $x \in H_\alpha^\beta$ уравнения (4) представляется в виде

$$x = \lim_{r_k \rightarrow \infty} \sum_{|\lambda_j| < r_k} \sum_{v=0}^{m_j-1} d_{jv} f^{(v)}(\lambda_j), \quad (11)$$

где λ_j – нули функции $\varphi(t)$, m_j – кратность нуля λ_j , $j = 1, 2, \dots$

Доказательство. В формуле (7) в качестве контура интегрирования возьмем окружность $|t| = r_k$, не проходящую через нули функции $\varphi(t)$, так как по условию $|\varphi(t)| > M_k$. Тогда имеем:

$$x - \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r_k} \frac{\psi_\varphi[A, t](x)}{\varphi(t)} dt = R_k(A)(x).$$

По лемме получаем:

$$x - \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r_k} \frac{l_0\{\psi_\varphi[A, t](x)\} f(t)}{\varphi(t)} dt = R_k(A)(x). \quad (12)$$

Для доказательства теоремы требуется оценить остаточный член формулы (12) и показать, что в условиях теоремы он стремится к нулю при $k \rightarrow \infty$.

Для этого, оценивая функцию $R_k(\lambda)$, получаем:

$$|R_k(\lambda)| \leq C(\varepsilon) \frac{e^{(\sigma_1 + \varepsilon)|\lambda|^{\frac{1}{\beta}}} r_k^{\frac{1}{\beta}}}{M_k}, \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}, \quad \forall \varepsilon > 0,$$

где σ_1 – тип функции $\varphi(t)$ при порядке роста $\frac{1}{\beta}$. Следовательно, ее тейлоровские коэффициенты имеют оценку:

$$|B_m^{(k)}| \leq C(\varepsilon) \frac{r_k}{M_k} \left[\frac{(\sigma_1 + \varepsilon)e}{\beta m} \right]^{\beta m}, \quad \forall \varepsilon > 0.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \|B_m^{(k)} A^m(x)\| &\leq C(\varepsilon) \left[\frac{(\sigma_1 + \varepsilon)e}{\beta m} \right]^{\beta m} \frac{r_k}{M_k} \|A^m(x)\| \leq C(\varepsilon) \left[\frac{(\sigma_1 + \varepsilon)e}{\beta m} \right]^{\beta m} \frac{r_k}{M_k} (\varepsilon_p m)^{\beta m} \|x\|_p \\ &\exists \varepsilon_p < \frac{\beta}{(\sigma_1 + \delta)e}, \quad \forall \delta > 0, \quad m > m_0(\varepsilon, \delta), \quad 0 < \varepsilon < \delta, \end{aligned}$$

$x \in H_\alpha^\beta$ – решение уравнения $\varphi(A)(x) = 0$.

Следовательно, ряд $\sum_{m=0}^{\infty} B_m^{(k)} A^m(x)$, определяющий оператор $R_k(A)(x)$, сходится абсолютно по топологии пространства H , причем

$$\|R_k(A)(x)\| \leq C_p \frac{r_k}{M_k} \|x\|_p,$$

где $C_p > 0$, x – любое решение уравнения $\varphi(A)(x) = 0$ из H_α^β . Теорема доказана.

Список литературных источников

1. Можарова Т.Н., Ломакин Д.Е. Об условиях существования и непрерывности оператора $j(A)$ с переменными коэффициентами в случае неограниченного оператора A // материалы Международной конференции: Воронежская зимняя математическая школа (26 января – 1 февраля 2017 г.). "Современные методы теории функций и смежные проблемы". Воронеж, Издательский дом ВГУ. 2017. С.150 – 151.
2. Можарова Т.Н. О свойствах решений одного класса операторных уравнений // Вестник науки. Выпуск 6. Орел: ОГУ. 2007. С.99-103.
3. Можарова Т.Н. Об элементах локально-выпуклого пространства // Вестник науки. Выпуск 6. Орел: ОГУ. 2006. С.75-77.

TO THE QUESTION OF SOLUTIONS OF A CLASS OF HOMOGENEOUS OPERATOR EQUATIONS

T.N. Mozharova
Cand. Sci. (Phys.–Math.), Associate Professor
tatjana.mozharova@yandex.ru
Orel

Orel state University
named after I. S. Turgenev

Abstract: the conditions of approximation of solutions of the homogeneous operator equation $\phi(A)(x) = 0$, where A is a linear operator unlimited, through its elementary solutions.

Key words: linear operator an unlimited, homogeneous operator equation.

Reference

1. Mozharova T.N., Lomakin D.E. (2013), Ob usloviiakh sushchestvovaniia i nepreryvnosti operatora $j(A)$ s peremennymi koefitsientami v sluchae neogranichenogo operatora A [On the conditions of existence and continuity operator $j(A)$ with variable coefficients in the case of unbounded operator and] materialy` Mezhdunarodnoi` konferentsii: Voronezhskaiia zimniaia matematicheskaiia shkola (26 ianvaria – 1 fevralia 2017 g.). "Sovremennye metody teorii funktsii i smezhny'e problemy" [proceedings of the International Conference: Voronezh winter mathematical school (26 January-February 1, 2017). "Modern methods of theory of functions and related problems"], pp.150 – 151.
2. Mozharova T.N. (2007) O svoi`stvakh reshenii` odnogo klassa operatorny`kh uravnenii` [About the properties of solutions to a class of operator equations] Vestneyk nauki. Vy`pusk 6. Orel: OGU, pp. 99-103.
3. Mozharova T.N. (2006) Ob e`lementakh lokal`no-vy`puclogo prostranstva [On the elements in the locally convex space] Vestneyk nauki. Vy`pusk 6. Orel: OGU, pp. 75-77.

УДК 621.002 | **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ
ИНФОРМАЦИОННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ**

Тарова Инна Николаевна
к.п.н., доцент
inesstarova@rambler.ru
г.Елец

кафедра прикладной математики и
информатики Елецкого государственного
университета им. И.А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена рассмотрению особенностей протекания информационных процессов в распределенной информационной образовательной системе, которые автором разделяются на информационные процессы заявок обучающихся, информационные процессы администратора и администрирования, системные информационные процессы, информационные процессы заявок преподавателей и сводятся к информационным процессам пользователя и системным информационным процессам. Пользователь трактуется как абонент сети, требующий информационного обслуживания или, в некоторых случаях, как системная программа, например, требующие реконфигурации или обмена информацией с целью фиксации текущего состояния узлов сети. Автором указаны ресурсы телекоммуникационной сети, необходимые для успешной реализации пользовательских и системных информационных процессов. Выполнение определенных вычислительных работ соответствующего информационного процесса заключается, в общем случае, в реализации последовательности этапов использования ресурсов телекоммуникационной сети. Выделены и описаны этапы информационных процессов, указана их длительность и приведены графы процессов. В статье рассмотрены схемы взаимодействия компонентов распределенной информационной образовательной системы при реализации информационных процессов пользователя и системных информационных процессов. Автор утверждает, что для всех информационных процессов, связанных с удаленным обучением, можно описать общую структуру и взаимосвязь некоторых звеньев в цепочке прохождения процессами этапов своего цикла.

Ключевые слова: распределенная информационная образовательная система, информационный процесс, информационные процессы пользователя, системные информационные процессы.

Распределенная информационная образовательная система (РИОС) представляет собой специализированную информационно-вычислительную систему, предназначенную для выполнения четко ограниченного набора работ, и имеет вполне определенные цели и задачи. Эффективность функционирования такой системы обработки данных принято оценивать с помощью показателей эффективности, то есть характеристик, определяющих степень приспособленности системы к решению возложенных на нее задач [2]. Показатели эффективности должны определяться процессом функционирования системы, то есть являться функционалами от процесса функционирования, так что множество процессов функционирования, различающихся условиями и режимами работы, должны отражаться на множестве значений показателей эффективности [1].

Для того чтобы оценить какое-либо свойство РИОС при заданной ее конфигурации и условиях функционирования (при известных параметрах потоков заявок, структуре (связи, элементы), известных внешних воздействиях), необходимо рассмотреть протекающие в системе информационные процессы (потоки информации) (ИП), рассчитать их характеристики с учетом взаимного влияния

ИП друг на друга и вычислить необходимые показатели.

В РИОС действует множество одновременно протекающих информационных процессов. Информационный процесс следует трактовать достаточно широко, включая в это понятие не только «переброску» учебной информации, но и реализацию процедур сбора, обработки, хранения, выдачи необходимой информации абонентам.

Пользователи РИОС (преподаватели, обучающиеся, системные администраторы – обслуживающий персонал) обращаются к системе с заявками, оформленными некоторым стандартным образом, в виде информационного сообщения.

Таким образом, пользователь – абонент сети (пользователь), требующий информационного обслуживания. В некоторых случаях под абонентом понимают и системные программы, например, требующие реконфигурации или обмена информацией с целью фиксации текущего состояния узлов сети.

Заявки абонентов инициируют соответствующие информационные процессы (IP_i). В общем случае информационный процесс представим тройкой

$$IP_i = (AP_i, SP_i, RP_i), \quad (1)$$

где AP_i – атрибуты информационного процесса (имя, тип, управляющая информация – адреса отправителя и получателя, приоритеты, момент времени инициирования и т.п.);

$SP_i = \{SP_{i1}, SP_{i2}, \dots, SP_{in}\}$ – трасса информационного процесса (последовательность вычислительных работ, необходимых для реализации процесса);

RP_i – требуемые системные ресурсы.

Реализация информационного процесса связана с использованием ресурсов телекоммуникационной сети: линий передачи данных и вычислительных машин. Ресурсы линий передачи данных определены используемыми протоколами обмена (дуплексные, полудуплексные), характеристиками среды передачи и соответствующего оконечного оборудования. Ресурсы вычислительных машин – это процессоры, память, а также соответствующий способ организации вычислительного процесса. В общем плане все ресурсы телекоммуникационной сети совместно используются множеством информационных процессов. В результате возникают очереди к ресурсам и конфликты при их использовании. Выполнение определенных вычислительных работ соответствующего информационного процесса заключается, в общем случае, в реализации последовательности этапов использования ресурсов телекоммуникационной сети типа: *процессор – выходное устройство – канал передачи данных – входное устройство – процессор – внешняя память – процессор – ...* и т.д. По завершении выполнения затребованных информационным процессом вычислительных работ результаты оформляются в виде информационного сообщения и передаются абоненту.

Длина рассматриваемой последовательности (количество этапов) и длительность отдельных этапов в общем случае различны для различных абонентов и разных типов заявок и зависят от конкретной технической реализации ТВС и ее компонентов. Это связано с относительным расположением абонентов и информационных массивов в РИОС, характером и типом информационных сообщений. Абоненты могут быть подключены с помощью локальной вычислительной сети к серверу и реализовывать часть своих потребностей в образовательных услугах без использования удаленного доступа (других серверов, без выхода в систему передачи данных общего пользования). А раз так, то для таких информационных процессов исключаются этапы передачи сообщений по сети передачи данных.

Если основываться на выделении только основных информационных процессов, протекающих в распределенной информационной образовательной системе, условно можно произвести классификацию, приведенную в табл. 1.

Таблица 1

Информационные процессы РИОС			
Информационные процессы заявок обучающихся	Информационные процессы администратора и администрирования	Системные информационные процессы	Информационные процессы заявок преподавателей
1. ИП удаленного получения учебной информации	1. ИП администрирования пользователей 2. ИП администрирования ИБД	1. ИП мониторинга РИОС 2. ИП распределения ИБД 3. ИП реконфигурирования	1. ИП формирования и получения досье 2. ИП добавления УП, ИБД

Сложность анализа ИП заключается в том, что, даже одни и те же ИП могут иметь разные характеристики при одинаковых трассах. Главной причиной этого является то, что способов доступа к РИОС на данный момент существует несколько. Все они различаются, прежде всего, характеристиками линий передачи данных, по которым осуществляется доступ (в некоторых случаях – сочетанием линий связи – табл. 2).

Таблица 2. Доступ пользователей к РИОС

Название способа доступа	Среда передачи между компьютером пользователя и дочерним сервером	Среда передачи между дочерним и центральным серверами
Соединение с использованием дочернего сервера	Локальная вычислительная сеть 10 Мбит/с	Коммутируемые линии связи. (Через доступ в Internet)
Соединение с использованием дочернего сервера	Локальная вычислительная сеть 10 Мбит/с	Локальная вычислительная сеть 10/100 Мбит/с
Соединение с использованием дочернего сервера	Прямое соединение, используя коммутируемые линии связи	Локальная вычислительная сеть 10/100 Мбит/с
Соединение без использования дочернего сервера	- отсутствует -	Коммутируемые линии связи. (Через доступ в Internet)
Соединение без использования дочернего сервера	- отсутствует -	Прямое соединение, используя коммутируемые линии связи

Рассмотрим типовые информационные процессы.

ИП заявок удаленного пользователя-обучающегося. Структура взаимодействия компонентов РИОС приведена на рис. 1.

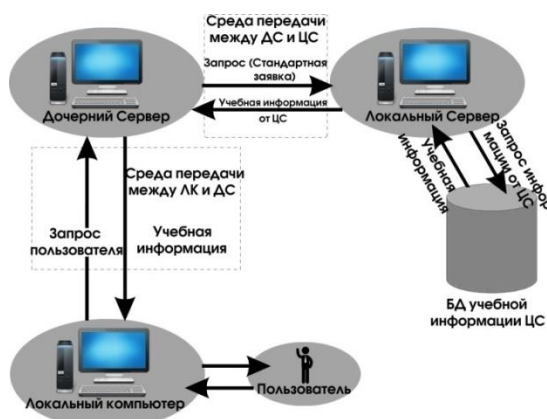


Рис.1 Взаимодействие компонентов РИОС при реализации ИП пользователя.

Выделим следующие этапы информационного процесса:

1) SP_1 – обучающийся на своем компьютере (локальный компьютер класса удаленного обучения) оформляет стандартным образом заявку на образовательное обслуживание и инициирует соответствующий обмен. Длительность данного этапа – t_1 ;

2) SP_2 – функционирование локального компьютера обучающегося. Если занятия проводятся в классе дистанционного обучения с локальной вычислительной сетью, то данная заявка поступает по локальной сети к серверу, оснащенный средствами выхода в телефонную сеть общего пользования (модемом). Длительность данного этапа – t_2 ;

3) SP_3 – функционирование почтового (дочернего) сервера удаленного класса по приему заявки, оформления ее для доступа в центр обучения, передачи пользователю уведомления о пересылке заявки. Если таких заявок несколько, то данная заявка становится в очередь к линии связи. Длительности данного этапа – t_3 ;

4) SP_4 – движение заявки по линиям связи системы передачи данных до центра дистанционного обучения. В общем плане при движении по сети передачи данных заявка может пройти несколько узлов. В зависимости от способа передачи данных (с коммутацией каналов или с промежуточным накоплением), используемых линий связи (дуплексные или полудуплексные), типом среды передачи, процедура передачи может сопровождаться канальными и сеансовыми уведомлениями (подтверждениями) и повторной передачей от узла к узлу (случай ошибочной передачи канальных кадров). Длительности этапа – t_4 ;

5) SP_5 – функционирование центрального сервера. Сюда входит прием и декодирование заявки (сетевого входящего сообщения) включая идентификацию конкретного обучающегося. Учебные материалы соответствующей методики (преподавателя), к которым обратился пользователь, могут располагаться на центральном сервере. Тогда заявка трансформируется в запрос к базе данных. Длительности данного этапа – t_5 ;

6) SP_6 – движение информационного сообщения – ответа от центра обучения к обучающемуся. Если линия связи занята другими обменов – сообщение (исходящее) становится в очередь. Исходящее сообщение также как и входящее, может пройти несколько узлов сети передачи данных. Длительности этапа – t_6 ;

7) SP_7 – функционирование почтового сервера удаленного класса по приему информационного сообщения, выполнению ряда вычислительных работ по его идентификации. Возможно, что пришедшее сообщение становится в очередь к доступу в локальную вычислительную сеть или даже хранится на диске сервера, если пользователь, заказавший обслуживание, отсутствует. Длительности этапа – t_7 ;

8) SP_8 – формирование сообщения на локальном компьютере конечного пользователя,

включая передачу сообщения по локальной вычислительной сети, прием, декодирование и запись на диск. Длительности этапа – t_8 ;

9) SP_9 – этап предъявления обучающей информации и изучение ее пользователем. Длительности этапа – t_9 .

На рис. 2 представлен граф информационного процесса, где вершинам соответствуют этапы, а дугам – переходы между этапами. Циклы на графе показывают тот факт, что последовательность этапов может в рамках этапа повторяться.

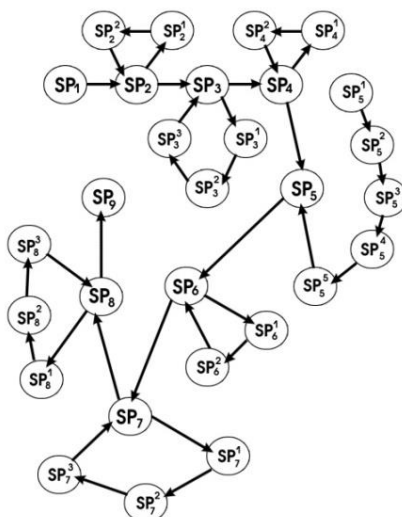


Рис. 2. Граф ИП представления учебной информации обучающемуся.

Рассмотрим системные ИП. Одним из таких ИП является процесс мониторинга ресурсов РИОС: оценивается загрузка центрального и дочерних серверов, степень использования их ресурсов и линий передачи данных. Информация аккумулируется на центральном сервере. Данный ИП запускается по требованию системы через определенные промежутки времени. Структура взаимодействия компонентов РИОС при реализации системного ИП приведена на рис. 3.



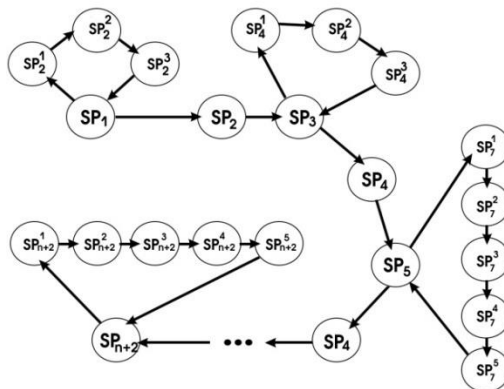
Рис. 3. Взаимодействие компонентов РИОС при реализации системного ИП.

Выделим следующие этапы системных информационных процессов.

1) $SP_1(t_1)$ – функционирование ЦС. ИП мониторинга инициируется через определенные промежутки времени и формирует опросы всех активных ДС. Конфигурация, топология и состав

- 2) $SP_2(t_2)$ – движение заявки по линиям связи до ДС;
- 3) $SP_3(t_3)$ – функционирование дочернего ДС;
- 4) $SP_4(t_4)$ – движение заявки по линиям связи до ЦС;
- 5) $SP_5(t_5)$ – функционирование ЦС;
- 6) $SP_6(t_6)$ – движение сообщения – ответа от ЦС к ДС. Данная процедура повторяется, пока не произойдет опрос всех активных компонентов РИОС. Вся информация поступает на ЦС;
- 7) $SP_7(t_7)$ – функционирование центрального сервера;

Граф системного ИП представлен на рис. 4.



Discussion

Список литературных источников

1. Бутрименко А.В. Разработка и эксплуатация сетей ЭВМ. М.: Финансы и статистика, 1981. 256 с.
2. Монахов М.Ю. Информационные образовательные сети. Основы теории и методика применения: Монография. Владимир: ВГУ, 2001. 207 с.

