

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

ТЕХНОЛОГИЯ АДАПТАЦИИ СЛОЖНОГО ЗНАНИЯ К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ

Евгений Иванович Смирнов
д.п.н., профессор
smiei@mail.ru
Ярославль

Ярославский государственный
педагогический университет
им. К.Д. Ушинского

Елена Александровна Зубова
к.п.н., доцент
eazubova@rambler.ru
Тюмень

Тюменский нефтегазовый
университет

Аннотация. В настоящей статье исследуются процессы модернизации математического образования в школе и вузе с проявлением синергетических эффектов на основе выявления и исследования «проблемных зон» освоения сложного знания средствами информационного, компьютерного и математического моделирования. Исследование касается задач освоения обучающимися сложных математических понятий и процедур в контексте реализации дидактических и компьютерных моделей уровневой и поэтапной самоорганизации когнитивных процессов и наглядного моделирования объектов и процедур. При этом реализуются процессы выявления сущности базовых учебных элементов (площадь поверхности, функциональные зависимости, итерационные процессы, численные и асимптотические методы, геометрические преобразования и фигуры и т.п.) на основе наглядного моделирования. Базовым фактором проявления синергетических эффектов является актуализация современных достижений в науке (фрактальная геометрия, теория кодирования, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория распределений Л.Шварца, нелинейная динамика и т.п.) и реализация содержания и структуры адаптации важнейших обобщенных конструкций к наличному состоянию школьных и вузовских математических знаний и компетенций, касающихся анализа и существования возникающей и ассоциированной «проблемной зоны» школьной или вузовской математики. Показана эффективность процессов управления математическим образованием с синергетическим эффектом для развития интеллектуальных операций мышления и повышения качества освоения студентами математических конструктов и процедур в ходе профессиональной предметной подготовки в условиях неопределенности, вариативности и самоорганизации когнитивных процессов.

Ключевые слова: синергия, адаптация сложного знания, спирали фундирования, математическое моделирование, компьютерный дизайн.

Введение. Математическое образование в России и во всем мире претерпевает в последние десятилетия существенные изменения, если не сказать кризисные явления как объективного, так и субъективного характера. Цифровизация школы и вуза объявлена главным трендом российского образования и призвана дать ответы на «взрывное» появление новых компетенций, изменение рынка труда и открытости глобального информационного пространства. В то же время, интеллектуальные операции мышления (понимание, конкретизация, абстрагирование, обобщение, моделирование, аналогия, ассоциации и т.п.), лежащие в основе формирования универсальных учебных действий обучаемых, по разным объективным и субъективным причинам перестали эффективно развиваться в школьном образовании. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния, формирования и развития мотивационной сферы учения, интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций в освоении сложных конструкторов и процедур математики. Эффективные образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструкторов и задают ценностный императив личностного развития. В связи с этим, согласно современным требованиям, они представляют собой открытые, динамично развивающиеся, нелинейные системы и должны включать механизм самоадаптации с эффектом скачкообразного перехода на более высокие уровни реализации образовательного процесса. Развитие образовательных технологий основано на слиянии ведущих педагогических парадигм и применении последних достижений в науке. Реализация процесса повышения качества математического образования в школе и вузе возможна на основе актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке к школьной и вузовской математике. Постиндустриальное общество требует специалистов с высоким уровнем потенциала развития и саморазвития интеллектуальных способностей, духовно-нравственных, аналитических и профессионально-технологических качеств, умеющих самостоятельно оценивать ситуацию и оперативно принимать обоснованные решения в сложных экономических и производственных условиях. Поэтому диалог информационной, гуманитарной, математической и естественнонаучной культур в образовательном пространстве актуализации современных научных знаний активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе и вузе. Эта интегративная основа способствует взаимодействию, взаимовлиянию, взаимообогащению областей знания в системной деятельности. Диалог культур в образовательном пространстве современной научной картины мира формирует у обучающихся целостное представление о природе, обществе, человеке, является фактором развития постнеклассических ценностей, междисциплинарного системного знания. Синергия математического образования в контексте диалога культур и адаптации современных достижений в науке в "режиме обострения" С.П. Курдюмова, будь то инклюзивное (включенное) образование, дистанционное обучение или интегрированные курсы, позволяет создать условия для повышения качества математического образования, учебной и профессиональной мотивации обучающихся с раскрытием их индивидуальных особенностей ("..разворачивая себя к культуре и истории.." Г.Гегель). А также наиболее полно выявлять и использовать коммуникативные возможности, актуализировать проявления творческой самостоятельности в образовательном процессе, формировать и развивать общекультурные и профессиональные компетенции обучаю-

щихся. Тем самым становится достижимым более глубокое и полифункциональное освоение учебных предметов, обогащенных новым качественным содержанием, характеристиками и формами, а также индивидуализация форм и средств педагогической поддержки. Обучение математике в школе и вузе должно происходить в информационно-насыщенной образовательной среде освоения сложного уровневого знания в условиях диалога математической, информационной гуманитарной и естественно-научной культур и интеграции дидактических усилий педагога и ученика в направлении вскрытия сущностей базовых учебных элементов (понятий, теорем, процедур, алгоритмов, идей), выстраивания иерархий сложного знания, методов и средств в когнитивной деятельности, опоры на дидактические правила и закономерности освоения математической деятельности на основе синергетического подхода (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория катастроф, устойчивость динамических систем и нелинейная динамика, теория кодирования и шифрования информации и т.п.). В исследовании [1] был комплексно реализован и обоснован основной тезис инновации синергетического подхода - от исследования современных достижений в науке к повышению качества школьного и вузовского математического образования. Эффективным конструктом оказалось развертывание следующих этапов проявления синергии в математическом образовании в школе и вузе: мотивационный (самоактуализация («мне это интересно»)); ориентировочно-информационной насыщенности (самоопределение ("что я могу сделать")); процессуально-деятельностный (самоорганизация («я способен управлять процессом»)); контрольно-коррекционный (оценка эмпирической верификации результатов); обобщающе-преобразующий (саморазвитие личности («я могу сделать что-то новое»)); при этом осуществлены отбор, обоснование и разработка психодиагностических методик и оценочных процедур выявления и технологий реализации синергетических эффектов в обучении математике. Проявилась необходимость разработки среды дистанционного обучения математическим дисциплинам студентов педагогических и инженерных направлений подготовки, а также комплекс онлайн-курсов и дистанционных сред; разработано обеспечение ИКТ средств поддержки (в том числе, математического пакета компьютерной алгебры Mathematica) в решении сложных задач в обучении математике школьников и студентов [2]; была разработана технология «тетрады» в исследовательской деятельности школьников и студентов [3]: особенность здесь состоит в том, что обучающимся предстоит выполнять четыре вида творческой деятельности: а) творческая математическая деятельность; б) построение фрактальных множеств с разработкой алгоритмов и языков программирования высокого уровня; в) выполнение лабораторных работ по математике с проведением компьютерных экспериментов; г) изучение творческих биографий ученых и создание художественных композиций с помощью фракталов и ИКТ.

Все полученные результаты характеризуют проявление синергии математического образования в школе и вузе на основе адаптации современных достижений в науке, в основном, в формах интегративных и элективных курсов, проектной деятельности, лабораторно-расчетных и ресурсных занятий. Важнейшим фактором повышения эффективности математического образования является возможность реализации условий развития личности на основе адаптации современных достижений в науке к школьному и вузовскому обучению математике: информационной насыщенности мотивационного поля учения (в том числе, процессов цифровизации школы и вуза), множественности постановки целей и поиска бифуркационных переходов в математической деятельности, флуктуационного разнообразия параметризации и интеграции математических, информационных, естественнонаучных и гуманитарных знаний в

построении математических результатов в форме аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных преобразований на основе математического и компьютерного моделирования (в том числе, использование возможностей использования нейронных сетей и интеллектуальных систем), диалога культур и сетевого взаимодействия на единых информационных платформах исследовательской деятельности с учетом стохастичности процессов и обобщенности результатов, постановки эксперимента в математике и проявления синергетических эффектов развития личности в условиях продвижения к пониманию сущности математических объектов и процедур в ходе функционирования насыщенной информационно-образовательной среды.

Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.). При этом возможность адаптации современных достижений в науке к школьной математике и компьютерного интерактивного взаимодействия с учебным предметом усиливает развивающий эффект и повышает учебную и профессиональную мотивацию, выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания. Обучающийся уже сейчас должен знакомиться с нелинейным стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки - Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца и т.п.

Ведущая идея такова: ключевым аспектом феномена проявления синергетических эффектов в обучении математике сложного знания на основе адаптации современных достижений в науке является возможность актуализации этапов и исследования характеристик освоения сущности сложных математических знаний, явлений и процедур, создания условий для коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации содержания, процессов и взаимодействий (аттракторы, точки бифуркации, бассейны притяжения, итерационные процедуры и т.п.) в ходе освоения «проблемных зон» математики. Тем самым, настоящее исследование представляет собой попытку разработки технологии адаптации современных достижений в науке к обучению вузовской математике на основе компьютерного моделирования и дизайна, наглядного и математического моделирования сложного знания в «проблемных зонах» математического образования с проявлением синергетических эффектов и выявления новых побочных продуктов исследования на основе самоорганизации когнитивной деятельности. Тем самым наметились перспективы адекватного ответа на современные вызовы и противоречия в математическом образовании, отвечающие потребностям развития современного производства и технологий, информационных, естественных и гуманитарных наук, личностного развития и математико-информационной компетентности каждого обучающегося, понимания современной естественнонаучной картины мира в XXI веке на базе развертывания и реализации синергетической парадигмы в математическом образовании в школе и вузе на основе адаптации и освоения сложного знания.