F A D D 5

IN E D : V l : C : H : :

ministration, system information processes, information processes of teachers' requests, and are reduced to user information processes and system information processes. The user is treated as a subscriber of the network, requiring information service or, in some cases, as a system program, for example, requiring reconfiguration or exchange of information in order to fix the current state of network nodes. The author indicates the telecommunication network resources necessary for the successful implementation of user and system information processes. The performance of certain computational activities of the corresponding information process consists, in the general case, in the implementation of the sequence of the stages of using the resources of the telecommunications network. The stages of information processes are identified and described, their duration is indicated, and the process graphs are presented. In the article schemes of interaction of components of the distributed information educational system are considered at realization of information processes of the user and system information processes. The author claims that for all information processes related to remote training, it is possible to describe the general structure and interrelation of some links in the chain of passage through the processes of the stages of its cycle.

Key words: distributed information educational system, information process, user information processes, system information processes.

References

1. Butrimenko A.V. (1981) *Razrabotka i e`kspluatatsiia setei` E`VM* [Development and operation of computer networks] M.: Finansy` i statistika, 1981. 256 p.
2. Monahov M.Iu. (2001) *Informatcionny`e obrazovatel`ny`e seti. Osnovy` teorii i metodika primeneniia: Monografiia* [Information educational network. Basics of Theo and technique of application history: monograph] Vladimir: VGU, 2001. 207 p.

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

УДК
372.851

ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

Карасев Владимир Анатольевич

к.т.н., доцент
karasev-v-a@yandex.ru
г.Москва

доцент кафедры математики,
Национальный Исследовательский
Технологический Университет
(МИСиС)

Аннотация. Статья посвящена методике использования интернет-системы для подачи учебного материала и контроля знаний в техническом университете. Приводится схема изучения курса с использованием информационных технологий. Особое внимание уделяется организации и контролю самостоятельной работы студента во внеучебное время по выполнению индивидуальных тестов и заданий (типовых расчетов) с контролем выполнения и организацией обратной связи в сети Интернет. Для организации учебного процесса, стимулирования систематической самостоятельной работы студентов используется оболочка дистанционного обучения "Dist" на сайте НИТУ МИСиС econom.misis.ru. Система предусматривает указание последовательности и контроль выполнения каждого шага усвоения учебного предмета, а также сроков. Для каждого учебного элемента задаются требования (срок выполнения, продолжительность и др.). Студент получает порции учебных материалов по сети Интернет. Очередной шаг становится доступным примерно за неделю до указанного преподавателем срока его выполнения. Компьютер осуществляет контроль за работой каждого студента, выдавая очередную порцию учебного материала только после успешного прохождения предыдущего шага. Возможны также возвраты к повторному выполнению шагов. Начисляются баллы и штрафные очки с учетом оценок, сроков выполнения, числа попыток, продолжительности выполнения. По каждому предмету подготовлены пособия, тесты и типовые расчеты. На основании этих материалов готовится структурированное пособие, траектория, тесты для проверочного тестирования. Траектория представляет собой последовательность подачи учебных материалов и контрольных мероприятий с указанием сроков, минимального времени изучения. Студенты по сети Интернет получают небольшие порции учебного материала, проходят тесты, выполняют типовые расчеты в заданные периоды времени. По результатам контрольных мероприятий и систематичности выполнения учебного плана рассчитывается рейтинг студента, который учитывается в итоговой оценке по предмету.

Ключевые слова: информационные технологии, информационно-образовательная среда, изучение математики, технический университет.

Введение

В Российской Федерации при разработке нового стандарта высшего образования предполагается использование компетентностной модели выпускника. Под компетентностным подходом в образовании понимается реализация таких образовательных программ, которые направлены на формирование способности личности самостоятельно применять полученные в процессе подготовки знания и умения.

Одним из важнейших аспектов высшего технического образования является развитие компетентностного подхода в математическом образовании. В рамках этого подхода ставится цель:

- сформировать у студентов убеждение в важности математических методов для решения профессиональных задач;
- поднять уровень использования математического аппарата при изучении общетехнических и профессиональных дисциплин;
- развить стремление к самостоятельной работе и обучению, умение находить и принимать оптимальное решение различных профессиональных задач.

В докладе излагается опыт преподавания математических дисциплин на кафедре математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС) с использованием информационных технологий, то есть в использовании различных способов подачи информации, обеспечения с помощью интернета эффективной обратной связи между студентом и преподавателем в процессе обучения.

Методология

Схема изучения курса с использованием информационных технологий сводится к следующему:

1. Знакомство с теоретическим материалом на лекциях. Использование демонстрационных элементов на лекциях позволяет существенно усилить наглядность изучаемого материала, помогает студенту глубже понять сущность математических методов, заинтересовать студента.

2. Изучение методов или алгоритмов решения задач на практических занятиях на учебных примерах из стандартных задачниках, не требующих больших затрат времени и громоздких вычислений.

3. Организация и контроль самостоятельной работы студента во внеучебное время по выполнению индивидуальных тестов и заданий (типовых расчетов) с контролем выполнения и организацией обратной связи в сети Интернет. Для организации учебного процесса, стимулирования систематической самостоятельной работы студентов используется оболочка дистанционного обучения "Dist" на сайте НИТУ МИСиС **econom.misis.ru**. Основное назначение системы:

- обеспечение учебными материалами;
- автоматическое формирование и выдача тестов и заданий;
- организация и контроль самостоятельной работы студентов;
- контроль знаний;
- определение рейтинга студента;
- получение оперативной информации о состоянии учебного процесса.

Система предусматривает указание последовательности и контроль выполнения каждого шага усвоения учебного предмета, а также сроков (т.е. задаётся так называемая траектория изучения учебной дисциплины). Для каждого учебного элемента задаются требования (срок выполнения, продолжительность и др.). Студент получает порции учебных материалов по сети Интернет. Очередной шаг становится доступным примерно за неделю до указанного преподавателем срока его выполнения.

Компьютер осуществляет контроль за работой каждого студента, выдавая очередную порцию учебного материала только после успешного прохождения предыдущего шага. Возможны также возвраты к повторному выполнению шагов. Начисляются баллы и штрафные очки с учётом оценок, сроков выполнения, числа попыток, продолжительности выполнения.

Как это реально организовано?

По каждому предмету подготовлены пособия, тесты и типовые расчеты. На основании этих материалов готовится структурированное пособие, траектория, тесты для проверочного тестирования. Траектория представляет собой последовательность подачи учебных материалов и контрольных мероприятий с указанием сроков, минимального времени изучения. Студенты по сети Интернет получают небольшие порции учебного материала, проходят тесты, выполняют типовые расчеты в заданные периоды времени

При этом система не допускает к следующему шагу без успешного завершения предыдущего и отправляет к повторному изучению материала. Контролируются сроки выполнения, затраченное время, полученные баллы, число попыток, назначаются штрафные баллы и бонусы

Тесты могут быть различных типов от самых простых, контролирующих понимание основных вопросов курса, вплоть до сложных задач с диапазонами изменений параметров и алгоритмом расчёта. Ответ может выбираться среди нескольких заданных или быть численным и проверяться компьютером. После выполнения тестов студент допускается к выполнению типового расчета, все результаты которого компьютером проверяются. Студенты получают различные тесты и типовые расчеты, что достигается случайным выбором вопросов и задач из соответствующего заложенного банка задач и случайным выбором значений параметров из заданного диапазона их изменений.

Преподаватель может предусмотреть подтверждающее тестирование студентов группы или всего потока в аудитории. В траектории можно также предусмотреть автоматическое изменение маршрута для студентов с различным уровнем начальной подготовки и способностей

Все задания можно условно разделить на два типа.

К первому типу относятся типовые расчеты, в которых различные студенты получают задания с различными условиями. Для этого на данную тему составляется некоторое количество (как правило, 30) различных задач примерно одинаковой сложности. Исходные данные каждой задачи записывают в виде параметров. Для удобства составления программы формирования задания во всех задачах выбирают одинаковое количество параметров (например, три), хотя это и не обязательно. Затем получают решение задачи через параметры. Для каждого параметра задают интервал возможных значений, исходя из физических, геометрических или других соображений, связанных с решением задачи, а также шаг изменения пара-

метра. При формировании базы данных заданий с помощью программы получения последовательности псевдослучайных дискретных чисел с равномерным распределением для каждой студенческой группы задачи расставляются в случайном порядке, а затем выбираются случайные значения параметров из заданного интервала с заданным шагом. Для базы данных ответов рассчитываются ответы. Если типовой расчет состоит из нескольких задач, каждой задаче может быть присвоено некоторое значение качества, если необходимо, чтобы в конкретный вариант задания входили задачи с различным значением качества.

Примером типового расчета первого типа является «Приложения определенного интеграла». Типовой расчет состоит из трех задач:

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями.
2. Вычислить объем тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной заданными линиями, вокруг заданной оси координат
3. Вычислить длину дуги заданной кривой.

Границы областей или кривые, фигурирующие в задаче, могут быть заданы в виде функций $y = f(x)$, параметрически или в полярных координатах. Это и есть три значения качества в данных задачах. Таким образом, при формировании базы данных для каждой студенческой группы задачи по каждой из тем расставляются в случайном порядке, но так, чтобы в каждом из вариантов в одной задаче функции задавались в виде $y = f(x)$, в другой – параметрически, в третьей – в полярных координатах.

Пример конкретного задания.

Задача 1. Найти площадь, ограниченную кардиоидой $\rho = 2 + 2\cos\varphi$ и лежащей внутри окружности $\rho = 1$.

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .

Задача 3. Вычислить длину дуги кривой $y = 2 \arcsin \frac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2}$, если $-0.2 \leq x \leq 0.1$.

В этом типовом расчете следует получить численный ответ с точностью трех значащих цифр. Студент может проверить численные значения полученных им величин. Будет получен ответ: «Результат верный», если относительное отклонение введенного им результата от заложенного в базу данных ответа менее 10^{-2} . Если указанное относительное отклонение больше 10^{-2} , но меньше 10^{-1} , компьютер даст ответ: «Результат близок к верному, но не получена требуемая точность». Если же относительное отклонение введенного результата от заложенного в базу данных ответа более 10^{-1} , компьютер даст ответ: «Результат не верен».

Ко второму типу относятся типовые расчеты, в которых условия задач одинаково, а варианты различаются числовыми значениями. В этом случае программа формирования исходных данных составлена так, чтобы по возможности минимизировать для студента громоздкость расчетов при решении задач (многие задачи решаются в целых числах). Данные формируются системой подготовки таким образом, что отправной точкой является ответ, полученный с применением датчика псевдослучайных чисел, а исходные данные вычисляются. Этот метод предоставляет удобные для вычисления числа и позволяет студенту сосредоточиться на изучении заданного раздела математики.

Пример типового расчета такого типа: «Интегрирование рациональных дробей». Содержание типового расчета: Найти неопределенные интегралы для четырех заданных рациональных дробей, разложив предварительно их на простейшие дроби.

$$R_1(x) = \frac{mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r}{(x+a)(x+b)(x+c)}; \quad R_2(x) = \frac{mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r}{(x+a)^3(x+b)^2};$$

$$R_3(x) = \frac{mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r}{(x+a)^3(x^2+bx+c)}; \quad R_4(x) = \frac{mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r}{(x+a)(x^2+bx+c)^2}.$$

Здесь с помощью датчика псевдослучайных чисел формируются простейшие дроби, которые студент должен получить после разложения заданных ему рациональных дробей. Коэффициенты выбираются целые, по модулю не превышающие четырех. А студент в качестве исходных данных получает результат приведения этих дробей к общему знаменателю. В данном типовом расчете, как и в ряде других, проверка ответа в задачнике не предусмотрена, но студент знает (это сформулировано в условии), что при разложении рациональной дроби на простейшие коэффициенты должны получиться целые, и эта информация помогает ему находить возможные ошибки при расчетах.

Ко второму типу относятся также типовые расчеты в курсе математической статистики. Приведем пример. «Сравнение двух случайных выборок».

Содержание типового расчета:

Заданы результаты двух серий измерений (две случайные выборки) объема n_1 и n_2 . Найти по каждой выборке оценку математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения. Предполагая, что результаты измерений в каждой серии независимы и имеют нормальное распределение, найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения с доверительной вероятностью P . С уровнем значимости α проверить гипотезы о равенстве дисперсий и о равенстве математических ожиданий этих двух выборок при альтернативных гипотезах: дисперсии не равны друг другу, математические ожидания не равны друг другу. Проверить гипотезу о нормальном распределении объединения данных двух выборок, используя интервалы равной вероятности в количестве L . Построить гистограмму объединения данных двух выборок.

При формировании данных этого типового расчета выбираются математические ожидания и средние квадратические отклонения для каждой выборки исходя из содержания задачи, которое определяется согласно специальностям факультета. Затем формируются случайные выборки с помощью датчика псевдослучайных чисел с нормальным законом распределения. Таким образом получаются данные, имитирующие реальные результаты эксперимента. В этом типовом расчете студент может контролировать правильность результатов большинства промежуточных расчетов.

За каждую выполненную работу студент получает оценку. Полученные оценки автоматически собираются в электронном журнале. Староста или сам преподаватель заносит в электронный журнал посещаемость лекций и практических занятий, а также оценки за другие контрольные мероприятия.

На основании полученных оценок, посещаемости, штрафных баллов и бонусов с использованием весовых коэффициентов рассчитывается рейтинг студента. Текущий рейтинг

преподаватель, администрация, сам студент и его родители могут получить в любой момент времени с самого начала семестра

Сводка рейтингов студентов по всем предметам позволяет оперативно выявить студентов, не приступивших к занятиям или работающих недобросовестно. Полученный в течении семестра рейтинг учитывается при проставлении экзаменационной оценки.

Выводы

Использование описанной методики на кафедре математики НИТУ МИСиС показало эффективность внедрения современных информационных технологий в такую традиционную область как обучение высшей математике:

- Существенно увеличилось количество студентов, успешно справляющихся с экзаменационными заданиями, проработанными в течении семестра по электронному учебнику
- У преподавателей появилась возможность проведения индивидуальных контрольных мероприятий для любого количества студентов на потоке.
- Сократилась время между выдачей индивидуального задания, его проверкой и исправлением неверных решений.

Опытом построения электронного учебно-методического комплекса по математическим курсам мы уже делились на международных конференциях [3], [4].

Список литературных источников

1. Карасев В.А., Лёвшина Г.Д. Математический анализ. Часть 1. Дифференциальное исчисление: Учеб. пособие. М.: Илекса, 2015. 296 с.
2. Карасев В.А., Карасева В.В., Лёвшина Г.Д. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление: Учеб. пособие. М.: Илекса, 2015. 283 с.
3. Карасев В.А. Опыт использования информационных технологий для организации информационно-образовательной среды при изучении курса «Теория вероятностей и математическая статистика» в техническом университете // Труды международной научной конференции 28 сентября – 2 октября 2015, Армения, Горис, Москва, РУДН. – Ер.: Астхик Гратун "Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство". 2015. С.451-453.
4. Лёвшина Г.Д. Построение траектории обучения студентов технических университетов по дисциплине «Ряды и дифференциальные уравнения» с использованием информационных технологий // Труды международной научной конференции Цахкадзор, Армения, 24—29 марта 2014 "Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство".

ORGANIZATION OF EDUCATIONAL-METHODICAL COM- PLEX FOR TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES IN TECHNICAL UNIVERSITY UNDER CONDITIONS OF REAL- IZATION OF GEF OF NEW GENERATION

V.A. Karasev
Cand. Sci (Technics), associate professor
karasev-v-a@yandex.ru
Moscow

National Research University of Technology
(MISiS)

Summary. The use of Internet systems for the delivery of educational material and the control of knowledge allows to stimulate independent work of students and increases the objectivity of assessments. By results of control actions, characteristics of the systematic implementation of the training plan is calculated student rating, which is taken into account in the final assessment on the subject.

Keywords: information technologies, informatively-educational environment, study of mathematics, technical university.

References:

1. Karasev V.A., Lyovshina G.D. (2015) Matematicheskii` analiz. Chast` 1. Differential`noe ischislenie: Ucheb. posobie [Mathematical analysis. Part 1. Differential calculus: Stud. Manual] M.: Ilekha, 2015. 296 p.
2. Karasev V.A., Karaseva V.V., Lyovshina G.D. (2015) Matematicheskii` analiz. Chast` 2. Integral`noe ischislenie: Ucheb. posobie [Mathematical analysis. Part 2. Integral calculus: Stud. Manual] M.: Ilekha, 2015. 283 p.
3. Karasev V.A. (2015), Opy`t ispol`zovaniia informatcionny`kh tekhnologii` dlia organizatsii informatcionno-obrazovatel`noi` sredy` pri izuchenii kursa «Teoriia veroiatnostei` i matematicheskaya statistika» v tekhnicheskoy universitete [Experience of the use of information technology for educational outreach organization Wednesday the course "theory of probability and mathematical statistics" at the Technical University] Trudy` mezhdunarodnoi` nauchnoi` konferentsii 28 sentiabria – 2 oktiabria 2015, Armeniia, Goris, Moskva, RUDN. – Er.: Asthik Gratun "Obrazovanie, nauka i e`konomika v vuzakh i shkolakh. Integratsiia v mezhdunarodnoe obrazovatel`noe prostranstvo" [Proceedings of the international scientific conference, September 28-October 2, 2015, Armenia, Goris, Moscow, RUDN-Ep: Astghik Gratun "Education, science and economy in universities and schools. Integration into the international educational space"], pp.451-453.
4. Lyovshina G.D. (2014), Postroenie traektorii obucheniia studentov tekhnicheskikh universitetov po distsipline «Riady` i differential`ny`e uravneniia» s ispol`zovaniem informatcionny`kh tekhnologii` [Building a learning path students of technical universities on discipline "series and differential equations by using information technology] Trudy` mezhdunarodnoi` nauchnoi` konferentsii TCakhkadzor, Armeniia, 24—29 marta 2014 "Obrazovanie, nauka i e`konomika v vuzakh i shkolakh. Integratsiia v mezhdunarodnoe obrazovatel`noe prostranstvo" [Proceedings of the International Scientific Conference of Tsakhkadzor, Armenia, 24-29 March 2014 "Education, science and economy in universities and schools. Integration into the international educational space"].

УДК
372.851

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Лёвшина Галина Дмитриевна
к.ф.м.н., доцент
levshina-g-d@yandex.ru
г. Москва

доцент кафедры математики
Национального Исследовательского
Технологического Университета (МИСиС)

Аннотация. Статья посвящена методике организации самостоятельной работы студентов с использованием электронного задачника-тренажера, предназначенного для обучения математике в режиме самостоятельных занятий с проверкой ответов в диалоговом режиме. С этой же целью подготовлено учебное пособие, совмещающее учебник, охватывающий весь предусмотренный программой материал, и руководство к решению типовых задач по всему курсу. Важным фактором является разработанная в НИТУ МИСиС в Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Компьютерная оболочка создана в среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке C# с использованием новейшей архитектуры (.NET), технологий объектного Web-программирования, базы данных Microsoft SQL Server Database. Это позволяет использовать её в учебном процессе как внутри университета, так и при обучении удалённых учащихся по сети Internet. В качестве клиентского приложения используется обычный браузер - Internet Explorer. На базе этой программы на кафедре высшей математики НИТУ МИСиС была разработана автоматизированная компьютерная система обеспечения практикума по математике (электронный задачник). Система генерирует произвольное число неповторяющихся вариантов типовых расчетов (индивидуальных заданий) для студентов примерно одинаковой сложности практически по всем разделам математики, изучаемым в технических вузах. Кроме того, система позволяет студентам в диалоговом режиме самостоятельно контролировать ход решения без участия преподавателя, содержит большое количество справочных материалов и примеров выполнения типовых расчетов. Разнообразие вариантов типовых заданий формируется с помощью датчика псевдослучайных чисел. Последовательность таких чисел определяется заданием восьмизначного целого числа, это число включает год поступления студенческой группы в институт, номер факультета, номер группы на факультете, номер студента в группе. Тем самым обеспечивается неповторяемость вариантов у различных студентов, а также их изменение в последующие годы.