МЕТОДОЛОГИЯ, МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Современные реалии жизни, новых технологических укладов, необходимость эффективного развития креативности, критичности, нелинейного мышления у обучающихся ставит проблемы отражения в математическом образовании в школе и вузе проявлений синергии не только на уровне фрагментарного исследования результатов адаптации современных достижений в науке, но и на уровне реализации синергетической парадигмы в освоении содержания математического образования в школе и вузе, направленной на интеграцию науки и образования с эффектом развития нелинейного мышления обучающихся и повышения качества образовательных результатов. Последние десятилетия целый ряд ведущих ученых мира обращали внимание на необходимость пересмотра образовательных парадигм в направлении реализации синергетической парадигмы или парадигмы самоорганизации (Т.Кун, М.С.Каган, М.Бахтин, Э.Морен, В.Б.Буданов, В.С.Степин, Е.Н.Князева, Г.Г.Малинецкий, Б.Мандельброт, С.П.Курдюмов и др.). Научная проблема: каковы концепция, принципы, содержание характеристик, технологии, средства, формы и педагогические условия освоения сложного знания и реализации синергетической парадигмы математического образования в школе и вузе в контексте адаптации современных достижений науки к эффективному обучению математике, способствующие развитию нелинейного мышления, креативности и критичности личности и ее активному участию в жизнедеятельности общества?

Исследование проблемы и реализация адекватной технологии связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде. Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе при этом огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности в проектной деятельности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур. ***Синергия математического образования** при этом будет рассматриваться нами как симбиоз и качественное изменение нелинейных эффектов самоорганизации и саморазвития личности в ходе освоения математической деятельности в условиях управления сложными стохастическими процессами на основе согласования разных факторов и начал в трех контекстах: содержательном (семиотическом), процессуальном (имитационном) и социально-адаптационном [4].* Последние аспекты особенно важны в педагогических системах ввиду возможности установления дополнительных горизонтальных связей на основе диалога культур и реализации контекстного подхода А.А. Вербицкого [5]. Синергия математического образования характеризуется при этом наличием *внутренних атрибутов (механизмов)* самоорганизации и параметров порядка, которые формируют успешность функционирования образовательной системы на все новых усложняющихся уровнях. При этом дидактические процессы приобретают новое качество: естественнонаучные знания обогащаются гуманитарным аспектом, гуманитарные знания приобретают научную основу обоснования сущности использованием естественнонаучного и математического аппарата и методов.

Важным контекстом является постановка *внешних факторов воздействия* в виде множественности целеполагания, выстраивания этапов и иерархий знаково-символической и образно-геометрической деятельности в направлении фундирования сущности математических объектов и процедур [6], поиска и анализа побочных решений с использованием информационных технологий, выявления бифуркационных

переходов и бассейнов притяжения в исследуемых процессах на основе вариативности и параметризации, обеспечение когерентности информационных потоков в появлении новой продукта на основе диалога культур (в том числе, в условиях сетевого взаимодействия). В работе [7] выявлены и охарактеризованы все этапы проявления синергии математического образования: подготовительный, содержательно-технологический, оценочно-коррекционный и обобщающе-преобразующий.

Ученые философы, педагоги и психологи (И.Кант, Г.В.Гегель, И.Пригожин, С.П.Курдюмов, Г.Хакен, К.Майнцер, В.В.Орлов, А.Н.Подъяков, В.С.Степин, И.С.Утробин, Х..Альвен, Т.С.Васильева и др.) убедительно показали, что эффективное развитие личности происходит при освоении сложного знания (разных уровней его сложности в зависимости от личностного развития обучающихся, включая инклюзивное образование), создания ситуаций преодоления трудностей в процессе освоения знаний и единой картины мира на основе высокой степени развертывания учебной и профессиональной мотивации обучающихся в единой сети взаимодействий, самостоятельности и когерентности. В познании сложного сам процесс познания «становится коммуникацией, петлей между познанием (феноменом, объектом) и познанием этого познания» (Э. Морен).

Вместе с А.Н. Подъяковым [8] отметим следующие особенности в решении сложных задач в математическом образовании:

- в поведении и развитии комплексной динамической системы, такой как математическое образование, всегда есть доля неопределенности и непредсказуемости; она требует множества разнообразных описаний и решений как в содержании, так и в когнитивных процессах, отличающихся друг от друга и дополняющих друг друга; не менее эффективными орудиями являются при этом понятия нестрогие и нечеткие, построенные на основе эмпирических, а не теоретических обобщений, исследование которых невозможно без использования компьютерного и математического моделирования;
- комплексная система освоения учебных элементов характеризуется изменениями не только на уровне конкретных проявлений, но и на уровне своей сущности (обобщенных конструкторов), наиболее значимой для актуализации процессов понимания и наличия развивающих эффектов самоорганизации. В сложных образовательных системах эффективные правила (фундирующие модусы (Е.И.Смирнов [9]) поэтапного развертывания сущности могут быть выделены (в том числе методом обратных задач теории самоорганизации (Г.Г. Малинецкий, [10])), но они будут с неизбежностью достаточно вариативны по типам самоорганизации на основе реализации наглядного моделирования (Е.И.Смирнов [11]) и принципиально зависимы от контекста;
- теоретические модели сколь угодно высокого уровня принципиально ограничены. Для эффективного исследования сложных динамических систем необходимы разнообразные поисковые пробы (экспериментальные срезы, сравнительный анализ конкретных проявлений, компьютерное моделирование, аналогии, анализ через синтез (S.L. Rubinstein [12]) и т.п.) – реальные взаимодействия с системой, а не только теоретическая деятельность с ее абстрактными моделями;
- при исследовании сложной системы необходима вариативность целеполагания – постановка разнообразных, разнотипных и разноуровневых целей (множественное целеполагание), которые могут конкурировать между собой. Одним из основных эмоциональных состояний человека при исследовании сложных систем в математическом образовании является неуверенность, сомнение, готовность принять двоякие (на основе прогноза и случайные) результаты действий, и т.д.;

- результаты деятельности человека со сложной системой содержания и методов математического образования, результаты взаимодействия с ней не могут быть предсказаны полностью, исчерпывающим образом. Возможны только вероятно гарантированные результаты образования. Причем наряду с прямыми, прогнозируемыми результатами образования образуются разнообразные побочные, непредсказуемые продукты личностного развития и математической деятельности как в школе, так и в вузе.

Выделим следующие *системно - генетические контексты проявления синергии* в математическом образовании в вузе (ср. А.А.Вербицкий [5]).

1. Процессуальные контексты. Базовым понятием представленной концепции адаптации современных достижений в науке является принцип и технология фундирования опыта личности (Э. Гуссерль, В.Д. Шадриковым - Е.И. Смирновым [13] и др.). Поэтому концепция фундирования процесса становления личности выступает как эффективный механизм преодоления профессиональных кризисов становления специалиста и актуализации интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и школой. *Адаптационные процессы* рассматриваются учеными психологами и педагогами как динамический комплекс интегрального взаимодействия внутренних результатов (системы знаний, умений, установок, компетенций, ценностей) и адекватных механизмов приспособления личности к изменениям внешней среды и результатам деятельности с развивающим эффектом (А.А. Реан [14], Ю.И. Толстых [15], С.И. Сороко [16] и др.). В соответствии с С.Н. Дворяткиной и С.А. Розановой [17] таковыми могут быть синергетические эффекты реализации адаптационных процессов: когнитивный, мотивационный, профессиональный, креативный, социально-экономический и духовно-нравственный. Процессы создания *мотивационного поля* для исследования сложных математических конструкторов требуют компьютерного дизайна и наглядного моделирования современных достижений в науке (странный аттрактор Лоренца, нечеткие множества и fuzzy-logic, губка Менгера, сценарий Ферхюльста и т.п.). *Выстраивание иерархий* в разворачивании сущности обобщенного конструктора «проблемной зоны» на основе *параметризации и абстрагирования*, поиска *точек бифуркации и бассейнов притяжения* средствами построения итерационных процессов на основе информационно-технологической поддержки создают механизмы адаптации сложного знания к школьной и вузовской математике.

2. Содержательный контекст проявления синергии в математической деятельности как раз и является тем сензитивным механизмом, который позволит актуализировать *факторы успешности* решения творческих задач на основе исследовательской активности и самоорганизации обучающихся. Поэтому основным средством проявления синергии математического образования и механизмом формирования исследовательского поведения школьников в процессе обучения математике мы считаем разработку и внедрение в учебный процесс *исследовательских практико-ориентированных сложных задач в «проблемных зонах» в форме комплекса многоэтапных математико-информационных заданий* (М.Клякля, В.С.Секованов, Е.И.Смирнов и др.). Исследовательская деятельность обучающихся реализуется в специально организованной среде (например, ресурсных занятий [18]) на фоне роста мотивов самоактуализации и самоорганизации, выявления приоритета ценностных ориентаций в математической деятельности. Немаловажным фактором содержательного контекста проявления синергии математического образования является *продуктивная деятельность по исследованию новых математических свойств и характеристик обобщенных конструкторов самоорганизации*: фрактальных объектов, математи-

ческих моделей неустойчивости решений нелинейных динамических систем, средств кодирования и шифрования, клеточных автоматов, нечетких множеств и fuzzy logic, компьютерного моделирования многогранных поверхностей цилиндра Шварца, стохастических структур на странных аттракторах и т.п. (В.С.Секованов, Е.И.Смирнов, С.Н.Дворяткина, Е.И.Смирнов, А.Д.Уваров).