Ключевые слова: самостоятельной работы студентов, электронный задачник-тренажер, типовой расчет, учебное пособие.

Введение

В статье излагается опыт преподавания на кафедре математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС). Обучение математике в техническом университете должно ставить своей целью повышение уровня математической культуры будущих специалистов до уровня, позволяющего применить математические методы при решении практических задач.

Уменьшение часов аудиторных занятий и увеличение роли самостоятельной работы при изучении дисциплин математического цикла потребовало от преподавателей значительного совершенствования работы по двум направлениям:

- организации самостоятельной работы студентов;
- усиления контроля знаний студентов.

Методология

Важным фактором для достижения указанных целей является система индивидуальных заданий (типовых расчетов) по различным разделам математики. Данная система существует уже давно в системе высшего математического образования. В различных вузах выпущено большое количество пособий, содержащих индивидуальные задания и пояснения к ним.

Однако на данном этапе существующая система типовых расчетов показала свою несостоятельность. К сожалению, это связано со снижением мотивации студентов к учебе и недостаточной подготовленностью абитуриентов к обучению в вузе. Большинство пособий содержит максимум 30 вариантов задания (это связано с количеством человек в учебной группе). Подготовка таких заданий достаточно трудоемкий процесс, переиздание пособий происходит достаточно редко, поэтому вскоре после издания, все решения становятся известны и используются недобросовестными студентами. Кроме того, в данной системе контроль правильности решения осуществляется только преподавателем, что существенно увеличивает его нагрузку и удлиняет время между выполнением студентом задания и его коррекцией.

Студенты много времени проводят в Интернете в бесполезных занятиях. Необходимо попытаться направить эти стремления в полезное русло. Широкое использование Интернет-системы для подачи учебного материала и контроля знаний позволило бы не только облегчить студентам поиск нужных учебных материалов, но стимулировало бы их самостоятельную работу и повысило бы объективность оценок.

Решение этих задач предусматривает повышение роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиление ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание их творческой активности и инициативы.

Важным фактором для достижения этих целей является разработанная в НИТУ МИСиС в Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Компьютерная оболочка создана в среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке C# с использованием новейшей архитектуры (.NET), технологий объектного Web-программирования, базы данных Microsoft SQL Server Database. Это позволяет использовать её в учебном процессе как внутри университета, так и при обучении удалённых учащихся по сети Internet. В качестве клиентского приложения используется обычный браузер - Internet Explorer.

Используя эту программу, на кафедре высшей математики НИТУ МИСиС была разработана автоматизированная компьютерная система обеспечения практикума по математике (электронный задачник). Система генерирует произвольное число неповторяющихся вариан-

тов типовых расчетов (индивидуальных заданий) для студентов примерно одинаковой сложности практически по всем разделам математики, изучаемым в технических вузах.

Количество индивидуальных заданий равно количеству студентов, проходящих обучение по данному курсу, каждый семестр все задания изменяются, что делает невозможным использование решений, выполненных другими студентами. Кроме того, система позволяет студентам в диалоговом режиме самостоятельно контролировать ход решения без участия преподавателя, содержит большое количество справочных материалов и примеров выполнения типовых расчетов.

Разнообразие вариантов типовых заданий формируется с помощью датчика псевдослучайных чисел. Последовательность таких чисел определяется заданием восьмизначного целого числа, это число включает год поступления студенческой группы в институт, номер факультета, номер группы на факультете, номер студента в группе. Тем самым обеспечивается неповторяемость вариантов у различных студентов, а также их изменение в последующие годы.

В курсе «Математический анализ» используются типовые расчеты, в которых различные студенты получают задания с различными условиями. Для этого на данную тему составляется некоторое количество (как правило, 30) различных задач примерно одинаковой сложности. Исходные данные каждой задачи записывают в виде параметров. Для удобства составления программы формирования задания во всех задачах выбирают одинаковое количество параметров (например, три), хотя это и не обязательно. Затем получают решение задачи через параметры. Для каждого параметра задают интервал возможных значений, исходя из физических, геометрических или других соображений, связанных с решением задачи, а также шаг изменения параметра. При формировании базы данных заданий с помощью программы получения последовательности псевдослучайных дискретных чисел с равномерным распределением для каждой студенческой группы задачи расставляются в случайном порядке, а затем выбираются случайные значения параметров из заданного интервала с заданным шагом. Для базы данных ответов рассчитываются ответы.

Примеры типовых расчетов.

1. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области.

В типовом расчете требуется найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в ограниченной замкнутой области G . Типовой расчет содержит две задачи.

Пример конкретного задания.

Задача 1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$$

в области $x \geq 0, y \geq 0; x + y \leq 4$.

Задача 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = 7x - 13y + 3$$

в области: $x^2 + y^2 \leq 64, y \leq x$.

2. Функции нескольких переменных. Приложения градиента.

Типовой расчет содержит две задачи.

Задача 1. Задана функция $u = f(x, y)$ и точка $M(x_0, y_0)$. Найти производную функции $u = f(x, y)$ в точке M в заданном направлении. Установить характер изменения функции в этом направлении.

Задача 2. Для заданной поверхности S найти уравнение касательной плоскости, параллельной заданной плоскости P .

Пример конкретного задания.

Задача 1. Найдите производную функции

$$u = \sqrt{7x^4 + 3y} + \ln(7y + 3)$$

в точке $M(2; 0)$ по направлению касательной к кривой $y = x^2 - 4$ в точке M . Установить характер изменения функции в этом направлении.

Задача 2. Найдите уравнение касательной плоскости к эллипсоиду

$$x^2 + 10y^2 + z^2 - 2z = 0,$$

которая параллельна плоскости $x - 2y + z - 5 = 0$.

3. Приложения двойных интегралов.

Типовой расчет содержит две задачи. В каждой задаче задана плоская пластина D , ограниченная линиями, указанными в условии задачи. $\gamma(x, y)$ – поверхностная плотность пластины D . Для этой пластины найти площадь, массу, статические моменты относительно осей Oy и Ox , координаты центра масс. Первую задачу рекомендуется сделать в декартовых, вторую – в полярных координатах. Пример конкретного задания.

Задача 1. Пластина D ограничена линиями: $y = 4 - x^2$; $x = 0$; $y = 0$ ($x \geq 0$; $y \geq 0$) Поверхностная плотность $\gamma(x, y) = 3x$.

Задача 2. Пластина D ограничена линиями: $x^2 + y^2 = 4y$; $y = x$, $y = 2x$. Поверхностная плотность $\gamma(x, y) = 2y$.

4. Приложения тройных интегралов.

Типовой расчет содержит две задачи. В каждой задаче задана пространственная область G , ограниченная поверхностями, указанными в условии задачи. $\gamma(x, y, z)$ – объемная плотность области G . Для этой области найти объем, массу, статические моменты относительно плоскостей Oyz , Oxz и Oxy , координаты центра масс, момент инерции относительно оси Oz . Первую задачу рекомендуется сделать в цилиндрических, вторую – в сферических координатах. Пример конкретного задания.

Задача 1. Пространственная область G , ограничена поверхностями $z = 4 - x^2 - y^2$, $z = 0$, $y = 0$ ($y \geq 0$). Объемная плотность области G равна $\gamma(x, y, z) = 3\sqrt{x^2 + y^2}$.

Задача 2. Пространственная область G , ограничена поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 = z$, Объемная плотность области G равна $\gamma(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

В этих типовых расчетах следует получить численный ответ с точностью трех значащих цифр. Студент может проверить численные значения полученных им величин. Будет получен ответ: «Результат верный», если относительное отклонение введенного им результата от заложенного в базу данных ответа менее 10^{-2} . Если указанное относительное отклонение больше 10^{-2} , но меньше 10^{-1} , компьютер даст ответ: «Результат близок к верному, но не получена требуемая точность». Если же относительное отклонение введенного результата от заложенного в базу данных ответа более 10^{-1} , компьютер даст ответ: «Результат не верен».

В докладе приводятся демонстрационные материалы, используемые на лекциях, конкретизируется формирование типовых расчетов различного типа, демонстрируется работа электронного задачника-тренажера. Опытом построения электронного учебно-методического комплекса по математическим курсам мы уже делились на международных конференциях [1], [2].

Существенной частью процесса обучения должно быть современное учебное пособие, которое совмещает учебник, охватывающий весь предусмотренный программой материал, с пособием по практической части курса высшей математики, содержащего руководство к решению типовых задач и примеров по всем разделам учебного курса. В нем должны быть строго и наглядно изложены все необходимые математические понятия, доказаны практически все теоремы. Но при этом следует избегать излишней детализации. Особое внимание должно быть уделено прикладным задачам излагаемого курса. Далее для закрепления навыков решения задач читателю следует предложить контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения с ответами. Таким образом, учебное пособие должно совмещать традиционный учебник, решебник и задачник. При этом оно должно быть достаточно компактным. Среди современных учебников упомянем [3], [4].

Основываясь на изложенных принципах, коллективом авторов подготовлено учебное пособие по математическому анализу, состоящее из двух частей: «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление», изданное в издательстве Илекса в 2011 году в серии «Библиотека бакалавра». Второе издание пособия вышло в 2015 году [5], [6].

Учебное пособие подготовлено в соответствии с программой по высшей математике для бакалавров технических и экономических направлений. Авторы стремились изложить материал по возможности полно, строго и доступно и стремились не просто сообщить читателю те или иные сведения по высшей математике, а развить у него математическое мышление, расширить кругозор и привить ему математическую культуру, необходимую в дальнейшем для овладения специальными дисциплинами.

Пособие имеет следующую структуру. В каждой главе с достаточной строгостью и полнотой излагается теоретический материал. Практически все теоремы даются с доказательствами, формулы с выводами. Затем подробно рассматриваются стандартные методы решения типовых примеров. Внутри каждой темы задания расположены по степени возрастания их сложности. Далее для закрепления навыков решения задач читателю предлагаются задачи для самостоятельного решения. Все задачи снабжены ответами.

Пособие имеют гриф «Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по техническим и экономическим направлениям».

Пособие является лауреатом 1-й степени Первого Всероссийского конкурса Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки Российской Федерации «Лучшее учебное пособие по математике» в номинации: «Математика в технических вузах», проводившегося в 2010 году.

Выводы

Опыт использования данного электронного задачника на кафедре математики НИТУ МИСиС показал эффективность внедрения современных информационных технологий в процесс обучения высшей математике. Многие преподаватели, использующие данную систему на практике, отмечают более серьёзное отношение студентов к учёбе и улучшение знаний.

Список литературных источников

1. Карасев В.А. Использование информационных технологий для организации информационно-образовательной среды и построения траектории обучения при изучении математики в техническом университете // "Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. проблемы математического и естественнонаучного образования". Москва, 15-18 декабря 2014 г. РУДН. С.418–422.
2. Лёвшина Г.Д. Опыт использования информационных технологий для организации информационно-образовательной среды при изучении курса «Математический анализ» в техническом университете // "Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство". 28 сентября – 2 октября 2015, Армения, Горис, Москва, РУДН. С.467-470.
3. Татарников О.В., Сагитов Р.В., Чуйко А.С., Швед Е.В., Шершнев В.Г. Математика для экономистов. Учебник. М.: Юрайт, 2015.
4. Татарников О.В., Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Макжанова Я.В., Раутиан Н.А., Сагитов Р.В., Швед Е.В. Математика для экономистов. Практикум. Учебное пособие. Москва, 2015.
5. Карасев В.А., Лёвшина Г.Д. Математический анализ. Часть 1. Дифференциальное исчисление: Учеб. пособие. М.: Илекса, 2015. 296 с.
6. Карасев В.А., Карасева В.В., Лёвшина Г.Д. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление: Учеб. пособие. М.: Илекса, 2015. 283 с.

**THE SEARCH AND FORMING STAGES SKILLED
AND EXPERIMENTAL WORK ON THE TECHNIQUE
OF FORMATION OF STOCHASTIC CULTURE OF SENIORS
AS MEANS OF INFOCOMMUNICATION TECHNOLOGIES**

G. D. Levshina

Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
levshina-g-d@yandex.ru
Moscow

National Research

University of Technology (MISiS)

Summary. The electronic book of problems exercise machine intended for training in mathematics in the mode of independent occupations with verification of answers in the dialogue mode is developed for improvement of the organization of independent work of students. With the same purpose the education guidance combining the textbook covering all material, and a management provided by the program to the solution of standard tasks for all rate is prepared.

Keywords: independent work of students, electronic book of problems exercise machine, standard calculation, the manual is prepared.

References

1. Karasev V.A. (2014), Ispol'zovanie informatcionny`kh tekhnologii` dlia organizacii informatcionno-obrazovatel'noi` sredy` i postroeniia traektorii obuchenii pri izuchenii matematiki v tekhnicheskom universitete [The use of information technology for educational outreach organization Wednesday and build learning path while studying mathematics at the Technical University] "Beskonechnomerny`i` analiz, stohastika, matematicheskoe modelirovanie: novy`e zadachi i metody`. problemy` matematicheskogo i estestvennonauchnogo obrazovaniia" ["Beskonechnomernyj stochastic analysis, mathematical modeling: new challenges and methods. problems of mathematical and natural science education"], pp.418–422.
2. Lyovshina G.D. (2015), Opy`t ispol'zovaniia informatcionny`kh tekhnologii` dlia organizacii informatcionno-obrazovatel'noi` sredy` pri izuchenii kursa «Matematicheskii` analiz» v tekhnicheskom universitete [Experience of the use of information technology for educational outreach organization Wednesday the course "mathematical analysis" at the Technical University] "Obrazovanie, nauka i e`konomika v vuzakh i shkolakh. Integratciia v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo" ["Education, science and economy in universities and schools. Integration into the international educational space"], pp.467-470.
3. Tatarnikov O.V., Sagitov R.V., Chui`ko A.S., Shved E.V., Shershnev V.G. (2015) Matematika dlia e`konomistov. Uchebnik [Education, science and economy in universities and schools. Integration in the International Mathematics for economists. Space tutorial] M.: Iurait`.
4. Tatarnikov O.V., Biriukova L.G., Bobrik G.I., Makzhanova Ia.V., Rautian N.A., Sagitov R.V., Shved E.V. (2015) Matematika dlia e`konomistov. Praktikum. Uchebnoe posobie [Mathematics for economists. Workshop. Tutorial] Moskva.
5. Karasev V.A., Lyovshina G.D. (2015) Matematicheskii` analiz. Chast` 1. Differentsial'noe ischislenie: Ucheb. posobie [Mathematical analysis. Part 1. Differential calculus: Stud. Manual] M.: Ilekta, 2015. 296 p.
6. Karasev V.A., Karaseva V.V., Lyovshina G.D. (2015) Matematicheskii` analiz. Chast` 2. Integral'noe ischislenie: Ucheb. posobie [Mathematical analysis. Part 2. Integral calculus: Stud. Manual] M.: Ilekta, 2015. 283 p.

УДК
372.851**ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТОВ ВУЗА
В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
«ИНФОРМАТИКА»: КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД****Евгения Сергеевна Гуляихина**
к.п.н., доцент
gulevgeniya@yandex.ru
г. Волгограддоцент кафедры информатики
и математики Волгоградского
института бизнеса**Филиппова Евгения Михайловна**
к.п.н., доцент
em_filipova@mail.ru
г. Волгограддоцент кафедры физики, методики
преподавания физики и математики
Волгоградского государственного
социально-педагогического университета

Аннотация. В статье рассмотрена технология организации проектной деятельности студентов вуза в современных условиях образования. Обосновано, что одним из ключевых компонентов повышения эффективности учебного процесса является мотивация обучающегося к познавательной деятельности и личным достижениям с использованием метода проектов – совокупности приемов, действий студента в определенной последовательности для достижения поставленной цели и задач, возможности самостоятельного приобретения знаний в процессе решения проблемы, значимой для него и оформленной в виде исследовательской, творческой разработки. Представлены возможности индивидуального проекта при изучении дисциплины «Информатика» на примере направления подготовки «38.03.01 Экономика» на общепредметном уровне, что позволяет провести экстраполяцию на другие направления подготовки. Приведен пример выполнения проекта при изучении раздела о технических средствах реализации информационных процессов с описанием возможных видов работ по достижению цели данного проекта. Сделан вывод о целесообразности включения проектной деятельности в образовательный процесс при изучении дисциплины «Информатика» ввиду его многозадачности и дидактических возможностей в условиях реализации компетентностного подхода.

Ключевые слова: проектная деятельность студентов, компетенции, информационные технологии, метод проектов, контроль и оценка образовательных результатов.

Современный этап развития общества характеризуется его информационным становлением, основными признаками которого являются информатизация, интеллектуализация, инновационность. Человеку приходится жить в быстроменяющихся условиях, в связи с чем преобразуются цели, условия и характер образования. Теперь цель образования заключается не только в знаниевой подготовке обучающегося, но и в обеспечении условий для развития креативной личности, а образовательный процесс является средством ее самореализации и саморазвития.

В связи с переходом системы высшего профессионального образования на стандарты третьего поколения изменились требования к результатам обучения – у студентов должны быть сформированы не только знания, умения и навыки, но и компетенции. В современных условиях студент является уже субъектом познавательной деятельности, результатом которой становится его активность и творчество, стремление к самосовершенствованию и самореализации. Это позволяет подготовить выпускника вуза к работе с постоянно растущими объемами информации, к анализу и проектированию своей деятельности, к самостоятельным

действиям в условиях неопределенности. Компетентностный подход в высшем образовании отразился на увеличении доли самостоятельной работы студентов, в связи с чем изменяется роль методик и технологий обучения. Необходимо мотивировать обучающихся к познавательной деятельности и личным достижениям, которые впоследствии отразятся на их профессиональной деятельности. Поэтому выбор технологии обучения, реализующей новые требования к результатам обучения студентов, системы контроля их учебных достижений в рамках конкретной дисциплины является сегодня одним из основных направлений перестройки системы высшего образования [2].

Одной из современных педагогических технологий является проектная деятельность студентов. По утверждению Е.С. Полат, проектная деятельность способствует успешной адаптации молодежи к современным социально-экономическим условиям, формированию потребности в знаниях, высокой профессиональной мотивации, стремлению к самообразованию. При этом под методом проектов понимается «комплексный обучающий метод, который позволяет индивидуализировать учебный процесс, дает возможность ученику проявить самостоятельность в планировании, организации и контроле своей деятельности, творчество при выполнении учебных заданий» [3]. А.В. Хуторской отмечает, что сама работа по проекту по своей природе является исследовательской, моделирует работу в научной лаборатории или иной организации. Проект всегда направлен на создание чего-то нового, предполагает наличие замысла, который достигается в процессе его реализации [4].

В условиях современного образовательного пространства информационные технологии открывают новые возможности для активизации познавательной деятельности студентов вуза. Проектная деятельность студента отличается от проектной деятельности школьников и носит сложный многофункциональный характер. С одной стороны, она является методом обучения, а с другой – средством практического применения усвоенных знаний и умений в области будущей профессиональной деятельности. Структура проектной деятельности включает в себя: анализ актуальности проводимого исследования, определение проблемы, целеполагание, формулировку задач, которые следует решить, выбор средств и методов, адекватных поставленным целям, планирование, определение последовательности и сроков работ; проведение проектных работ; оформление результатов работ в соответствии с замыслом проекта; представление результатов. Бережная Т.Е. представляет следующие этапы проектной работы при изучении дисциплины «Информатика» по направлению подготовки «Агроинженерия»: организационно-подготовительный, аналитический, технологический, защита результатов. Автор отмечает, что применение метода проектов позволяет углубить уровень знаний по дисциплине, расширить сферу интересов и отработать навыки применения информационных технологий при решении профессиональных задач [1].