3. Личностно - адаптационный и социальный контекст проявления синергии математического образования. Взаимодействие человека с миром и людьми активизирует его внутренние потенциалы, что выступает основой его самопознания, саморегуляции и самоактуализации, обеспечивая тем самым его личностное саморазвитие. В связи с этим, особое внимание нами уделено рассмотрению проблем организации группового взаимодействия обучающихся, являющегося важнейшим источником их самоактуализации и развития, стимулом для творческой активности и дальнейшего личностного роста. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности к обобщенному потенциальному ее развитию в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. *Личностно-адаптационный компонент* связан с выраженностью характеристик и качеств личностного развития и адаптации обучающегося в процессе освоения современного научного знания в направлении самоактуализации («мне это интересно»), самоопределения («что я могу сделать»), самоорганизации («я способен управлять процессом»), саморазвития («я могу сделать что-то новое»)[19].

Технология проявления синергии в исследовании «проблемных зон» математического образования

Отметим, что ориентиром для проектирования технологии адаптации сложного знания в процессе обучения математике будет для нас исследование и инструментарий технологических карт В.М.Монахова [20], которые «...представляются тремя инструментальными составляющими: первая – диагностика (то, что будет диагностироваться); вторая – дозирование (то, что обеспечивает вероятностную гарантированность предстоящей когнитивной деятельности на базе успешной диагностики); третья составляющая – это система коррекционной профилактики...»¹.

Нам представляется следующая коррекция последовательности введения инструментальных составляющих технологической карты развертывания этапов адаптации сложного знания:

- ✓ диагностика синергетических эффектов и наличного состояния личностных смыслов и предпочтений в способах освоения математического содержания;
- ✓ определение критериев отбора, объема, структуры и содержания «проблемных зон» в освоении математического знания, обладающих потенциалом сложности и возможностями проявления синергии в обучении математике;
- ✓ исследование образцов научных проблем (на эталонном и ситуативном уровнях) с проявлением синергии сложного знания средствами математики на основе реализации ИКТ-средств поддержки математического образования;
- ✓ актуализация атрибутов и параметров проявления синергии научной проблемы («проблемной зоны» математического образования) с детализацией, анализом, особенностями и этапами;

¹ Монахов В.М., Тихомиров С.А. Системный подход к методическому раскрытию прогностического потенциала образовательных стандартов // Ярославский педагогический вестник. – 2016. – №6. – С.117-126.

- ✓ актуализация, обобщение и оценка математических, информационных, гуманитарных и естественнонаучных знаний и методов в процессуальном периоде исследования «проблемной зоны» в контексте интеграции, этапности и вариативности проявлений.

Технология выявления и исследования «зон современных достижений в науке (проблемных зон), адаптации их применительно к обучению математике позволяет проектировать и реализовывать этапы адаптации современных достижений в науке к наличному состоянию опыта математической деятельности школьников, позволяет интегрировать знания из различных областей наук в контексте освоения сложного знания. Выделим ряд **технологических этапов развертывания фундирующих процедур в процессах адаптации сложного знания** к школьной и вузовской математике с проявлением синергетических эффектов и отражения *феноменологического типа моделирования сущности* обобщенного конструкта:

1. **Освоение эталонов и образцов феноменологии наглядного моделирования обобщенного конструкта и результатов диагностических процедур** конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта;
2. **Создание мотивационное поля в освоении обобщенного конструкта:** наглядное моделирование (*уроки-лекции, видео - клипы, проектная деятельность, презентации, деловые игры*) мотивационно - прикладных ситуаций различного толкования эталонов и образцов проявления синергии ;
3. **Задачи** для актуализации развертывания *индивидуальных образовательных траекторий для малых групп студентов* (определение состава и направленности малых групп, распределение ролей, выбор и актуализация практико-ориентированной исследовательской деятельности по этапам фундирования и адаптации обобщенного конструкта:
4. **Множественное целеполагание** процессов исследования обобщенного конструкта «проблемной зоны»:
5. **Готовность к дискуссиям и множественности решений** проблемы; выявление критериев отбора, постановки и поиска решения исследовательских практико-ориентированных задач на основе диагностической информации, систематизированных в форме фундирующих комплексов;
6. **Создание творческой среды** в процессе освоения сущности обобщенного конструкта (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах и диалог культур; толерантность к неопределенности и развитие дивергентного мышления; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); сбор и разнообразие форм и методов представления информации; освоение статистических пакетов и офисных редакторов, систем компьютерной алгебры и Web- поддержки;
7. Умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур. **Эффективный диалог математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур** на основе компьютерного и математического моделирования компонентов и этапов адаптации обобщенного конструкта «зоны современных достижений в науке» в вузовской математике;
8. **Актуализация атрибутов синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения)** в процессе исследования обобщенного конструкта, фундирования; выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и «побочные продукты» исследования.