Изучение дисциплины «Информатика» обучающимися направления подготовки «38.03.01 Экономика» ставит своей целью формирование такой общепрофессиональной компетенции, которая включает способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий (далее - ИКТ) и с учетом основных требований информационной безопасности. Такое содержание компетенции определяет практическую направленность деятельности обучающихся, предусматривающую освоение теоретиче-

ских вопросов информатики, начиная от архитектуры персонального компьютера и заканчивая обработкой информации с помощью ИКТ. Поэтому успешный результат освоения данной дисциплины возможен при рациональном распределении видов деятельности обучающихся, который должен освоить базовый материал из различных источников (лекции, учебные пособия, электронные ресурсы и т.д.), отработать практические навыки по обработке информации и в результате решить поставленную задачу профессиональной деятельности, возможно, с креативным подходом. Для этого необходимо сформулировать проблему, определить цель и поставить задачи для ее достижения. Реализацию перечисленных шагов позволяет отработать метод проектов, который также дает возможность для развития креативных способностей обучающегося, поскольку методы и способы достижения цели могут варьироваться в зависимости от выбранного подхода исследования.

Выполнение проекта по дисциплине «Информатика» возможно осуществлять как во время аудиторных занятий, так и в рамках самостоятельной работы студента, что является наиболее целесообразным вариантом, поскольку обучающийся будет осуществлять различные виды деятельности (анализ источников исследования, выполнение практического задания и др.), самостоятельно решая задачи. Например, при изучении раздела, посвященного техническим средствам реализации информационных процессов, выполнение обучающимся проекта «Порча бумаги» или как правильно распечатать с помощью компьютера» позволит оценить достижение таких образовательных результатов, как знание основ ИКТ, умение использовать их при решении профессиональных задач, что в свою очередь позволяет дать оценку сформированности компетенции. После формулировки проблемы, цели и задач проекта с помощью педагога, обучающийся ответит на вопросы: что оказывает влияние на качество печати с помощью ПК? В чем состоит охрана труда при работе с принтером? Как связать печать на бумаге с помощью ПК и экологическая обстановка? Поиск ответов обучающийся выполняет самостоятельно и анализирует различные источники, а далее выполняет практическую часть работы с целью выявления влияния различных параметров печати (параметры принтера, свойства печатного листа) на затрату бумаги.

Таким образом, использование метода проектов при изучении дисциплины «Информатика» обучающимися направления подготовки «38.03.01 Экономика» предоставляет широкие возможности при решении образовательных задач, в том числе, для оценки достижения образовательных результатов. Самостоятельное выполнение определенных этапов проектной деятельности развивает способность обучающихся к организации своего времени и трудовых затрат при решении поставленной задачи, проведению анализа выполненной работы и рефлексии собственных возможностей. При этом педагог оценивает уровень сформированности необходимых компетенций, опираясь на образовательные результаты, достигнутые обучающимся в результате прохождения дисциплины.

Список литературных источников

1. Бережная Т.Е. Реализация метода проектов на занятиях по информатике // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. №14. Т. 3. 2016. С.67-70.
2. Панова И.В. Метод проектов в системе контроля учебных достижений студентов педагогического вуза // Вестник Мининского университета. №2. 2016. С.67-70.

3. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 368 с.
4. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. М.: Изд-во МГУ, 2003. 416 с.

PROJECT ACTIVITIES OF UNIVERSITY STUDENTS WHILE STUDYING INFORMATICS: COMPETENCY APPROACH

E.S. Gulyaikhina

Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
gulevgeniya@yandex.ru
Volgograd

Volgograd institute of business

E.M. Filippova

Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
em_filippova@mail.ru
Volgograd

Volgograd State

Socio-Pedagogical University

Summary. The article deals with the project activity of university students, which is one of the pedagogical technologies in the modern conditions of education. It is substantiated that one of the key components of increasing the learning process effectiveness is the student motivation to cognitive activity and personal achievements using the project method. The result is the activity and creativity of the student, his desire for self-improvement and self-realization, which makes it possible to prepare a graduate for future professional activity. The possibilities of an individual project in the study of the discipline "Informatics" are presented on the example of the direction "38.03.01 Economics" at the general subject level, which allows extrapolation to other areas of training. An example of project implementation is given when studying the section on technical means for implementing information processes with a description of possible types of work to achieve the goal of this project. It's concluded that including the project activity in the educational process while studying the discipline "Informatics" is sufficient due to its multitasking and didactic capabilities in the context of the implementation of the competence approach.

Key words: project activity of students, competencies, information technologies, project method, monitoring and evaluation of educational results.

References:

1. Berezhnaia T.E. (2016) Realizatsiia metoda proektov na zaniatiiakh po informatike [Implementation of projects on lessons on Informatics] Fundamental'ny'e i prikladny'e issledovaniia v sovremennom mire. №14. T. 3, pp. 67-70.
2. Panova I.V. (2016) Metod proektov v sisteme kontroliia uchebnykh dostizhenii` studentov pedagogicheskogo vuza [Project-based learning in educational achievements of students of Pedagogical University] Vestneyk Mininskogo universiteta. №2, pp. 67-70.
3. Polat E.S., Buharkina M.Iu. (2008) Sovremennyye pedagogicheskie i informatcionny'e tekhnologii v sisteme obrazovaniia [The modern pedagogical and information technologies in education] M.: Izdatel'skii` centr «Akademiia», 2008. 368 p.
4. Hutorskoi` A.V. (2003) Didakticheskaia e`vristika. Teoriia i tekhnologiia kreativnogo obucheniia [Didactic heuristics. Theory and technology of creative learning] M.: Izd-vo MGU, 2003. 416 p.

УДК
372.851**ИНТЕГРАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕРАКТИВНОГО
ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ БАКАЛАВРОВ
ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ ПОДГОТОВКИ КАК
СРЕДСТВО САМОАКТУАЛИЗАЦИИ ЛИЧНОСТИ****Артюхина Мария Сергеевна**
к.п.н., доцент
marimari07@mail.ru
г.АрзамасНациональный исследовательский
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского
(Арзамасский филиал)

Summary. В статье раскрыты особенности интерактивного обучения математике, направленного на самоактуализацию личности бакалавров гуманитарного профиля подготовки. Самоактуализация как интегральное образование является не только свойством направленности личности, но и системой личностных качеств. Особенности математического образования обуславливают необходимость метаконсультирования в процессе обучения математике бакалавров гуманитарного профиля подготовки для их движения к самоактуализации. Для стимулирования познавательной деятельности и личностного роста обучающихся необходима интеграция интерактивных технологий и методов обучения математике. Интерактивное обучение представляет собой специальную форму организации познавательной деятельности через активное диалоговое взаимодействие всех субъектов образовательного процесса между собой и информационно-образовательной средой. Организация учебных занятий по математике для бакалавров гуманитарного профиля подготовки на основе интеграции интерактивных технологий и методов обучения предполагает применение разнообразных форм и методов: проблемные лекции с преобладанием наглядных моделей; образовательные Web-квесты на базе облачных технологий; исследовательские задания на основе методов case-study с применением сетевых ресурсов; компьютерные учебно-деловые игры по математике; электронное портфолио учебных достижений. Интерактивное обучение направлено на развитие личности обучающегося, которое проявляется, в том числе, выраженностью коммуникативного, самостоятельного, исследовательского и творческого видов деятельности.

Ключевые слова: интерактивное обучение, математическое образование, самоактуализация, бакалавры гуманитарного профиля подготовки.

Приоритетным направлением современного российского образования является переориентация на гуманистический характер обучения, ядром которого становится духовность как высшая ступень интеллектуально-нравственного развития человека, гармония его идеалов с общечеловеческими ценностями и высоконравственными поступками, в основе которых лежат потребность служить людям и добру, постоянное стремление к самосовершенствованию. Системообразующим и ключевым элементом гуманистического направления в педагогике и психологии является теория самоактуализации личности, в основе которой – воспитание таких качеств, как способность взять на себя ответственность, креативность, рефлексивность, умение работать в коллективе и готовность к дальнейшему саморазвитию и самосовершенствованию. Эти качества наиболее полно проявляются у личности, полностью раскрывшей свой внутренний потенциал, у самоактуализирующейся личности. Именно поэтому приоритетными целями обучения в федеральных государственных образовательных

стандартах высшего образования является личностный и профессиональный рост обучающихся [3,8].

Значительный потенциал для самоактуализации личности в процессе обучения в вузе имеется у дисциплин математического цикла. Математическое образование, наряду с освоением способов и норм математической деятельности, раскрывает сущность математической культуры как одной из составляющих общечеловеческой культуры, развивает интеллектуальные способности, формирует духовно–нравственные ценности. Математическое образование в условиях профессионально–ориентированной среды должно обеспечивать принципиально новое качество образования, в котором самоактуализация выступает качественной характеристикой среды обучения.

Изменение целей обучения математике, направленных на личностный и профессиональный рост, оказывает значительное влияние на содержание, формы, методы и средства обучения математике. Самоактуализация личности в процессе обучения математике не возникает на пустом месте, она формируется. Основу ее формирования в процессе обучения составляет интеграция профессионально–ориентированной среды вуза, интерактивных моделей обучения и современных информационных технологий. Создание особого пространства взаимодействия субъектов деятельности, в котором каждый активно включается в коллективный поиск истины, высказывает, аргументирует свою точку зрения, уважительно отстаивает свою позицию, предполагает коммуникативный подход к обучению. Установление коммуникативных связей между участниками учебного процесса является важным компонентом интерактивного обучения математике.

Таким образом, математическое образование бакалавров гуманитарного направления подготовки следует ориентировать не только на изучение математической науки как таковой, но и на интеллектуальное развитие личности и мышления, на саморазвитие и самоактуализацию, что необходимо для полноценного функционирования человека в современном обществе.

Самоактуализация как интегральное образование является не только свойством направленности личности, но и комплексом системных качеств. В теории самоактуализации различают две формы развития: естественные и искусственные формы самоактуализации личности. Самоактуализация является природной потребностью, присущей человеку, но реализовать ее может не каждый. Особенности математического образования обуславливают необходимость метаконсультирования в их движении к самоактуализации. Педагог является самоактуализатором для студента: он помогает, поощряет, направляет, способствует развитию мотивации и оказывает реальную помощь в достижении поставленных целей обучения. В настоящее время метаконсультирование не получило должного признания, потому что не разработан инструментарий реализации данной теории в процессе обучения математике. Необходимо выстроить целостный процесс самоактуализации личности обучающегося в процессе обучения математике. Практическая реализация этой задачи должна опираться на принцип целостности дидактического процесса, который требует завершенности определенной системы знаний, приобретаемых в вузе, и психологические особенности обучающихся. Самоактуализация развивается у студентов только при наличии благоприятных условий в процессе обучения математике в вузе.

На наш взгляд, для стимулирования познавательной деятельности и личностного роста бакалавров гуманитарного направления в процессе обучения математике необходима интеграция интерактивных технологий и методов обучения математике.

Интерактивное обучение представляет собой специальную форму организации познавательной деятельности через активное диалоговое взаимодействие всех субъектов образовательного процесса между собой и информационно-образовательной средой. Интерактивное обучение направлено на развитие личности обучающегося, которое проявляется, в том числе, выраженностью коммуникативного, самостоятельного, исследовательского и творческого видов деятельности [6].

Интеграция интерактивных технологий и методов обучения математике предполагает комплексное внедрение контекстного обучения, e-learning обучения, методов наглядного моделирования и интерактивных форм обучения.

Концептуальным ядром интерактивного обучения математике является педагогическая интеракция или взаимодействие. Педагогическая интеракция представляет собой взаимодействие в педагогическом общении через категорию отношение, предстает как неравновесная система особого типа, устойчивость которой обеспечивается искусственным опосредованием внешних и внутренних отношений. К ним относятся:

- взаимосвязь организации и самоорганизации;
- самодостраивание, самоструктурирование;
- порождение, соучастие и сотворение;
- системность, целостность и доступность;
- мотивирование и мягкое регулирование.

Соответственно, совокупность опосредующих механизмов педагогической интеракции объединяется понятиями система, диалог, саморефлексия, творчество. Таким образом, интерактивное обучение представляется как диалогическое взаимодействие, взаимодействие, взаимоотворение и совместное порождение нового знания, при этом субъект–объектное и субъект–субъектное взаимодействие обеспечивает личностный рост всех участников образовательного процесса [1].

Педагогическое взаимодействие в процессе обучения математике в профессионально–ориентированной среде преобразуется посредством информационных и коммуникационных технологий: изменяется структура информационного взаимодействия при обмене информацией, при функционировании информационных потоков между субъектами образовательного процесса; обогащается содержание учебной информации при информационном взаимодействии; расширяются виды информационной деятельности обучаемого/обучающегося [7].

Педагогическая интеракция (взаимодействие) в информационной образовательной среде в процессе обучения математике представлена в трех направлениях:

- педагогическое взаимодействие между субъектами образовательного процесса (педагог–обучающийся, обучающийся–обучающийся) осуществляется, в том числе, посредством информационных коммуникационных технологий (средства коммуникации (связи), сетевые технологии, облачные технологии, интерактивное оборудование и пр.);
- педагогическое взаимодействие (педагог–обучающийся, обучающийся–обучающийся) усиливается средствами информационных технологий (интерактивные мате-

математические среды, мультимедийные технологии, визуальные средства, математические программные пакеты и пр.);

– информационные технологии выступают равноправным субъектом, вместе с педагогом и обучающимися, учебного процесса (источник математических знаний, контролирующие и диагностирующие средства).

Методика организации учебных занятий по математике для бакалавров гуманитарного профиля подготовки на основе интеграции интерактивных технологий и методов обучения предполагает применение разнообразных форм и методов, например:

- проблемные лекции с преобладанием наглядных моделей;
- образовательные Web-квесты на базе облачных технологий [4];
- исследовательские задания на основе методов case-study с применением сетевых ресурсов;
- компьютерные учебно-деловые игры по математике [2];
- электронное портфолио учебных достижений.

Приведем пример организации учебной деятельности студентов по выполнению исследовательского задания на основе методов case-study с применением сетевых ресурсов в виде практико-ориентированной ситуационной задачи по математической статистике.

Обучающимся предлагается рассмотреть следующую ситуацию: «Необходимо провести обследование студентов 1-го курса психолого-педагогического факультета по трем направлениям: успеваемость, посещаемость, состояние здоровья. Для этого необходимо предоставить статистическую информацию по итогам успеваемости за первый семестр по направлениям подготовки; статистическую информацию по посещаемости занятий; статистическую информацию по состоянию здоровья и ведению правильного образа жизни обучающихся по всем направлениям подготовки. Провести анализ полученных результатов, сделать выводы в зависимости от результатов исследования. Наметить пути решения возникших проблем. Отчёт представить в форме презентации».

Новые образовательные результаты обучения изменяют структуру, содержание, формы и средства диагностики и оценки качества математической подготовки [5]. Аттестационные и оценочные материалы при интерактивном обучении математике в вузе дополняются тестовыми заданиями по основным разделам математики, задачами реальной математики из профессиональной сферы, исследовательскими проектами с результатами публичной защиты. В формировании самооценки и саморефлексии учебно-познавательной деятельности обучающихся используется технология портфолио.

Средства текущей аттестации: контекстные задачи, компьютерные учебно-деловые игры, выступление на научных конференциях, публикации, публичные защиты, интернет – олимпиады, синквейны.

Средства итоговой аттестации: тестовые и контрольные задания по темам, зачет, экзамен, защита практико-значимых проектов.

Проведенная экспериментальная работа показала, что интеграция интерактивных технологий и методов и разработанное методическое сопровождение в процессе обучения математике на гуманитарных направлениях подготовки, повышает качество математического образования и способствует самоактуализации обучающихся. Данный вывод нашел подтверждение в увеличении показателей сформированности математической компетентности и ин-

формационной грамотности, повышения мотивации и интереса к изучению математике, а также повышения коммуникативных способностей и творческого потенциала обучающихся.

Список литературных источников

1. Артюхин О.И. Система дисциплин курсов по выбору при подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование» // Фундаментальные исследования. №9. Т. 4. 2012. С.842-846.
2. Артюхина М.С. Интерактивные средства обучения: теория и практика применения: Монография. Барнаул: ИГ «Си-пресс», 2014. 168 с.
3. Артюхина М.С. Интеграция интерактивных технологий как средство личностного роста при обучении математике бакалавров гуманитарного направления // Ярославский педагогический вестник. №4. 2016. С.59-63.
4. Василенко А.В., Десятирикова Л.А. Система критериев сформированности готовности будущих учителей к использованию компьютерных средств в процессе обучения математике // Фундаментальные исследования. №6. Т. 4. 2014. С.817-821.
5. Дворяткина С.Н., Масина О.Н., Щербатых С.В. Совершенствование методов педагогической диагностики и контроля математических знаний на основе современных достижений в науке // Психология образования в поликультурном пространстве. №37. 2017. С.71-77.
6. Розанова С.А., Дворяткина С.Н. Разработка интегративных курсов на основе синергетического подхода при решении профессиональных и прикладных задач // Ярославский педагогический вестник. №6. 2016. С.127-131.
7. Санина Е.И., Артюхина, М.С. Методология, теория и практика интерактивного обучения математике бакалавров гуманитарного направления в информационно-образовательной среде вуза: монография. М: АСОУ, 2016. 188 с.
8. Фролов И.В., Артюхин О.И. Дидактическая система формирования специфических профессиональных компетенций будущего учителя физики сельской школы // Фундаментальные исследования. №11. Т. 4. 2013. С.783-787.

INTEGRATIVE MODEL OF INTERACTIVE TRAINING IN MATHEMATICS OF A HUMANITARIAN PROFILE OF PREPARATION AS MEANS OF SELF-UPDATING OF THE PERSONALITY

M.S. Artyukhina
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
marimari07@mail.ru
Arzamas

Lobachevsky State University
of Nizhni Novgorod

Summary. In article features of the interactive training in mathematics directed to self-updating of the identity of bachelors of a humanitarian profile of preparation are revealed. Self-updating as integrated education is not only property of an orientation of the personality, but also system of personal qualities. Features of mathematical education cause need of metaconsultation in the course of training in mathematics of bachelors of a humanitarian profile of preparation for their movement for self-updating. Integration of interactive technologies and methods of training in mathematics is necessary for stimulation of cognitive activity and personal growth of students. Interactive training represents a special form of the organization of cognitive activity, through active dialogue interaction of all subjects of educational process among themselves and the in-

formation and education environment. Interactive training is aimed at the development of the identity of the student which is shown, including expressiveness of communicative, independent, research and creative kinds of activity.

Key words: interactive training, mathematical education, self-updating, bachelors of a humanitarian profile of preparation.

References:

1. Artiuhin O.I. (2012) Sistema distciplin kursov po vy`boru pri podgotovke bakalavrov napravleniia «Pedagogicheskoe obrazovanie» [System subjects elective courses in preparation of Bachelors of the pedagogical education»] Fundamental'ny'e issledovaniia. №9. T. 4, pp. 842-846.
2. Artiuhina M.S. (2014) Interaktivny` sredstva obucheniia: teoriia i praktika primeneniia: Monografiia [Interactive learning tools: theory and practice: monograph] Barnaul: IG «Si-press», 2014. 168 p.
3. Artiuhina M.S. (2016) Integratsiia interaktivny`kh tekhnologii` kak sredstvo lichnostnogo rosta pri obuchenii matematike bakalavrov gumanitarnogo napravleniia [Integration of interactive technologies as a means of personal growth when learning mathematics Bachelor of humanitarian directions] Iaroslavskii` pedagogicheskii` vestneyk. №4, pp. 59-63.
4. Vasilenko A.V., Desiatirikova L.A. (2014) Sistema kriteriev sformirovannosti gotovnosti budushchikh uchitelei` k ispol`zovaniiu komp`iuterny`kh sredstv v protsesse obucheniia matematike [Criteria of readiness of future teachers to use computer tools in learning mathematics] Fundamental'ny'e issledovaniia. №6. T. 4, pp. 817-821.
5. Dvoriatkina S.N., Masina O.N., Shcherbaty`kh S.V. (2017) Sovershenstvovanie metodov pedagogicheskoi` diagnostiki i kontroliia matematicheskikh znaniy` na osnove sovremenny`kh dostizheniy` v nauke [Improvement of methods of pedagogical Diagnostics and control of mathematical knowledge on the basis of modern achievements in science] Psihologiiia obrazovaniia v polikul`turnom prostranstve. №37, pp. 71-77.
6. Rosanova S.A., Dvoriatkina S.N. (2016) Razrabotka integrativny`kh kursov na osnove sinergeticheskogo podhoda pri reshenii professional'ny`kh i prikladny`kh zadach [Development of integrative courses based on the synergistic approach for dealing with professional applications] Iaroslavskii` pedagogicheskii` vestneyk. №6, pp. 127-131.
7. Sanina E.I., Artiuhina, M.S. (2016) Metodologiiia, teoriia i praktika interaktivnogo obucheniia matematike bakalavrov gumanitarnogo napravleniia v informatcionno-obrazovatel`noi` srede vuza: monografiia [Methodology, theory and practice of online learning mathematics Bachelors in Humanities educational Wednesday University: monograph] M: ASOU, 2016. 188 p.
8. Frolov I.V., Artiuhin O.I. (2013) Didakticheskaia sistema formirovaniia spetsificheskikh professional'ny`kh kompetentcii` budushchego uchitelia fiziki sel'skoi` shkoly` [Didactical system of specific professional competencies of the future teachers of physics rural school] Fundamental'ny'e issledovaniia. №11. T. 4, pp. 783-787.

УДК
372.851

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД
РАЗВИТИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ
У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Елизарова Екатерина Юрьевна
старший преподаватель
elizarova-EU@yandex.ru
Г.Нижний Новгород

кафедра математики и математического
образования Нижегородского
государственного педагогического
университета им К. Минина

Аннотация. Моделирование в современном мире используется достаточно широко в разных науках. При помощи данного метода изучение сложного объекта можно свести к изучению более простого объекта. Благодаря этому многие ученые считают, что использование моделей и метода моделирования в обучении учащихся повышает теоретический уровень практики. Статья посвящена методу математического моделирования. При математическом моделировании изучают некоторые свойства оригинала, причем изучение объекта происходит с помощью построения его моделей, например, уравнений, неравенств и т.д. В статье приводятся примеры построения таких видов моделей. В статье приводится структура учебного занятия по математическому моделированию, включающая мотивационно-ориентировочный этап, содержательный этап, рефлексивно-оценочный этап. Выделяются три варианта использования моделей: а) собственно моделирование как анализ условия задачи для поиска ее решения; б) использование уже известных моделей в качестве общего способа решения частных задач; в) использование исходной «базовой» модели для выхода на новую учебную задачу. При этом подчеркивается, что на занятиях данного типа процесс моделирования не должен быть самоцелью, а только лишь средством анализа условия задачи; на основе выявленных отношений производится поиск способа решения задачи. Работа, проводимая с моделью и при её помощи, должна способствовать выработке у обучаемого абстрагирования и обобщения. А уже на основе обобщения модель может выступать и как конкретизация общего способа. Содержательно раскрывается методика организации деятельности студентов по составлению математической модели на примере конкретной задачи.

Ключевые слова: математическое моделирование, математическая модель, занятие по составлению математической модели

1. Введение

Общая задача математического образования во все времена в конечном итоге всегда подразумевала конструктивные умения применять знания на практике – моделировать те или иные ситуации с целью их решения. Если обратиться к истории отечественного математического образования, то можно увидеть её практическую направленность на примере учебника арифметики Л.Ф.Магницкого, который включал огромное число текстовых задач из жизни крестьян, купцов, солдат. Судя по многочисленным описаниям в произведениях русской литературы ученики начальной церковно-приходской ступени решали задачи путем словесно-логического моделирования сюжетных ситуаций. При этом возникает вопрос: может быть и не нужно учащимся знать модельный характер изучаемых научных понятий? Может быть достаточно того, что они изучают сами эти понятия, изучая тем самым научные понятия, усваивают их сущность, научаются их применять, а то, что это модели каких-то явлений или сторон действительности, им и необязательно знать?

Такое мнение (в явном или не явном виде) довольно широко распространено в педагогической среде. Между тем с ним нельзя согласиться.

Во-первых, важнейшей задачей общего, в частности математического, образования является формирование у обучаемых научного мировоззрения, представленное в компетенции ПК-11 ФГОС ВО, которое предполагает, что у обучаемых сформировано явное понимание соотношения объективного мира и научных знаний о нем, четкое осмысление и оценка явлений этого мира в свете научных теорий. Как отмечают Л.М. Фридман и К.Н. Волков, у учащихся должно быть ясное понимание значимости абстрактных научных понятий (т.е. научных моделей) в познании действительности [3, с.135].

Поэтому совсем безразлично, как воспринимают и понимают учащиеся изучаемые научные понятия. Одно дело, когда они ясно и отчетливо понимают, что все научные понятия отражают определенные явления, процессы и отношения объективной действительности, являются моделями этих явлений, процессов и отношений. В этом случае у обучающихся воспитывается подлинно научное представление о процессе познания. И совсем другое дело, когда они этого не знают, не понимают, не отдают себе в этом отчет, когда изучаемые понятия воспринимаются как нечто такое, что надо лишь выучить и запомнить. Отсюда не далек и вывод о том, что эти понятия лишь какие-то выдумки досужих умов ученых, что за этими понятиями не стоит реальная действительность. И ведь нередко можно встретить учащихся, которые воспринимают математику как игру в символы, которые не представляют, что на самом деле изучает математика.

Во-вторых, как показывают исследования многих педагогов, явное введение в содержание обучения понятий моделей и моделирования, выяснения сущностей и роли моделирования в научном познании существенно меняет само отношение учащихся к учебному предмету, к учению, делает их учебную деятельность более осмысленной и более продуктивной, т.е. усиливает желание детей учиться.

Все это позволяет утверждать, что назрела необходимость явного включения моделирования в содержание обучения, необходимость ознакомления учащихся с современной научной трактовкой понятий модели и моделирования, овладение ими моделированием как методом научного познания. Все сказанное выше актуализирует проблему разработки методики учебных занятий по моделированию для будущих учителей математики.

Рассмотрим структуру учебного занятия по математическому моделированию.

1. Мотивационно-ориентировочный этап.

Цели:

- обращение к учебной задаче;
- преобразование условия задачи таким образом, чтобы можно было установить связи между характеристическими свойствами данных и искомых объектов.

2. Содержательный этап.

Цель:

- создание модели объекта (в графической или символьной модели) и получение её словесной формулировки.

Обучаемые пытаются зафиксировать выясненные свойства объектов в виде некоторой модели. На этом этапе возможна групповая форма работы обучаемых. Каждая группа создает

свою модель, а результаты фиксируются на отдельных листах, которые по окончании работы крепятся на доске. Затем преподаватель организует межгрупповую дискуссию, в ходе которой выделяется лучшая модель (если она имеется среди предложенных) или корректируются предложенные. Таким образом, рождается коллективная модель объекта. Полезно сравнивать отредактированный в ходе беседы с обучаемыми вариант формулировки модели объекта с тем, который, например, предложен в учебнике.

3. Рефлексивно-оценочный этап.

Цель:

- выделение возможности применения полученной модели (к каким объектам);
- составление домашнего задания.

На занятии по моделированию можно выделить, по крайней мере, три варианта использования моделей:

- а) собственно моделирование как анализ условия задачи для поиска ее решения;
- б) использование уже известных моделей в качестве общего способа решения частных задач;
- в) использование исходной «базовой» модели для выхода на новую учебную задачу.

На занятиях данного типа процесс моделирования, как отмечает А.Б. Воронцов в работе «Практика развивающего обучения» [2, с.133], не должен быть самоцелью, а только лишь средством анализа условия задачи; на основе выявленных отношений производится поиск способа решения задачи. Работа, проводимая с моделью и при её помощи, должна способствовать выработке у обучаемого абстрагирования и обобщения. А уже на основе обобщения модель может выступать и как конкретизация общего способа.

Приведем пример составления математической модели.

Пример 1. Для изготовления трех видов изделий A , B и C используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в табл. 1. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия каждого вида.

Таблица 1

Тип оборудования	Затраты времени (<i>станко-часы</i>) на обработку одного изделия каждого вида			Общий фонд рабочего времени оборудования (<i>часы</i>)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	14	12	

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

Решение. Предположим, что будет изготовлено x_1 единиц изделий вида A , x_2 единиц – вида B и x_3 единиц – вида C . Тогда для производства такого количества изделий потребуется затратить $2x_1 + 4x_2 + 5x_3$ станко-часов фрезерного оборудования.

Так как общий фонд рабочего времени станков данного типа не может превышать 120, то должно выполняться неравенство

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120.$$

Аналогичные рассуждения относительно возможного использования токарного, сварочного и шлифовального оборудования приведут к следующим неравенствам:

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280,$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240,$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360.$$

При этом так как количество изготавливаемых изделий не может быть отрицательным, то

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \quad (1)$$

Далее, если будет изготовлено x_1 единиц изделий вида A , x_2 единиц изделий вида B и x_3 единиц изделий вида C , то прибыль от их реализации составит

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3.$$

Таким образом, приходим к следующей математической задаче: дана система

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240, \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360 \end{cases} \quad (2)$$

четырёх линейных неравенств с тремя неизвестными x_j ($j = \overline{1,3}$) и линейная функция относительно этих же переменных

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3. \quad (3)$$

Таким образом, линейная функция (3), максимум которой требуется определить, вместе с системой неравенств (2) и условием неотрицательности переменных (1) образуют *математическую модель* исходной задачи. Будем опираться на один из вариантов анализа занятия моделирования и преобразования модели, предложенный Воронцовым А.Б. [2, с.140]:

1. Каким образом учитель создает ситуацию, при которой обучаемые принимают учебное действие – моделирование (преобразование модели) и используют его как инструмент для решения ранее поставленной учебной задачи?

2. Какие виды моделей используются на должном уровне (однотипные, разнотипные)? Кто это действие задает (в зависимости от уровня и возраста обучаемых)? Обоснованность выбор модели.

3. Какие формы организации учебного сотрудничества использовал преподаватель на занятии? Их необходимость и целесообразность.

4. Каков уровень обобщения построенных моделей? Помогают ли они решению поставленной задачи?

5. Умения проводить анализ условий задачи с помощью модели. Способы фиксации установленных внутренних связей изучаемого объекта.

Таким образом, на данном типе занятия создание модели используется как необходимое средство решения учебной задачи. При этом с помощью математического моделирова-

ния при решении задач у обучаемых развивается логика мышления, они учатся анализировать, рассуждать, а также делать выводы по результатам решения задачи.

Список литературных источников

1. Воронцов А.Б. Практика развивающего обучения. М.: Просвещение, 1994. 234 с.
2. ФГОС ВО 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями подготовки от 9 февраля 2016 г. N 91 [Электронный ресурс]. URL: <http://fgosvo.ru/news/7/1805> (дата обращения: 42819)
3. Фридман Л.М., Волков К.Н. Психологическая наука – учителю. М.: Просвещение, 1985. 276 с.

MATHEMATICAL MODELING AS A METHOD OF DEVELOPMENT OF PROFESSIONAL COMPETENCE OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

E. Y. Elizarova

Senior Lecturer

Elizarova-EU@yandex.ru

Nizhny Novgorod

Nizhny Novgorod state pedagogical
University named after Kozma Minin

Abstract. Modeling in the modern world is used widely enough in different sciences. With the help of this method, the study of a complex object can be reduced to the study of a simpler object. Thanks to this, many scientists believe that the use of models and modeling in the teaching of students increases the theoretical level of practice. The article is devoted to the method of mathematical modeling. In mathematical modeling, some properties of the original are studied, and the study of the object occurs by constructing its models, for example, equations, inequalities, etc. The article gives examples of the construction of such types of models. The article describes the structure of a training session on mathematical modeling, which includes a motivational and indicative stage, a content stage, a reflexive evaluation stage. Three variants of using models are distinguished: a) modeling as an analysis of the condition of the problem to find its solution; B) the use of already known models as a general way of solving particular problems; C) use of the initial "basic" model for reaching a new learning task. At the same time, it is emphasized that in the classroom this type of modeling should not be an end in itself, but only a means of analyzing the condition of the task; On the basis of the revealed relations, the method of solving the problem is searched. The work carried out with the model and with its help should facilitate the development of abstraction and generalization in the learner. And already on the basis of generalization, the model can act as a concretization of the general method.

Key words: mathematical modeling, mathematical model, lesson on the creation of mathematical models

References

1. Vorontcov A.B. (1994) Praktika razvivaiushchego obucheniia [Practice of developmental education] M.: Prosveshchenie, 1994. 234 p.
2. FGOS VO 44.03.05 Pedagogicheskoe obrazovanie s dvumia profilami podgotovki ot 9 fevralia 2016 g. N 91 [Electronic resource] [2. The GEF in 44.03.05 education teacher with two profiles training from February 9, 2016 N 91]. URL: <http://fgosvo.ru/news/7/1805> (Accessed: 42819)
3. Fridman L.M., Volkov K.N. (1985) Psihologicheskaiia nauka – uchiteliu [Psychological science-teacher] M.: Prosveshchenie, 1985. 276 p.

УДК
372.851

**РЕАЛИЗАЦИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И ДИСЦИПЛИН
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА**

Петрищев Николай Иванович
студент
i12k38ll@gmail.com
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена методике реализации межпредметных связей на уроках математики и физики. В качестве психологической базы межпредметных связей рассматривается процесс образования ассоциаций на основе четырёх уровней их систематизации. Обосновывается значимость межпредметных связей в учебном процессе, которая проявляется в том, что их реализация позволяет: - повышать научный уровень знаний благодаря всестороннему и более глубокому изучению явлений и свойств тел; - обеспечить систематичность и системность знаний, что ведёт к их осознанности, прочности и обобщённости; - формировать мировоззрение учащихся благодаря раскрытию единства материального мира, взаимосвязи и взаимообусловленности явлений; - формировать более глубокие политехнические знания, поскольку в настоящее время целый ряд технологических процессов может быть понят лишь на основе знаний из нескольких наук; - осуществлять экологическое образование учащихся, поскольку решить эту задачу невозможно без привлечения в процессе обучения физике знаний по химии и биологии; - формировать общеучебные умения. В качестве содержательной основы межпредметных связей математики и физики выступают понятия «величина», «функциональная зависимость величин», «вектор», «площадь», «объём» и др. Данная методика раскрывается содержательно на примере организации деятельности школьников по решению задач.

Ключевые слова: эксперимент; межпредметные связи математики и физики.

В последние десятилетия четко прослеживаются два противоположных процесса в развитии науки – дифференциация и интеграция. Происходит конверсия данных научных процессов в учебных естественнонаучных дисциплинах. Причём если дифференциация науки достаточно глубоко повлияла на школьные предметы, то её интеграция довольно слабо отразилась в учебниках, задачниках, в методической литературе. Пока не удаётся в учебных курсах добиться тесной взаимосвязи в изложении естественных дисциплин, хотя её образовательная и воспитательная значимость очевидна.

Нельзя сказать, что в этом направлении не происходит положительной динамики. В отечественной педагогической науке по проблеме межпредметных связей защищено не менее пятидесяти кандидатских и докторских диссертаций (И.Д. Зверев, В.Н. Федорова, Д.Н. Кирюшкин, П.Г. Кулагин, Ц.Б. Кац, Е.Е. Минченков, А.В. Усова, В.Н. Максимова, Н.Н. Тулькибаева, В.Н. Монахов и др.).

Учёные-дидакты рассматривают межпредметные связи в различных аспектах: как дидактический принцип, условие, взаимное согласование рабочих программ, дидактический эквивалент межнаучных связей, один из дидактических приёмов активизации учебной деятельности и т.д. В современной дидактике доказано, что межпредметные связи являются сложным системным объектом. К нему можно применить системный метод, значительные

успехи в разработке которого достигнуты в последнее время философами. Системный подход широко применяется во многих науках [2].

Психологической основой межпредметных связей является процесс образования ассоциаций. Психолог Ю. А. Самарин отмечает, что формирование научных знаний происходит на основе четырёх уровней их систематизации:

1 уровень – простые ассоциации: факты и явления связывают безотносительно к системе данных явлений;

2 уровень – ограниченно-системные ассоциации: устанавливаются связи между фактами и явлениями в пределах темы;

3 уровень – внутрисистемные ассоциации: связь устанавливается в пределах учебного предмета;

4 уровень – межсистемные ассоциации: устанавливаются связи между знаниями, принадлежащими к различным наукам.

Эти ассоциации и позволяют производить систематизацию знаний на самом высоком уровне при условии реализации межпредметных связей.

Из вышесказанного следует значимость межпредметных связей в учебном процессе, которая проявляется в том, что их реализация позволяет:

- повышать научный уровень знаний благодаря всестороннему и более глубокому изучению явлений и свойств тел;
- обеспечить систематичность и системность знаний, что ведёт к их осознанности, прочности и обобщённости;
- формировать мировоззрение учащихся благодаря раскрытию единства материального мира, взаимосвязи и взаимообусловленности явлений;
- формировать более глубокие политехнические знания, поскольку в настоящее время целый ряд технологических процессов может быть понят лишь на основе знаний из нескольких наук;
- осуществлять экологическое образование учащихся, поскольку решить эту задачу невозможно без привлечения в процессе обучения физике знаний по химии и биологии;
- формировать общеучебные умения [3].

Содержательную основу межпредметных связей математики и физики составляют понятия, формируемые на занятиях по этим дисциплинам. Как отмечают авторы Н.Г. Подаева и М.В. Подаев [4], в школьной методике обучения математике при введении новых понятий «<...> традиционно акцент ставится на работе с определением: формирование умений различать объекты с опорой на выделенные свойства, называемые «признаками» понятия, относить данный объект к определенному классу с помощью тех же признаков, выделять совокупность дизъюнктивных и конъюнктивных признаков понятия, сравнивать признаки по степени значимости, систематизировать существенные, осознавать, что критерий существенности или несущественности признака варьируется в зависимости от контекста. Однако, как отмечают специалисты по формальной логике, при изучении математики деятельность по освоению понятия не сводится лишь к работе с его определением. Введение определения не является заключительным этапом процесса формирования понятия. Важно не умение ученика распознавать математический объект (уровень представлений), а владение им понятием

как системой взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений, называемых свойствами и признаками понятия (вербально-логический уровень). <...> Таким образом, можно сформулировать одну из проблем методики обучения математике: феномен «математическое понятие» неоправданно подменяется математическим объектом. Зачастую это приводит к тому, что учитель много времени и усилий отводит именно математическому объекту (формируются представления: образ-перцепт, образ-концепт – предпонятие), в то время как задача формирования понятия на вербально-логическом уровне выпадает из поля зрения» [4, с. 66].