Синергетический эффект исследования многогранных поверхностей цилиндра Шварца

Пример 1. Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур. При этом необходимо проектировать приемы и способы отражения и исследования технологических параметров обобщенного конструкта на фоне функционирования системы адаптации и получения новых результатов: в нашем случае обобщенный конструкт научного знания – *понятие площади поверхности* косвенно актуализируется через компьютерное и математическое моделирование процессов исследования «площади» боковой поверхности цилиндра Шварца [21-22].

Множественное целеполагание процессов актуализации понятия площади поверхности приемами исследования «площади» цилиндра Шварца (содержательный аспект): патологические свойства «площади» боковой поверхности цилиндра хорошо изучены в так называемом «регулярном» случае (см. например [23]). Это происходит тогда, когда его высота H разбивается на m равных частей (соответственно – слоев цилиндра), а окружность лежащая в основании делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$. При такой триангуляции боковой по-

верхности цилиндра, формула для вычисления ее «площади», посредством получившихся многогранников при $m, n \rightarrow \infty$ имеет вид:

$$S_q = 2\pi R \sqrt{R^2 \frac{\pi^4}{4} q^2 + H^2}, \text{ где: } q = \lim_{m, n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2}. \quad (1)$$

Таким образом, «площадь» боковой поверхности S_q регулярного цилиндра Шварца высоты H и радиуса R (если данный предел существует – конечный или бесконечный) полностью определяется пределом (1). При этом ввиду независимого характера стремления $m, n \rightarrow \infty$ результат предельного процесса становится слабо прогнозируемым, многозначным, с отсутствием закономерностей в хаотическом разветвлении фрактальных структур многогранников. Б.Мандельброт [22] показал, что при $m = n^k$ площадь многогранной поверхности растет как n^k ($k \neq 2$). Возникают иерархии вопросов, связанных с исследованием многогранных поверхностей цилиндра Шварца и решаемых средствами компьютерного и математического моделирования исследовательской деятельности в малых группах школьников в дистанционной среде или в форме исследования многоэтапных математико-информационных заданий. Подобные исследования, проведенные студентами на ресурсных или лабораторно-расчетных занятиях, при выполнении многоэтапных математико-информационных заданий, в ходе проектной деятельности или сетевого взаимодействия развивают интеллектуальные операции мышления, повышают учебную мотивацию и качество освоения математических действий.

Рассмотрим окружность с центром в точке A и радиусом $g_1 = 1$. В окружность вписан правильный шестиугольник и проведен радиус AT так, что AT пересекает сторону шестиугольника в точке U . Предположим, что точка T движется по окружности. При этом поставим в соответствие центральному углу $c_1 = \alpha$ длину отрезка UT ,

получим функцию $f(\alpha)$. Введенная функция является ограниченной и периодической, а именно $0 \leq f(\alpha) \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ и период $T = \frac{\pi}{6}$. Функцию $f(\alpha)$ можно определить явным образом.:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin(120^\circ - (\alpha - [\frac{\alpha}{60^\circ}] \cdot 60^\circ))}. \quad (2)$$

Несложно определить функцию $f_n(\alpha)$, подобную функции из формулы (2) в случае, когда в окружность вписан произвольный правильный n -угольник. Действительно, обозначим через $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$ центральный угол вписанного n -угольника, тогда $f_n(\alpha)$ примет вид:

$$f_n(\alpha) = 1 - \frac{\sin(90^\circ - \frac{\varphi}{2})}{\sin(90^\circ + \frac{\varphi}{2} - (\alpha - [\frac{\alpha}{\varphi}] \cdot \varphi))}. \quad (3)$$

Определим следующую функцию $g(\alpha)$ как функциональный ряд:

$$g(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{k \cup n}(\alpha), \quad (4)$$

где функции $f_{k \cup n}(\alpha)$ определяются формулой (3). Легко видеть, что график функции $g(\alpha)$ имеет фрактальную структуру, наподобие графика функции Ван Дер Вардена [19]. Теперь рассмотрим слой цилиндра Шварца, пересеченный плоскостью ортогональной его оси. Возникает естественная задача. Пусть задан цилиндр Шварца высоты $H = 1$ и радиуса $R = 1$. При этом его верхнее основание разбивается на n равных частей, а высота на t равных частей. Проведем сечение перпендикулярное оси цилиндра через произвольную точку x на ней. Если n стремится к бесконечности, а t фиксировано, то какой вид будет иметь функция $g(\alpha)$, определенная в формуле (4)?