Таким образом, в контексте нашей методики предполагалось формирование понятий как сложной системы взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений, возникающей при изучении соответствующего объекта.

В рамках рассматриваемой методики реализации межпредметных связей математики и физики рассматриваются понятия «величина», «функциональная зависимость величин», «вектор», «площадь», «объем» и др. Большинство задач, связанных с этими понятиями, требуют от учеников знания в равной степени и физики, и математики. Рассмотрим содержательно данную методику на примере организации деятельности школьников по решению следующей задачи: «Расстояние между двумя точечными зарядами $Q_1=2$ мкКл и $Q_2 = - Q_1$ равно 10см. Определить силу, действующую на точечный заряд $Q = 0,2$ мкКл, удалённый на $r_1 = 6$ см от первого и на $r_2 = 8$ см от второго зарядов». Данное решение наглядно представить в форме следующей таблицы:

Дано:	СИ	Решение
$Q_1 = 2 \text{ мкКл}$	$2 \cdot 10^{-6} \text{ мкКл}$	Согласно закону Кулона силы, с которыми заряд Q_1 и Q_2 действуют на заряд Q , определяются выражениями $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_1}{r_1^2},$ $F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_2 }{r_2^2}$ и направлены так, как это показано на рис 1. Тогда суммарную силу $\vec{F}$ определим, сложив эти два вектора:
$Q_2 = -2 \text{ мкКл}$	$-2 \cdot 10^{-6} \text{ мкКл}$	
$Q = 0,2 \text{ мкКл}$	$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ мкКл}$	
$r = 10 \text{ см}$	$0,1 \text{ м}$	
$r_1 = 6 \text{ см}$	$0,06 \text{ м}$	
$r_2 = 8 \text{ см}$	$0,08 \text{ м}$	
F-?		

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Модуль вектора $\vec{F}$ найдём по теореме косинусов

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha},$$

где α – угол, противолежащий вектору $\vec{F}$, который можно найти из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и r :

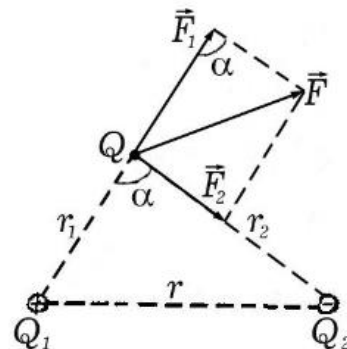


Рис. 1

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}.$$

Вычислим косинус угла

$$\cos \alpha = \frac{(0,06 \text{ м})^2 + (0,08 \text{ м})^2 - (0,1 \text{ м})^2}{2 \cdot 0,06 \text{ м} \cdot 0,08 \text{ м}} = 0,$$

следовательно, угол $\alpha = 90^\circ$. Отсюда следует, что треугольники будут прямоугольными, и величину силы F можно определить по теореме Пифагора

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}.$$

Подставим в эту формулу выражения для F_1 и F_2

$$F = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q |Q_2|}{r_2^2}\right)^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4}}.$$

В полученное равенство подставим числовые значения

$$F = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}} \cdot \sqrt{\frac{(2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})^2}{(0,06 \text{ м})^4} + \frac{(-2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})^2}{(0,08 \text{ м})^4}} = 1,15 \text{ Н}.$$

Остановимся подробнее на понятии «функция». В курсе математики при изучении функций реализуется последовательность, в которой построение графика функции и его анализ носят второстепенный, иллюстрирующий характер. При этом учащиеся легко указывают график функции, соответствующий ее аналитическому виду. В то же время правильно сформированные общеучебные умения должны позволить учащемуся выполнять указания соответствия аналитического вида функции ее графику. Такая необходимость продиктована экспериментальными методами познания, идущими от эмпирически построенного графика функции к ее аналитическому виду, следовательно, к указанию зависимости одной физической величины от другой.

При изучении закона Ома на основе эксперимента строится график зависимости силы тока на участке цепи от сопротивления участка и от напряжения. Обычно учащиеся основной школы с нетерпением ждут начала изучения электричества и с большим желанием выполняют любые эксперименты. С удовольствием учащиеся получают экспериментально закон Ома. Собираем стандартную цепь. Вначале рассматриваем случай, когда $I \sim U$ при $R = \text{const}$.

Меняя положение ползунка реостата, получаем 3 – 4 значения I и U . По полученным данным строим график зависимости I от U (рис.2). Делаем вывод.

Затем рассматриваем вариант, когда $I \sim 1/R$ при $U = \text{const}$. Меняя в той же цепи резисторы и каждый раз поддерживая с помощью реостата постоянное напряжение на резисторе, получаем график зависимости I от R (рис.3). Делаем вывод. Затем записываем общий вывод,

т.е. закон Ома для участка цепи [1].

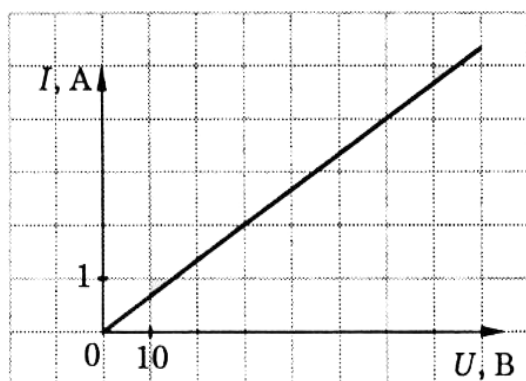


Рис. 2

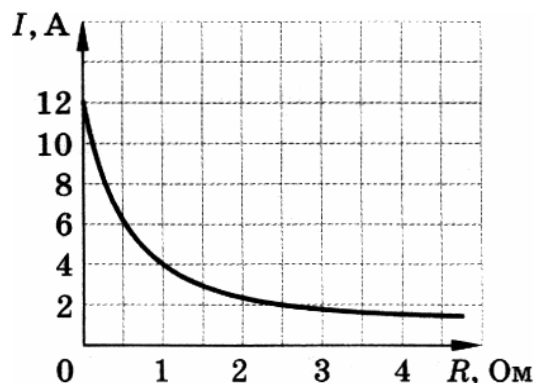


Рис. 3

Делая вывод, следует отметить, что успешное решение задач обучения математике и физике во многом зависит от реализации межпредметных связей этих дисциплин, что говорит о дидактическом требовании пересмотра их роли в образовательной системе.

Список литературных источников

1. Евсеева Л.С. К изучению электричества // Физика в школе. №7. 2005. С.
2. Медведев В.Е. Межпредметные связи естественнонаучных и технических дисциплин: Учебное пособие. М.: МПУ, 1999. 107 с.
3. Каменецкий С.Е., Пурешева Н.С. Теория и методика обучения физике в школе: Общие вопросы: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2000. 368 с.
4. Подаева Н.Г., Подаев М.В. Закономерности процесса формирования научных понятий при обучении математике в школе // Continuum. Математика. Информатика. Образование. №1. 2016. С. 65-69.

REALIZATION OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS OF ELECTRODYNAMICS AND DISCIPLINES OF THE MATHEMATICAL CYCLE

N.I. Petrishev
student
l12k38ll@gmail.com
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article is devoted to the method of implementing intersubject communications in the lessons of mathematics and physics. As the psychological basis of interdisciplinary relations, the process of forming associations on the basis of four levels of their systematization is considered. The significance of intersubject connections in the educational process is substantiated,

which is manifested in the fact that their realization allows: - to raise the scientific level of knowledge due to an all-sided and deeper study of the phenomena and properties of bodies; - to ensure the system-accuracy and systematic knowledge, which leads to their awareness, strength and generality; - to shape the worldview of students by revealing the unity of the material world, the interconnection and interdependence of phenomena; - to form a deeper polytechnical knowledge, because at present a whole series of technological processes can be understood only on the basis of knowledge from several sciences; - to carry out the ecological education of students, since it is impossible to solve this task without involving in the learning process the physics of knowledge in chemistry and biology; - to form general knowledge. As the substantive basis of the intersubject connections of mathematics and physics, the concepts "magnitude", "functional dependence of quantities", "vector", "area", "volume", etc. are used. This method is disclosed in detail on the example of the organization of schoolchildren's activity in solving problems.

Key words: experiment; Intersubject communications; Actualization of knowledge.

References

1. Evseeva L.S. (2005) K izucheniiu e`lektrichestva [To the study of electricity] Fizika v shkole. №7.
2. Medvedev V.E. (1999) Mezhpredmetny`e sviazi estestvennonauchny`kh i tekhnicheskikh distsiplin: Uchebnoe posobie [Intersubject links science and technical disciplines: tutorial] M.: MPU, 1999. 107 p.
3. Miakishev G.Ia. (2014) Fizika. 10 class: ucheb. dlia obshcheobrazovatel`ny`kh organizatsii` s prilozheniem na e`lektron. nositele: bazovy`i` uroven` [Physics. class 10: Stud. for educational organizations with an application to the electron. Media: basic level] M.: Prosveshchenie, 2014. 416 p.
4. Ponomaryov N.S. (2016) E`lektrodinamika s primerami resheniia zadach: ucheb. posobie [Electrodynamics with examples of solving tasks: Stud. Manual] Ukhta: UGTU, 2016. 88 p.
5. Kamenetckii` S.E., Pury`sheva N.S. (2000) Teoriia i metodika obucheniia fizike v shkole: Obshchie voprosy`: Ucheb. posobie dlia stud. vy`ssh. ped. ucheb. zavedenii` [Theory and methods of teaching physics at school: General questions: Stud. Manual for Stud. lebedevka. ped. Stud. institutions] M.: Izdatel`skii` centr «Akademiia», 2000. 368 p.
6. Iancen V.N. (2002) Zadachi po fizike s pozitsii mezhpredmetny`kh sviazei` [Tasks in physics from a position of intersubject links] Fizika v shkole. №4.

ВЫДАЮЩИЕСЯ УЧЕНЫЕ-МАТЕМАТИКИ

УДК 929 | **ВЫДАЮЩИЙСЯ МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ
ИВАН ИВАНОВИЧ БАВРИН**

Русаков Александр Александрович к.ф.-м.н., д.п.н., профессор vmkafedra@yandex.ru г.Москва	профессор кафедры высшей математики Московского технологического университета (МИРЭА)
---	--

Аннотация. Эта статья – страница о жизненном пути необычайно плодотворного профессионального математика, создателя нового научного направления – операторный метод и метод интегральных преобразований в комплексном анализе – и научной школы в рамках этого направления, известного ученого, методиста и педагога И.И. Баврина. Будучи заведующим кафедрой математического анализа МОПИ им. Н.К. Крупской (1968 - 1980гг), И.И. Баврин являлся руководителем аспирантуры и ФПК по этой кафедре. Длительное время (1985-1994гг) он был заместителем заведующего кафедрой математического анализа МПГУ по научной работе, с 1968 г. профессор И.И. Баврин – неизменный руководитель аспирантов. С 1968 года И. И. Баврин принимал активное участие в работе специализированных советов по защитах диссертаций. В период 1977-1981гг. – председатель специализированного совета К. 113. 11.08. Под его руководством подготовлено 25 кандидатов и 4 доктора наук. В течение семи лет (1972-1979гг) профессор И.И. Баврин был учёным секретарём Учёного совета Московского областного педагогического института (МОПИ) им. Н.К. Крупской. Профессор Иван Иванович Баврин является создателем нового научного направления - операторный метод и метод интегральных преобразований в комплексном анализе - и школы по этому направлению. Им был решён ряд важных проблем комплексного анализа и найдено их применение к решению задач математической физики и теории распознавания образов. В числе этих проблем, в частности, - установление операторных интегральных формул Коши, Шварца, Пуассона, раскрытие операторной структуры интегральных представлений Темлякова, разработка теории однолистных с весом функций. Результаты этих исследований нашли отражение в издании Академии наук СССР «История отечественной математики» (т.4, книга 1, 1970 год, стр.193-200, 311, 800) и в одной из его монографий «Операторный метод в комплексном анализе» (М.: Прометей, МПГУ, 1991 – 12,5 п.л.). Жизнь, дела и поступки И.И. Баврина, неизменно сильное благотворное влияние на окружающих будут сказываться еще долгие годы.

Ключевые слова: комплексный анализ, операторный метод, научная школа, методика обучения математике и информатике, диссертационный совет, Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки Российской Федерации, педагогический талант.

Старейший член Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки Российской Федерации, в течение многих лет – член Президиума и председатель секции педагогических вузов Баврин Иван Иванович, доктор физико-математических наук (1968 г.), профессор (1969 г.), лауреат премии Правительства Российской Федерации в области образования (1997г.), заслуженный деятель науки Российской Федерации (1998г.), ака-

демик Российской академии образования (с 2001г.), он внёс большой вклад в совершенствование системы высшего педагогического образования в нашей стране. И.И. Баврин – известный учёный-математик, методист и педагог.



Баврин Иван Иванович родился в г. Вязьме Смоленской области 20 сентября 1932 года. По окончании средней школы с золотой медалью поступил на физико-математический факультет (отделение математики) МОПИ, закончил обучение с отличием в 1956 году с рекомендацией к поступлению в аспирантуру по кафедре математического анализа, которую окончил в 1959 году с защитой диссертации. С 1968 года И.И. Баврин – доктор физико-математических наук.

Будучи заведующим кафедрой математического анализа МОПИ им. Н.К. Крупской (1968 - 1980гг), И.И. Баврин являлся руководителем аспирантуры и ФПК по этой кафедре. Длительное время (1985-1994гг) он был заместителем заведующего кафедрой математического анализа МПГУ по научной работе, с 1968 г. профессор И.И. Баврин – неизменный руководитель аспирантов.

С 1968 года И. И. Баврин принимал активное участие в работе специализированных советов по защитах диссертаций. В период 1977-1981гг. – председатель специализированного совета К. 113. 11.08. Под его руководством подготовлено 25 кандидатов и 4 доктора наук.

В течение семи лет (1972-1979гг) профессор И.И. Баврин был учёным секретарём Учёного совета Московского областного педагогического института (МОПИ) им. Н.К. Крупской. Профессор Иван Иванович Баврин является создателем нового научного направления - операторный метод и метод интегральных преобразований в комплексном анализе - и школы по этому направлению. Им был решён ряд важных проблем комплексного анализа и найдено их применение к решению задач математической физики и теории распознавания образов. В числе этих проблем, в частности, - установление операторных интегральных формул Коши, Шварца, Пуассона, раскрытие операторной структуры интегральных представлений Темлякова, разработка теории однолистных с весом функций. Результаты этих исследований нашли, например, отражение в издании Академии наук СССР «История отечественной математики» (т.4, книга 1, 1970 год, стр.193- 200, 311, 800) и в одной из его монографий «Операторный метод в комплексном анализе» (М.: Прометей, МПГУ, 1991 – 12,5 п.л.).



Академик Российской академии образования, профессор И.И. Баврин имеет более 300 научных и научно - методических работ, включая монографии, учебники, учебные пособия и программы. Он автор 30 учебных изданий, включая 12 профессионально ориентированных учебников по высшей математике для студентов педагогических вузов с грифом Министерства образования Российской Федерации, 12 учебных пособий для студентов этих вузов, 7 программ для различных математических дисциплин педвузов, 6 книг для учителей и учащихся. Его учебники получили положительную оценку в педагогических и общественных кругах Российской Федерации и стран ближнего зарубежья.

За создание комплекта учебников по высшей математике для педагогических вузов И.И. Баврину присуждена премия Правительства Российской Федерации в области образования (1997 г.).

В числе учебников И.И. Баврина для студентов педагогических вузов с грифом Министерства образования РФ выделим следующие:

1. Теория вероятностей и математическая статистика -М.: Высшая школа. 2005.-10 п.л.
2. Математический анализ, - М.: Высшая школа. 2006.-20.5 п.л.
3. Высшая математика. - М.: Академия. 2007. -38 п.л., 6-е издание.

Хорошо известна книга Ивана Ивановича для учителей и учащихся: «Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи умственного счёта» (М.: Физматлит. 2003.-7 п.л.).

На высоком научно-методическом уровне в течение 60 лет профессор И.И. Баврин читал лекционные курсы по математике студентам различных университетов. С 2004 г. работал по совместительству в МГОПУ имени М.А. Шолохова (позже МГТУ) в качестве профессора факультета информатики и математики, сначала на кафедре прикладной информатики и математики, затем на кафедре высшей математики, заведующим которой был автор данной статьи. Всю свою жизнь Иван Иванович занимался педагогической деятельностью – ведущий ученый-педагог, профессиональный методист, шестьдесят лет он читал лекционные курсы, авторские спецкурсы – делился своими знаниями, высочайшей математической культурой с будущими учителями математики и информатики. Яркий педагогический талант Ивана Ивановича, его ораторское мастерство и широчайшая эрудиция, его личные качества – трудолюбие, отзывчивость, простота в общении, самоотверженность в любимом деле – собирали на его лекциях широкую аудиторию не только студентов, аспирантов и докторантов, но и учителей-практиков. Заслуги в области образования И.И. Баврина отмечены многими прави-

тельственными наградами, среди которых – премия Правительства Российской Федерации в области образования.



Иван Иванович среди коллег на заседании Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ в зале № 1 РУДН

В числе читаемых им курсов – математический анализ, теория функций, уравнения математической физики, теория вероятностей и математическая статистика, случайные процессы, высшая математика. Вел он также и разработанные им новые спецкурсы, в том числе и для слушателей факультета повышения квалификации (ФПК) преподавателей педвузов, начиная с 1968 г. - года основания этих факультетов. Среди этих новых спецкурсов - «Геометрическая теория функций комплексных переменных», «Старинные вероятностные задачи». Педагогическая деятельность академика Российской Академии образования И.И. Баврина отмечена высокими наградами. Иван Иванович награжден почетной грамотой Министерства просвещения СССР, медалью «Ветеран труда», медалью «В память 850-летия Москвы», нагрудным знаком «Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации», медалью К. Д. Ушинского, золотой медалью Российской академии образования «За достижения в науке», знаком «За заслуги».

Мы коснулись здесь лишь нескольких вех жизненного пути Ивана Ивановича Баврина, но нас всегда поражала его активная жизненная позиция, высокий профессионализм математика и педагога и необыкновенное человеческое обаяние. Его жизнь, дела и поступки, неизменно сильное благотворное влияние на окружающих будут сказываться еще долгие годы.

После продолжительной болезни, на 85-м году жизни, утром 12 января 2017 года отошел ко Господу академик Иван Иванович Баврин. Прощание с И. И. Бавриным состоялось в понедельник, 16 января, в 14:00 в Хованском крематории, захоронен на Хованском кладбище.