Если предположить, что в формуле (4) переменные α и ε независимы, то на ряд, определяемый этой формулой, можно смотреть как на функцию двух переменных $s(\alpha, x)$. Графиком этой функции будет поверхность («Кубок Шварца»). На следующем рисунке изображена часть поверхности $z = s(\alpha, x)$, при этом $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ и $0 \leq x \leq \frac{1}{30}$. Полагаем, что высота одного слоя цилиндра Шварца равна $\frac{1}{30}$ (для наглядности поверхность изображена в цилиндрической системе координат). На последнем рисунке линии уровня, изображенные желтым цветом, соответствуют графикам функции $g(\alpha)$ в полярной системе координат при $k = 0, k = \frac{1}{3}, k = \frac{2}{3}, k = 1$.

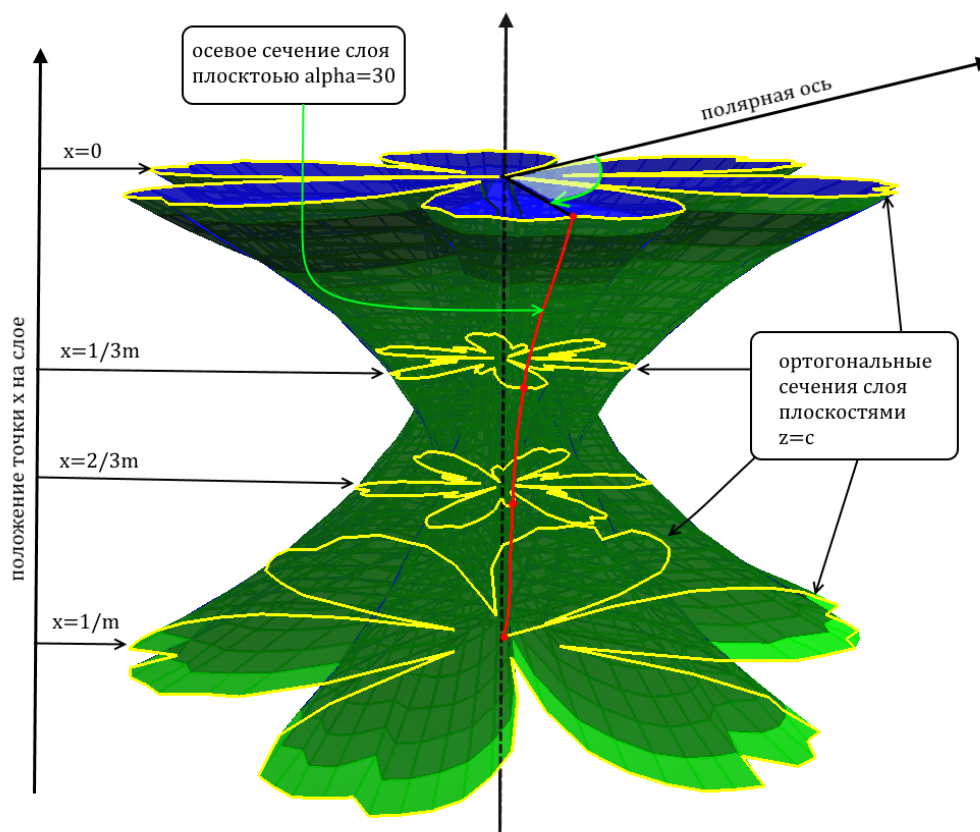


Рис.1. «Кубок Шварца» как фрактальная поверхность

Аналогично могут быть исследованы другие «зоны современных достижений в науке»: элементы фрактальной геометрии, клеточные автоматы, кодирование и шифрование информации, теория хаоса и катастроф. Как показывает рассмотренный пример лонгитюдное исследование «зон современных достижений в науке» предъявляет повышенные требования к их отбору и количеству, в то же время развивающий эффект от освоения школьниками сложного знания в контексте современных достижений в науке и диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур трудно переоценить.

Результаты. Таким образом, выявлены и характеризованы содержание, компьютерный дизайн и технология адаптации сложного знания в ходе исследования обобщенных конструкторов выявления сущности одной из «проблемных зон» школьной или вузовской математики (например, площади поверхности в детализации нелинейной динамики роста площадей многогранных комплексов при измельчении триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования). Выявлены и характеризованы этапы адаптационных процессов, технология исследования сложного знания, точки бифуркации, бассейны притяжения, вычислительные процедуры и флуктуации параметров состояния, компьютерный дизайн и побочные результаты исследования. Выстроены иерархии форм и средств исследовательской деятельности школьников: ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, комплексы многоэтапных математико-информационных заданий, проектные методы и сетевое взаимодействие.