**OUTSTANDING MATHEMATICIAN AND TEACHER
IVAN IVANOVICH BAVRIN**

A.A. RUSAKOV
Cand. Sci. (Phys.-Math)
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
vmkafedra@yandex.ru
Moscow

Professor of department the Higher mathematics
of the Moscow technological university
(MIREA)

Abstract. This article is a page about the life path of an unusually fruitful professional mathematician, the creator of a new scientific direction - the operator method and the method of integral transformations in complex analysis - and the scientific school within the framework of this direction, the famous scientist, methodologist and teacher II. Bavrina. Being the head of the department of mathematical analysis of MIPI them. N.K. Krupskaya (1968 - 1980), I.I. Bavrinn was the head of the graduate school and the FPK in this department. For a long time (1985-1994), he was deputy head of the department of mathematical analysis of the Moscow State University for Scientific Research, since 1968 professor II. Bavrinn is an unchallenged leader of postgraduate students. Since 1968, I. I. Bavrinn took an active part in the work of specialized councils for defending dissertations. In the period 1977-1981gg. - Chairman of the specialized council K. 113. 11.08. Under his leadership, 25 candidates and 4 doctors of sciences were trained. For seven years (1972-1979), Professor I.I. Bavrinn was a scientific secretary of the Academic Council of the Moscow Regional Pedagogical Institute (MOPI) them. N.K. Krupskaya. Professor Ivan Ivanovich Bavrinn is the creator of a new scientific trend - the operator method and the method of integral transformations in complex analysis - and schools in this direction. He solved a number of important problems of complex analysis and found their application to solving problems in mathematical physics and the theory of pattern recognition. Among these problems, in particular - the establishment of operator integral formulas of Cauchy, Schwartz, Poisson, the disclosure of the operator structure of Temlyakov's integral representations, the development of the theory of univalent functions with weight. The results of these studies are reflected in the publication of the Academy of Sciences of the USSR "The History of Russian Mathematics" (vol. 4, book 1, 1970, p.193-200, 311, 800) and in one of his monographs "The Operator Method in Complex Analysis" (M.: Prometheus, MPGU, 1991 - 12.5 pp). Life, deeds and deeds Bavrinn, an invariably strong beneficial influence on others will continue to affect many more years.

Keywords: biography, differential equations, optimal control.

УДК
929

НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ КОШКАРА ТЕЙМУР ОГЛЫ АХМЕДОВА В РАЗВИТИИ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ АЗЕРБАЙДЖАНА (К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ) (25.10.1917-10.02.1975)

Марданов Мисир Джумаил оглы
д.ф.-м.н., профессор,
misirmardanov@yahoo.com
г. Баку

член-корреспондент Национальной
Академии Наук Азербайджана,
директор Института математики
и механики НАН Азербайджана

**Асланов Рамиз Муталлим
оглы** д.п.н., профессор
r_aslanov@list.ru
г. Баку

заведующий отделом «Научно-
техническая информация»
Института математики и механики
НАН Азербайджана

Гасанова Тамилла Хаверан кызы
к.ф.-м.н., доцент
q.tamilla@gmail.com
г. Баку

учёный секретарь Института математики
и механики НАН Азербайджана

Аннотация. Краткая автобиография К.Т. Ахмедова, его научное наследие и роль в развитии современной математики Азербайджана.

Ключевые слова: биография, дифференциальные уравнения, оптимальное управление.



Кошкар Теймур оглы Ахмедов родился 25 октября 1917 в интеллигентной семье в селе Сёюдлю Кедабекского района Азербайджанской Республики. Его отец, Ахмедов Теймур Ахмед оглы, родился в 1888 году, а мать, Ахмедова Етяр Мейля кызы - в 1895 году. Его дед Ахмед был одним из немногих людей того времени, который проявлял интерес к образованию. В начале XX века Ахмед договаривается с влиятельным религиозным деятелем Кедабекского района Джаббаром, хорошо владеющим арабским языком, об открытии школы в селе Сёюдлю в его доме.

Таким образом, в начале XX века была открыта школа в селе Сёюдлю Кедабекского района в доме у Ахмеда. Теймур Ахмедов и его шестеро детей получили начальное образование в этой школе. Джаббар обучал детей не только религиозным обрядам, но также учил читать и писать. В школе Теймур в совершенстве изучает арабский язык, а затем и сам открывает школу в селе Нариманкенд (Хынна), где за короткое время завоёвывает любовь и уважение жителей села.

Начиная с первой половины XIX и до начала XX века, компания по производству меди братьев Сименс в Кедабеке (Азербайджан) сыграла важную роль в мировоззрении как

многих кедабекцев, так и Теймура. Работая в канцелярии компании, он научился писать, читать и говорить на немецком языке. Следует отметить, что первым преподавателем немецкого языка в школах Кедабека был Теймур.

Кедабекский медеплавильный завод был одним из крупных промышленных предприятий на Кавказе и в России. Согласно историческим источникам тысячи рабочих и служащих различных национальностей из многих стран работали на этом заводе. Следует также отметить, что первая электростанция на Кавказе, железная дорога (Кедабек-Гошакёрпю-длина 36 километров), нефтепровод (Далляр-Кедабек - длина 52 км), телеграфная линия (Кедабек-Гянджа), первая магистраль (Кедабек-Шамкир) были именно здесь, и все это, несомненно, сыграло важную роль в развитии социально-культурной жизни, а также способствовало воспитанию передовых людей и интеллигенции района.

Продолжая идеи своего отца Ахмеда, Теймур Ахмедов в 1918 году в своём доме открыл школу начального образования, а в 1920 году деятельность школы была узаконена в соответствии с правилами нового правительства. В первое время, хотя и с большим трудом, в школе учились 13 подростков. Начиная с этого времени к Теймуру все обращаются как Мирза Теймур (т.е. учитель Теймур). В первые годы деятельности школы, несмотря на различные формы давления и угроз, он не сворачивает с избранного пути. Его сыновья Гахам и Кошкар также там учатся.

В то время обучение девушек в школе было ещё более серьёзной трудностью. Мирза Теймур привёл первую девочку в школу – свою дочь Хуру, и после этого, в знак уважения к нему, несколько родителей определили своих дочерей в школу. За то, что Мирза Теймур давал образование их детям, он пользовался всеобщим уважением.

Теймур Ахмедов в 1930-1932 гг. получил образование на очном отделении в двухгодичном Педагогическом институте в городе Баку. Мирза Теймур участвует в Великой отечественной войне, а после войны возвращается к своей любимой профессии педагога. Он стал одним из первых учителей того периода, удостоенных самых высоких государственных наград Азербайджана – ордена «Трудового Красного Знамени» и почетного звания «Заслуженный учитель». Те, кто его знал, вспоминают, что Мирза Теймур, кроме родного языка, прекрасно разговаривал и писал на немецком, русском и турецком языках.

В своих воспоминаниях профессор Джамиль Ахмедли, сын Мирза Теймура, отмечает: «Несмотря на то, что наша мать Етар ханум была женщиной неграмотной, она обладала врождённым математическим мышлением. В нашем селе не было электричества, вечера проходили под стихи, сказки и колыбельные, рассказанные ею. Я помню, пока мы читали условие задачи и искали её решение, мама в течение короткого промежутка времени говорила нам ответ. Конечно, она не знала математических правил и путей решения задачи, но благодаря острой математической интуиции быстро находила ответ». У Мирза Теймура и Етар ханум было 10 детей (5 мальчиков и 5 девочек).

Шестеро детей этой семьи Кошкар, Шамиль, Джамиль, Хуру, Гюльназ и Гюляра получили высшее образование и стали учёными в различных областях науки. Теймур Ахмедов и двое его сыновей Кошкар и Шамиль Ахмедовы были участниками Великой отечественной войны. И отраднее то, что все они вернулись с войны.

Ахмедов Кошкар начальное образование получил в селе Сёюдлю, а с V по VII класс учился в неполной средней школе Кедабекского района. Его математические способности проявились, ещё когда он учился в Кедабеке. Покойный профессор Мамедюсиф Ахундзаде, в своё время работающий заведующим кафедрой высшей математики Азербайджанского государственного аграрного университета, так вспоминал те годы: «Я преподавал Кошкару в средней школе. Его интерес к науке, в частности, к математике, был очень сильным. Участь в четвёртом классе, для него не составляло труда решить задачу пятого или шестого класса. Даже когда некоторые педагоги младших классов пропускали занятия, Кошкар заменял их».

В 1930 году он поступил в Бакинский интернациональный педагогический техникум. Кстати, следует отметить, что многие представители интеллигенции Азербайджана того времени учились в этом техникуме. Так как он хорошо учился, его фото висело на «Доске почёта». Среди педагогов, которые преподавали в техникуме, были известный представитель интеллигенции Азербайджана Юсиф Везир Чеменземинли и молодой талантливый поэт Осман Сарывелли. После окончания техникума в 1934 году он был назначен педагогом в неполную среднюю школу села Хар-хар Кедабекского района, директором которого был его отец, Теймур Ахмедов.

После годового преподавания в сельской школе Кошкар Ахмедов учился на подготовительных курсах при Азербайджанском государственном университете им. С.М. Кирова (ныне БГУ). В 1936 году он поступил на физико-математический факультет отделения «Математика» Азербайджанского государственного университета и в Медицинский институт. (В то время разрешалось получать образование в двух институтах одновременно). В эти дни в родном селе Сёюдлю был настоящий праздник. Первый выходец из села поступил учиться в престижный храм науки. Целый год Кошкар учился в обоих высших учебных заведениях на отлично. Но через год был положен конец традиции получения высшего образования в двух ВУЗах одновременно. Тогда по настоянию педагогов Университета, в частности, член-корреспондента НАН Азербайджана, профессора Максуда Джавадова и академика, профессора Ашрафа Гусейнова, он продолжает своё образование на математическом отделении физико-математического факультета Азербайджанского государственного университета. Ещё с начала студенческих времён, врождённый математический талант молодого Кошкара привлёк внимание педагогов. В течение пяти лет он учился на отлично, на факультете он был удостоен самой высокой стипендии того времени для студентов – стипендии им. И.В. Сталина. Ещё будучи студентом, он имел высокую оценку педагогов за полученные им научные результаты. В этот период на развитие его математического мышления и становление его как будущего учёного математика большое влияние оказали заботливые педагоги – Заид Халилов, Ярослав Лопатинский, Ашраф Гусейнов, Магсуд Джавадов и другие. В 1941 году Кошкар Ахмедов, с отличием окончив физико-математический факультет по специальности математика, был оставлен в аспирантуре университета. Очень интересно, что в то время окончившим вышеназванный факультет присваивалась квалификация научного работника в области математических наук, преподавателя ВУЗа, техникума и учителя средней школы.

Именно поэтому его преподаватели, Заид Халилов, Ашраф Гусейнов и Магсуд Джавадов, рекомендовали ему заниматься научными исследованиями. Они считали, что у Кошкара

достаточно знаний, умений и навыков для проведения научно-исследовательских работ в области математики.

В 1941, в связи с началом Великой Отечественной Войны, 24 летнего Кошкара призвали в ряды Красной Армии. В первые годы войны основным стратегическим планом государства была подготовка за короткий срок высококвалифицированных офицеров, поэтому способную молодёжь посылали в военные академии. Принимая во внимание знания и навыки Кошкара Ахмедова в области математики и физики, его в тот же год отправили в Москву на технические курсы Артиллерийской академии имени Ф.Э. Дзержинского. В 1942 году, окончив на отлично академию, он был отправлен в Тифлисский-Закавказский военный округ, а оттуда в Бакинский гарнизон. В различных воинских частях он был сначала техником, инженером, затем до конца 1945 года служил в звании старшего лейтенанта, капитана, заместителя командира зенитной артиллерии Бакинского гарнизона.

Интересно, что большинство окончивших академию вместе с ним затем продолжили свою военную карьеру и дослужились до генеральского звания. А Кошкар Ахмедов предпочёл военному генеральскому званию звание генерала в науке.

В 1946 году Ахмедов Кошкар демобилизуется из армии, и в тот же год восстанавливается в Азербайджанском государственном университете. Наряду с работой педагога на кафедре «Теория функций и алгебра» он поступает в аспирантуру той же кафедры и начинает исследования по теме «Исследования некоторых нелинейных интегральных уравнений» под научным руководством своего педагога – известного учёного-математика, благородного, гуманного человека – академика Ашрафа Гусейнова. 29-летний Кошкар Ахмедов в октябре 1946 года по приказу ректора университета академика Абдуллы Гараева был назначен заместителем декана, а в сентябре 1947 года - временно исполняющим обязанности декана того же факультета.

Наряду с организационной работой университета и физико-математического факультета он серьёзно занимается научно-исследовательской деятельностью.

Известно, что в начале XX века известный немецкий учёный Адольф Гаммерштейн (1888-1945) и русский ученый, живший в Узбекистане, Николай Назаров (1907-1947), независимо друг от друга в своих работах исследовали определённый класс интегральных уравнений. Они изучили существование и единственность рассматриваемого уравнения с помощью метода неподвижной точки и принципа Шаудера путём наложения определённых условий на ядро уравнения. Кандидатская диссертация Кошкара Ахмедова была посвящена задаче существования и единственности решения более обобщённых нелинейных интегральных уравнений, ядро которых зависит от параметра.

В 1950 году на Учёном совете Азербайджанского государственного университета под научным руководством академика Ашрафа Гусейнова, после защиты кандидатской диссертации на тему «Исследование некоторых нелинейных интегральных уравнений» ему была присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук. В тот же год Кошкар Ахмедов был переведён на должность старшего преподавателя кафедры «Теория функций и алгебра», а в 1951 году – утверждён доцентом.

В 1951 году Кошкар Ахмедов, используя метод вырожденного ядра, доказал существование и единственность решения

$$u(x) + \int_0^1 \sum_{j=0}^n \lambda^j k_j(x, s) f_j(s, u(s)) ds = 0 \quad (1)$$

где функции $k_i(x, s)$ $f_i(s, u)$ удовлетворяют условию Липшица по второму аргументу. Позже с помощью того же метода получил более общие результаты для уравнения

$$u(x) + \int_0^1 \int_0^1 \sum_{i=0}^m \lambda^i k_i(x, t) f_i(t, y, u(y)) dt dy = 0$$

Метод вырожденного ядра был применён им для системы уравнений типа (1).

В 1953 году в статье Кошкар Ахмедова, опубликованной в журнале «Известия» Академии Наук Азербайджанской ССР № 4, исследован метод вырождённых ядер для одного класса уравнений в пространстве L_2 и доказаны соответствующие теоремы о существовании и единственности.

Результаты, полученные Ахмедовым в том же пространстве, но с другими условиями, в дальнейшем были доказаны для нижеследующих уравнений:

$$\begin{aligned} u(x) &= \int_0^1 \int_0^1 \sum_{i=0}^m \lambda^i k_i(x, t) f_i(t, s, u(s)) dt ds, \\ u_i(x) &= \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j k_{ji}(x, s) f_{ji}(t, s, u(s), \dots, u_n(s)) ds, \\ u_i(x) &= \int_0^1 \int_0^1 \sum_{i=0}^m \lambda^i k_{ji}(x, t) f_{ji}(t, s, u(s), \dots, u_n(s)) dt ds, \\ u_j(x) &= \int_0^1 \sum_{i=0}^n \lambda^i k_j(x, s) f_j(s, u(s)) ds + \int_0^1 \int_0^1 \sum_{i=1}^m H^i V_i(t, s) h_i(s, u) ds \end{aligned}$$

Далее, Кошкар Ахмедов, используя метод сжатых отображений, получил аналогичные результаты для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений типа

$$\begin{aligned} u(x) &= \lambda \int_0^1 k(x, s) f[y, u(y), u'(y), \dots, u^{(n)}(y)] dy, \\ u(x) &= \lambda \int_0^1 \Gamma(x, y, u(y), u'(y), \dots, u^{(n)}(y)) dy \end{aligned}$$

Одним из направлений в научных исследованиях профессора Кошкар Ахмедова являлось изучение разрешимости и ветвление нелинейных интегральных и операторных уравнений. Полученный им результат в этой области является первым в Азербайджане.

Позже Кошкар Ахмедов исследовал ветвление решения задачи для более общего уравнения:

$$F(\varphi(x), \lambda) = \int_0^1 k(x, s, \lambda) f[s, \varphi(s), \lambda] ds$$

В 1952 году 35-летний учёный избран на должность декана физико-математического факультета и работает на этой должности до 1955 года.

Обладая феноменальной памятью, Кошкар Ахмедов, будучи деканом, наизусть знал всех студентов факультета: по именам, на каком курсе и как учатся.

Известные учёные того времени оценили его научную работу по математике, как введение в новую фундаментальную область. Таким образом, он утверждается как зрелый математик будущего. Уже в начале пятидесятых годов молодой ученый считался одной из главных фигур университета. В эти годы он неустанно трудился над вопросами развития науки и образования, привлечения студентов к научным и общественным работам, признанием родного университета на Союзном уровне, организацией деятельности деканата факультета.

В 1952 году ему было присвоено учёное звание доцента кафедры «Теория функций и алгебра».

После защиты кандидатской диссертации он успешно продолжил научные исследования. Полученные результаты Кошкар Ахмедовым в этой области, в некотором смысле, подытоживают эти исследования.

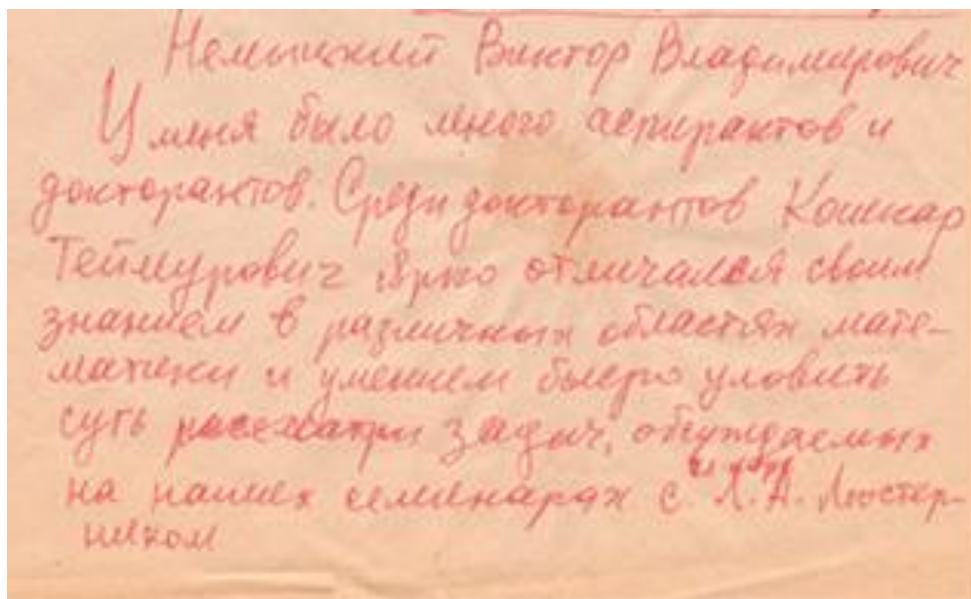
Для продолжения научных исследований и работы над докторской диссертацией Кошкар Ахмедов обращается в ректорат Азербайджанского Государственного Университета и выражает желание ехать в Москву – столицу СССР. В соответствии с правилами того времени руководство университета 20 марта 1953 года обратилось в Министерство высшего и среднего специального образования СССР.

С согласия министра высшего и среднего специального образования В.П. Елютина от 6 августа 1955 года, по приказу ректора университета академика Юсифа Мамедалиева от 25 августа 1955 года, с 1 сентября он был командирован в докторантуру механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова для работы над докторской диссертацией.

В годы учёбы в докторантуре за свои исследовательские умения и высокие человеческие качества он пользовался большим авторитетом у руководства Московского государственного университета, учёных-математиков, в московской научной среде. В течение многих лет азербайджанцы, учившиеся в МГУ, пользовались его авторитетной поддержкой.

В течение пяти лет под руководством известных учёных – профессоров Лазаря Люстерника и Виктора Немыцкого – Кошкар Ахмедовым были получены серьёзные научные результаты.

Ниже представляем рукопись известного русского ученого Виктора Немыцкого о Кошкар Ахмедове:



В результате научных исследований он в 1960 году в возрасте 43 лет на Большом учёном совете Азербайджанского государственного университета под руководством д.ф.-м.н., проф. Л.А. Люстерника и д.ф.-м.н., проф. В.В. Немыцкого защитил докторскую диссертацию на тему «К аналитической теории операторных и операторно-дифференциальных уравнений» и ему была присуждена ученая степень доктора физико-математических наук. Кстати, следует отметить, что на тот период Кошкар Ахмедов был шестым азербайджанцем, защитившим докторскую диссертацию по математике. Среди азербайджанцев, защитивших докторскую диссертацию по математике, первым был Заид Халилов, защитивший в Тифлисе в 1946 году, вторым доктором наук был Ибрагим Ибрагимов, защитивший в 1947 году в Институте математики им. В.А. Стеклова в Москве, третьим доктором наук был Ашраф Гусейнов, защитивший в 1948 году в Московском государственном университете, четвёртым доктором наук был Максуд Джавадов, защитивший в 1957 году в Казане и пятым доктором наук был Меджид Расулов, защитивший в 1959 году в Институте математики им. В.А. Стеклова в Москве.

Докторская диссертация Кошкара Ахмедова посвящена операторным уравнениям, в правые части которых входят аналитические операторы от точки комплексного числового пространства и точки некоторого Банахова пространства. Однако, в отличие от многочисленных работ, касающихся дифференциальных уравнений вида

$$\frac{du}{dt} = f(t, u),$$

он исследовал неявные дифференциальные уравнения вида

$$F\left(t, u, \frac{du}{dt}\right) = 0.$$

Полученные Ахмедовым общие результаты были применены к интегральным уравнениям типа Гаммерштейна, к конечным и бесконечным системам нелинейных интегральных уравнений, к нелинейным интегральным уравнениям с ядрами, аналитически зависящими от

параметра, к уравнениям типа Ляпунова-Лихтенштейна, а также к задачам Коши для интегро-дифференциального уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \int_0^1 K(t, x, s, u(s)) \frac{du}{ds} ds + f(t, x, u(x))$$

и для интегро-дифференциального уравнения типа Ляпунова-Шмидта

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \dots \int_0^1 K_n(x, t_1, \dots, t_n, t) \varphi(t_1) \dots \varphi(t_{n-1}) \frac{d\varphi(t_n)}{dt} dt_1 \times dt_2 \dots dt_n + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \dots \int_0^1 H_n(x, t_1, \dots, t_n, t) \varphi(t_1) \varphi(t_2) \dots \varphi(t_n) dt_1 \dots dt_n \end{aligned}$$

Диссертация Кошкар Ахмедова была высоко оценена такими ведущими математиками страны, как Л.А. Люстерник, Б.Б. Немыцкий, М.А. Красносельский, В.А. Треногин, М.М. Вайнберг, и Я.Б. Лопатинский и др.

Задачи, исследованные в этой работе, впоследствии, легли в основу интересных научных результатов ряда математиков. После защиты докторской диссертации Кошкар Ахмедов ещё более продуктивно продолжая научные исследования, занимается применением результатов, полученных в докторской диссертации, к практическим задачам. В 1960 году после успешной защиты докторской диссертации Кошкар Ахмедов приглашают читать лекции в ВУЗах Средней Азии и Северного Кавказа. Однако, привязанный всем сердцем к своему родному краю, он отдаёт предпочтение работе в Азербайджанском государственном университете, на возглавляемой им кафедре дифференциальных и интегральных уравнений. Вместе с тем он, продолжал поддерживать отношения с учеными из Казахстана, Узбекистана, Туркмении, Таджикистана, республик Северного Кавказа.

Кошкар Ахмедов был первым Азербайджанским ученым, который создал дружеские связи между Азербайджанским и Самаркандским государственными университетами. Самаркандским математикам хорошо было известно, что в Азербайджане широко представлено исследование линейных и нелинейных интегральных уравнений. Полученные в Азербайджане в этом направлении научные результаты принадлежат Кошкару Ахмедову. Используя в своих исследованиях аналитические методы, он решил важные задачи этой теории. Метод, применённый Ахмедовым для квазилинейных операторных уравнений при решении задачи Коши и для поставленных смешанных задач общих классов интегрально-дифференциальных уравнений.

Он подготовил 8 кандидатов наук из выпускников Самаркандского университета. Трое из них занимали должности заведующих кафедр в различных институтах Самарканда. Аспиранты, работающие под научным руководством Ахмедова, были командированы из различных городов страны (Хабаровск, Махачкала, Гянджа, Самарканд, Черкассы, Ленинабад, Душанбе, Ташкент, Фрунзе и т.д.).

В 1961 году ему было присвоено учёное звание профессора по кафедре «Дифференциальные и интегральные уравнения».

29 июня 1959 года Кошкар Ахмедов единогласно был избран заведующим кафедрой дифференциальных и интегральных уравнений Азербайджанского государственного универ-

ситета им. С.М. Кирова и до конца жизни был бессменным его руководителем. В эти годы Кошкар Ахмедов читал лекции по общему курсу обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными и по функциональному анализу, читал спецкурсы по математической теории оптимального управления. Следует отметить, что основная часть используемой в то время литературы была на русском языке, а многие студенты не владели знанием русского языка. Зная это, Кошкар Ахмедов, с присущим ему лекторским дарованием, прекрасно читал лекции простым языком и в доступной форме.

В годы работы в Азербайджанском государственном университете Кошкар Ахмедов принимал активное участие в работе не только физико-математического и механико-математического факультетов, но в целом в общественно-политической жизни всего университета. В 1963-1964 гг. он работал секретарём партийной организации Азербайджанского государственного университета.

Он своей доброжелательностью, отношением к молодёжи, особым вниманием и заботой к малоимущим семьям был примером для всех.

Кошкар Ахмедов был большой личностью, получавшей удовольствие от общения с людьми, помощи им и непосредственного участия в их жизни. Поэтому вокруг него можно было видеть людей разных профессий.

В 1967 году отмечался 50-летний юбилей Кошкара Ахмедова, на котором принимали участие многие известные учёные бывшего СССР.

В 1968 году Кошкар Ахмедов был зачислен на общественных началах на должность руководителя Вычислительного центра отдела «Математическая теория процессов управления» Азербайджанского государственного университета, в 1969 году – на должность директора Вычислительного центра.

Наряду с работой в Азербайджанском государственном университете, Кошкар Ахмедов в разное время читал лекции по различным областям математики в Кировобадском государственном педагогическом институте, Азербайджанском государственном педагогическом институте им. В.И. Ленина, в Институте народного хозяйства, в Самаркандском государственном университете и тем самым внёс ценный вклад в развитие науки и образования этих учреждений.

Кошкар Ахмедов был членом: Московского общества «Математика»; Методического совета Министерства высшего образования СССР; Большого Учёного Совета Азербайджанского государственного университета; редакционной коллегии журнала «Научные труды» отделения «Математика и механика» АН Азербайджана; Учёного совета Вычислительного центра Азербайджанского государственного университета и Азербайджанского педагогического института им. В.И. Ленина.

4 июня 1970 года Кошкар Ахмедов второй раз был избран деканом механико-математического факультета, а в 1969 году – членом - корреспондентом НАН Азербайджана.

Член-корреспондент Академии Наук Азербайджана, профессор Кошкар Ахмедов является основателем школы математической теории оптимального управления в Азербайджане. Именно под его непосредственным руководством в начале 60-х годов XX века на кафедре "Дифференциальные и интегральные уравнения" Бакинского государственного университета

начал функционировать научный семинар «Математическая теория оптимального управления».

В 60-70-х годах представители школы, возглавляемый профессором Кошкар Ахмедовым, внесли весомый вклад в математическую теорию оптимального управления.

В те годы активными участниками семинара по математической теории оптимального управления под руководством Кошкара Ахмедова были Казым Гасанов, Мамед Ягубов, Мургузали Алиев, Аладдин Шамилов, Сейидали Ахиев, Мисир Марданов, Акпер Мамедов, Тельман Меликов и др. В конце 60-х и начале 70-х годов в научных журналах появились первые результаты участников семинара, посвященные установлению аналога принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления обыкновенными динамическими системами, в системах запаздываниями и системами Гурса-Дарбу.

В 1972-ом году в Азербайджане, по инициативе Кошкара Ахмедова, в Бакинском государственном университете была проведена Первая Всесоюзная конференция «Оптимальное управление», в которой участвовали крупные специалисты по теории оптимального управления бывшего СССР: А.И. Егоров, В.Ф. Кротов, Ф.М. Кириллова, В.Г. Болтянский, Т.К. Сиразетдинов, Ф.П. Васильев и др.

За последние 50 лет научное наследие профессора Кошкара Ахмедова успешно продолжается азербайджанскими математиками, которыми защищены более 20 докторских и 100 кандидатских диссертаций.

Известный как крупный специалист в области дифференциальных и интегральных уравнений, математической теории оптимального управления, Кошкар Ахмедов был автором более 70 научных трудов и одной книги на азербайджанском языке «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

Неоценимы его заслуги в деле подготовки научных и педагогических кадров. Под его руководством было подготовлено более 60 кандидатов наук. Он оппонировал более 40 докторских и кандидатских диссертаций.

На протяжении многих лет Кошкар Ахмедов вел научную деятельность, руководя различными научными семинарами. В результате научных дебатов, которые проходили на этих семинарах, группа аспирантов, работающих под научным руководством Кошкара Ахмедова, получала новые научные результаты, защищала кандидатские и докторские диссертации, занимая научные и административные должности, как в республике, так и за её пределами.

Не по годам мудрый, достигший ценных научных и педагогических успехов, Кошкар Теймур оглы Ахмедов скончался 10 февраля 1975 года и был похоронен в Аллее Почётного захоронения.

Все, кто его слушал, признают неоспоримым тот факт, что Кошкар Ахмедов один из лучших лекторов. Кошкар Теймур оглы Ахмедов – один из самых ярких представителей Азербайджанской математической школы. Воздействие его яркой личности на математическое образование, на жизнь не только механико-математического факультета, но и всего Бакинского государственного университета будет ещё долго ощущаться. Он оставил яркий след в памяти всех, кто его знал.

Список литературных источников

1. Математика в СССР за 40 лет (1917-1957). Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1959.
2. Гусейнов А.И., Агаев Г.Н. Истории развития математических исследований в Азербайджане. Известия Академии Наук Азербайджанской ССР, Серия физико-технических и математических наук, 1964.
3. Халилов З.И. Развитие математических наук в Азербайджане. Известия Академии Наук Азербайджанской ССР, № 4, 1950.
4. Мəmmədov O.İ., Riyaziyyat Elminin Yaradıcıları Haqqında, Bakı, "Maarif" Nəşriyyatı, 1991, s. 112.
5. Асланов Р.М., Самойлик Е.Н., Соловьёва О.В. Знаменитые математики, Историко-математические очерки. В трёх томах. Том.3. Калуга, Издательство «Эйдос», 2012.
6. Марданов М.Дж., Асланов Р.М. Предшественники современной математики Азербайджана, Историко-математические очерки. Москва, Издательство «Прометей», 2016. 512 с.

SCIENTIFIC HERITAGE OF KOSHKAR TEYMUR OGLU AKHMEDOV IN DEVELOPMENT OF MODERN MATHEMATICS OF AZERBAIJAN. (TO THE 100 – THE ANNIVERSARY). (25.10.1917 – 10.02.1975)

M.J. Mardanov Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor misirmardanov@yahoo.com Baku	Director of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Head of the department «Optimal management» (Baku, Azerbaijan)
R.M. Aslanov Dr. Sci. (Pedagogy), professor r_aslanov@list.ru Baku	Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan)
T.Kh. Gasanova Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor q.tamilla@gmail.com Baku	Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan)

Abstract. Brief autobiography of K.T. Akhmedov, his scientific heritage and role in development of modern mathematics of Azerbaijan.

Keywords: biography, differential equations, optimal control.

Reference

1. Matematika v SSSR za 40 let (1917-1957) [Mathematics in the USSR for 40 years (1917-1957)] Gosudarstvenny`e izdatel`stvo fiziko-matematicheskoi` literatury`, Moskva, 1959.
2. Gusei`nov A.I., Agaev G.N. (1964) Istorii razvitiia matematicheskikh issledovani` v Azerbai`dzhane [The history of development of mathematical research in Azerbaijan] Izvestiia Akademii Nauk Azerbai`dzhanskoi` SSR, Seriya fiziko-tekhnicheskikh i matematicheskikh nauk, 1964.
3. Halilov Z.I. (1950) Razvitie matematicheskikh nauk v Azerbai`dzhane [Development of the mathematical sciences in Azerbaijan] Izvestiia Akademii Nauk Azerbai`dzhanskoi` SSR, № 4, 1950.
4. Məmmədov O.İ., Riyaziyyat Elminin Yaradıcıları Haqqında, Bakı, “Maarif” Nəşriyyatı, 1991, s. 112.
5. Aslanov R.M., Samoi`lik E.N., Solov`yova O.V. (2012) Znamenity`e matematiki, Istoriko-matematicheskie ocherki. V tryokh tomakh. Tom.3 [Famous mathematicians, historical and mathematical essays. In three volumes. Vol. 3] Kaluga, Izdatel`stvo «E`i`dos», 2012.
6. Mardanov M. Dzh., Aslanov R.M. (2016) Predshestvenniki sovremennoi` matematiki Azerbai`dzhana, Istoriko-matematicheskie ocherki [Forerunners of modern mathematics of Azerbaijan, mathematical essays] Moskva, Izdatel`stvo «Prometei`», 2016. 512 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Артюхина, Мария Сергеевна	кандидат педагогических наук, доцент, Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (Арзамасский филиал), г. Арзамас marimari07@mail.ru
M.S. Artyukhina	Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor Arzamas Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod marimari07@mail.ru
Асланов, Рамиз Муталлим оглы	доктор педагогических наук, профессор, заведующий отделом «Научно-техническая информация» Института математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку r_aslanov@list.ru
R.M. Aslanov	Dr. Sci. (Pedagogy), professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan) r_aslanov@list.ru
Баротов, Адизжон	кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Самаркандского государственного университета (Узбекистан), г. Самарканд adizjon71@mail.ru
Barotov A.	Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor Samarkand State University, Samarkand adizjon71@mail.ru
Бегматов, Акрам Хасанович	доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета, г. Самарканд akrambegmatov@mail.ru
Begmatov A.H.	Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor, Samarkand State University akrambegmatov@mail.ru
Гасанова, Тамилла Хаверан кызы	к.ф.-м.н., доцент, учёный секретарь Института математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку q.tamilla@gmail.com
T.Kh. Gasanova	Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor, Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan) q.tamilla@gmail.com

Гуляихина, Евгения Сергеевна	к.п.н., доцент кафедры информатики и математики Волгоградского института бизнеса, г. Волгоград gulevgeniya@yandex.ru
E.S. Gulyaikhina	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Volgograd institute of business gulevgeniya@yandex.ru
Елизарова, Екатерина Юрьевна	старший преподаватель, кафедра математики и математического образования Нижегородского государственного педагогического университета им К. Минина elizarova-EU@yandex.ru
E. Y. Elizarova	Senior Lecturer, Nizhny Novgorod state pedagogical University named after Kozma Minin Elizarova-EU@yandex.ru
Икромов, Исроил Акрамович	д.ф.-м.н., профессор, Самаркандский государственный университет ikromov1@rambler.ru
I.A. Ikromov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Samarkand State University ikromov1@rambler.ru
Исакулов, Тулкин Махмуд угли	магистрант 2-го курса, Самаркандский государственный университет ahmad_x@mail.ru
Isakulov T.M.	master 2-year, Samarkand state University ahmad_x@mail.ru
Карасев, Владимир Анатольевич	к.т.н., доцент кафедры математики, Национальный Исследовательский Технологический Университет (МИСиС), г.Москва karasev-v-a@yandex.ru
V.A. Karasev	Cand. Sci (Technics), associate professor, Moscow National Research University of Technology (MISiS) karasev-v-a@yandex.ru
Лёвшина, Галина Дмитриевна	к.ф.м.н., доцент кафедры математики Национального Исследовательского Технологического Университета (МИСиС), г. Москва levshina-g-d@yandex.ru
G. D. Levshina	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Moscow National Research University of Technology (MISiS) levshina-g-d@yandex.ru
Марданов, Мисир Джумаил оглы	д.ф.-м.н., профессор, член-корреспондент Национальной Академии Наук Азербайджана, директор Института математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку misirmardanov@yahoo.com

M.J. Mardanov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Director of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Head of the department «Optimal management» (Baku, Azerbaijan) misirmardanov@yahoo.com
Можарова, Татьяна Николаевна	к.ф.-м.н., доцент, декан физико-математического факультета Орловского государственного университета имени И.С.Тургенева tatjana.mozharova@yandex.ru
T.N. Mozharova	Cand. Sci. (Phys.–Math.), Associate Professor, Orel state University named after I. S. Turgenev tatjana.mozharova@yandex.ru
Очилов, Зарифжон Хусанович	к.ф.-м.н., доцент кафедры дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета zarifjonochilov@mail.ru
Z.H. Ochilov	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Samarkand State University zarifjonochilov@mail.ru
Петрищев, Николай Иванович	студент, институт математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина i12k38ll@gmail.com
<i>Научный руководитель –</i> N.I. Petrishev	<i>Поддаева Н.Г., д.п.н., профессор</i> student, YeletsBunin Yelets State University I12k38ll@gmail.com
<i>Scientific director –</i> Русаков, Александр Александрович	<i>Podaeва N.G., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor</i> к.ф.-м.н., д.п.н., профессор кафедры Высшей математики Московского технологического университета (МИРЭА) vmkafedra@yandex.ru
A.A. Rusakov	Cand. Sci. (Phys.–Math), Dr. Sci. (Pedagogy), professor of department the Higher mathematics of the Moscow technological university (MIREA) vmkafedra@yandex.ru
Солеев, Ахмаджон	д.ф.-м.н., профессор, декан механико- математического факультета Самаркандского государственного университета (Узбекистан) asoleev@yandex.ru
A. Soleev	Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor, Samarkand State University asoleev@yandex.ru
Солеева, Нигина Ахмаджоновна	магистр, Самаркандский государственный университет niginasol@yahoo.com

N.A. Soleeva	master, Samarkand State University niginasol@yahoo.com
Соломатин, Олег Дмитриевич	к.ф.-м.н., профессор, Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева solomatin_od@bk.ru
O. D. Solomatin	Cand. Sci. (Phys.–Math.), professor, Orel State University named after I. S. Turgenev solomatin_od@bk.ru
Тарова, Инна Николаевна	к.п.н., доцент, кафедра прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина inesstarova@rambler.ru
I.N. Tarova	Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor, Bunin Yelets State University inesstarova@rambler.ru
Филиппова, Евгения Михайловна	к.п.н., доцент кафедры физики, методики преподавания физики и математики Волгоградского государственного социально-педагогического университета em_filippova@mail.ru
Е.М. Filippova	Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Volgograd State Socio-Pedagogical University em_filippova@mail.ru
Халхужаев, Ахмад Миясаривич	д.ф.-м.н., доцент, Самаркандский государственный университет ahmad_x@mail.ru
Khalkhuzhaev A.M.	Dr. Sci. (Phys.–Math.), associate professor, Samarkand state University ahmad_x@mail.ru

Научный журнал

CONTINUUM

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск № 2(6) / 2017

Редактор – Н.П. Безногих

Компьютерная верстка и дизайн обложки – М.В. Подаев

Техническое исполнение – В.М. Гришин

Формат А-4 (101 п.л).

Гарнитура Times. Печать трафаретная

Печ.л. 6,3. Уч.-изд.л. 5,8

Тираж 1000 экз. Заказ № 59

Подписано в печать 28.06.17

Дата выхода в свет 29.06.17

Свободная цена

Адрес редакции и издателя:

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

E-mail: tarov1970@rambler.ru

Сайт редколлегии: <http://pmi.elsu.ru>

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии

Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28,1