Список литературы

1. Смирнов Е.И., Богун В.В., Уваров А.Д. Синергия математического образования: Введение в анализ. Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2016. 216 с.
2. Богун В.В. Обработка форм в рамках динамических Интернет-сайтов: учебное пособие. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2018. 156 с.
3. Секованов В.С. Элементы теории дискретных динамических систем. С-Петербург: Изд-во «Лань», 2016. 180 с.
4. Дворяткина С.Н., Смирнов, Е.И. Оценка синергетических эффектов интеграции знаний и деятельности на основе компьютерного моделирования // Современные информационные технологии и ИТ-образование. М.: 2016. МГУ, С. 35–42.
5. Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. М.: "Высшая школа", 1991. 207 с.
6. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография. Ярославль.: Изд-во «Канцлер», 2012. 654 с.
8. Смирнов Е.И., Уваров А.Д., Смирнов Н.Е. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца // Евразийское научное обозрение. Москва. 2017. Т.30. №8. С.35-55.
7. Подъяков А.Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности. Психологические исследования. М.: Высшая школа экономики, 2015. С. 6-10.
8. Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений: Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. Ярославль.: Изд-во ЯГПУ, 2016. №6. С.146-157.
9. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подласов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. М.: УРСС, 2006.
10. Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Монография. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997. 323 с.
11. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М.: АН СССР, 1958.
12. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы // Под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Гардарики. 2002. 383 с.
13. Реан А.А. Психология адаптации личности. СПб.: Прайм-Еврознак, 2008. 479 с.
14. Толстых Ю.И. Современные подходы к категории «адаптационный потенциал» // Известия ТулГУ. Гуманит.наука. 2011. №1. С.493-496.
15. Сороко С.И. Индивидуальные стратегии адаптации человека в экстремальных условиях // Философия человека. 2012. Т.38. №6. С.78-86.
16. Розанова С.А. Эффекты синергии математического, естественнонаучного и гуманитарного образования: структура, основные характеристики // Математика, физика и информатика и их приложения в науке и образовании: сборник тезисов докладов международной школы-конференции молодых ученых. Москва: МИРЭА, 2016. С.243-245.
17. Смирнов Е.И. Активность и развитие интеллектуальных операций у школьников во взаимодействии физики и математики: Вестник развития науки и образования. М.: Изд. Дом «Наука образования», 2013. №3. С.25-50.
18. Смирнов Е.И. Сложность задач и синергия математического образования / Е.И. Смирнов, С.Ф. Бурухин // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт и инновации: материалы междунар. научно-практ. конф., посвященной 125-летию П.А. Ларичева. Вологда: 2017. С. 11–17.
19. Монахов В.М., Тихомиров С.А. Системный подход к методическому раскрытию прогностического потенциала образовательных стандартов // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С.117–126.

20. Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы: Пер. с англ. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002. 656 с.
21. Schwartz H.A. Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe: *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, 1890. №1. pp. 309-311.
22. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для вузов. М.: Физматлит, 2001. Т.1. 616 с.

TECHNOLOGY OF ADAPTATION OF COMPLEX KNOWLEDGE FOR TEACHING MATHEMATICS

E.I. Smirnov

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
smiei@mail.ru
Yaroslavl

Yaroslavl State Pedagogical
University them. KD Ushinsky

E.A. Zubova

Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
eazubova@rambler.ru
Tyumen

Tyumen Oil and Gas
the university

Abstract. This article examines the processes of modernization of mathematical education in schools and universities with the manifestation of synergistic effects based on the identification and study of "problem areas" of mastering complex knowledge by means of information, computer and mathematical modeling. The study concerns the tasks of students learning complex mathematical concepts and procedures in the context of the implementation of didactic and computer models of level and phased self-organization of cognitive processes and visual modeling of objects and procedures. At the same time, the processes of identifying the essence of basic educational elements (surface area, functional dependencies, iterative processes, numerical and asymptotic methods, geometric transformations and figures, etc.) are implemented on the basis of visual modeling. The basic factor in the manifestation of synergistic effects is the actualization of modern advances in science (fractal geometry, coding theory, fuzzy sets and fuzzy-logic, L. Schwartz's distribution theory, nonlinear dynamics, etc.) and the implementation of the content and structure of the adaptation of the most important generalized constructions to the cash the state of school and university mathematics knowledge and competencies related to the analysis and the essence of the emerging and associated "problem zone" of school or university mathematics. The effectiveness of the management processes of mathematical education with a synergistic effect for the development of intellectual operations of thinking and improving the quality of students' mastering mathematical constructs and procedures during vocational subject training under conditions of uncertainty, variability and self-organization of cognitive processes is shown.

Keywords: synergy, adaptation of complex knowledge, foundation foundations, mathematical modeling, computer design.